理研シンポジウム 2008/12/20

Deconfinement phase transition in N=4 Super Yang-Mills on $R\times S^3$ from supersymmetric quantum mechanics

伊敷吾郎 (大阪大学Ｄ３・ＫＥＫ受託)

以下の論文に基づく

Ishii-GI-Shimasaki-Tsushiya, Phys. Rev. D 76 (2008) 106001
GI-Kim-Nishimura-Tsuchiya，arXiv:0810.2884 [hep-th]

共同研究者の方々

土屋麻人氏 (静岡大), Sangwoo Kim氏 (Songang大), 西村淳氏 (ＫＥＫ・総研大)

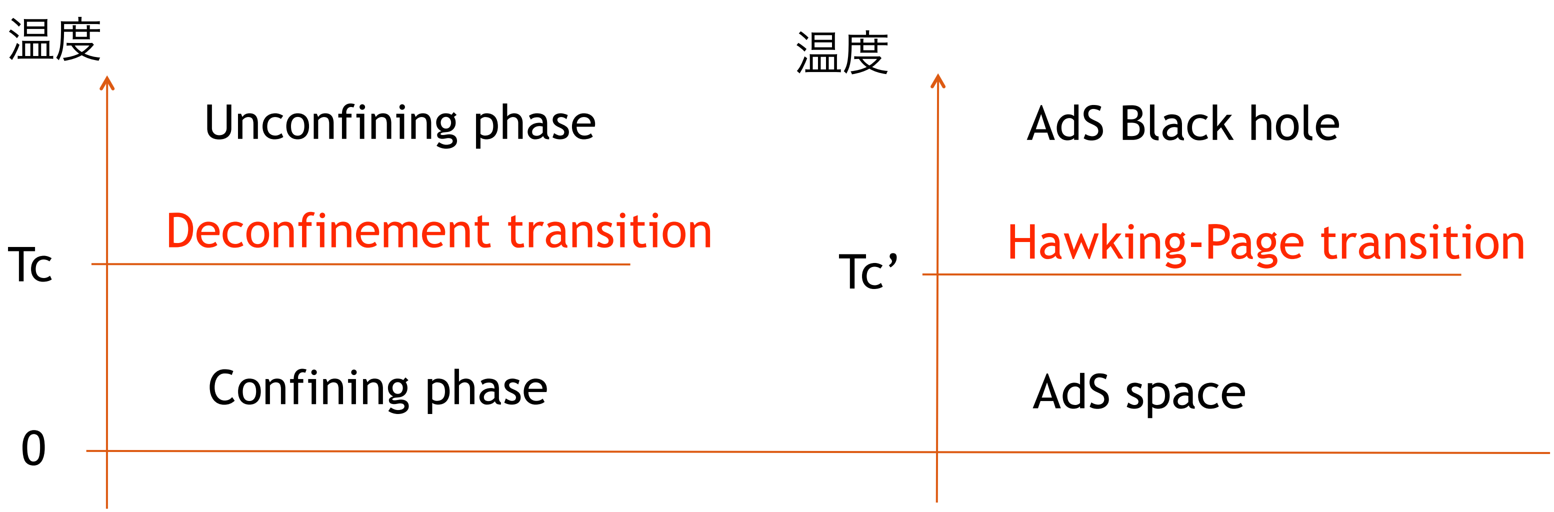
Introduction & Motivation

◇ AdS/CFT 対応　[Maldacena]

$R \times S^3$上の N=4 SYM理論	⟺	Type IIB 弦理論

◇ 有限温度でのAdS/CFT　[Witten]

$S^1 \times S^3$上のN=4 SYM (planar limit, 強結合)	⟺	Type IIB SUGRA

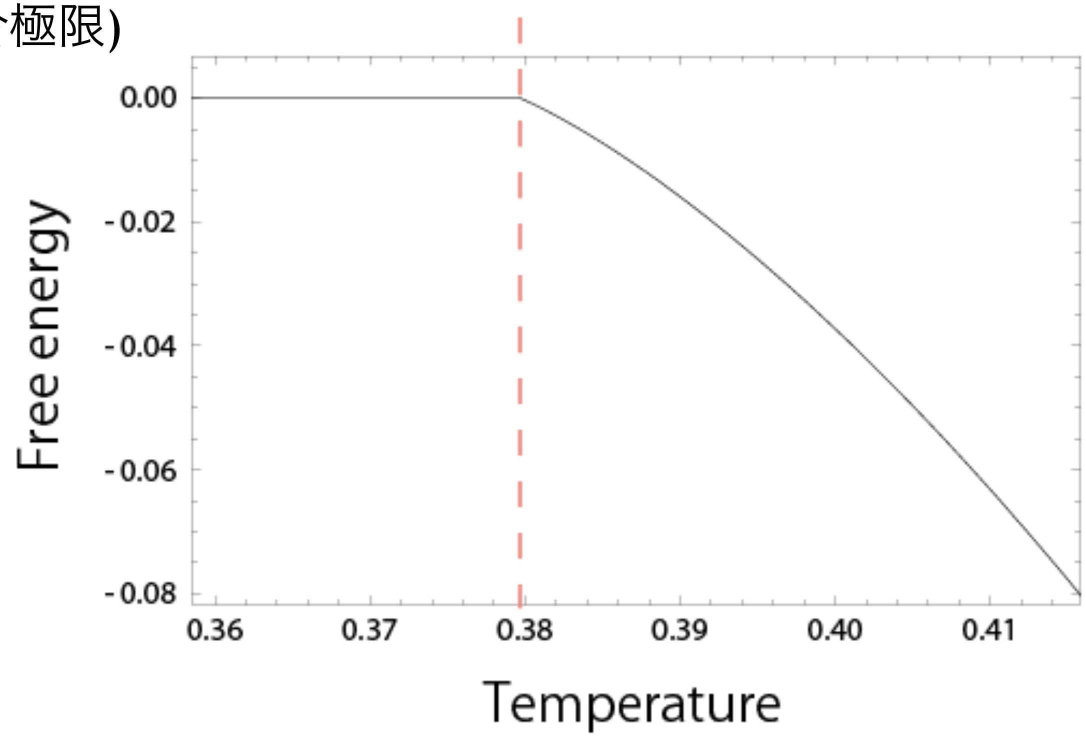


◇ 弱結合領域における N=4 SYM の相転移

[Sundborg, Aharony-Marsano-Minwalla-Papadodimas-Raamsdonk]

自由エネルギー
(弱結合極限)

相転移温度　$T_c \simeq 0.379663$



◇ 強結合領域の解析にむけて、N=4 SYM の非摂動的定式化が必要である。

◇ 強結合領域のSYMの解析に向けた、Plane wave 行列模型を用いた planar N=4 SYM理論の非摂動的正則化が提唱されている。

局所的には $S^3 \sim S^1 \times S^2$

R×S^3上の N=4 SYM

↑ (2) Large N reduction （S^1を再現)

R×S^2上の SYM

↑ (1) 非可換球面の可換極限 （S^2を再現)

Plane wave 行列模型

[Ishii-GI-Shimasaki-Tsushiya, GI-Shimasaki-Takayama-Tsuchiya]

この正則化はゲージ対称性と、SU(2|4) 対称性(16 SUSY を含む)を保つ。

有限温度でもSU(2|4) のbosonic subgroup U(1)×SU(2)×SO(6)は保つ

我々の得た結果

◇ この正則化を用いて、有限温度 N=4 SYM の弱結合極限を解析した。
結果は、知られていた相転移 (Deconfinement transition) を再現している。

PWMM を用いた R×S^{3}上の N=4 SYM の正則化

$$S_{PWMM}=\frac{1}{g^2}\int dt\,\mathrm{tr}\left\{-\frac{1}{2}\left(X_i+\frac{i}{2}\epsilon_{ijk}[X_j,X_k]\right)^2+\cdots\right\}\qquad i=1,2,3$$

$$X_i=\begin{pmatrix}\ddots &&&&\\ & L_i^{[j_{s-1}]} &&&\\ && L_i^{[j_s]} &&\\ &&& L_i^{[j_{s+1}]} &\\ &&&& \ddots\end{pmatrix}\otimes \mathbf{1}_{k\times k}$$

continuum limit

$N_0\to\infty$ (S^2)

$\Lambda\to\infty$ (S^1)

$k\to\infty$

$$2j_s+1=N_0+s\qquad s=-\frac{\Lambda}{2},-\frac{\Lambda}{2}+1,\cdots,\frac{\Lambda}{2}$$

この古典解周りの行列模型は、R×S^{3}上の N=4 SYM のplanar極限を再現する。

古典的作用や、演算子の期待値の計算から等価性を確かめることができる。

[ishii-GI-Shimasaki-Tsuchiya, kitazawa-matsumoto]

PWMMによる正則化を用いた
弱結合極限でのN=4 SYM の相構造の解析

◇ PWMMにおいて N=4 SYMを実現する古典解の周りで展開

$$X_A = \begin{pmatrix} \ddots & & & & \\ & L_A^{[j_{i-1}]} & & & \\ & & L_A^{[j_i]} & & \\ & & & L_A^{[j_i+1]} & \\ & & & & \ddots \end{pmatrix} \otimes \mathbf{1}_{k\times k}$$

◇ S[1]方向のゲージ場が対角的で、定数のゲージをとる。

$$A(t) = \bigoplus_{I=1}^{\Lambda} 1_{n_I} \otimes \frac{1}{\beta} \begin{pmatrix} \alpha_1^{(I)} & & \\ & \ddots & \\ & & \alpha_k^{(I)} \end{pmatrix}$$

Moduli (holonomy)

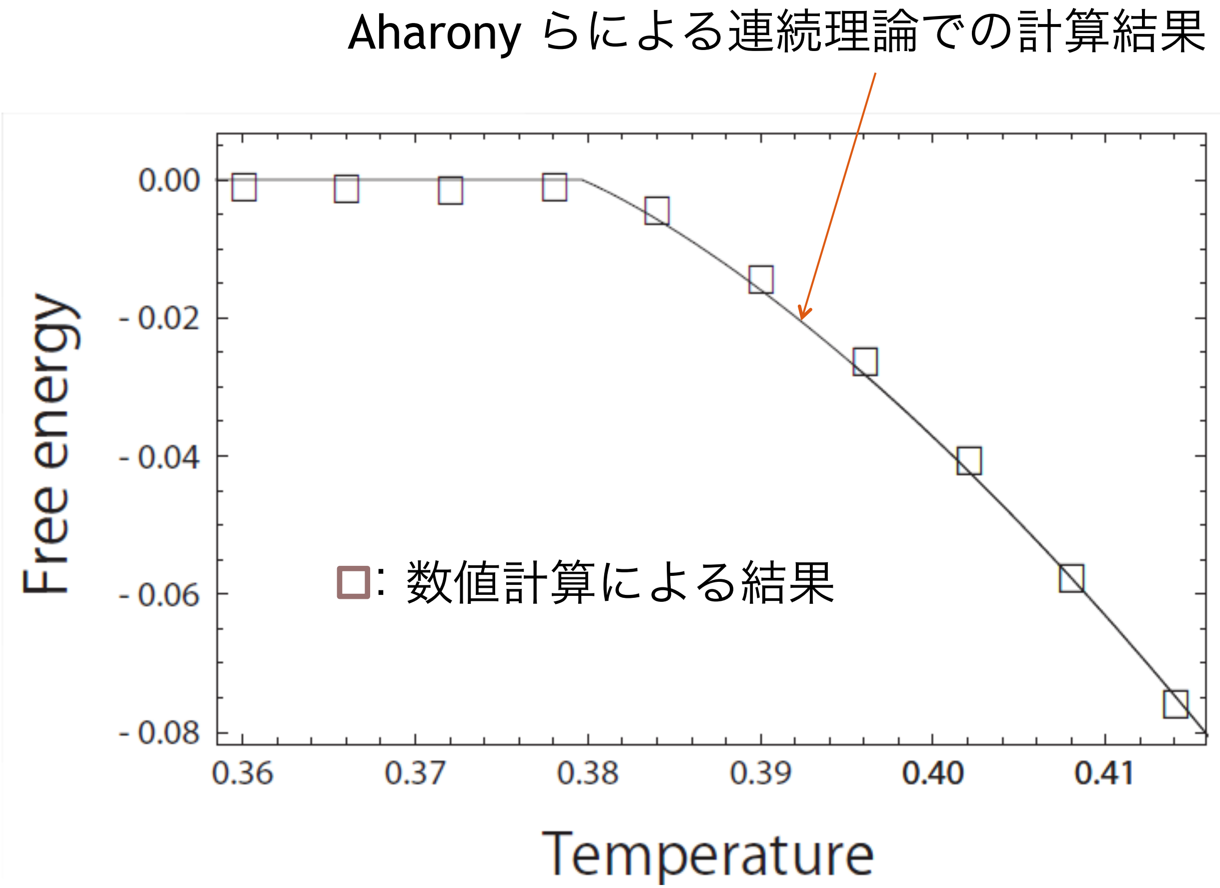
◇ ゲージ場のmoduli以外を1-loop近似で積分する。

1-loop 有効作用 [cf. Kawahara-Nishimura-Yoshida]

$$S_{eff}^{PWMM}(\alpha) = 6S_s(\alpha) + S_v(\alpha) + 4S_f(\alpha) + S_V(\alpha)$$

◇ $\alpha_a^{(I)}$の積分をモンテカルロ法を用いて数値的に行った。

自由エネルギー



$k = 16, 24, 32$

$k = \infty$ に外挿

$N_0 = \Lambda = 31$

高温極限では自由エネルギーのT⁴の振る舞いも再現できる。

[Kitazawa-Matsumoto]

まとめ

◇ PWMMを用いて、$R\times S^3$上の planar N=4 SYMを非摂動的に正則化できる。
またこの方法は、ゲージ対称性とSU(2|4)対称性を保つ。

◇ Aharonyらによって得られた、弱結合極限での有限温度 N=4ＳＹＭ
の相転移を、PWMMによる正則化を用いて導出できた。

補足

◇ 相転移温度は解析的にも導くことができる。

◇ SU(2|4) 対称なゲージ理論　($R\times S^3/Z_k$上のSYM、$R\times S^2$上のSYM)
に対しても同様の解析ができる。[Ishiki-Kim-Nishimura-Tsuchiya]

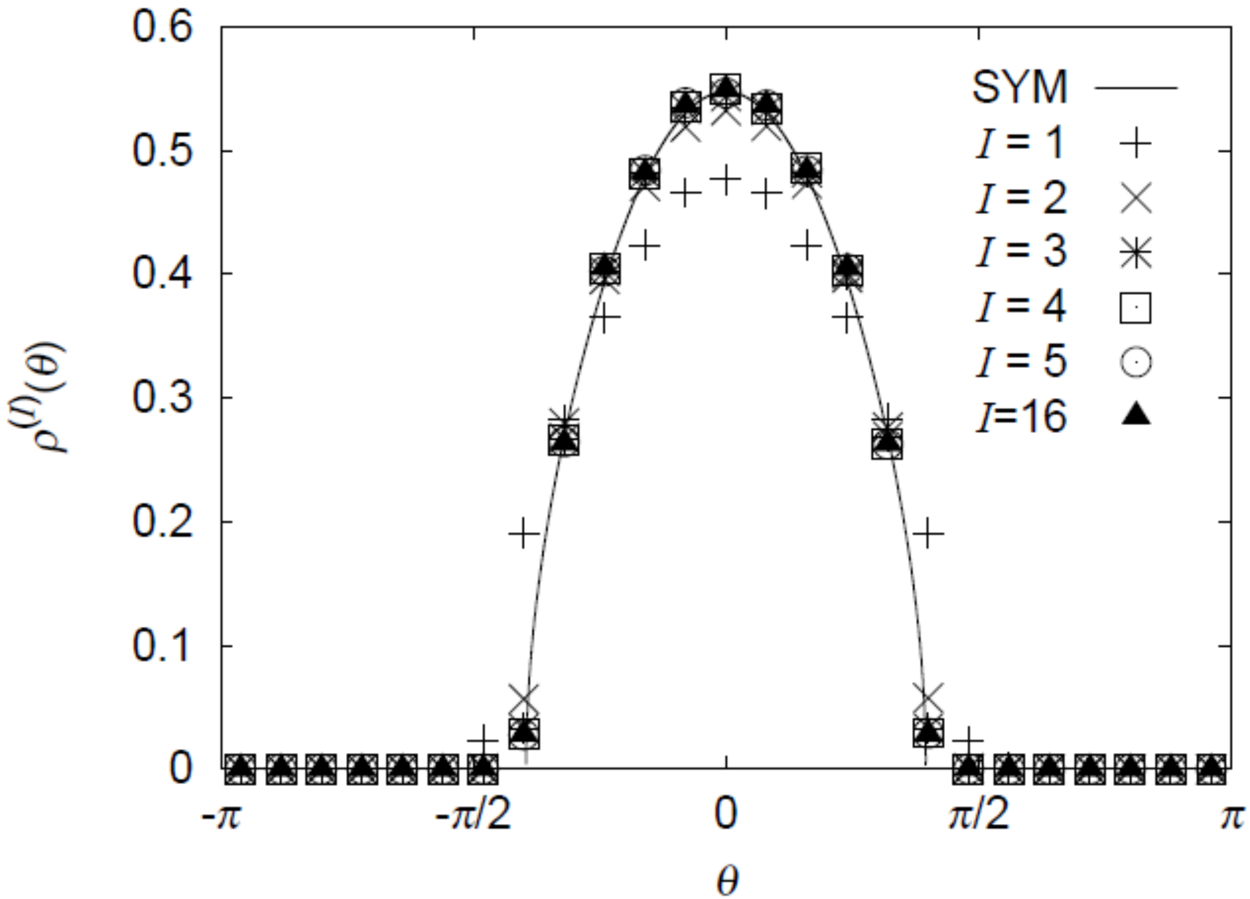
展望

ゲージ/重力対応 の computer による解析

◇ 強結合領域での数値計算、Hawking-Page 相転移との対応
[cf. Anagnostopoulos-Hanada-Nishimura-Takeuchi, Catterall-Wiseman]

◇ SU(2|4) 対称な理論のゲージ/重力対応　[Lin-Maldacena]

固有値分布



$k = 16$

$N_0 = \Lambda = 31$

$e^{-\frac{\mu}{2}\beta} = 0.104$

端の方のブロックの固有値分布は中心に行くにつれて
連続極限の分布に急速に近づいている。