

弦の世界面からみた ゲージ/重力対応についての理解

畔柳竜生(京大理)

花田政範さん(ワイツマン研)、川合光さん(京大理、理研)、松尾善典さん(APCTP)との共同研究 arXiv:0812.1453 に基づく。

2008年12月8日(土) 理研研究会2008

導入

ゲージ/重力対応について弦の世界面の立場から議論。

[Kawai-Suyama '07]

N 枚の D3-brane を考える

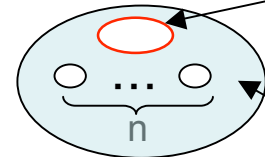
平坦な時空上の摂動的な弦理論を用いて議論する。

D3-braneの効果=弦の世界面上の(適切な境界条件を課した)穴についての足し上げ。

例 Wilson loop

$$W(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^{n-1}}{n!} W_n$$

$$W_n =$$



Boundary
corresponding to
Wilson loop

Boundary
corresponding to
D3-branes $|B\rangle$

→低次元 ($p < 4$) のDp-brane, 有限温度系への一般化

双対性を議論するための極限操作

Maldacena流 “Inside the cave”
[Maldacena '97]

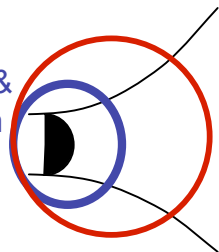
$$\alpha' \rightarrow 0 \quad \text{with} \quad g_s \quad \text{fixed}$$

$$U = \frac{r}{\alpha'} \quad \text{fixed}$$

near horizon & substringy region

だけを切り出す極限(YMを記述するにはこれで十分)

Near horizon & substringy region



Near horizon region

そもそも string scale の世界を記述するのに SUGRA の解を使っているのはいいのかは nontrivial (weakly curved なのでたぶん大丈夫だが...)

川合-須山流 “outside the cave”
[Kawai-Suyama '07]

$$\alpha' = 1 \quad \text{fixed で}$$

$$U \gg l_s \quad \text{の遠方で open string を見る}$$

Near horizon 領域自体が l_s より長い極限をとる ($\lambda \gg 1$)

open string 側がYMであるための付加条件

near extremal limit (event horizon は near horizon & substringy region 領域に入っているべし)←これはエネルギーの対応を見ると確からしいことがわかる。

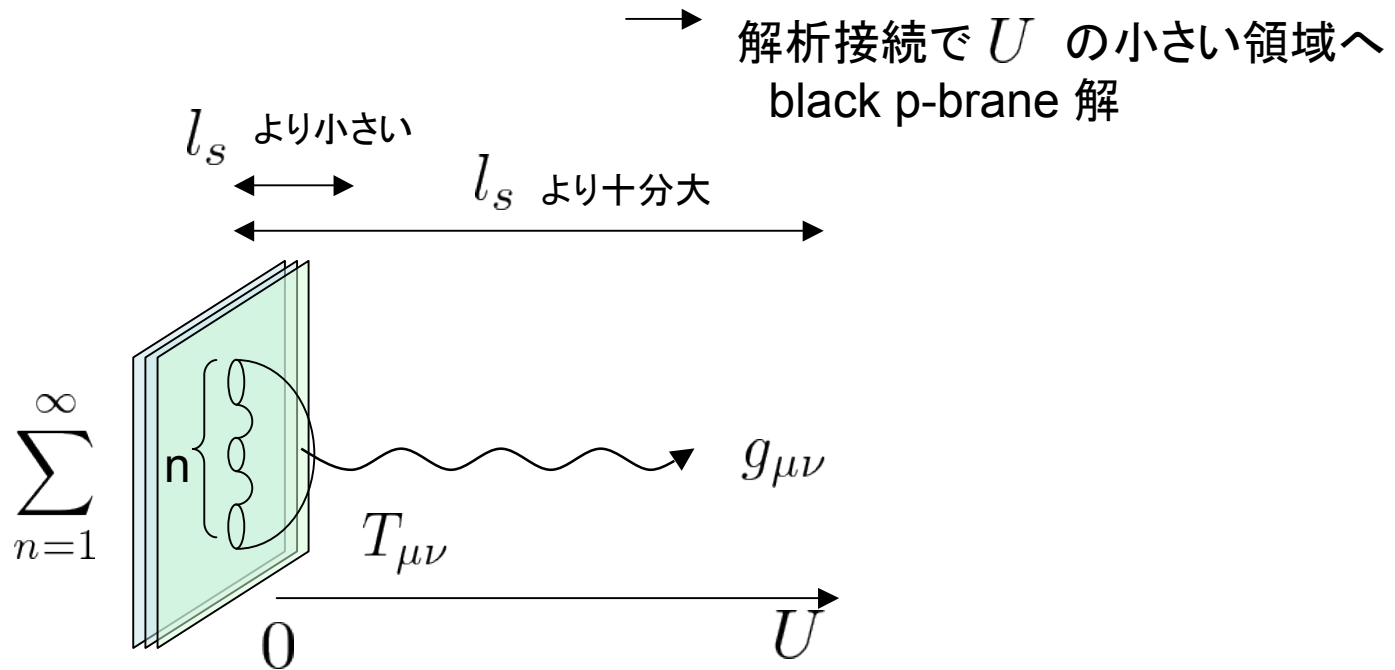
$$\lambda \beta^{\frac{1}{7-p}} \gg 1$$

near horizon regionに制限する必要は必ずしもない(ただし後で見るようにWilson loopの対応を見るときなどは対称性を導入するために制限する必要がある)。

開弦のエネルギーによる時空の曲がり

(以下 $N \rightarrow \infty$, $\beta \gg 1$ を課して議論)

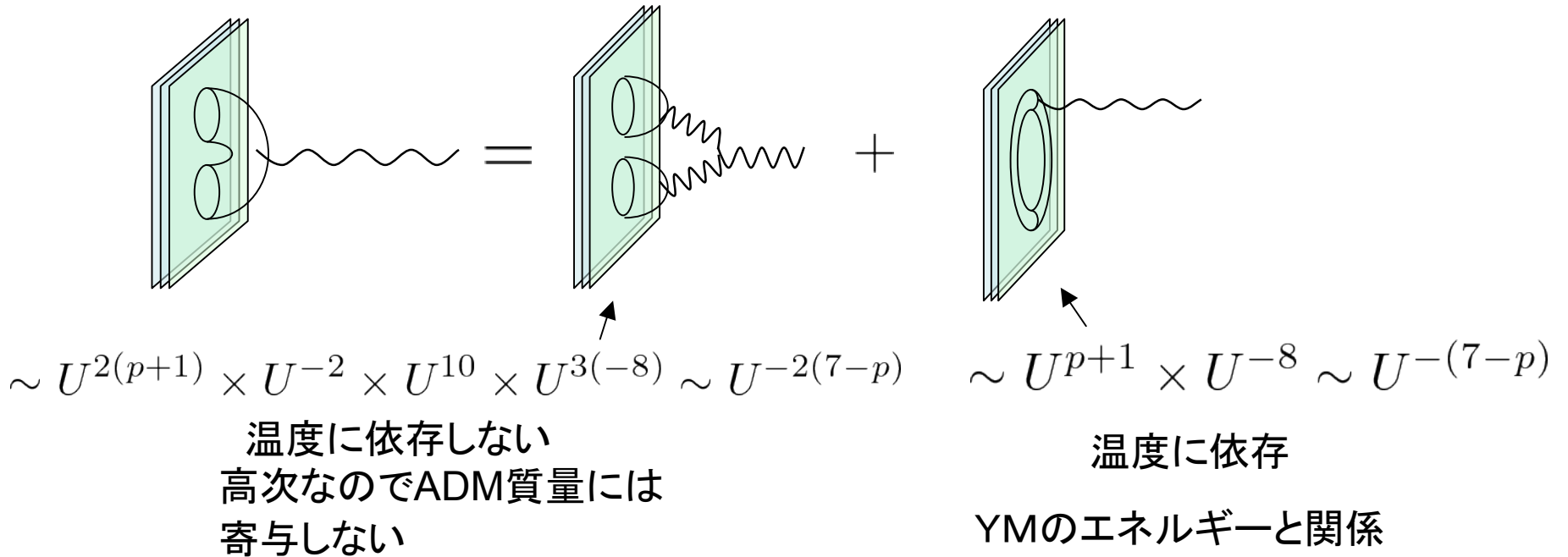
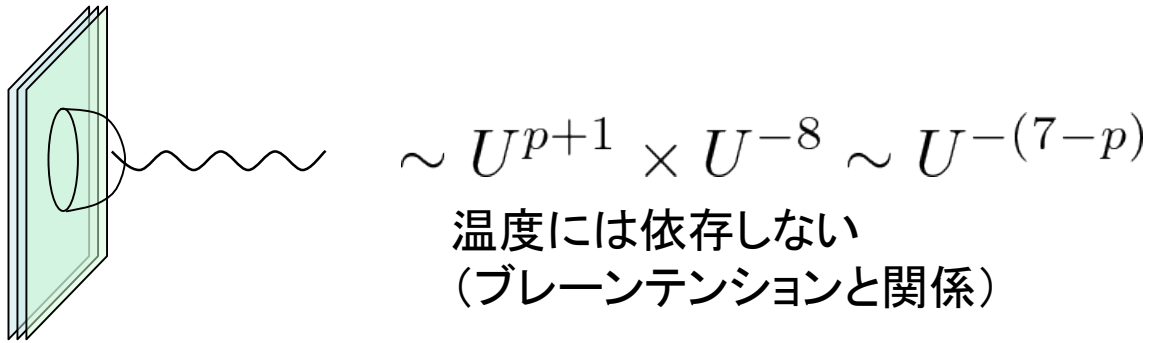
開弦のエネルギーに結合した graviton の 寄与の境界の数(n)についての足し上げ = 無限遠方での metric の weak field expansion (U を十分大きくとれば収束)



YMのエネルギー + ブレーンテンション = ADM 質量

弦の摂動展開

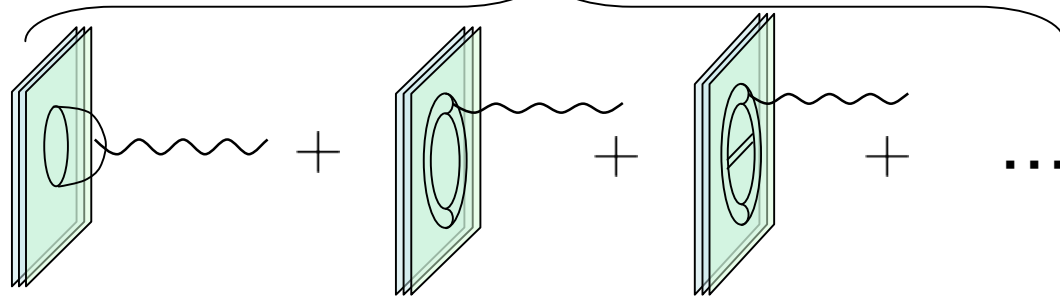
弦の摂動項の order estimate (boundary が1つ及び2つの場合)



Weak field expansion との対応とADM質量

例としてmetricの $(p+1, p+1)$ 成分の weak field expansion

$$g_{p+1\ p+1} = 1 - \left(\frac{1}{2} \alpha_p d_p \lambda - U_0^{7-p} \right) \frac{1}{U^{7-p}} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{U^{2(7-p)}}\right)$$



ADM質量はこれらの項から決まる

ADM 質量

$$M = \frac{N^2}{4\pi^2(7-p)d_p\lambda} \left((8-p)U_0^{7-p} + (7-p)\alpha_p d_p \lambda \right)$$

near extremal

$$\rightarrow \frac{N^2}{4\pi^2\lambda} + \beta^{-(p+1)} f(\lambda\beta^{3-p})$$

ブレーンテンション YM のエネルギー

YMで期待される関数形になっている

Near extremal がYMIになるための条件であることの証拠

$$\beta = \frac{4\pi U_0}{(7-p)} \left(1 + \frac{\alpha_p d_p \lambda}{U_0^{7-p}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad : \text{ホーキング温度の逆数}$$

Wilson loopの対応とGeneralized Scale Transformation

Wilson loop についてはゲージ理論側と重力側を対応付けるために、対称性を導入する。←そのためにはnear horizon 領域に制限する必要がある。

$\lambda \gg 1$ としてstring scale に比べて十分大きい near horizon 領域を実現

Black p-brane 解の near horizon での表式

$$ds^2 = \left(\frac{U^{7-p}}{d_p \lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \left[dx_{p+1}^2 + \sum_{a=1}^p dx_a^2 \right] + \left(\frac{d_p \lambda}{U^{7-p}} \right)^{\frac{1}{2}} \left[dU^2 + U^2 d\Omega_{8-p}^2 \right]$$

これはGeneralized scale 変換で不変 [Jevicki-Kazama-Yoneya '98]

$$x_A \rightarrow c^{-1} x_A \quad (A = 1, 2, \dots, p+1)$$

$$U \rightarrow cU$$

$$\lambda \rightarrow c^{3-p} \lambda$$

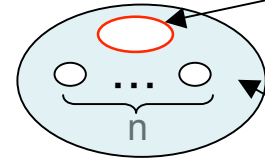
実は worldsheet もこの対称性をもつ (議論は省略)。

弦の世界面のGeneralized scale 不変性

概要(の概要)

$$W(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^{n-1}}{n!} W_n$$

$$W_n =$$



Boundary
corresponding to
Wilson loop

Boundary
corresponding to
Dp-branes $|B\rangle$

D3-braneの場合

[Kawai-Suyama '07]

境界、't Hooft coupling は不変 → 作用からくる変分のみ

→いくつかの仮定の下でこれは無視できる

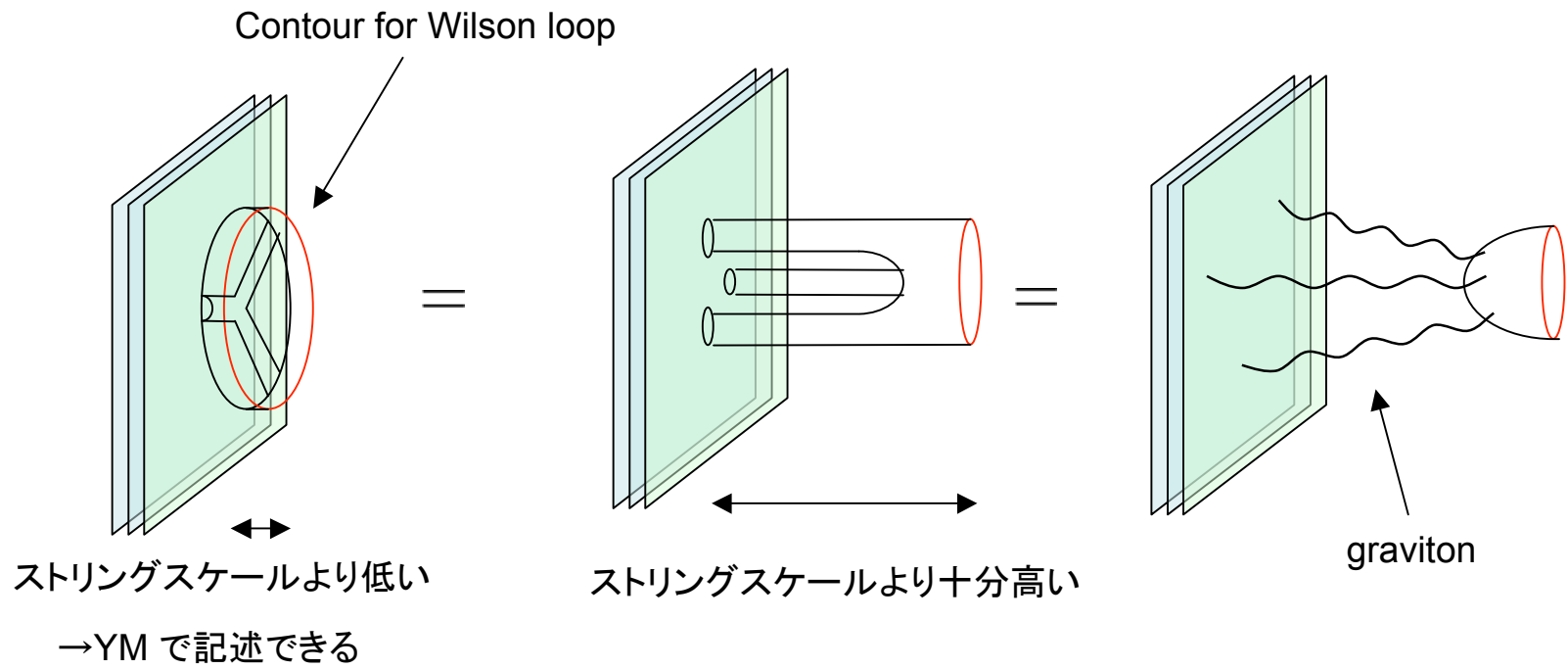
Dp-braneの場合

境界、't Hooft coupling の変化分はキャンセル

→残りはD3のときと同様に議論できる

Generalized Scale Transformation による世界面の変換

弦の世界面に generalized scale transformation を作用させることで Wilson loop (に対応する世界面) を曲がった時空上の minimal surface と対応付けることができる。



結論

ゲージ/重力対応について弦の世界面立場からの理解を試みた。

near horizon 領域自体がstring scale よりも大きくなるような極限をとって、遠方からDp-braneの近傍にあるopen stringを見ることによりゲージ理論側と重力側の対応をみた。

開弦側が YM で記述できる領域に持っていくため event horizon は near horizon && substringy region にある。

特にエネルギーの対応については、開弦の摂動の足し上げで曲がった時空が作られると解釈し、その遠方での振る舞いからADM質量を計算し、それがゲージ理論のエネルギー + D-braneのtensionの形にまとまることをみた。

Wilson loopの対応については弦の世界面が near horizon 領域で持つgeneralized scale invarianceに着目し、Dp-braneの近傍にある世界面 (Wilson loop に対応) と Dp-brane から十分離れたところにある世界面 (minimal surfaceに対応) を直接対応付けた。

弦の世界面は generalized scale 不変

概要(の概要)

境界の変化分(境界に割り当てられた't Hooft coupling含
む)からの寄与

境界そのものの変化分を't Hooft coupling の変化分が
キャンセルする

作用そのものからくる変化分

= boundary state の massless mode部分を挿入
した世界面の寄与

川合-須山によるLSZ likeな公式を使って評価→無視できる

$$\delta_S W_n = \text{diagram} = \epsilon \int d^{9-p} z \Delta_z W_{n+1}(z)$$

$|B_0\rangle$
 $|B\rangle$
 z : coordinates transverse to the Dp-branes

ごみおきば

α'

$$= \frac{4\pi d_p \lambda}{(7-p)U_0^{\frac{5-p}{2}}}$$