

基礎物理学研究所 2010年度 前期研究会  
場の理論と超弦理論の最先端

日程：2010年7月20日～7月24日

場所：湯川記念館 Panasonic 国際交流ホール および 会議室 (Y206, Y306)

(2010年10月13日受理)

概要:

場の理論と超弦理論は、幅広い分野にまたがる成果をふまえた様々な研究が、互いに密接に関連し合いながら発展を続けている。また、研究の進展が速いため、新たな研究成果を常に取り入れ、それを基に新たな研究の方向を探っていくことが不可欠である。そのためには、弦理論、場の理論を中心とした幅広い分野の研究者が一堂に会し、研究成果を発表し、議論を深めることが大変重要である。本研究会の主な目的はそのような交流の場を提供することである。

したがって、本研究会では、特定のトピックに話題を絞るのではなく、関連する様々な専門を持つ研究者間の議論を通じて、本質的に新しい発展の手掛かりを模索することを目指している。時には、分野を超える新たなアイデア・手法を取り入れながら進んできた素粒子、超弦理論の歴史を顧みた時に、このような形の研究会は十分意義があることは明らかである。

本研究会では、若手研究者の育成も大きな目的である。そのため、本研究会が、若手研究者が成果を発表し、最先端の研究に触れ、また、シニア研究者を含むたの研究者との議論を深める貴重な機会となるように計画されている。

本研究会では、5つの招待講演、68の一般講演(口頭とポスター)が行われた5日間に及ぶ大規模なものとなり、当日参加の方も含めると参加者は150人を超えた。

招待講演:

青木 秀夫 氏 (東京大学)	「物性物理と場の理論」
江口 徹 氏 (京大基研)	「Seiberg-Witten 理論と AGT 関係式」
福嶋 健二 氏 (京大基研)	「Chiral Magnetic Effect」
丸 信人 氏 (中央大学)	「Extra Dimensions at the LHC」
太田 信義 氏 (近畿大学)	「重力理論と熱力学」

具体的なテーマ:

- 1 場の理論における進展： 超対称ゲージ理論、高次元ゲージ理論、ゲージ理論の双対性、ラージ N 展開、格子ゲージ理論、繰り込み群、等
- 2 弦理論および重力理論： ブラックホール、量子重力、弦の場の理論、弦理論の現象論や宇宙論への応用、行列理論、膜理論、特異点の問題、タキオン凝縮、等
- 3 弦理論と場の理論の交流： AdS/CFT 対応、共形場理論、位相的場の理論と弦理論、可解模型と弦理論、Chern-Simons 理論、ホログラフィック QCD、AdS/CFT の物性物理への応用等

世話人:

今村 洋介(東京大)、太田 信義(近畿大)、加藤 光裕(東京大)、国友 浩(京大基研)、酒井忠勝(名古屋大)、坂本 真人(神戸大)、杉本 茂樹(IPMU)、寺嶋 靖治(京大基研)、橋本 幸士(理研)、浜中 真志(名古屋大)、森山 翔文(名古屋大)、吉田健太郎(京大理)、高柳 匡(IPMU、連絡責任者)

プログラム:

7月20日(火)

---

午後 1 (12:30-13:40)

太田信義(近畿大理工) 重力理論と熱力学 (60)\*

————— 休憩 ( 30 分 ) —————

午後 2 (14:10-15:25)

張森(総研大) Stochastic Approach to Unruh Effect (20)

安井幸則(大阪市立大) Higher dimensional Charged Kerr-NUT black hole and HKT structure (20)

木村哲士(KEK) Extremal RN-AdS Black Holes in 4D N=2 (gauged) SUGRA with(out) Hypermultiplets (20)

————— 休憩 ( 15 分 ) —————

午後 3 (15:40-16:30)

西中崇博(阪大理) Wall Crossing of D4/D2/D0 on the Conifold (20)

木村祐介(Univ. de Quarter BPS classified by Brauer algebra (20)

Oviedo)

————— 休憩 ( 15 分 ) —————

午後 4 (16:45-18:00)

佐々木伸(東工大) Classification of BPS Objects in N=6 Chern-Simons Matter Theory (20)

本間良則(総研大) Quiver Chern-Simons theories, D3-branes, and Lorentzian Lie 3-algebras (20)

初田泰之(京大基研) Six-point gluon scattering amplitudes from Z(4)-symmetric integrable model (20)

---

## 7月21日(水)

---

午前 1 (9:00-10:10)

青木秀夫 (東京理) 物性物理と場の理論 (60)\*

————— 休憩 ( 30 分 ) —————

午前 2 (10:40-11:30)

佐藤昌利 (東大物性研) Topological odd-parity superconductors (20)

中村真 (京大理) ゲージ・重力対応の非平衡定常系への応用 (20)

————— 休憩 ( 15 分 ) —————

午前 3 (11:45-13:00)

坂井 典佑 (東京女子大) Maximally Non-Abelian Vortices from Self-dual Yang–Mills Fields (20)

新井真人 (チェコ工科大) Walls in 3-dimensional supersymmetric Kahler nonlinear sigma models on  $SO(2N)/U(N)$  and  $Sp(N)/U(N)$  (20)

星野裕一 (釧路高専) Phase structure of Topologically massive gauge theory by spectral function (20)

————— 昼食 ( 75 分 ) —————

午後 1 (14:15-15:30)

岸本功 (京大基研) An Algebraic Model for the  $su(2|2)$  Light-Cone String Field Theory (20)

村上公一 (岡山光量子研) Light-cone gauge NSR strings in noncritical dimensions (20)

村田仁樹 (京大基研) 0-picture superstring における no ghost 定理 (20)

————— 休憩 ( 30 分 ) —————

午後 2 (16:00-17:15)

疋田泰章 (慶應大日吉) Branes in the  $OSP(1|2)$  WZNW model (20)

北澤敬章 (首都大) Tadpole Resummations in String Theory (20)

吉田豊 (KEK) Localization of wilson loop in two dimensional super Yang-Mills theories (20)

7月22日(木)

---

午前 1 (9:00-10:10)

江口徹 (京大基研) Seiberg-Witten 理論と AGT 関係式 (60)\*

————— 休憩 ( 30 分 ) —————

午前 2 (10:40-11:55)

瀧雅人 (京大基研) トポロジカル・ストリングと AGT 予想 (20)

糸山浩司 (大阪市立大  
理) Developments in the  $\beta$ -Deformed Matrix Model of Selberg Type (20)

丸吉一暢 (京大基研) Deformed Prepotential, Quantum Integrable System and Liouville Field Theory (20)

————— 休憩 ( 15 分 ) —————

午前 3 (12:10-13:00)

中山優 (UC Berkeley) Refined Cigar and Omega-deformed Conifold (20)

中島宏明 (KIAS) Topological symmetry of deformed instanton effective action (20)

————— 昼食 ( 75 分 ) —————

午後 1: ポスター紹介 (14:15-15:00)

午後 2 (Poster Session) (15:00-16:20, 16:40-18:00)

- 浅賀圭祐 (北大理) N=2 Twisted Super Yang-Mills Theory with Central Charge in 2D
- 磯野裕 (台湾大) On the Lorentz-covariant action of self-dual higher-rank gauge fields
- 伊藤 元治 (名大理) E6 grand unified theory with three generations by asymmetric orbifold
- 稲富晶子 (奈良女大理) SFT における古典解まわりでの質量スペクトル
- 梅津光一郎 (京産大益川塾) Tunneling Mechanism in Kerr-Newman Black Hole and Dimensional Reduction near the Horizon
- 江上武史 (日大理工) 張力のない弦のスピン形式とツイスター形式
- 太田昌宏 (総研大) The shear viscosity of holographic superfluids
- 岡澤晋 (総研大) ブラックホール情報喪失問題と揺らぎの定理
- 川口維男 (京大理) Integrability of warped AdS sigma model
- 北本浩之 (総研大) Boltzmann equation in de Sitter space
- 倉橋信明 (神戸大理) ゲージ・ヒッグス統一モデルにおけるフレーバーの混合について
- 高力麻衣子 (京大基研) 開いた超弦の場の理論におけるゲージ固定
- 佐藤喜一郎 (東京理科大基礎工) Weyl 不変な重力理論の BRS 不変性に基づく共变的正準量子化
- 柴正太郎 (KEK) 2次元 Toda 場理論の相関関数と AGT 関係式
- 清水将英 (北大理) コンパクト Calabi-Yau 多様体に対する開弦のミラー対称性
- 鈴木隆史 (日大理工) SU(2) Yang-Mills 理論における有効ポテンシャルと改良された Savvidy 真空の安定性
- 土屋陽一 (東大理) More on Dimension-4 Proton Decay Problem in F-theory – Spectral Surface, Discriminant Locus and Monodromy –
- 鳥居真吾 (東大駒場) Gauge fixing of open superstring field theory in the Berkovits non-polynomial formulation
- 西山精哉 (Univ. de Coimbra) Approach to a Fermionic SO(2N+2) Rotator Based on the SO(2N+1) Lie Algebra of the Fermion Operators
- 西脇健二 (神大理) 6次元 Universal Extra Dimension モデルにおけるヒッグスの生成・消滅過程
- 浜中真志 (名大多元数理) 非可換ソリトン方程式の厳密解と可積分性
- 堀田健司 (北大理) Creation of non-BPS D9-branes from Hagedorn Transition of Closed Strings
- 堀金哲雄 (東大駒場) Exact Quantization of a superparticle in  $AdS_5 \times S^5$
- 松尾善典 (Harish Chandra Inst.) Notes on the hidden conformal symmetry in the near horizon geometry of the Kerr black hole
- 三輪光嗣 (理研) A non-relativistic limit of 2 dimensional conformal field theory
- 村中大地 (東京理科大理工) Numerical study of multi-caloron solutions
-

## 7月23日(金)

---

### 午前 1 (9:00-10:10)

丸信人(中央大理工) Extra Dimensions at the LHC (60)\*

————— 休憩 ( 30 分 ) —————

### 午前 2 (10:40-11:30)

小山陽次(中央大理工) Inflaton versus Curvaton in Higher Dimensional Gauge Theories (20)

河井伸介(韓国成均館大) A gauge mediation scenario with hidden sector renormalization in MSSM (20)

————— 休憩 ( 15 分 ) —————

### 午前 3 (11:45-13:00)

山本大輔(東大駒場) Ferrara-Zumino カレント超多重項発散の長距離相関の検証と応用( Goldstino 低エネルギー定理としての証明と応用 ) (20)

志摩一成(埼玉工大) 非線形超対称一般相対性理論の線形-非線形超対称構造と物理 (20)

一ノ瀬祥一(静岡県立大) 量子統計力学の幾何学的アプローチと最小面積原理 (20)

————— 昼食 ( 75 分 ) —————

### 午後 1 (14:15-15:55)

入江 広隆(台湾大) Fractional superstrings, multi-cut matrix models and non-critical M theory (20)

佐藤松夫(弘前大教育) Model of M-theory with Eleven Matrices (20)

東武大(摂南大理工) Generalized factorization method for the overlap problem in a matrix model with complex action (20)

本多正純(総研大) Supersymmetry non-renormalization theorem from a computer and the AdS/CFT correspondence (20)

————— 休憩 ( 30 分 ) —————

### 午後 2 (16:25-17:40)

松浦壮(慶應大日吉) Two-dimensional lattice for four-dimensional N=4 supersymmetric Yang-Mills (20)

白井耕太(東大理) 自由な Overlap Fermion の系における Reflection Positivity の証明 (20)

河井博紀(東大駒場) 格子“ N=2 ”Landau-Ginzburg 模型の Nicolai 写像を用いたシュミレーション (20)

7月24日(土)

---

午前1 (9:00-10:10)

福嶋健二(京大基研) Chiral Magnetic Effect (60)\*

————— 休憩 ( 20 分 ) —————

午前2 (10:30-11:45)

衛藤稔(理研)

高密度QCDのカラー超伝導ボルテックスの最近の発展について (20)

菊池徹(京大理)

ソリトンの相対論的集団座標量子化 (20)

石井貴昭(理研)

Baryon with Massive Strangeness in Holographic QCD (20)

————— 休憩 ( 15 分 ) —————

午前3 (12:00-13:15)

西尾亮一(東大理)

Transverse structure of Hadrons in Holographic QCD (20)

藤田充俊(京大理)

Melting Spectral Functions of the Scalar and Vector Mesons in a Holographic QCD Model (20)

田港朝貴(九大理)

Accelerated strings and Unruh effect in holographic confining gauge theory (20)

---

括弧内の数字は講演時間(分)、\*がついたものはレビューを含む講演です。

# 重力理論と熱力学

近畿大学理工学部 太田 信義

E-mail: ohtan@phys.kindai.ac.jp

かなり歴史ができてきた重力理論と熱力学の意外に深い関係についてレビューし、さらに最近の Verlinde の重力に対する新しい見方とそれに関連した仕事を紹介する。

## 1 ブラックホールと熱力学

アインシュタインの一般相対性理論には、ブラックホールを与える Schwarzschild 解がある。その計量は

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (1)$$

で与えられる。ただし

$$f(r) = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad r_g = \frac{2GM}{c^2} = 2M \quad (2)$$

である。(以下では  $G = c = 1$  の単位系を用いる。) この解においては、 $r = r_g$  は特異点ではないが、 $r < r_g$  から  $r > r_g$  へは情報が伝わらないことはよく知られている。これを事象の地平線 (ホライズン) と呼ぶ。このことは、ブラックホールの系では情報の entanglement が起こり、いわゆる混合状態となってエントロピーが発生することを示唆する。

その具体的な最初の兆候は 1971 年 Hawking [1] によって発見された。彼は弱いエネルギー条件 ( $T_{ab}k^ak^b \geq 0$ ,  $k^a$  は任意のヌルベクトル) と宇宙検閲仮説により、ブラックホールを含む古典的過程では、ホライズン面積は減らないことを示したのである。このことは、ホライズン面積が熱力学のエントロピーと類似していることを示唆している。

続いて 1972 年、Bekenstein [2] は、Wheeler による質問「ブラックホールにエントロピーを持つ状態を吸わせると宇宙のエントロピーを減少させることができるか？」に答えるべく、ブラックホールはエントロピー

$$S \propto A \text{ (ホライズン面積)} \quad (3)$$

を持つことを示唆した。しかし彼は比例定数を決定することはできなかった。

さらに 1973 年、Bardeen-Carter-Hawking [3] は、ブラックホールが 4 つの熱力学法則と類似した次の 4 つの法則を満たすことを示した。

1. 第 0 法則: 表面重力  $\kappa$  は定常ブラックホールのホライズンで一定。(表面重力とは、考えている地点の重力の大きさと考えてよい。 $r = 2M$  のところで、その大きさは  $G\frac{M}{r^2} = \frac{G}{4M}$  となる。これはニュートンの運動方程式により、加速度と同じになる。)

2. 第1法則:  $\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \Omega_H \delta J_H$  (これは熱力学の法則  $dM = TdS$  と類似)

これは質量などの定義から出発して、質量が少し違うブラックホールを考えて導出する。

3. 第2法則:  $\delta A \geq 0$  (面積は減少しない)  $\Rightarrow$  (これはすでに述べたように  $A \sim S$  を示唆する)

4. 第3法則: 有限の操作で  $\kappa$  を 0 にすることはできない。

以上はブラックホールが温度を持つことを示唆するが、彼らは  $T = 0$  と考えていた。なぜなら、有限温度だと輻射が出るはずだが、ブラックホールからは何も出てこないはずだからである。これは1つのパズルとして残されていたが、1975年、Hawking がブラックホールは、半古典的に輻射を出し、それは温度  $T = \frac{\kappa}{2\pi}$  のプランク分布をしていることを示したことにより解決された。この結果、比例定数がきまり、 $S = \frac{A}{4}$  と決まったのである。この場合、ブラックホールだけでなく系全体のエントロピーは増大するという一般化された第2法則が成立することが示されている。

$$\frac{d}{dt}(S_{\text{BH}} + S_{\text{matter}}) \geq 0 \quad (4)$$

以上の熱力学的関係および法則は単にアインシュタイン重力に限らず、より一般の重力理論のブラックホール解に拡張できることがわかっている。このとき、温度  $T$  は虚数時間への解析接続で決まる。一方、エントロピー  $S$  は一般化が必要となる。それは熱力学第1法則  $TdS = dM$  により決まる。これはネーター電荷と一致することが示されている [4]。

さらに以上のことは、より一般の時空に拡張されている。曲がった時空における量子場の理論を調べるとホライズンのあるどんな時空においても温度があることがわかった。これは時空を温めることができることを意味すると思われるが、それはボルツマンが統計力学を定式化したのとの類推で、微視的構成子が存在することを意味すると考える人もいる [5]。一方、熱力学は、微視的構造、理論の詳細によらず普遍的に構成できるので、このようにして普遍的な重力理論が構成されると期待される。これがもし正しければ、アインシュタイン方程式は状態方程式として理解するべきものであり、基本方程式ではないということになる。

## 2 加速度、温度、AdS/CFT

ここで重力理論における温度について考えてみる。統計力学の分配関数は

$$Z(\ ) = \text{Tr} e^{-\beta H} = \int dq \langle q | e^{-\beta H} | q \rangle \quad (5)$$

と書ける。これは、場の理論の変換関数  $\langle q' | e^{-itH} | q \rangle$  の経路積分による表式で、 $t = i\beta, q' = q$  とおいたもの

$$Z(\ ) = \int_{q[0]=q[\beta]} [dq] \exp \left( - \int_0^\beta L_E d\tau \right) \quad (6)$$

と書ける (指数がラグランジアンに変わっていることに注意)。ここでユークリッド時間の周期

は温度を用いて  $\frac{1}{k_B T}$  としている。

今、加速されている系、具体的にはミンコフスキー空間を運動する検出器を考える。このとき、基底状態からエネルギー  $E$  の状態への遷移確率は

$$P = \sum_E |\langle E | m(0) | E_0 \rangle|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta\tau e^{-i(E-E_0)\Delta\tau} g(\Delta\tau) \quad (7)$$

で与えられる。ここで  $m(0)$  は検出器を表す演算子、 $g$  は粒子の伝播関数、 $\tau$  は粒子の固有時である。質量 0 のスカラー粒子を考えると

$$g(\Delta\tau) = \frac{-1}{4\pi^2} \frac{1}{(t-t')^2 - (\mathbf{x}-\mathbf{x}')^2} \quad (8)$$

粒子が一定の加速度  $\kappa$  を持っているときの軌跡は  $t = \frac{1}{\kappa} \sinh(\kappa\tau)$ ,  $x = \frac{1}{\kappa} \cosh(\kappa\tau)$  で与えられるので、

$$g(\Delta\tau) = -\frac{\kappa^2}{16\pi^2} \frac{1}{\sinh^2 \frac{\kappa}{2}(\tau-\tau')} = -\frac{\kappa^2}{4\pi^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\Delta\tau + \frac{2\pi}{\kappa} ki)^2} \quad (9)$$

となる。上の積分を実行すると  $\Delta\tau = -\frac{2\pi}{\kappa} ki$  の極の寄与が効いて

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (E-E_0) e^{-(2\pi/\kappa)(E-E_0)k} \Rightarrow P = \sum_E |\langle E | m(0) | E_0 \rangle|^2 \frac{E-E_0}{2\pi} \frac{1}{e^{(2\pi/\kappa)(E-E_0)} - 1} \quad (10)$$

を得る。これは、温度  $T = \frac{\kappa}{2\pi k_B}$  のプランク分布である。(同じ結論は、粒子の定義が変わることによる Bogoliubov 変換でも得られる。) すなわち、加速系で見たとき温度が発生し、それはユークリッド化した時間の周期で決まることがわかった。

文献 [7] において、漸近的に AdS になる解が 2 つあり、それらは AdS-Schwarzschild 解と単なる AdS 解であること、それらの中に相転移があることが示されていたが、Witten [8] は AdS/CFT により、これが閉じ込め (低温, AdS)/非閉じ込め (高温, AdS-Schw.) 遷移に対応していることを指摘している。(この論文は 1998 年に Witten が AdS/CFT の文脈で引用するまで 15 回しか引用されていないが、それ以後今日までで 582 回引用されている。) このように、ブラックホールの熱力学は、ゲージ理論の非摂動的解析に役立つものであり、現在では数々の応用がなされている。

### 3 アインシュタイン方程式から熱力学第 1 法則を得る

2002 年 Padmanabhan [6] は次のような考察をした。今、静的球対称なホライズンを考える。

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + f^{-1}(r)dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (11)$$

ホライズンが  $f(r)$  のゼロ点  $r = a$  にあるとすると、ユークリッド時間の周期性から温度は

$$k_B T = \frac{f'(a)}{4\pi} \quad (12)$$

と決まる。一方、アインシュタイン方程式より

$$1 - f - rf'(r) = -8\pi GPr^2, \quad P \equiv T_r^r \text{ (radial pressure)} \quad (13)$$

これに  $r = a$  を入れて両辺に  $da$  をかけると

$$\underbrace{\frac{f'(a)}{4\pi}}_{k_B T} \underbrace{\frac{1}{4G} d(4\pi a^2)}_{dS} - \underbrace{\frac{1}{2G} da}_{-dE} = P \underbrace{d\left(\frac{4\pi}{3} a^3\right)}_{dV} \quad (14)$$

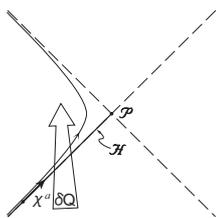
を得る。これは (14) に示した同一視により、熱力学第 1 法則と見ることができる。

逆に、この法則を用いてエントロピーなどの表式を得ることができる。現在、これはアインシュタイン理論の静的球対称解だけに限らない universal な結果であることがわかっている (軸対称、時間依存ホライズン解、Dynamical apparent horizon、Lovelock gravity、BTZ black hole、Horava gravity においても成立することが確かめられている [9])。

## 4 熱力学からアインシュタイン方程式を得る

ここで、逆に熱力学からアインシュタイン方程式は出るのが疑問となる。それに答えたのが、T. Jacobson である [10]。今第 1 法則

$$\delta Q = T dS \quad (15)$$



local Rindler horizon

を考える。簡単のため一様一定加速を受けている観測者を考え、ホライズンとなっている壁を考える。壁を通して流れるエネルギーは熱の流れを与える。また、エントロピーはホライズンの面積に比例するとして与えられ、今考えている一定加速を受けた観測者の立場では、加速度で与えられる温度があるように見えることを 2 節で見た。したがって、(15) に現れる量を、これらの量で書けば、幾何学的な関係式が得られる。

さて等価原理により、各時空点の近傍は平坦なミンコフスキー空間としてよい。その 1 点  $P$  をとり、それに直交するブーストを生成する Killing ベクトルを  $\chi^a$  とする。粒子の軌跡は、固有時  $\tau$  を用いて

$$t = \frac{1}{\kappa} \sinh(\kappa\tau), \quad x = \frac{1}{\kappa} \cosh(\kappa\tau) \quad (16)$$

と表せる。ここで  $\kappa$  は加速度を表す。

加速度  $\kappa$  が大きな極限を考えよう。このとき、接ベクトルは  $\chi^a = (\cosh(\kappa\tau), -\sinh(\kappa\tau)) \sim -\kappa \lambda k^a$  で与えられる。ただし、 $k^a = (1, 1)$  は光錘ベクトルである。このとき壁を通して流れる熱は

$$\delta Q = \int_{\mathcal{H}} T_{ab} \chi^a d\Sigma^b \quad (17)$$

と表される。ここで  $\lambda$  はアフィンパラメーター、 $d\Sigma^b = k^b d\lambda dA$  ( $A$  はホライズンの面積) である。

$$\delta Q = - \int_{\mathcal{H}} T_{ab} \kappa \lambda k^a k^b d\lambda dA \quad (18)$$

一方、エントロピーはホライズン面積  $A$  により  $S = \frac{A}{4G}$  で与えられるとすれば

$$dS = \frac{\delta A}{4G} \quad (19)$$

さらにホライズンで 0 になり、そこ以外でどのくらい広がっているかを与える expansion of the horizon generator  $\theta$  を使って  $\delta A = \int_{\mathcal{H}} \theta d\lambda dA$  の関係があること、および Raychaudhuri 方程式

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{1}{2}\theta^2 - \sigma^2 - R_{ab}k^a k^b \quad (20)$$

( $\sigma$  は shear) に注意する。さらに系が熱平衡にあると仮定しているので、 $\mathcal{P}$  点では  $\theta = \sigma = 0$  である。したがって Raychaudhuri 方程式より  $\theta \approx -\lambda R_{ab}k^a k^b$  が成り立つので、

$$\delta A = - \int_{\mathcal{H}} \lambda R_{ab} \lambda k^a k^b d\lambda dA \quad (21)$$

を得る。これらを  $\delta Q = TdS$  に代入すると

$$-\kappa \int_{\mathcal{H}} \lambda T_{ab} \lambda k^a k^b d\lambda dA = \frac{\kappa}{2\pi} \frac{-1}{4G} \int_{\mathcal{H}} \lambda R_{ab} \lambda k^a k^b d\lambda dA \quad (22)$$

を得る。これが  $\mathcal{P}$  近傍の微少領域で成り立つとすれば

$$T_{ab} k^a k^b = \frac{1}{8\pi G} R_{ab} k^a k^b \quad (23)$$

となる。これがすべてのヌルベクトル  $k^a$  に対して成り立つとすれば

$$R_{ab} + f g_{ab} = 8\pi G T_{ab} \quad (24)$$

を得る。さらに右辺のエネルギー運動量の保存則を要求し、Bianchi 恒等式  $R_{ab}{}^{;b} = \frac{1}{2} R_{;a}$  を使うと

$$R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R + \Lambda g_{ab} = 8\pi G T_{ab} \quad (25)$$

を得る。宇宙項も許されることに注意せよ。(  $k^a$  が本当に外せるか疑問もあるが。)

宇宙論的な状況では、2002 年に Frolov and Kofman [11] が、slow-roll cosmology (quasi-de Sitter) の場合に熱力学的な関係式からフリードマン方程式を導いている。ここでは文献 [12] に従い、フリードマン方程式を出す議論を復習しよう。(  $n+1$  次元 FLRW 宇宙を考える。)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega_{n-1}^2 \right) \equiv h_{ab} dx^a dx^b + \tilde{r}^2 d\Omega_{n-1}^2, \quad (a, b = 1, 2) \quad (26)$$

ここで dynamical apparent horizon を考える。その定義は  $h^{ab}\partial_a\tilde{r}\partial_b\tilde{r} = 0$  であり、これから  $\tilde{r}_A = 1/\sqrt{H^2 + k/a^2}$ ,  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  を得る。完全流体が存在している場合にホライズンを通しての熱の流入などを評価すると

$$\delta Q = (\rho + p)HA\tilde{r}_A dt \quad (27)$$

を得る。一方  $T = 1/2\pi\tilde{r}_A$ ,  $S = A/4G$  より

$$TdS = \frac{n-1}{8\pi G\tilde{r}_A^2} A d\tilde{r}_A \Rightarrow H \left( \dot{H} - \frac{k}{a^2} \right) = \frac{8\pi G}{n(n-1)} \dot{\rho} \Rightarrow H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{16\pi G}{n(n-1)} \rho \quad (28)$$

を得る。ここで  $\dot{\rho} + nH(\rho + p) = 0$  も使った。

この議論は、他の理論に対しても適用できることが知られている。

$$S = \frac{A}{4G} + \alpha \ln \frac{A}{4G} \Rightarrow H^2 + \frac{k}{a^2} + \frac{\alpha G}{2\pi} \left( H^2 + \frac{k}{a^2} \right)^2 = \frac{16\pi G}{n(n-1)} \rho \quad (29)$$

$$S = \frac{A}{4G} + \alpha \ln \frac{A}{4G} + \frac{4G}{A} \Rightarrow H^2 + \frac{k}{a^2} + \frac{\alpha G}{2\pi} \left( H^2 + \frac{k}{a^2} \right)^2 - \frac{G^2}{3\pi^2} \left( H^2 + \frac{k}{a^2} \right)^3 = \frac{16\pi G}{n(n-1)} \rho \quad (30)$$

より一般には

$$S = f(x), \quad x = \frac{A}{4G} \Rightarrow \frac{16\pi G}{n(n-1)} \rho = -\frac{\pi}{G} \int \frac{f'}{x^2} dx \quad (31)$$

となる。これらのことは、熱力学は、重力理論の本質をとらえていることを示唆している。

これをさらに推し進めるべく Padmanabhan [6] は “Entropy maximization principle” として

$$S = -4 \int d^D x \sqrt{-g} P_{ab}{}^{cd} \nabla_c k^a \nabla_d k^b + \int d^D x \sqrt{-g} T_{ab} k^a k^b \quad (32)$$

を最大にすることにより、重力のアインシュタイン方程式が得られることを示した。ここで  $P_a{}^{bcd} = \frac{\partial L(R^a{}_{bcd}, g_{ab})}{\partial R^a{}_{bcd}}$ ,  $L(R^a{}_{bcd}, g_{ab})$  は適当なスカラー量、 $k^a$  はヌルベクトルである。これを計量ではなく、 $k^a$  に関して変分することにより場の方程式は再現される。また宇宙項も「積分定数」として入ってくる。(アインシュタイン-ヒルベルト作用では、手に入れられない。) これは本質的に、Jacobson の議論を変分原理として定式化したものに相当する。

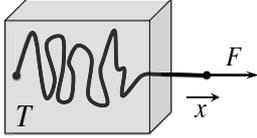
重力のエントロピー (第1項) は、

$$\text{エネルギー等分配則: } E = \frac{1}{2} k_B T N; \quad \text{ホログラフィー原理: } N = \frac{A}{G} = 4S \quad (33)$$

と、時間的 Killing ベクトルがあるときの保存エネルギーから導く。(このプロセスでは作用を仮定する。)

## 5 Emergent spacetime and gravity

最近 E. Verlinde [13] が、重力はエントロピー力と考えられると提案した。



ここではまず、エントロピー力とは何かを例で説明しよう [14]。すべての状態が同等に実現する場合には、エントロピー  $S(E, x) = k_B \ln \Omega(E, x)$  が大きくなるような状態が実現する。それが力の原因となるものをエントロピー力という。この場合系全体のエントロピーが増大するわけではないことに注意したい。

1つの模型として、長さが  $a$  の鎖が、全体で  $n$  あり、右向きに伸びているものが  $n_+$ 、左向きに伸びているものが  $n_-$  あるとする。  $n = n_+ + n_-$ 、両端の距離は  $x = (n_+ - n_-)a$ 、配列の総数は  $W = \frac{n!}{n_+!n_-!}$  で与えられる。スターリングの公式から

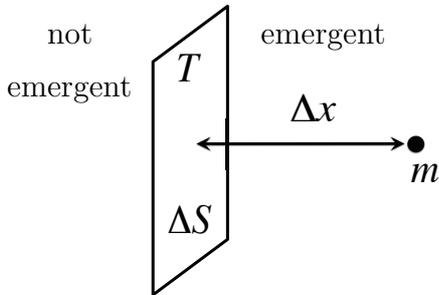
$$S = k \ln W = k(n \ln n - n_+ \ln n_+ - n_- \ln n_-) \quad (34)$$

この鎖が外界と熱平衡にあって、要素はブラウン運動をして伸びたり折れたりしているとすると、これを同じ長さに保つための力は、  $n_{\pm} = \frac{na \pm x}{2a}$  により

$$F = -kT \frac{\partial \ln W}{\partial x} = \frac{kT}{2a} \ln \frac{na + x}{na - x} \simeq \frac{kT}{na^2} x \quad \left( \text{cf. } p = - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \right) \quad (35)$$

で与えられる。力が温度に比例していることは、これが熱力学的な力であることを示す。(気体分子運動論を思い出せ。) この系は可逆系であり、力をゆるめて短くしたり、ゆっくりのばしても系全体のエントロピーは変化しない。

Verlinde の議論にもどって、時間の存在と時間並進不変性を仮定しよう。今、平坦な空間にスクリーンを考え、このスクリーンに近づく粒子を考える。コンプトン波長程度近づけば、この粒子はスクリーン上のエントロピーに影響するはずである。境界上の情報に関連したエントロピーの変化は



$$\Delta S = 2\pi m \Delta x \quad (36)$$

で与えられるであろう。なぜなら、粒子をいくつかに分けても同じ公式が成立しなければならないので質量  $m$  に比例するはずだし、  $\Delta x = 1/m$  のとき  $\Delta S = 2\pi$  だからである。ここで上に習い、エントロピー力

$$F \Delta x = T \Delta S \quad (37)$$

を定義する。力が働くと加速度が生じるが、すでに見たように、それは温度  $k_B T = \frac{\alpha}{2\pi}$  として観測される。以上の関係を組み合わせれば、次のニュートンの運動の法則を得る。

$$F = ma \quad (38)$$

さらに、スクリーンが球面とする。ホログラフィー原理によれば、情報量は

$$N = \frac{A}{G} \quad (39)$$

で与えられるはずである。ここでエネルギー等分配則  $E = \frac{N}{2} k_B T$  を用いれば、ニュートンの重力の法則を得る。

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \quad (40)$$

以上のことを FLRW 宇宙で考えると、宇宙の発展を記述するフリードマン方程式が得られる [15]。

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2), \quad (41)$$

以上を組み合わせると

$$E = \frac{4\pi a^3 r^3}{3} \rho = \frac{A}{2G} T = \frac{4\pi a^2(t) r^2}{2G} \cdot \frac{-\ddot{a}r}{2\pi} \Rightarrow \ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} \rho a \quad (42)$$

これは本質的に非相対論的方程式である。実際、ニュートン重力を考えて、原点から  $R(t)$  の半径の球を考え、そこにある質量  $m$  の粒子は、球の内部にある質量だけから力を受けるとする。運動方程式は

$$m\ddot{R} = -\frac{GMm}{R^2} = -\frac{4\pi}{3} Gm \frac{M}{(4\pi/3)R^3} R \Rightarrow \ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} G\rho a \quad (43)$$

相対論では  $\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} G(\rho + 3p)a$  となるが、これを得るには  $T_{\mu\nu} \rightarrow T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}T$  とすればよい。

いくつか文献についてコメントする。熱力学第 1 法則を利用した「導出」(Shu-Gong, Zhang-Gong-Zhu) があるが、これを Hořava 理論に使うとおかしな結果が出るので正しくないと思われる [16]。また  $TdS = M$  から得られるのは、 $H \left( \dot{H} - \frac{k}{a^2} \right) = \frac{8\pi G}{n(n-1)} \dot{\rho}$  で、何も考えずに積分すると宇宙定数が積分定数として出る。統計力学との類推に基づいてエネルギー等分配則のかわりに Debye 模型を使ったものが提案されており宇宙の加速膨張が説明できると主張されている [17] が、上の意味で宇宙項に相当するものが入っていると思われる。

### Emergent space

加速度はエントロピーの勾配になっていることがわかった。一方、加速度はポテンシャルの勾配  $a = -\nabla\Phi$  で書ける。物質分布があるとき、その系の持つエントロピーがあり、エントロピーが物質分布の位置の関数として変化しているとエントロピー力が生じる。物質分布を粗視化する変数としてエントロピー、あるいは  $\Phi$  (ニュートンポテンシャル) を考えると、その変化する方向が空間として現れると考えることができる。すなわち空間が emerge すると考えられる。(スクリーンは等ポテンシャル面) 粒子の存在の情報が、時空を生むと思うことができる。これはゲージ理論による重力の記述とつながるであろう。

最後に、このアプローチでニュートン理論だけでなく、一般相対論が導出できるかという問題を考えてみる。時間的 Killing ベクトル  $\xi^a$  が存在する静的時空に限定すれば

$$\text{ニュートンポテンシャル} : \phi = \frac{1}{2} \log(-\xi^a \xi_a) \quad (44)$$

$$\text{局所的な温度} : T = \frac{N^b \nabla_b \phi}{2\pi} \quad (45)$$

$$\text{エネルギー等分配則} : M = \frac{1}{2} \int_S T dN = \frac{1}{2} \int_S T \frac{dA}{G} \quad (46)$$

という対応をつけることができる。最後の式の右辺は Komar 質量として知られているもので、Killing ベクトルの性質を通して曲率で表せる。左辺を物質のエネルギー運動量テンソルで表せば、スクリーンの法ベクトル  $n^a$  を用いて (Wald の本を参照)

$$2 \int_{\Sigma} (T_{ab} - \frac{1}{2} T g_{ab}) n^a \xi^b dV = \frac{1}{4\pi G} \int_{\Sigma} R_{ab} n^a \xi^b dV, \quad (\partial \Sigma = S) \quad (47)$$

が成り立ち、Jacobson と同様な議論によりアインシュタイン方程式が得られる。しかし、今のところこのアプローチを一般的な力学的な場合にまで拡張することは難しいように思われる。

## 6 まとめと展望

以上の議論をまとめると次のようになる。

- ブラックホールは熱力学的諸量を持ち、これらは通常の熱力学の法則に従う。
- これらは AdS/CFT 対応を通じて、場の理論の非摂動的性質を調べるのに有用である。
- ホライズン上でアインシュタイン方程式を考えると、一般に熱力学第 1 法則が得られる。逆にそれを利用して、エントロピーや質量の定義ができる。
- 逆に熱力学第 1 法則から、アインシュタイン方程式を導くことができる。
- ホログラフィー原理と加えあわせると、空間が emerge するという議論ができそうである。
- ニュートン重力はエントロピー力として理解できる。

最後に解決すべき今後の問題をいくつかあげて、本稿のまとめとする。

- 以上のことは、一般相対論は基本的ではなく、量子化の必要はないことを示すのか？
- 一般相対論の背後にある基本的な理論があるのか、あるとすればそれは何か？
- それを量子論として扱おうと、時空の特異点などは扱えるのか？これに関しては matrix big bang の話が役立つかもしれない [18]。

## References

- [1] S. W. Hawking, Phys. Rev. Lett. **26** (1971) 1344.
- [2] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7** (1973) 2333.
- [3] J. M. Bardeen, B. Carter and S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **31** (1973) 161.
- [4] R. M. Wald, Phys. Rev. D **48** (1993) 3427 [arXiv:gr-qc/9307038].
- [5] T. Padmanabhan, Rept. Prog. Phys. **73** (2010) 046901 [arXiv:0911.5004 [gr-qc]].
- [6] T. Padmanabhan, Class. Quant. Grav. **19** (2002) 5387 [arXiv:gr-qc/0204019].
- [7] S. W. Hawking and D. N. Page, Commun. Math. Phys. **87** (1983) 577.
- [8] E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 253 [arXiv:hep-th/9802150].
- [9] D. Kothawala, S. Sarkar and T. Padmanabhan, Phys. Lett. B **652** (2007) 338 [arXiv:gr-qc/0701002]; M. Akbar and R. G. Cai, Phys. Lett. B **635** (2006) 7 [arXiv:hep-th/0602156]; Y. Gong and A. Wang, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 211301 [arXiv:0704.0793 [hep-th]]; D. Kothawala and T. Padmanabhan, Phys. Rev. D **79** (2009) 104020 [arXiv:0904.0215 [gr-qc]]; M. Akbar, Chin. Phys. Lett. **24** (2007) 1158 [arXiv:hep-th/0702029]. R. G. Cai and N. Ohta, Phys. Rev. D **81** (2010) 084061 [arXiv:0910.2307 [hep-th]].
- [10] T. Jacobson, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 1260 [arXiv:gr-qc/9504004].
- [11] A. V. Frolov and L. Kofman, JCAP **0305** (2003) 009 [arXiv:hep-th/0212327].
- [12] R. G. Cai and S. P. Kim, JHEP **0502** (2005) 050 [arXiv:hep-th/0501055].
- [13] E. P. Verlinde, arXiv:1001.0785 [hep-th].
- [14] 久保亮五 : 「ゴム弾性」 ( 裳華房、1996)
- [15] R. G. Cai, L. M. Cao and N. Ohta, Phys. Rev. D **81** (2010) 061501 [arXiv:1001.3470 [hep-th]]; Phys. Rev. D **81** (2010) 084012 [arXiv:1002.1136 [hep-th]].
- [16] F. W. Shu and Y. Gong, arXiv:1001.3237 [gr-qc].
- [17] C. Gao, Phys. Rev. D **81** (2010) 087306 [arXiv:1001.4585 [hep-th]].
- [18] B. Craps, S. Sethi and E. P. Verlinde, JHEP **0510** (2005) 005 [arXiv:hep-th/0506180]; see also T. Ishino, H. Kodama and N. Ohta, Phys. Lett. B **631** (2005) 68 [arXiv:hep-th/0509173].

# Stochastic Approach to Unruh Effect

Department of Particles and Nuclear Physics, The Graduate University for Advanced Studies  
(SOKENDAI), Sen Zhang  
E-mail: zhangsen@post.kek.jp

An accelerated observer sees the Minkowski vacuum as thermally excited, this is known as Unruh effect. The Unruh effect is very fundamental and important, it also relates to physics of horizons by equivalence principle. However the Unruh temperature is very small for a ordinary acceleration, so it was difficult to detect Unruh effect directly. But the recent development of ultra-high intensity lasers makes the Unruh effect experimentally accessible. Now the question is that how to experimentally observe such a high Unruh temperature.

One proposal given by P.Chen and T.Tajima is to detect the Unruh radiation. Since the electron feels the vacuum as thermally excited with the Unruh temperature, the motion of the electron will fluctuate. The additional radiation due to this fluctuation is called Unruh radiation. P.Chen and T.Tajima estimated this Unruh radiation by an intuitive argument. The estimated amount of radiation is much smaller than the classical one, but the angular dependence is different. Hence they proposed to detect the additional radiation by seeing the angular distribution. The heuristic argument sounds physically correct. But it has been known that in a case of internal detector, such a radiation is canceled by an interference effect between the radiation field induced by the fluctuating motion and the quantum fluctuation of the radiation field.

In our research, first we investigated the stochastic motion of a uniformly accelerated charged particle. The particles motion does fluctuate because of the Unruh effect. We have shown that the momenta in the transverse directions actually thermalize so as to satisfy the equipartition relation with the Unruh temperature. Then we studied the radiation induced by the fluctuations of the uniformly accelerated charged particle, and see if the cancellation between the interference effect and Unruh radiation occurs for our case. We found that some terms are actually canceled each other, but there are other terms that are not canceled completely. Hence besides the classical Larmor radiation we can expect an additional radiation associated with the fluctuating motion caused by the Unruh effect.

But our result is still not conclusive due to several problems which will be the future work. First, in calculating the energy flux at infinity we are faced with the classically unacceptable contributions. Second, the meaning for the thermalization in longitudinal direction is unclear. Finally, our calculation was done in the scalar QED case and it is important to generalize it to the real QED.

This research is based on collaborations with Satoshi Iso(KEK,SOKENDAI) and Yasuhiro Yamamoto(SOKENDAI).

# Higher-dimensional Charged Kerr-NUT Black Hole and HKT Structure

Osaka City University Yukinori Yasui

E-mail: yasui@sci.osaka-cu.ac.jp

Killing-Yano symmetry is a fundamental hidden symmetry, which plays a crucial role in higher-dimensional rotating black hole spacetimes with spherical horizon topology. Such black holes satisfying the vacuum Einstein equation

$$Ric(g) = \Lambda g \tag{1}$$

are uniquely characterized by the existence of this symmetry[1][2] and derive from it many remarkable properties, such as complete integrability of geodesic equation, separability of the Klein-Gordon and Dirac equations, and gravitational perturbations.

In this talk we consider black holes of more general theories with additional matter fields, such as the black holes of various supergravities or string theory. These black holes are usually much more complicated and the presence of matter tends to spoil many of the elegant characteristics of their vacuum brethren. We discuss an extension of the Killing-Yano symmetry in the presence of skew-symmetric torsion. More specifically, we present a family of charged black hole solutions in supergravity admitting a generalized Killing-Yano tensor, where the torsion 3-form is identified with the 3-form field. This identification is rather natural as no additional field is introduced into the theory. The discovered generalized Killing-Yano tensor shares almost identical properties with its vacuum cousin; it gives rise to all isometries of the spacetime and implies separability of the geodesic Hamilton-Jacobi, Klein-Gordon and Dirac equations in this back ground [3][4]. Especially, the relationship between the existence of generalized Killing-Yano symmetries and separability of the Dirac equation is clarified according to the paper[5].

[1] T. Houri, T. Oota and Y. Yasui, Closed conformal Killing-Yano tensor and Kerr-NUT-de Sitter spacetime uniqueness, *Phys. Lett.* **B 656** (2007)214 [arXiv:0708.1368].

[2] T. Houri, T. Oota and Y. Yasui, Closed conformal Killing-Yano tensor and uniqueness of generalized Kerr-NUT-de Sitter spacetime, *Class. Quant. Grav.* **26** (2009)045015 [arXiv:0805.3877].

[3] T. Houri, D. Kubiznak, C.M. Warnick and Y. Yasui, Generalized hidden symmetries and the Kerr-Sen black hole, *JHEP* (2010) 1007:055 [arXiv:1005.4386]

[4] D. Kubiznak, H.K. Kunduri and Y. Yasui, Generalized Killing-Yano equations in D=5 gauged supergravity, *Phys. Lett.* **B 678** (2009) 240 [arXiv:0905.0722]

[5] T. Houri, D. Kubiznak, C.M. Warnick and Y. Yasui, Symmetries of the Dirac operator with skew-symmetric torsion, *Class.Quant.Grav.* **27** (2010)185019 [arXiv: 1002.3616]

# Extremal RN-AdS Black Holes in 4D $\mathcal{N} = 2$ (gauged) SUGRA with(out) Hypermultiplets

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 理論センター 木村 哲士

E-mail: tetsuji@post.kek.jp

4次元  $\mathcal{N} = 2$  の gauged 超重力理論においてブラックホールの解を次の理由により研究する：

- 高い超対称性があるのでスカラー場が住む空間が対称性が高い
- 高次元超重力理論/弦理論を (フラックス) コンパクト化することで実現されるべき
- $\text{AdS}_4/\text{CFT}_3$  対応において場の理論に非自明な物理現象を与え得る

これまでよく調べられてきたのは、ungauged 超重力理論 (ベクトル多重項のみ) で漸近平坦な時空における極限ブラックホールのアトラクター機構とそれに伴う (non-)BPS 解であった。しかし漸近非平坦な時空においては、ブラックホール解そのものは一般相対論などでよく調べられているものの、物質場が入った系における gauged 超重力理論の解として探求することは完全にはなされていない。物質場と重力多重項が結合する gauged 超重力理論では、bare な宇宙項を作用積分に導入することは不可能である。宇宙項はスカラーポテンシャルが非自明な期待値を持つことで与えられるものである。この研究では、FI パラメータも導入せずに如何にして負の宇宙項を与え、極限ブラックホール解を実現させるかを課題とした。まずは単純に可換ゲージ群に結合するベクトル多重項のみがある場合の、「静的」「荷電」「球対称」「漸近 AdS」ブラックホール (略して non-SUSY RN-AdS BH) を実現させる。アトラクター機構は仮定する。この時、負の宇宙項を実現させるためには、漸近平坦な極限ブラックホール解の時とは異なるアトラクター方程式を解かねばならない。完全に解析的な解を得ることは難しいが、 $T^3$ -model と呼ばれるベクトル多重項が一つだけ持つモデルでは、D0-D4 系や D2-D6 系において非超対称解を見つけることができた (回転していない限り、超対称な RN-AdS BH 解では裸の特異点が発現するので、それが無い非超対称解を見つけることが「自然」であろう)。そのときの宇宙項やブラックホールエントロピーは、極限 RN ブラックホールのそれとは振る舞いが異なる。しかし適当な極限においては、非常に小さいがゼロではない宇宙項の絶対値を持ち、エントロピーが漸近平坦なブラックホールのそれに摂動を加えた形になる振る舞いを見せる。またブラックホールが帯びる電荷や磁荷が大きくなると、つまりブラックホールに物体がどんどん落ち込んでいくと、漸近平坦な場合から著しく離れた振る舞いを示す。例えば宇宙項の絶対値が非常に大きくなる一方、エントロピーは電荷や磁荷に依存しない「ただの数」に近づいていくように見える。このような振る舞いは非常に不思議である。

また講演の後半では universal hypermultiplet が理論に導入された場合に、スカラーポテンシャルがどのように拡張されるかを紹介した。これについての運動方程式の解は研究中である。

## References

- [1] Tetsuji Kimura, “Non-supersymmetric Extremal RN-AdS Black Holes in  $\mathcal{N} = 2$  Gauged Supergravity,” arXiv:1005.4607 [hep-th].

# Wall Crossing of D4/D2/D0 on the Conifold<sup>1</sup>

大阪大学大学院 理学研究科 素粒子論研究室 西中 崇博

E-mail: nishinaka@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

超弦理論における BPS 状態の数え上げの問題は、4次元ブラックホールのエントロピーや6次元の幾何学との関係から、これまで盛んに研究されてきた。BPS 状態に着目するひとつの利点は、それが超対称性のために非常に安定な状態であり、その振る舞いに関して非摂動的な議論が可能という点である。特に BPS 状態の「縮退度」あるいは index は、理論のパラメータを連続的に変化させても通常は不変であるため、計算が容易になるパラメータ領域で index を計算しておくことで、別のパラメータ領域における index を知ることができる。

このような BPS 状態の数え上げの問題において、近年「wall-crossing phenomena (壁越え現象)」と呼ばれるものが注目されている。既に述べたように BPS index はモジュライパラメータを連続変化させても通常は不変であるが、モジュライ空間中のコディメンション1の部分空間において、離散的に変化し得ることが知られている。この部分空間を「wall (壁)」と呼び、またこのように BPS index が離散的に変化する現象を wall-crossing phenomena と呼ぶ。wall はモジュライ空間の中でコディメンションが1なので、モジュライ空間は wall によっていくつかの「chamber (部屋)」に分けられ、各 chamber 内では BPS index が一定値を取る。モジュライが wall を越えるところでは、物理的には BPS 状態の bound states がスペクトルに出現する、あるいはスペクトルから消滅するということが起こっており、それゆえ BPS index が離散的に変化する。

このような wall-crossing phenomena において、モジュライが wall を越えた際に BPS index がどの程度変化するかを与える公式が、Kontsevich と Soibelman によって提出された [1]。この公式によると、ある chamber における BPS index を完全に知っていれば、他の chamber における BPS index を全て知ることができる。

今回我々は resolved conifold 上の Type IIA string theory において、1枚の non-compact D4-brane に束縛された D2/D0-branes の wall-crossing を調べた。conifold の Kähler parameter を変化させると様々な wall を越え、それに応じて BPS 状態の分配関数が離散的に変化する。その様子を Kontsevich-Soibelman 公式を用いて調べ、全ての chamber における分配関数を計算した。特に「flop」と呼ばれる conifold の topology change を含む wall-crossing においても、Kontsevich-Soibelman 公式を矛盾なく適応でき、その結果がこれまでに知られていた D4-brane 上の物理と完全に consistent であることを示した。

## References

- [1] M. Kontsevich and Y. Soibelman, “Stability structures, motivic Donaldson Thomas invariants and cluster transformations,” arXiv:0811.2435.

---

<sup>1</sup>本講演は山口 哲 氏 (阪大理) との共同研究 (arXiv:1007.2731 [hep-th]) に基づく。

# Quarter BPS classified by Brauer algebra

University of Oviedo Yusuke Kimura

E-mail: kimurayusuke@uniovi.es

AdS/CFT 対応は弦理論の各物体とゲージ理論 (CFT) のゲージ不変演算子の間の対応であり、具体的には弦理論の物体のエネルギーが対応するゲージ不変演算子のスケーリング次元に対応しています。つまり、ゲージ理論側からはスケーリング次元をより正確に求めることが AdS/CFT 対応を理解することにつながります。ゲージ理論は共形対称性を持ち、その生成子の一つである dilatation operator の固有値がスケーリング次元を与えます。しかしながら演算子への作用は必ずしも対角的とは限らず、一般には、ある閉じた演算子の組に対して

$$\hat{D}O_\alpha = M_{\beta\alpha}O_\beta \quad (1)$$

の形をしており、この  $M$  の固有値がスケーリング次元を与えます。

プラナー極限では、 $tr(XXYYY)$  のような single-trace 演算子のみしか効かず、さらに dilatation operator がある可積分系のハミルトニアンになるため、問題は可積分系のハミルトニアンを対角化する問題になります。しかしノンプラナーも効く場合には  $tr(XXYYY)tr(XX)$  のような multi-trace 演算子も考慮しなければならず、可積分な構造は存在しないことが分かっています。そこでそのような状況での AdS/CFT 対応を理解するためには single-trace, multi-trace を共に含むような演算子の良い基底を構成し、その下で dilatation operator の作用がどのようになるかを見るべきだろうと推測されます。

論文 [2] に基づくこの研究では、 $su(2)$  セクターにおいて、[1] で構成した multi-trace も含むゲージ不変演算子の基底を用いて 1 ループの dilatation operator の作用について調べました。このセクターの 1 ループの dilatation operator は

$$H = tr([X, Y][\partial_X, \partial_Y]) \quad (2)$$

で与えられ、一つの結果として  $GL(N)$  の規約表現により特徴付けられるゲージ不変演算子

$$O^\gamma(X, Y) = tr_{m,n}(P^\gamma X^{\otimes m} \otimes Y^{T \otimes n}) \quad (3)$$

が  $HO^\gamma(X, Y) = 0$  を満たす状態であることがわかりました。

$n$  個の場合から作られる 1/2BPS 演算子は  $n$  個の箱からなるヤング図に対応する規約表現で分類されることが知られており、ここでの結果は規約表現による分類が  $su(2)$  セクターにおいても成り立つ可能性を示しています。また、ここでは  $H$  の作用の計算を Brauer 代数の言葉に置き換えて行っており、Brauer 代数のようなものがゲージ理論において弦理論の一部をよく捉えている可能性を示していると期待しています。

[1] Y. Kimura and S. Ramgoolam, *Branes, anti-branes and brauer algebras in gauge-gravity duality*, JHEP 0711:078,2007.

[2] Y. Kimura, *Quarter BPS classified by Brauer algebra*, JHEP 1005:103,2010.

# Classification of BPS Objects in $\mathcal{N} = 6$ Chern-Simons Matter Theory

東京工業大学 佐々木 伸

E-mail: shin-s@th.phys.titech.ac.jp

近年、複数枚の M2-brane における低エネルギー有効理論が提唱され、その世界体積上の BPS 条件が詳しく調べられてきている。これは、過去知られていた 1 枚の brane 有効理論における abelian 対称性を non-abelian 対称性まで拡張したものとみなすことができ、今まで許されていなかった複雑な場の BPS 配位を考えることが出来るようになった。また、これら BPS 条件に対する解は 11 次元時空において M2-brane と交わる M 理論の BPS objects として理解出来ると予想される。

我々は  $N$  枚の M2-brane 有効作用である  $\mathcal{N} = 6$   $U(N) \times U(N)$  Aharony-Bergman-Jafferis-Maldacena (ABJM) 模型において超対称性を部分的に保つ 1/2 BPS 条件を導出した [1]。これらの BPS 条件は、一般的に codimension one の fuzzy funnel type の解を含むものと codimension two の vortex type 解を含むものに大別される。1/2 BPS 方程式を基礎にして、我々はより少ない超対称性を保つ  $n/12$  ( $n = 1, \dots, 5$ ) BPS 条件も構成した。ABJM 模型で記述する M2-brane は  $\mathbf{Z}_k$  orbifold された時空上に存在し、その結果”fractional” な 1/12, 1/6, 1/3, 5/12 BPS 条件などが可能になる。これら BPS 方程式は保たれている超対称性電荷の数および  $SU(4)_R$  対称性の部分群により分類される。

ABJM 模型で得られた各種 BPS 条件の物理的意味を調べるために、我々は 11 次元における 32 成分超対称変換パラメータの  $\mathbf{Z}_k$  orbifold 射影条件 (および M2-brane による射影) を調べ、ABJM 模型における 12 成分の超対称変換パラメータとの関係を書き下した。この関係を用いることで、ABJM 模型における各種 BPS 条件は、11 次元 M 理論における M-theory objects である M2-brane, M5-brane, M-wave, KK-monopole, M9-brane の交差配位に対応していることが分かった。ABJM 模型が持つ 12 個の超電荷のうち 6 個より小さい数を保つ  $n/12 < 1/2$  BPS 条件は物理的には (i) M2-brane と transverse な 8 次元中の orbifolded plane と non-trivial な角度で交差する brane 配置 または (ii) 複数の 1/2 BPS 条件を無矛盾に組み合わせた射影条件に対応する brane 配置 によって実現される。

M 理論において得られた BPS 方程式を Mukhi-Papageorgakis による”Higgs mechanism” により type IIA 超弦理論へ reduction し D2-brane 有効作用である  $\mathcal{N} = 8$  super Yang-Mills (SYM) 理論における BPS 条件としてみなすと、対応する解は type IIA 理論における D-brane の交差配位として理解出来ることが分かった。ABJM 理論における  $n/12$  ( $n = 1, \dots, 6$ ) BPS 条件は SYM 理論における 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 BPS 条件および真空条件に reduction されることが分かった。

## References

- [1] T. Fujimori, K. Iwasaki, Y. Kobayashi, S. Sasaki “Classification of BPS objects in  $\mathcal{N} = 6$  Chern-Simons Matter Theory” [arXiv:1007.1588 [hep-th]].

# Quiver Chern-Simons theories, D3-branes, and Lorentzian Lie 3-algebras

総合研究大学院大学 高エネルギー加速器科学研究科 本間 良則  
E-mail: yhonma@post.kek.jp

超弦理論の非摂動的な理解を得るためには M 理論の解明は非常に重要になってくる。だが、M 理論のダイナミクスについてはまだわかっていないことも多く、1つのアプローチとして、そのソリトンの物体である M ブレーンの振る舞いを理解することで M 理論の特徴を探っていくという方法が挙げられる。そのうち M2 ブレーンの有効理論については、近年理解が急速に深まってきており、現在では2つの記述法があることが知られている。1つは Lie 3-代数を用いた BLG 理論であり、もう1つは ABJM 理論と呼ばれる product ゲージ群をもつ Chern-Simons 理論である。これらの理論は様々な一般化がなされてきたが、2つの記述法の間関係を調べて M 理論の特殊性を探るといことはあまりなされてこなかった。

本講演では、負ノルムの生成子が2つある場合の BLG 理論を ABJM 理論から導出することができるということを発表した [1]。Lie 3-代数に負ノルムの生成子が1つ含まれるものは Lorentzian BLG 理論と呼ばれ、ABJM 理論のスケール極限をとることにより導出できることが知られており [2]、Higgs 機構を通して 3次元 SYM、すなわち D2 ブレーンの有効理論に reduce させることもできる。我々は論文 [1] において、この Lorentzian BLG 理論に中心拡大を行って得られる新たな BLG 理論が、ABJM 理論をオービフォルド化して得られる  $\mathcal{N} = 4$  クイバー Chern-Simons 理論のスケール極限をとったものとして現れてくることをみた。このスケール極限は [2] の一般化に相当するものであり、負ノルムの生成子の数は M 理論をトーラスコンパクト化したときの内部空間の次元に対応している。さらに、この処方をもつ 3次元  $\mathcal{N} = 2$  超対称性を持つクイバー Chern-Simons 理論にも適用したところ、結合定数の再現可能なパラメータ空間の次元が先程の  $\mathcal{N} = 4$  の場合よりも上がり、より広いクラスの D3 ブレーンの有効理論を導出することができるということがわかった。

また、我々はクイバー Chern-Simons 理論のゲージ場の線形結合の取り方と、最終的に得られる D3 ブレーンの有効理論における T 変換  $\tau \rightarrow \tau + 1$  の間に直接の関係があるということを示した。S 変換  $\tau \rightarrow -\frac{1}{\tau}$  も加えて full の  $SL(2, \mathcal{Z})$  変換が M2 ブレーンの言葉で解釈できるかどうかを探っていくのは今後の面白い課題であろう。(本研究は、張森氏(総合研究大学院大学)との共同研究に基づく。)

## References

- [1] Y. Honma and S. Zhang, Prog. Theor. Phys. **123**, 449 (2010) [arXiv:0912.1613 [hep-th]].
- [2] Y. Honma, S. Iso, Y. Sumitomo and S. Zhang, Phys. Rev. D **78**, 105011 (2008) [arXiv:0806.3498 [hep-th]].

# Six-point gluon scattering amplitudes from $Z_4$ -symmetric integrable model

京都大学基礎物理学研究所 初田泰之

E-mail: hatsuda@yukawa.kyoto-u.ac.jp

AdS/CFT 対応はゲージ理論と超弦理論の間の双対性の一つであるが、このような双対性を利用するとゲージ理論の強結合ダイナミクスを弦理論の弱結合領域の解析から知ることが出来ると期待されている。最もよく知られている AdS/CFT 対応は 4 次元  $\mathcal{N} = 4$  超対称 Yang-Mill 理論と  $AdS_5 \times S^5$  上の IIB 型超弦理論の間の双対性である。

2007 年に Alday と Maldacena は  $\mathcal{N} = 4$  超対称 Yang-Mill 理論の強結合領域におけるグルーオンの散乱振幅を AdS/CFT 対応を用いて計算する手法を提唱した。彼らは弦理論側で一種の T 双対性を考えることで  $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論におけるグルーオンの散乱振幅と light-like segment から成る polygonal Wilson loop の期待値の間に等価性があることを予想した。AdS/CFT 対応によれば、強結合領域における Wilson loop の期待値は、AdS 空間内で Wilson loop を境界条件にもつ開弦の最小面積で与えられるので、結局弦理論側ではこのような最小面積をいかに計算するかという幾何学的な問題に帰着する。このような最小面積を求めるためには、素朴には AdS 上の 2 次元シグマ模型における適切な境界条件を持つ弦の古典解を構成する必要があるが、境界条件が light-like polygonal Wilson loop の場合には、具体的な解は特別な場合を除いてこれまでのところ構成されていない。

しかし 2009 年に Alday、Gaiotto と Maldacena はシグマ模型の古典解をあらわに構成せずとも、開弦の最小面積を計算出来ることを示した。彼らの結論は熱力学的ベータ仮説 (TBA) 方程式と呼ばれる可積分な 2 次元場の理論でよく知られている積分方程式を解き、その自由エネルギーを計算すればそれが開弦の最小面積を与えるというものである。どのような可積分模型の TBA 方程式が対応するのかは、グルーオンの数によって決まる。例えば、6 点のグルーオンの散乱振幅の場合は、 $Z_4$  対称な可積分模型の TBA 方程式が対応する。

本研究ではこのような 6 点のグルーオン散乱振幅に対応する TBA 方程式を詳細に解析した。一般に TBA 方程式を解析的に解くことは出来ないが、特別な極限付近では厳密な結果を得ることが出来る。我々は  $Z_4$  対称な可積分模型が  $Z_4$  パラフェルミオン CFT の mass deformation であることに着目して、自由エネルギーの CFT 極限 (TBA の高温極限に相当) からの mass に関する補正を厳密に計算した。さらに得られた結果と TBA 方程式を数値的な解いて評価した自由エネルギーとを比較し、十分な精度で両者が一致することを示した。さらに低温極限 (large mass 極限) においてもリーディングの補正を厳密に評価することに成功した。これらは強結合領域におけるグルーオン散乱振幅の解析に、2 次元場の理論のテクニックが有用であるという点で興味深い。

今後はより多点のグルーオンの散乱振幅についても、TBA の観点から新たな知見を得ていきたいと考えている。

# 物性物理学と場の理論

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 青木秀夫

E-mail: aoki@phys.s.u-tokyo.ac.jp

物性物理学における場の理論的なアプローチを概観し、特に最近興味もたれている、(a) 超伝導などゲージ対称性が自発的に破れた状態の諸相、(b) グラフェンにおける massless Dirac 粒子とカイラル対称性、(c) 非平衡での物性現象、を中心に解説した。

最近、物性物理学と素粒子物理学の交流が活発化している。両者に共通の言語として、場の理論があるので当然といえば当然であるが、特に最近では、

- 様々な物質における超伝導の発見があいついでいること、
- グラフェン (2010 年のノーベル物理学賞を受賞した) において、massless Dirac 粒子が (2+1) 次元で実現していて、カイラル対称性も絡む、
- 非平衡における物性現象にますます興味もたれているが、そこにおいても場の理論的方法が有用である、

などの発展があるので、この交流はますます興味深い。本講演では、condensed-matter physics において、場の理論的に面白いテーマを、上記の 3 項目を中心に、個人的な観点から overview した。

物性物理において場の理論的方法が面白いのは、物性においては、様々な場の理論が、高エネルギー物理とは桁違いに低いエネルギー・スケールで実現していることにある。これにより、様々な量子相が出現するが、特に、対称性の自発的破れが面白い。破れる対称性は、

- ゲージ対称性：  
超伝導、超流動 (U(1) ゲージ)、  
量子ホール系 (Chern-Simons ゲージ) など。
- カイラル対称性：  
グラフェンの或る相 ( $\sim$  pion 凝縮) などに対して提案されている。
- 時間反転対称性：  
強磁性体、  
時間反転を破った超伝導体、など。
- 空間反転対称性：  
強誘電体、  
Noncentrosymmetric 超伝導体、など。

がある。

超伝導だけをとっても多彩であり、

- 多バンド超伝導：  
複数のバンド（いわば multi-fermion species）が関与する超伝導であり、最近の鉄系超伝導体が典型。集団励起にも特徴がある。QCD においてもカラー超伝導が議論されている。
- FFLO（全運動量がゼロでないクーパー・ペアの凝縮）状態：  
Ce115 化合物のような重い電子系で観測。
- 強磁性超伝導体（複数のゲージ対称性が同時に破れている）：  
いくつかの重い電子系で観測。
- 時間反転対称性を破った超伝導：  
上記に加え、spin-triplet p+ip 超伝導（ $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  で実現）、spin-singlet s+id など、一般にペアの空間群が 2 次元表現をもつときに可能となる。
- 空間反転対称性を破った超伝導：  
Noncentrosymmetric 超伝導体で実現し、スピン・軌道相互作用のために、スピン波動関数と軌道波動関数が分離できないような凝縮状態をとる。

全く別のカテゴリーとして、量子ホール系がある。これには、

- 整数量子ホール効果：  
典型的な topological phase。
- 分数量子ホール効果：  
(2+1) 次元多体系で、Chern-Simons ゲージ対称性が破れている。準粒子には、分数統計粒子や、nonabelian 統計粒子がある。後者は、複合フェルミオンのスピン・トリプレット p-ip ペアリングに対応する。

最近では、より一般的に topological 相や topological 絶縁体に興味が集まっており、これには、スピン・ホール効果や量子スピン・ホール効果がある。上で、「別のカテゴリー」と言った意味は、これらの topological 相では、対称性の破れは無い（従って、普通の意味での秩序パラメータも無い）。かわりに、純粋に量子力学的概念である Berry の位相が関与する。これにより、スペクトルにギャップが開く。これらの相における edge states は、場の理論的には、boundary state の問題である。

また、物性の特徴として、様々な空間次元をもつ系を用意できる。

1. 1次元系：量子細線、炭素ナノチューブ（理論的には、Tomonaga-Luttinger 理論）
2. 2次元系：半導体界面における電子系（量子ホール効果の舞台）、薄膜、原子的に1層の物質（グラフェンが代表）
3. 3次元系。

グラフェンについては、massless Dirac 粒子が2種類表れるが、これは Nielsen-Ninomiya 定理の現れと見なせる。個々の Dirac 粒子は、半整数の topological 量子数（量子ホール効果）をもち、これは場の理論でいえば anomaly に対応する。Massless Dirac 分散は、高次元でも考えることができる。理論的に面白い問題は、 $(2+1)$ 次元で考えられている nonabelion などが、 $(3+1)$ 次元でも存在し得るか、などの問題であろう。

量子相としては、最近の話題の一つは、量子臨界点における物理である。より最近では、holographic 法と呼ばれる方法 (AdS/CFT 対応、AdS/QCD 対応) が、物性物理学にも適用できるか、ということが精力的に調べられている。

非平衡で面白いことは、

1. 非平衡現象、非平衡相転移：  
例えば、モット絶縁体の絶縁破壊 (Schwinger の QED における真空崩壊と formalism が似る)
2. 非平衡における集団励起、
3. 強い AC 外場における非平衡状態：  
Dynamical に開く mass gap、など。これは、グラフェンに円偏光を当てた場合に、非線形・非平衡効果として現れる。

まとめとして、物性における場の理論は多彩であり、さらに多彩なものの提案や、さらに多くの物質における実現が期待される。

なお、詳しい文献は挙げなかったが、超伝導などゲージ対称性が自発的に破れた状態の諸相については文献 [1]、グラフェンについては文献 [2]、非平衡での物性現象については文献 [3]、物性物理学と素粒子物理学の対話については文献 [4]、ならびにそれらでの引用文献を参照していただければ幸いである。

最後に、物性物理学と素粒子物理学の対話については、大栗博司氏、高柳 匡氏、押川正毅氏、笠 真生氏との議論を感謝したい。

## References

- [1] 青木秀夫、日本物理学会誌 **64**, 80 (2009) ; 原子核研究 **53**, Suppl. 3, 183 (2009) ; 青木 秀夫、初田 哲男、数理科学 2010 年 9 月号、p.14。
- [2] 初貝安弘、青木秀夫、固体物理、2010 年 9 月号 ; 青木秀夫、固体物理、2010 年 11 月号。
- [3] Takashi Oka and Hideo Aoki, in *Quantum Percolation and Breakdown* [*Lecture Notes in Physics* **762**, 251 (Springer Verlag, 2009) [arXiv:0803.0422]].
- [4] 青木秀夫、大栗博司、日本物理学会誌 **65**, 638 (2010)。

# Topological odd-parity superconductors

東京大学物性研究所 佐藤昌利

E-mail: msato@issp.u-tokyo.ac.jp

最近、物性物理の分野では、トポロジカル相と呼ばれる新奇な相構造が理論・実験の両面から活発に議論されている。トポロジカル相というのは、自発的対称性の破れでは理解できない相構造で、その典型例は、整数量子ホール状態である。整数量子ホール状態では、ホール伝導度  $\sigma_{xy}$  が

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \nu$$

の形に量子化されており、通常の電子状態とは全く異なっている。ところが、整数量子ホール状態は、元々のハミルトニアンに対称性を保っており、この違いは自発的対称性の破れの概念ではとらえることができない。この違いは、基底状態のトポロジカル数の違いとして認識されている。一般に、基底状態がノンゼロであるトポロジカル数をもつ相をトポロジカル相という。その特徴は、バルク・エッジ対応と呼ばれる一種の低エネルギー定理が成り立ち、ギャップレスな境界状態が現れることである。

このトポロジカル相に関して、最近大きな発展があった。整数量子ホール状態は、強磁場下の2次元電子系というある意味特殊な系で実現されていたが、一見普通の絶縁体にみえる3次元物質でも、トポロジカル相が可能であること(トポロジカル絶縁体)が明らかになった。また、超伝導状態が同時にトポロジカル相であること(トポロジカル超伝導体)が可能であることが明らかになっている。本講演では、トポロジカル超伝導体の最近の進展を報告した。

超伝導体は、一般にギャップ関数(あるいはクーパー対)のパリティによって、(1) スピン1重項(あるいは偶パリティ)超伝導体、(2) スピン3重項(あるいは奇パリティ)超伝導体、(3) 非中心対称な(noncentrosymmetric)超伝導体(パリティの破れた系における超伝導体)、に分類される。今回は、スピン3重項超伝導体のトポロジカルな性質を調べた。その結果、常伝導状態のフェルミ面のトポロジーの性質だけから、奇パリティ超伝導状態のトポロジカルな性質のかなりの部分が決まることが分かった。特に、励起状態として非可換統計に従う渦が現れる非可換トポロジカル相は、フェルミ面の個数だけから決まることが分かった。また、その応用例として、カラー超伝導体のトポロジカルな性質を調べた。また、今回は報告しなかったが、その結果は非中心対称な超伝導に拡張可能である。詳しいことは、文献 [1, 2] を見てほしい。

## References

- [1] Masatoshi Sato, “ Topological properties of spin-triplet superconductors and Fermi surface topology in the normal state ”, Phys. Rev. B79, 214526 (2009).
- [2] Masatoshi Sato, “ Topological odd-parity superconductors ”, Phys. Rev. B81, 220504(R) (2010).

## ゲージ・重力対応の非平衡定常系への応用

京都大学大学院理学研究科 中村 真

E-mail: nakamura@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

モット絶縁体や荷電秩序絶縁体などの強相関電子系の絶縁体では、その非線形電気伝導現象として負性微分抵抗（流れる電流が増えると誘起される電場が下がる特異な電気伝導現象）が広く一般的に見られる。この現象が、強相関電荷系に一般的な現象であれば、強結合ゲージ理論のクォーク電荷の輸送現象でも同様の振る舞いがみられる可能性がある。ここでは、強結合ゲージ理論におけるクォーク電荷の非線形電気伝導を AdS/CFT の手法を用いて解析し、ある種の強結合ゲージ理論では負性微分抵抗が実際に現れることを示した。(S. Nakamura, arXiv:1006.4105 [hep-th].)

負性微分抵抗を理論的に再現するには、次の3つの困難を克服する必要がある。1) まず負性微分抵抗は非線形電気伝導現象であり、線形応答理論や久保公式などを越えた解析が必要となる。2) また、電流の流れる系には散逸が存在し、非平衡系である。定常電流の流れる系は時間変化はしないものの非平衡定常系となる。3) ここでは絶縁体・金属転移を扱うが、これは真空の転移であり非摂動的現象である。また強相関系で有効相互作用が  $O(1)$  を超える場合は、転移の有無を問わず非摂動的解析が必要となる。つまり、「非線形、非平衡、非摂動」を扱う解析手法が必要となる。

AdS/CFT 対応を用いたここでの計算は、上記3種の困難を克服しているばかりか、次のような特徴も備えている。まず、強相関電子系の負性微分抵抗に関しては、負性微分抵抗メカニズムに関する現象論的モデルを用いて考察するのが一般的であった。しかし、ここでの計算は負性微分抵抗に関するいかなる現象論的モデルも用いずに計算を行った例となっている。また、物性理論では熱浴と電荷の相互作用をどのように取り込むかが問題となるが、ここではグルーオンがクォークに対する熱浴の役割を果たしており、熱浴との相互作用が巧妙に取り入れられている。

ここでは、具体的には「3+1次元強結合 large- $N_c$   $SU(N_c)$   $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論に  $\mathcal{N} = 2$  ハイパー多重項を加えた理論」を扱った。これは AdS/CFT 対応を用いてクォーク電荷の非線形伝導度が計算可能な、最も単純なモデルの一つである。この系は、低温相では、中性なクォーク・反クォーク対（中間子と呼ぶことにする）が基本自由度となるため、絶縁体となる。一方、高温相では中間子が不安定となりクォークと反クォークが基本自由度となるため伝導体となる。また絶縁相においても、一定以上の外部電場を加えると絶縁破壊が生じ、電流が流れるようになる。ここでは絶縁破壊後の非線形電気伝導度を計算した。AdS/CFT 対応を用いると、クォークの多体系は、5次元 AdS-Schwarzschild ブラックホール内の D7-brane の物理で表現される。この D7-brane 上の  $U(1)$  電磁場が、クォーク電荷に対する外部電場と、クォーク電流の情報を担う。両者の関係、つまり電気伝導度は、D7-brane の on-shell 作用が複素数とならない条件から決定される。結果として、系の非線形電気伝導度は D7-brane の運動方程式を解くことで計算され、系は（あるパラメータ領域内で）負性微分抵抗を持つことが示された。さらに、負性微分抵抗の実現には、外部電場によるクォーク・反クォークの対生成が決定的に重要であることも示された。また、クォークと反クォークを電子と正孔に例えると、中間子は励起子に対応し、この系は励起子絶縁体に類似する。ここでの結果は励起子絶縁体においても絶縁破壊後に負性微分抵抗が見られる可能性を示唆する。

# Maximally Non-Abelian Vortices from Self-dual Yang-Mills Fields

Tokyo Woman's Christian University Norisuke Sakai

E-mail: sakai@lab.twcu.ac.jp

Non-Abelian vortices play an important role in the dual confinement mechanism in gauge theories and other physical phenomena such as cosmic string for the large scale structure of the universe. Parameters of soliton solutions are called moduli, which become effective fields in the low-energy effective field theory. In particular, dynamics of solitons can be described in terms of moduli space metric. Non-Abelian vortices in the  $U(N)$  gauge theories with  $N_F \geq N$  flavors of Higgs scalars in the fundamental representation have been studied extensively, and the moduli matrix formalism has been particularly useful. However, it has been difficult to obtain exact solutions for these non-Abelian vortices.

Witten has shown that  $U(1)$  vortices on a hyperbolic plane is exactly integrable by dimensionally reducing self-dual equations of  $SU(2)$  gauge theory in four-dimensional Euclidean space. Starting from the Witten Ansatz, we explained that instantons on a line (we call it  $\tau$  direction) give the  $SO(3)$  invariant configurations, and the metric of  $R^4$  is conformally equivalent to the metric of a hyperbolic plane and a two-sphere with the same radius. Conformal invariance of the Yang-Mills gauge theory and the self-dual equations imply the one-to-one correspondence between the  $SO(3)$  invariant instantons and the vortices on the hyperbolic plane. Our purpose is to obtain exact solutions of **non-Abelian vortices on the hyperbolic plane**.

We have worked out the most general  $SO(3)$  invariant configurations of instantons. The maximally non-Abelian vortices on the hyperbolic plane are found to arise from the dimensional reduction of  $SU(2N)$  gauge theory on the hyperbolic plane and  $S^2$ . The procedure yields an  $S(U(N) \times U(N))$  gauge theory, with a Higgs field in the bifundamental representation. The  $SU(2N)$  self-dual Yang-Mills equations reduce to Bogomolny equations for vortices on the hyperbolic plane. These equations are formally integrable, and we present a subclass of solutions by embedding the Witten solution into our Bogomolnyi equations for the  $S(U(N) \times U(N))$  gauge theory. These exact solutions exhaust all possible solutions corresponding to  $U(1)^N$  subgroups. Inside the  $S(U(N) \times U(N))$  gauge group, there should be orientational moduli for these non-Abelian vortices, which remain to be worked out. We should emphasize that these vortex solutions happen to have the same functional form as the Witten's  $U(1)$  vortex solutions, but they are genuinely non-Abelian: Single vortex has only  $1/N$  winding in the  $U(1)$  factor group, and the  $(N-1)/N$  winding in the  $SU(N)$  gauge group. This situation is precisely the same as the well-known non-Abelian vortices of the  $U(N)$  gauge theory in the flat space  $R^2$ .

This work is done in collaboration with Nicholas Manton and is published in Phys. Lett. **B687**, 395-399, (2010) [arXiv:1001.5236].

# Walls in 3-dimensional supersymmetric Kähler nonlinear sigma models on $SO(2N)/U(N)$ and $Sp(N)/U(N)$

Czech Technical University in Prague 新井真人  
E-mail: masato.arai@utef.cvut.cz

近年、超対称ゲージ理論におけるドメインウォール解の理解が大きく進展した [1]。特に [1] において、 $U(N_C)$  ゲージ群とそれに結合するフレーバー ( $N_F > N_C$ )、ならびに後者の質量と Fayet-Iliopoulos 項の入った 5 次元の超対称ゲージ模型が考えられ、 $N_F C_{N_C}$  個の離散真空とそれらを結ぶ BPS ウォール解の存在が moduli matrix approach という手法で示された。更に、解のモジュライ空間がグラスマン多様体  $G_{N_F, N_C} = \frac{U(N_F)}{U(N_F - N_C) \times U(N_C)}$  であることも明らかにされた。この模型のウォール解は、ゲージ結合定数が有限と無限との場合に求められているが、特に後者の場合は、理論がグラスマン多様体の余接束 ( $T^*G_{N_F, N_C}$ ) を標的空間に持つような超対称非線形シグマ模型になることがわかっている。つまり、上記のウォール解はこの超対称非線形シグマ模型のものであるとも言える。ここで、 $G_{N_F, N_C}$  はエルミート対称空間の 1 つであるが、 $G_{N_F, N_C}$  以外には 5 つのエルミート対称空間が知られている。それ故、 $G_{N_F, N_C}$  以外のエルミート対称空間を考え、その余接束を標的空間に持つような超対称非線形シグマ模型、ならびにそのウォール解を考えることは興味深い。しかし、そのような超対称非線形シグマ模型に対応する超対称ゲージ理論を構築することは非常に困難であることが分かっている。一方で、[1] の模型の解析から、模型の真空とウォール解には  $T^*G_{N_F, N_C}$  の余接部分は効かないということが分かっている。即ち、真空とウォール解を考える際には、余接部分を落とした  $G_{N_F, N_C}$  を標的空間に持つ超対称非線形シグマ模型さえ考えれば充分であるということが分かる。同じことが  $G_{N_F, N_C}$  以外のエルミート対称空間の余接束を標的空間に持つ超対称非線形シグマ模型を考えた時にも起こるものと期待される。これらの考察に基づき、 $G_{N_F, N_C}$  以外のエルミート対称空間である complex quadric surface を標的空間に持つ超対称非線形シグマ模型の真空、ならびに BPS ウォール解が導出された [2]。

本研究では、更に他のエルミート多様体である  $SO(2N)/U(N)$  や  $Sp(N)/U(N)$  を標的空間に持つ 3 次元超対称非線形シグマ模型のウォール解を考察した。それら模型の真空を解析した結果、両者とも  $2^N$  個の離散真空が存在することが分かった。しかし、それぞれの模型のウォール解は異なる配位を持っている。特に、 $SO(2N)/U(N)$  の場合には、ウォール解はこれらの離散真空の半分しか結ぶことができない一方で、 $Sp(N)/U(N)$  の模型の場合には、すべての真空を結び付ける解が存在することが分かった。 $N \leq 3$  の場合まで解を構成し、これらの事実を確かめた。

## References

- [1] Y. Isozumi, M. Nitta, K. Ohashi and N. Sakai, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 161601;  
Y. Isozumi, M. Nitta, K. Ohashi and N. Sakai, Phys. Rev. D **70** (2004) 125014.
- [2] M. Arai, S. Lee and S. Shin, Phys. Rev. D **80** (2009) 125012.

# Phase structure of Topologically massive gauge theory with fermion by spectral function

Yuichi Hoshino, Kushiro National College of Technology, Otanoshike nishi  
2-32-1, Kushiro, Hokkaido 084  
E-mail: hoshino@ippan.kushiro-ct.ac.jp

Bloch-Nordsieck approximation is well-known to determine the infrared behavior of the propagator as an renormalization group. Since gauge theory in 2+1-dimension is super renormalizable, we assume the above approximation may be correct for the fermion propagator[1]. In quenched approximation to QED3, we obtained the second order spectral function in the whole region in position space. At long distance it vanishes and at short distance we find correction as mass shift and wave function renormalization. After exponentiation of this it is proportional to the infrared cut-off at short distance. Thus the propagator vanishes in the limit of vanishing bare photon mass. However there is no infrared mass scale in the model. Therefore we include vacuum polarization of massive fermion loop to the photon. The spectral function of photon makes an effective photon mass. At strong coupling the effects of vacuum polarization become small and we have a vanishment of the chiral order parameter. At weak coupling the results reproduce well the non-perturbative Schwinger-Dyson analysis with vertex correction and vacuum polarization for dynamical mass generation[1]. In Chern-Simon QED we have an extra term for the wave function renormalization by topological mass term[2]. From this term we obtain a relation between effective fermion mass and topological mass as the ratio of mass and wave renormalization. These features are consistent with ladder Schwinger-Dyson equation too[1]. Spectral function in Minkowski space has oscillation and is not positive definite. Nishijima pointed out non-positive features in QCD fermion propagator using homogeneous renormalization group with infinite mass insertion[3]. Intuitively operator insertion changes the dimension of the propagator which may not be written as the pole sum. In topologically massive QCD the coefficient of Chern-Simon term is quantized by gauge invariance. In this case the fermion mass is related to the inverse of this value. Therefore if we average in the theta vacuum effects of CP violation on the mass may be obtained.

## References

- [1] RJackiw, L.Soloviev, Phys.Rev.173.5(1968)1485; Yuichi Hoshino, arXiv:1003.0149, SoryusironKenkyu 118-1(2010)A-85.
- [2] S.Deser, R.Jackiw, Templeton, Annals of Physics 281, 409-449(2000).
- [3] K.Nishijima, Prog.Theor.Phys.81:878, 1989.

# An Algebraic Model for the $su(2|2)$ Light-Cone String Field Theory<sup>1</sup>

京都大学基礎物理学研究所 岸本 功  
E-mail: ikishimo@yukawa.kyoto-u.ac.jp

$su(2|2)$  対称性を尊重する光円錐型の超弦の場の理論の代数構造を調べた。従来知られている平坦時空や pp 波時空上の光円錐型の超弦の場の理論から基本となる構成要素を抜き出すことで、 $su(2|2)$  対称性をもつより一般の背景上のものを構成するための「模型」を提案する。これは、あらゆる振動子表示を一切用いずに、より簡潔な代数的な計算だけで超電荷やハミルトニアン of 相互作用項の形を系統的に与えるものである。

光円錐ゲージの超弦の場の理論の相互作用項を含めた露わな形が知られているのは背景が平坦時空と pp 波時空の場合である。より一般の場合には、そもそも弦の第 1 量子化の段階で露わに解くことが難しいため、振動子表示で書き下して弦の場の理論の相互作用を表現する、ということは困難である。そこで、ここではこのような直接的な方法をとる代わりに、平坦時空および pp 波時空の具体例における相互作用項の振動子表示の公式から基本となる構成要素を抜き出して、一般の場合もそれに対応するものを用いて表せると仮定する。その構成要素とは、光円錐型相互作用における弦の世界面の接続条件を表すデルタ汎関数から決まる  $|V\rangle$ 、および、フェルミオン的な弦の運動量を  $|V\rangle$  にかけて相互作用点に近づけたときに発散する部分を除いたもの：  $Y$ 、そしてそれを超対称変換して出てくるもの：  $X(\sim \{q, Y\})$ ,  $\tilde{X}(\sim \{\tilde{q}, Y\})$  および  $W(\sim [q, X])$ ,  $\tilde{W}(\sim [\tilde{q}, \tilde{X}])$  である。これらを用いて超電荷やハミルトニアン of 3 弦相互作用項 ( $|Q\rangle, |H\rangle$  など) を展開し、超対称性代数 (およびヤコビ恒等式等との整合性) からそれらの係数を決めていくという方針をとる。

一方、近年のスピンの鎖模型を解く問題において  $su(2|2)$  代数が重要な役割を果たしていることがわかっている。この代数は pp 波時空のもつ対称性にも含まれることから、弦の場の理論の構成においても有用であると期待される。そこで今回は特に  $su(2|2)$  対称性を尊重する弦の場の理論の模型で上記の方針に基づく計算を遂行した。特に簡単な ansatz ( $q|V\rangle, [q, \tilde{X}]$  が  $Y$  に関して線形等) の場合には、pp 波の場合に知られている超電荷およびハミルトニアン of 相互作用項の形を簡潔に再現した。さらに一般化に向けた具体例 ( $q|V\rangle, [q, \tilde{X}]$  が  $Y$  に関して線形でない場合) についても計算した。

また超重力極限は  $X = \tilde{X}$  および  $W = \tilde{W}' = 0$  とすることで得られるので、この極限で光円錐ゲージの超重力理論の式と比べることで、上記の方法で得られた弦の場の理論の相互作用項の係数にさらに関係をつけることができる。

今回の模型の「仮定」を pp 波時空以外の場合にも正当化することで、 $su(2|2)$  対称性を持つより一般の背景時空上の超弦の場の理論の構成だけでなく、AdS/CFT 対応の観点からも具体的に適用できると期待される。また、ここでは超対称代数を 3 弦相互作用項のオーダーで満たすものを考えたが、高次の相互作用項に関しては今後の課題である。

<sup>1</sup>森山翔文氏 (名古屋大 KMI) との共同研究に基づく:  
I. Kishimoto and S. Moriyama, arXiv:1005.4719 [hep-th], accepted for publication in JHEP.

# Light-cone gauge NSR strings in noncritical dimensions

岡山光量子科学研究所 村上公一

E-mail: koichimurakami71@gmail.com

この報告は馬場裕氏、石橋延幸氏との共同研究 [1] に基づくものである。

超弦の場の理論において散乱振幅を計算すると、しばしば相互作用点に挿入された演算子が moduli 空間のある点で衝突することにより余計な発散が生じる。これは理論が well-defined でないことを意味し問題である。開弦においてはこれを克服する提案が諸々なされている。本研究では、これまであまり研究されてこなかった超閉弦の場の理論を、理論が簡明になる光円錐ゲージにおいて考察した。この理論においても、相互作用点に挿入された世界面上の超対称カレントが衝突することにより、発散が生じる。本研究は、この発散の正則化を提案し、理論を well-defined にすることを目的とする。

我々が提案するのは弦の場の理論における次元正則化である。即ち、理論を任意の時空次元  $d$  において定式化し、散乱振幅を  $d$  の解析関数とみなす。この  $d$  を負の大きな値にとることにより、理論の発散を正則化する。そして、計算の最後に  $d$  を臨界次元の値 10 へと解析接続を行う。

先ず、この一連の操作によって、上述の発散が実際に正則化されることを見た。次に、この処方（ゲージ固定される前の）理論が持っているはずのゲージ対称性と抵触しないかどうかを考えた。このためには、正則化の過程で得られる非臨界次元での光円錐ゲージの場の理論に、ゲージ固定で帰着するゲージ不変な場の理論を定式化し、そこにおいて次元正則化がゲージ対称性を保つかどうかを見る必要がある。しかし、よく知られたボソンの弦の場の理論の場合においてでき、ゲージ固定で Kaku-吉川の理論に帰着するゲージ不変な弦の場の理論は知られていない。そこで、本研究では、散乱振幅に着目する。よく知られたように、散乱振幅は世界面上の共形場理論の相関関数として記述することが出来る。これを、共形ゲージの共形場理論の、BRST 不変な相関関数の形に書きなおすことを考えた。これは臨界次元で D'Hoker-Giddings や Aoki-D'Hoker-Phong が行ったことの、非臨界次元への拡張である。ここで鍵となるのは、縦波モード  $X^\pm, \psi^\pm, \tilde{\psi}^\pm$  を変数とする、Virasoro 中心電荷  $\hat{c}$  が  $12 - d$  となる共形場理論を構成したことである。更にこの理論は  $d \rightarrow 10$  ととると、正しく NSR 超弦理論の振幅を再現するように構成する必要がある。我々は (NS,NS) 弦の tree 振幅に対して、実際にそうなっていることを示した。この結果は、我々の次元正則化が世界面理論の BRST 対称性と抵触しないことを示している。従って、世界面上の BRST 対称性が弦の場の理論のゲージ対称性の基礎となっていることを考えると、我々の正則化はゲージ対称性と抵触しないことが示唆される。更に、振幅が  $d \rightarrow 10$  でスムーズに第一量子化の結果を再現することは、(少なくともこの摂動論の次数では、) 場の理論の作用に相殺項を付ける必要がないことを意味していて重要である。

## References

- [1] Y. Baba, N. Ishibashi and K. Murakami, JHEP **10** (2009) 035; JHEP **12** (2009) 010; JHEP **01** (2010) 119; arXiv:0912.4811, to appear in JHEP.

# 0-picture superstring における no ghost 定理

京都大学基礎物理学研究所 村田 仁樹

E-mail: masaki@yukawa.kyoto-u.ac.jp

## 研究動機

superstring theory には picture と呼ばれる量子数があり, NS sector は通常  $(-1)$ -picture を持つ状態として定義される.  $(-1)$ -picture の物理的状态については, 後述の “no ghost 定理” が成り立つことが示されており, 良く理解されている.

一方, superstring field theory(以下 SSFT) では, 0-picture の場に基づいて構成されている. 我々の目的は SSFT における “ゲージ固定問題” などを理解することであるが, SSFT 自体の複雑さのため, これについては困難を有している. そこで, まず第一歩として, 0-picture superstring の第一量子化について詳しく考察することにした. 我々は, 0-picture superstring theory の物理的状态が no ghost 定理を満たすかどうかを調べた.

## 研究概要

“0-picture superstring theory” において, no ghost 定理が成り立つことを示した. no ghost 定理とは, 九後太一氏の教科書にもある通り, 下記の条件が成り立つときに物理的 S 行列のユニタリティが保証されるという定理である.

1. 全状態空間で定義された S 行列がユニタリー

$$S^\dagger S = S S^\dagger = 1 \quad (1)$$

2. 物理的部分空間が時間発展の下で不変

$$S V_{\text{phys}} = S^\dagger V_{\text{phys}} = V_{\text{phys}} \quad (2)$$

3. 物理的部分空間が半正定置計量を持つ

$$\langle \text{phys} | \text{phys} \rangle \quad (3)$$

弦理論においても BRS 電荷を用いて九後・小嶋の補助条件で物理的状态を定義できる. このとき, 上の条件 1,2 は明らかに成り立つが, 条件 3 は非自明である. これは, Yang-Mills 理論の場合にあった, “BRS 電荷が 1 粒子状態を 1 粒子状態へと変換する” という性質が弦理論では成り立たないことに起因する.

加藤・小川は bosonic string theory において, この困難を克服し, no ghost 定理を証明した. 我々はこの手法を 0-picture superstring theory の場合に応用した. その過程において, “0-picture superstring の物理的状态の内積” および “BRS 電荷で消える “真空” を独自の手法で定義し, これらを用いることで, 同様に no ghost 定理が成り立つことを証明した.

なお, 本研究は同じく基研の国友浩氏と高力麻衣子さんとの共同研究に基づいている.

# Branes in the $OSP(1|2)$ WZNW model

慶應義塾大学日吉物理学教室 疋田泰章

E-mail: hikida@phys-h.keio.ac.jp

AdS/CFT 対応は、Anti-de Sitter (AdS) 空間上の超弦理論とその境界に住む次元の低い共形場理論との対応のことであり、近年盛んに研究されている。有名な例としては、5次元の AdS 空間上の超弦理論と 4次元の  $\mathcal{N} = 4$  超対称  $U(N)$  ゲージ理論との対応があり、この対応を用いて主に QCD の強結合領域の研究が行われている。ところが今のところ、主に超弦理論側において古典重力の近似が成り立つ領域でしか研究されていない。この近似を超えるためには、AdS 空間上の超弦理論を解く必要があるが、これは非常に難しい問題であり未だ為されていない。AdS 空間上の超弦理論は、 $PSU(1,1|2)$  や  $PSU(2,2|4)/SO(4,1) \times SO(5)$  などの超群を用いたモデルに帰着できることが知られており、このような超群のモデルを調べることによって AdS/CFT 対応の理解をより深めることができると期待できる。また超群をもとにしたモデルは、不純物のある系を記述する方法の一つである超対称法にも利用されている。もう一つよく用いられる方法としてレプリカ法があるが、この方法はもともとのモデルの  $n$  個のコピーを用意し、不純物を入れるのに対応する変形をした後、 $n$  をゼロにするという危険な極限操作をする必要がある。超対称法は、 $n - 1$  個の余分な理論を足す代わりに統計の逆の場を導入するため、理論に超群の対称性が現れる。この場合、危険な極限を取らなくてよい代わりに、適用範囲が狭いという欠点がある。

この研究で我々は、超群のモデルの簡単な例として、 $OSP(1|2)$  の超群をもとにした Wess-Zumino-Novikov-Witten (WZNW) モデルを調べた。3次元の AdS 空間上の弦理論は  $SL(2)$  WZNW モデルで記述できることが知られているが、ターゲット空間の意味で  $\mathcal{N} = 1$  の超対称性を導入したモデルと解釈することもできる。閉弦の理論は論文 [1] において、 $\mathcal{N} = 1$  超対称 Liouville 理論との関係を用いて調べられている。ここでは開弦の理論、すなわち  $OSP(1|2)$  WZNW モデルにおけるブレーンに注目する [2]。ブレーンの古典的な幾何は、WZNW モデルにおけるブレーンの一般論から読み取ることができ、二種類存在することが分かる。ボソニックな部分はそれぞれ 2次元の AdS 空間と 2次元の球面の形をしている。量子補正は閉弦とブレーンとの結合から読み取ることができ、円盤上の閉弦の一点関数を計算する必要がある。この論文では、一点関数を二種類の方法で計算した。一つ目は理論の無矛盾性を利用した方法であり、二点関数の違う極限を比較することで制限を得て、その制限方程式を解くことで一点関数を求めた。二つ目は閉弦の場合と同様に  $\mathcal{N} = 1$  超対称 Liouville 理論との関係を利用する方法であり、一つ目の方法による結果を再現した。この結果が、閉弦と開弦の双対性からくる Cardy 条件を満たしていることと、古典的な極限で幾何を再現していることを確認した。これからの課題として、 $OSP(2|2)$  モデルなどより一般的な場合への拡張を試みたいと思っている。また、超弦理論や物性系への応用に関しても考えていきたい。

## 参考文献

- [1] Y. Hikida and V. Schomerus, JHEP 0712 (2007) 100.
- [2] T. Creutzig and Y. Hikida, arXiv:1004.1977 [hep-th].

# Tadpole Resummations in String Theory

首都大学東京 北澤敬章

E-mail: kitazawa@phys.metro-u.ac.jp

弦理論に基づいた素粒子模型において、弦の張力のエネルギースケールが低く、電弱対称性の破れが弦の one-loop 補正の効果によって起こるシナリオは否定できない可能性である。この可能性は D-brane を用いる模型に特有のものである。Higgs の質量に対する補正がゼロでないためには、超対称性がない系 (“brane supersymmetry breaking” の系など) を考えなければならない。しかし、超対称性がない系にはほとんど必ず存在する NS-NS タドポールが問題を引き起こす。

NS-NS タドポールの存在は、考えている背景時空 (例えば at metric) や dilaton の配位 (例えば constant) が「弦理論の解でない」、すなわちそれが「偽の真空」であることを意味すると解釈されている。背景時空等を変更してタドポールをなくそうという処方が Fishler と Susskind によって提案されているが、それを実際に実行することは難しい。

NS-NS タドポールが存在することの実際上の問題は、それによって one-loop 補正の計算ができないことである。開いた弦についての one-loop の効果には、open-closed string duality によって閉じた弦の tree-level での 1 粒子伝播の寄与が含まれており、massless の dilaton や graviton にタドポールがあると処理できない赤外発散が起きてしまう。

そこで、閉じた弦のタドポールを摂動として扱って、タドポールによって D-brane から生成されたり吸収されたりする効果を足し上げることによって発散を処理し、「偽の真空」にしながら未知の「真の真空」での物理量を計算するというアイデアがある (tadpole resummations)。研究会ではこの手法が boundary state formalism を用いて実行可能であることを示し、それを bosonic string theory における D-brane 上の真空のエネルギーに対する補正の計算に応用した。

$$\Lambda_p = \Lambda_p^{\text{cl}} + \left[ \text{diagram 1} \right] + \left[ \text{diagram 2} \right] + \left[ \text{diagram 3} \right] + \left[ \text{diagram 4} \right] + \dots$$

ここで  $\Lambda_p^{\text{cl}}$  は Dp-brane tension で決まる “classical level” の真空のエネルギーで、図はそれに対する補正を表している。計算の結果、補正は  $\Lambda_p^{\text{cl}}$  を完全に相殺し、 $\Lambda_p = 0$  という結果が得られた。これは Dp-brane が存在しないこと、すなわち tachyon condensation によって Dp-brane がなくなることと矛盾しない。

この計算の詳細については N.K., Phys. Lett. B660 (2008) 415、さらに scalar field の質量補正の計算への応用については N.K., JHEP 09 (2008) 049 を参照してください。

# Localization of Wilson loop in two dimensional super Yang-Mills theories.

高エネルギー加速器研究機構 吉田豊

E-mail: yyoshida@post.kek.jp

4次元  $\mathcal{N} = 4$  超対称 Yang-Mills 理論における circular Wilson loop の期待値は Gaussian Matrix model を用いて表されることが [1] において示唆された。この予想は [2] において局所化公式を用いて証明された。

我々は2次元超対称 Yang-Mills 理論における circular Wilson loop の期待値を局所化公式を用いて計算する方法について議論した。 $\mathcal{N} = (2, 2)$  の超対称性をもつ理論においては、超対称変換のパラメーターは複素二成分 spinor とその Dirac 共役であるが、Wick 回転した後では元々 Dirac 共役であった spinor は独立な spinor になるため circular Wilson loop を不変にするような超対称変換のパラメーターを選ぶことができることを示した。また局所化公式が適用できるためには、理論が定義される空間はコンパクトである必要があり、二次元ユークリッド平面をコンパクト化した二次元球面上で理論を考え、 $\mathcal{N} = (2, 2)$  超対称性の球面への拡張を行った。我々はこの超対称変換の保存電荷を BRST 電荷として作用を適当な BRST 完全形式の一助変数族で変形することにより局所化公式を適用し、Wilson loop の期待値が場の局所化した配位での元の作用の古典的な値と Wilson loop の古典的な値、及び BRST 完全形式の局所化した場の配位周りの 1-loop determinant を評価することにより得られることを示した。

## References

- [1] J. Erickson, G. Semenoff and K. Zarembo, Nucl. Phys. **B582** (2000) 155.
- [2] V. Pestun, arXiv:0712.2824 [hep-th].

# トポロジカルストリングと AGT 予想

瀧 雅人

E-mail: taki@yukawa.kyoto-u.ac.jp

近年の 4 次元  $\mathcal{N} = 2$  超共形ゲージ理論の理解の進展において M 理論への埋め込みが非常に重要な役割を果たしている。広いクラスのゲージ理論は M5 ブレインをコンパクト化穴付きリーマン面することにより実現される。さらにそれらゲージ理論の強結合/弱結合双対性 (S 双対性) はコンパクト化穴付きリーマン面のモジュライ空間により自然に記述することが明らかにされた。さらに Alday、Gaiotto、立川はこのリーマン面とゲージ理論の関係をさらに広げ、2 次元 CFT の共形ブロックと、Nekrasov 分配関数の間に厳密な等価性が成立している、と予想した。この AGT 予想は様々な観点から研究されているが、本講演ではゲージ理論の表面演算子と弦理論というアプローチからこの予想を解析した。

geometric engineering という手法を導入すると、表面演算子はトポロジカルストリングのブレイン相関関数により計算される。この事実は表面演算子の M2 ブレイン構成にストリング双対性を適用することで示される。その一方 AGT 対応においては、表面演算子の挿入は共形ブロックへの退化演算子  $\Phi_{2,1}$  の挿入に一致すると予想されている。この性質はトポロジカルストリングの観点から次のように理解される：幾何学的転移を適用することで、表面演算子を engineer するブレインをカラビヤウ空間のバブリング幾何に化かすことができる。このトポロジーの変化は、geometric engineering と AGT 対応を組み合わせることで、共形ブロックの退化に対応していることがわかる。従ってトポロジカルストリングは、AGT 対応の性質を理解するのに有用であることがわかる。

さらにトポロジカルストリングを用いると、表面演算子の期待値は、次のような具体的な表示を持つことが予想される：

$$\sum_{\vec{Y}, \vec{W}} (\Lambda^4 \lambda^{-1})^{|\vec{Y}|} \lambda^{|\vec{W}|} z_{\text{vect}}(a, \vec{Y}) z_{\text{vect}}(b \equiv a + \epsilon_2/2, \vec{W}) z_{\text{bifund}}(b, \vec{W}; a, \vec{Y}; m_2 = -\epsilon_2/2).$$

この結果は、AGT 対応を通じて共形ブロックから予想されるインスタントン展開計算と具体的に一致していることが確認される。このようにトポロジカルストリングは表面演算子の具体的計算においても強力な道具となる。

# Developments in the $\beta$ -Deformed Matrix Model of Selberg Type

Department of Mathematics and Physics, Graduate School of Science, Osaka City University  
H. Itoyama

E-mail: [itoyama@sci.osaka-cu.ac.jp](mailto:itoyama@sci.osaka-cu.ac.jp)

This is a talk based on the three papers in the references. The punchlines are i) 2d-4d connection 0d matrices acting as a bridge; ii) Jack polynomial and the finite N loop equation facilitate the computation of the Nekrasov function with  $\epsilon_i, g_s$  finite. A schematic view of this rapidly developing field is available in my talk slides.

## References

- [1] H. Itoyama, K. Maruyoshi and T. Oota, “The Quiver Matrix Model and 2d-4d Conformal Connection,” *Prog. Theor. Phys.* **123**, 957 (2010) [[arXiv:0911.4244](https://arxiv.org/abs/0911.4244) [hep-th]].
- [2] H. Itoyama and T. Oota, “Method of Generating q-Expansion Coefficients for Conformal Block and N=2 Nekrasov Function by beta-Deformed Matrix Model,” *Nucl. Phys. B* **838**, 298 (2010) [[arXiv:1003.2929](https://arxiv.org/abs/1003.2929) [hep-th]].
- [3] H. Itoyama, T. Oota and N. Yonezawa, “Massive Scaling Limit of beta-Deformed Matrix Model of Selberg Type,” [[arXiv:1008.1861](https://arxiv.org/abs/1008.1861) [hep-th]].

# Deformed Prepotential, Quantum Integrable System and Liouville Field Theory<sup>1</sup>

Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University Kazunobu Maruyoshi  
E-mail: maruyosh@yukawa.kyoto-u.ac.jp

$\mathcal{N} = 2$  supersymmetric gauge theories provide us an interesting framework where symmetry is powerful enough to lead to exact result of the low energy effective action and to an interpretation in terms of classical integrable systems. This interpretation was further sophisticated by [1] to the relation between the prepotential with a nonzero deformation parameter, which Nekrasov's partition function gives, and quantum integrable system. It was also proposed that the above deformed prepotential can be obtained by period integrals where the meromorphic one form is changed to the quantum corrected one [2]. The exact WKB solution for the Schrödinger equation of the integrable model gives this one form.

Meanwhile, a remarkable relation between the Nekrasov partition function and the conformal block of two-dimensional Liouville field theory was found in [3]. By extending this, the partition function in the presence of a surface operator was identified with the conformal block with an insertion of the degenerate field [4]. It was also conjectured that the loop operators correspond to the monodromy operations for the degenerate field inserted conformal block.

We relate the quantum integrable system with the insertions of the surface and the loop operators in the partition function [5]. We interpret the differential equation satisfied by the conformal block with the simplest degenerate field as the Schrödinger equation of the associated integrable system. The Hamiltonian of the system can therefore be read off from the Liouville theory consideration. Based on these, we find that the proposal in [2] that the deformed prepotential would be obtained from the period integrals is equivalent to expected monodromies of the conformal block with the degenerate field.

## References

- [1] N. A. Nekrasov and S. L. Shatashvili, arXiv:0908.4052 [hep-th].
- [2] A. Mironov and A. Morozov, JHEP **1004**, 040 (2010).
- [3] L. F. Alday, D. Gaiotto and Y. Tachikawa, Lett. Math. Phys. **91**, 167 (2010).
- [4] L. F. Alday, D. Gaiotto, S. Gukov, Y. Tachikawa and H. Verlinde, JHEP **1001**, 113 (2010).
- [5] K. Maruyoshi and M. Taki, to appear in Nucl. Phys. B [arXiv:1006.4505 [hep-th]].

---

<sup>1</sup>based on the collaboration with M. Taki.

# Refined cigar and $\Omega$ -deformed conifold

UC Berkeley Yu Nakayama  
E-mail: nakayama@berkeley.edu

In recent studies of  $\mathcal{N} = 2$  supersymmetric gauge theories (i.e. with 8 supercharges), the  $\Omega$ -deformation has been playing a significant role. One can study a self-dual  $\Omega$ -deformation of the gauge theory from the topological string theory where the self-dual graviphoton field strength is identified with the topological string coupling constant. If one introduces the anti-self dual  $\Omega$ -deformation, it is proposed to correspond to the ‘‘refined topological amplitudes’’.

Recently Antoniadis et al proposed a relation between the  $\Omega$ -deformation and refined correlation functions of the topological string theory. We investigate the proposal for the deformed conifold geometry from a non-compact Gepner model approach. The topological string theory on the deformed conifold has a dual description in terms of the  $c = 1$  non-critical string theory at the self-dual radius, and the  $\Omega$ -deformation yields the radius deformation. We show that the refined correlation functions computed from the twisted  $SL(2, \mathbf{R})/U(1)$  Kazama-Suzuki coset model at level  $k = 1$  have direct  $c = 1$  non-critical string theory interpretations. After subtracting the leading singularity to procure the 1PI effective action, we obtain the agreement with the proposal.

The refined topological amplitude

$$F_{g,n} = \int_{\mathcal{M}_{(g,n)}} \left\langle \prod_{k=1}^{3g-3+n} |(\mu_k \cdot G^-)|^2 \prod_{k=1}^n \int \Psi_{I_k} \prod_{l=1}^n \hat{\Psi}_{J_l} \right\rangle_{top} \quad (1)$$

can be computed by using the triality relation in terms of  $c = 1$  variable:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} &= Y_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^+ \bar{Y}_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^+ = c\bar{c}e^{-\frac{i\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}\phi} \\ \rho &= Y_{1, -1}^+ = ce^{-i\sqrt{2}X} \\ \Psi &= e^{i\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}\phi}, \end{aligned} \quad (2)$$

so that

$$F_{g,n} = \int_{\mathcal{M}_{(g,n)}} \left\langle \prod_{k=1}^{3g-3+n} |\mu_k \cdot b\beta|^2 \prod_{k=1}^n \int e^{i\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}\phi} \prod_{l=1}^n c\bar{c}e^{-\frac{i\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}\phi} \right\rangle_{c=1}. \quad (3)$$

After removing the leading order singularity

$$\int e^{i\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}\phi} \prod_{l=1}^n c\bar{c}e^{-\frac{i\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}\phi} \rightarrow \int c\bar{c}\partial X \bar{\partial} X + \dots. \quad (4)$$

we obtain the desired radius deformation of the  $c = 1$  theory as refined topological amplitude on the deformed conifold.

# Topological symmetry of deformed instanton effective action

Korea Institute for Advanced Study and Kyungpook National University 中島 宏明

E-mail: nakajima@kias.re.kr

この講演は、東工大の伊藤克司氏、坂拓哉氏、及び佐々木伸氏との共同研究 [1] に基づく。

超対称ゲージ理論の非摂動的性質を調べる際の有効な方法の 1 つは、これを弦理論に埋め込んで考えることである。すなわち超対称ゲージ理論が D-brane の低エネルギー有効理論であることを利用することである。またその際に、NS-NS B 場や R-R 場といった閉弦のスペクトラムから出てくる場をいれておくと解析がやりやすくなることが知られている。典型的な例は、定数の NS-NS B 場を入れておくとゲージ理論が非可換時空上の理論と同一になり、この非可換性のおかげでインスタントンモジュライ空間の特異点が解消される。

R-R 背景の場合には Billó et. al. が  $\mathcal{N} = 2$  超対称 Yang-Mills 理論に対応するような D3/D(-1)-brane の系において D(-1)-brane の有効作用 (インスタントン有効作用に相当) について考察し、自己双対な R-R 3-form  $\mathcal{F}_{mna}^+$  (4 次元添字  $m, n$  について自己双対、 $a$  は transverse 方向) を導入しておくこと、これが自己双対な  $\Omega$ -background [2, 3] と同じ役割を果たすと主張した [4]。この結果は自己双対な  $\Omega$ -background で変形された  $\mathcal{N} = 2$  超対称 Yang-Mills 理論においてインスタントン計算を直接実行して得られたものと比較することで確認されている [5]。

今回我々は上の結果を一般の自己双対でない  $\Omega$ -background に対して拡張した。このとき R-R 3-form としては  $\mathcal{F}_{mna}$  のほかに  $\mathcal{F}_{abc}$  という形の背景が必要になる。これらの背景の下で D3/D(-1)-brane の系における D(-1)-brane の有効作用を計算すると  $\mathcal{F}_{mna}$ ,  $\mathcal{F}_{abc}$  の間に適切な条件をつけることで Nekrasov が与えた変形されたインスタントン有効作用 [2] に一致することがわかる。特に同じ条件の下でこの有効作用は超対称性を 1 つ保ち、対応する supercharge は局所化公式において重要な equivariant BRST operator に対応することもわかる。また  $\mathcal{F}_{mna}$  は 6 次元 metric からの寄与を reduction した部分、 $\mathcal{F}_{abc}$  は R-symmetry Wilson line からの寄与にそれぞれ対応していることもわかる。

## References

- [1] K. Ito, H. Nakajima T. Saka and S. Sasaki, in preparation.
- [2] N. A. Nekrasov, Adv. Theor. Math. Phys. **7** (2004) 831 [arXiv:hep-th/0206161].
- [3] N. Nekrasov and A. Okounkov, arXiv:hep-th/0306238.
- [4] M. Billó, M. Frau, F. Fucito and A. Lerda, JHEP **0611** (2006) 012 [arXiv:hep-th/0606013].
- [5] K. Ito, H. Nakajima and S. Sasaki, JHEP **0812** (2008) 113 [arXiv:0811.3322 [hep-th]].

# N=2 Twisted Super Yang-Mills Theory with Central Charge in 2D

北海道大学 大学院理学院 素粒子論研究室 浅賀圭祐  
E-mail: asaka@particle.sci.hokudai.ac.jp

今世紀に入り格子超対称性に関する研究が大きな進展を見せたが、その中の1つに Link approach と呼ばれる手法がある。Link approach は格子上ですべての超対称性を保つことにこだわり、Hopf 代数の枠組みのもとでそれを実現した。しかし実際に数値計算を行える形にはなっていない。とは言え、Link approach はこれまでのところ、格子上ですべての超対称性を実現する唯一の枠組みを与えている。

Link approach はこれまで 2 次元  $N=2$  と 3 次元  $N=4$  の SYM 理論を格子上で定式化し [1]、4 次元  $N=4$   $SU(4)$  SYM 理論もほぼ定式化するに至っている。しかし、この 4 次元  $N=4$  の理論は on-shell の理論である。格子理論を考える上で超対称性は off-shell で成立することが望ましい。そこで off-shell で成立する理論として、4 次元  $N=4$   $USp(4)$  SYM 理論が知られている [2]。この理論には central charge が含まれているため、Link approach でこの理論を扱うことを考えた場合、まず central charge の扱いを調べる必要がある。

そこで本研究では、central charge を含む 2 次元  $N=2$  の twist された superalgebra を導出し、それを基に、superconnection を用いた方法で構成できる supermultiplet と action をすべて調べた。central charge を入れると twist された superalgebra は一般にすべての nilpotent 性を損なうが、一部の nilpotent 性を残す入れ方もあることが分かる。supercurvature の取り方には 2 通り考えられる。具体的には、スカラー場を、twist された代数のもとでスカラーの形で入れるかベクトルの形で入れるかの違いとなる。前者の場合に関しては理論を構成でき、4 次元  $N=2$  の vector-tensor multiplet の 2 次元 twist 版と解釈される。しかしこの理論は Link approach により格子上で定式化できるものではない。Link approach により格子化可能なのは後者の場合である。この場合、すべての nilpotent 性を損なう central charge の入れ方では理論をうまく構成することができない。しかし、一部の nilpotent 性を残す入れ方は可能性がある。実際、この場合に関して supermultiplet を構成することができ、Link approach で格子化できる可能性がある。しかし未だ action が導出できていないのが現状である。本研究は北大の河本昇氏、加藤順司氏、明治学院大の宮毛明子氏との共同研究に基づく。

## References

- [1] A.D'Adda, I.Kanamori, N.Kawamoto and K.Nagata, Phys.Lett. B633 (2006), 645, hep-lat/0507029 ; A.D'Adda, I.Kanamori, N.Kawamoto and K.Nagata, Nucl.Phys. B798 (2008), 168, hep-lat/0707.3533
- [2] M.F.Sohnius, K.S.Stelle and P.C.West, Nucl.Phys. B173 (1980), 127

# On the Lorentz-covariant action of self-dual higher-rank gauge fields

National Taiwan University Hiroshi Isono<sup>1</sup>

E-mail: isono@phys.ntu.edu.tw

M理論に登場する M5 ブレイン上には 2-form のゲージ場が存在し、その 3-form の場の強さは自己双対である。しかし、通常の Maxwell 場のようにローレンツ共変な作用の運動項を書くと、自己双対性により恒等的に 0 になる。そのため、ローレンツ共変性を保ちつつ非自明な作用を書き下すためには、特別な工夫が必要とされる。

アーベリアンで自由場の作用の場合、以下のようにすればよいことが知られている。SO(1,5) 共変性を破り、運動方程式の解が自己双対性条件となるような作用を書き下し、その作用を補助場を導入することにより SO(1,5) 共変化する。特に SO(5)-共変性を保つように破るときは、相互作用までとりいれた作用が知られており、1次元分 double dimensional reduction すると、D4 ブレインの作用に帰着する。

この研究では SO(1,2) SO(3) 共変性を保つように破った場合に注目する。動機は以下のとおりである。最近 M2 ブレイン上の理論 (BLG action) を拡張することで、M5 ブレイン上の低エネルギー理論の候補として相互作用を含む (1+5)-次元時空上の作用が構成された。この作用は SO(1,5) 共変ではなく SO(1,2) SO(3) 共変であり、さらに背景場が非常に大きい極限での理論である。よって任意の背景場のもとでの作用が必要となる。そこで、もし先にふれた SO(1,2) SO(3) 共変性を保つように破る方法で相互作用を含む作用が構成できれば、任意の背景場を取り入れることは容易なので、BLG 的 M5 ブレイン作用と比較することができる。

そこで、SO(1,2) SO(3) 共変性を保つように破った場合に、相互作用をいかにして導入すればよいかを調べた。この場合注意すべきは、自己双対性条件も相互作用により変更をうける点である。相互作用の導入に関しては、上記の通り SO(5)-共変性を保つ場合には完全に知られている。そこで、我々の SO(1,2) SO(3) 共変な場合にも、そのアナロジーから構成することを試みた。この際、テンソル場の自明な SO(1) 成分 (1成分) が SO(1,2) 成分 (3成分) に増えることで技術的困難が一気にあがるため、それをいかに克服するかについて特に議論した。

---

<sup>1</sup>これは同じく国立台湾大学の Wei-Ming Chen, Pei-Ming Ho, Sheng-Lan Ko 氏との共同研究にもとづく。

# E6 grand unified theory with three generations by asymmetric orbifold<sup>1</sup>

名古屋大学 理学研究科 素粒子論研究室 伊藤元治

E-mail: mot@eken.phys.nagoya-u.ac.jp

超弦理論は重力相互作用まで統一した究極理論の候補と考えられている。本研究も超弦理論からある種の大統一理論の構成を目標とした。その大統一理論とは  $E_6 \times U(1)_A$  SUSY GUT[1] であり、これは標準模型で指摘されている自然さの問題や GUT 特有の問題である Doublet-Triplet 分離問題を自然に解決する有望な理論である。我々はこの GUT が例外群の対称性を持つことから、ヘテロ超弦のコンパクト化によって生じたと考えて、その構成を目指した。

目的とした SUSY GUT は、基本的に adjoint 表現の Higgs を要求する。この要求は  $E_6$  Kac-Moody 代数のレベル  $k$  が 2 以上であることを必要とする。一方で通常 of 自由 Boson による Frenkel-Kac 構成ではレベル  $k = 1$  の Kac-Moody 代数しか構成できない。そこで我々はコンパクト化空間として Asymmetric Orbifold を考えた。これは巡回対称性で同一視することで、レベルを (巡回群の位数)  $\times$  (元のレベル) へと上げることが可能になるからである。そこで我々は特にヘテロ超弦のコンパクト化として  $E_6$  型の Narain 格子が三個ある場合を考えて、その巡回対称性で Boson 弦の自由度のみを非対称に同一視することを考えたのである。残りのコンパクト化の自由度は Modular 不変性に反しないようにコンパクト化、または同じことだが格子の選定を行った。

本研究ではその格子を Lattice engineering method[2] によって構成した。これはある種の格子の間に成立する Modular 変換の類似性を利用するもので、元の格子が持っている Modular 不変性を引き継がせて新しい格子を作る方法である。我々はこの方法を用いて所望の格子を作り、その対称性を基に可能な Asymmetric Orbifold を考えて模型の構成を行った。我々が用いた方法 [2] は、他のグループの先行研究では用いられていない方法であり、探索されていない可能な 4 次元模型を機能的に解析するという点で優れているといえる。そしてその結果、我々は  $Z_{12}$  に従う対称性で割った Asymmetric Orbifold を考え、三世代模型を構成した。しかしながら我々が構成した模型の Spectrum は先行研究 [3] と同一のものであった。この度の研究会の後、幸いにも先行研究とは異なる三世代模型を構成することができたことを報告しておく。今後は新しい三世代模型の解析とともに、一般の Asymmetric Orbifold 上の Modular 不変な分配関数の視点から模型の構成を試みる予定である。

[1] Nobuhiro Maekawa and Toshifumi Yamashita. E(6) unification, doublet-triplet splitting and anomalous  $U(1)_A$  symmetry. Prog. Theor. Phys., 107:1201-1233, 2002.

[2] W.Larche A.Shellekens and N. Warner, Lattice and Strings, Phys. Rep. 177 (1989) 1

[3] Zurab Kakushadze and S. H. Henry Tye. Asymmetric orbifolds and grand unification. Phys. Rev., D54:7520-7544, 1996.

---

<sup>1</sup>本研究は、桑木野省吾氏 (a)、前川展祐氏 (a)、森山翔文氏 (b)、高橋圭次郎氏、竹井一陽氏 (a)、寺口俊介氏 (c)、山下敏史氏 (a)、との共同研究で、現在準備中の論文に基づいて (a:名大 / b:KMI / c:IFReC)

# SFTにおける古典解まわりでの質量スペクトル

奈良女子大学人間文化研究科 稲富晶子  
E-mail: inatomi@asuka.phys.nara-wu.ac.jp

弦理論における非摂動的効果として、タキオン凝縮という現象が知られている。ボソンの D-brane の配位は不安定であるので、D-brane が崩壊して安定な配位に移ることをタキオン凝縮という。Sen の予想では、タキオン凝縮によって D-brane が消えて開弦の励起がなくなり、閉弦のみになって安定な真空になるとされている。

この研究では弦の場の理論において高橋-谷本によって構成された厳密な古典解 [1] について考察する。弦の場をこの古典解のまわりで展開した理論を調べることで、この解はタキオン凝縮に対応する解であると考えられている。特にこのタキオン凝縮解のまわりの理論の真空構造の解析に対してレベル切断法が有効であることが、2009年に岸本-高橋によって明らかにされた [2]。

この理論におけるレベル切断法の有効性を確かめるため、質量スペクトルの解析をレベル切断法を用いて行った。この古典解はパラメーター  $a \geq -1/2$  をもっており、 $a > -1/2$  ではピュアゲージ解に、 $a = -1/2$  ではタキオン凝縮解に対応すると考えられている。この古典解まわりで展開された理論では、 $a > -1/2$  では摂動的真空上の理論であるため、タキオンに対応するモード ( $m^2 = -1$ ) が存在すると予想される。タキオン真空上 ( $a = -1/2$ ) の理論では D-brane が消滅しているため弦の場では物理的な揺らぎがないと予想される。これがレベル切断法でどのように実現されるかを見た。

レベル切断法による解析の結果、 $a > -1/2$  ではレベルを上げるほどタキオンに対応するモードの存在が明確に現れた。パラメーターの値が  $a = -1/2$  に近づくと、レベル 2 ではこのモードの質量の二乗はある有限な正の値 (+3) をとることがわかった。しかし、レベル 0 とレベル 2 の解析結果からは、レベルをあげていったときのこのモードの振舞いについてははっきりした結論は得られなかった。ただし、あらゆるモードが消滅するという予想から、レベルを上げるとこのモードの質量は無限大に発散すると考えるのが自然であるが、レベル 2 での質量の二乗が  $-1$  から  $+3$  へと変化する様子は、この期待と矛盾しないものであった。

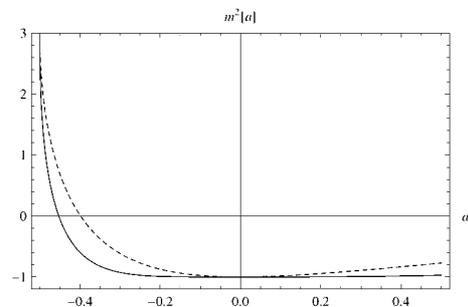


Figure 1: レベル 2 とレベル 0 におけるタキオンに対応するモードの質量の振舞い。破線はレベル 0 の結果を表す。

## References

- [1] T. Takahashi and S. Tanimoto, “Marginal and scalar solutions in cubic open string field theory,” *J. High Energy Phys.* **03** (2002), 033; hep-th/0202133.
- [2] I. Kishimoto and T. Takahashi, “Open string field theory around universal solutions,” *Prog. Theor. Phys.* **108** (2002), 591; hep-th/0205275.
- [3] S. Inatomi, I. Kishimoto, Y. Saito, T. Takahashi, in preparation

# Tunneling Mechanism in Kerr-Newman Black Hole and Dimensional Reduction near the Horizon

京都産業大学益川塾 梅津光一郎  
E-mail: umetsu@cc.kyoto-su.ac.jp

本研究では Hawking 放射の導出について議論する。量子トンネル効果に基づく考察から Hawking 放射の導出する方法はトンネル機構 (Tunneling mechanism) と呼ばれている。そのエッセンスは次の通りである。ブラックホール (BH) 内部のホライズン極近傍において粒子・反粒子の対生成を考える。ここで生成された粒子に関する場合は BH の中心に向かう入射モードと中心から離れる外向モードに分けられる。入射モードは BH の内部に捕獲されたままとなり、一方、外向モードはその一部が量子力学的なトンネル効果によってホライズンを通り抜け、我々の世界に現れることが許される。ここで、出てきた粒子が実粒子の場合、我々の世界において安定に存在することができるので我々はこの粒子を観測することができ、BH はこの実粒子の持つエネルギーと同じ分のエネルギーを減少させることになる。それゆえ、BH の放射すなわち Hawking 放射を説明することが可能となる。Wilczek 等はこの古典的に禁止された経路に対して WKB の確率振幅を計算した [1]。そこで得られた結果を熱平衡状態における Boltzmann 因子と比較すると、BH の温度を求めることができ、これは先行研究で得られた Hawking 温度に一致することが示された。

上記の論文 [1] において Wilczek 等は簡単のため球対称な BH を背景とし、また対生成される粒子も相互作用のない無質量粒子の場合において議論がなされた。この方法を Kerr-Newman BH に拡張する際、4次元の非球対称な計量の取り扱いの他、動径運動量だけでなく軸方向運動量などを考慮しなければならず幾分面倒である。我々はこのトンネル機構を考察する際、事象地平面近傍における次元縮約の方法が非常に有効であることを強調したい。

ホライズン近傍における次元縮約の方法を用いることによって、4次元の非球対称な計量は有効的に2次元の球対称な計量になること、そして物質場の質量や相互作用を無視できることが示される(詳細は [2] を参照頂きたい)。すなわち、事象地平面近傍における次元縮約の方法を用いることによって論文 [1] において Wilczek 等が用意した背景が再現される。この有効理論が成立するのは事象地平面近傍に限られるが、トンネル機構もまた事象地平面近傍に限られてた物理現象なので、この方法を用いることが可能である。この有効的な2次元計量を用いて、Wilczek 等と同様の計算を行ってみると実際に Hawking 温度を再導出できる [3]。現在、トンネル機構は Hawking 温度だけでなく黒体放射スペクトラムも導出されている。この詳細については [2] を参照頂きたい。

## References

- [1] M. K. Parikh and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **85**, 5042 (2000) [arXiv:hep-th/9907001].
- [2] K. Umetsu, arXiv:0907.1420 [hep-th].
- [3] K. Umetsu, Phys. Lett. B **692**, 61 (2010) [arXiv:1007.1823 [hep-th]].

# 張力のない弦のスピン形式とツイスター形式

日本大学 大学院 理工学研究科 量子理工学専攻 江上 武史

E-mail: egami@phys.cst.nihon-u.ac.jp

張力のない弦は、これまでに様々な観点から研究されてきた [1,2,3,4]. このような弦を記述する理論は、質量パラメータを含まないため、共形不変性をもつ [5]. このような場合、特に4次元においては、ツイスターを用いて系を記述する方法が便利であると考えられる. 実際に、張力のない弦のツイスター形式は Ilyenko により与えられた [3]. しかし、そこで提案された作用は2種類のツイスターを用いて書かれている上にツイスターに関して4次式となっており、実際の扱いには不向きであると考えられる.

本研究では、まず張力のない弦に対するより簡潔なツイスター形式を与える. 議論の進め方は以下の通りである. 初めに、張力がある場合には南部・後藤の作用に帰着し、張力がない場合も記述できる4次元の作用を提唱する. 次に、上述の作用をスピン形式で表し、これが Gusev と Zheltukhin により与えられた作用 [4] と本質的に等しいことを確認する. そして、このスピン形式での作用と、それから得られる運動方程式を考慮し、張力のない弦に対するツイスターで書かれた作用を導く. その際に弦の世界面上の一般座標変換に対する不変性と局所位相変換に対する不変性を考慮する. 得られた作用は1つのツイスターで書かれた2次式となる. この作用の性質を古典的に調べると、張力のない弦は、Minkowski 空間では光円錐に沿って運動しているが、射影ツイスター空間ではこの運動が曲線として表現されることがわかる.

次に BRST 量子化を行うことによって、張力のない弦の量子力学的性質を議論する. 議論の進め方は以下の通りである: 最初に、ツイスター形式での作用が記述する力学系の性質を正準理論の観点から調べる. 特にツイスターで表現された拘束条件を導出し、これが中心電荷をもった Virasoro 代数を満たすことを確認する. 次に、上述の Virasoro 代数を用いて、BRST 電荷の冪零性を確認する. 結果として、ボゾンの弦においては冪零性が成立しないことが確認される. この結果を受けて、反交換する変数を導入し、理論をスーパーツイスター形式へと拡張すると、超対称性の数  $N$  が  $N = 4$  の場合にのみ BRST 電荷の冪零性が成立することが確認される. これは、ツイスター弦理論が4次元で超対称性の数が  $N = 4$  の理論であることと類似しており、張力のない弦とツイスター弦理論の間に何かしらの関係があると考えられる. この点を明確にすることと、物理的状態を、ツイスター関数を用いて、具体的に構成することは今後の課題である.

なお、この研究は日大の出口真一氏、及び野手順一氏との共同研究 [6] に基づく.

## 参考文献

- [1] A. Schild, Phys. Rev. **D16** (1977), 1722.
- [2] J. Gamboa, and C. Ramírez, Nucl. Phys. **B338** (1990), 143 .
- [3] K. Ilyenko, J. Math. Phys. **43** (2002), 4770 .
- [4] O. E. Gusev and A. A. Zheltukhin, JETP Lett. **64** (1996), 487.
- [5] H. Gustafsson, U. Lindström, P. Saltsidis, B. Sundborg and R. von Unge, Nucl. Phys. B **440** (1995), 495.
- [6] S. Deguchi, T. Egami and J. Note, arXiv:hep-th/10062438.

# The shear viscosity of holographic superfluids

総合研究大学院大学 高エネルギー加速器科学研究科 素粒子原子核専攻 太田昌宏

E-mail: ohtam@post.kek.jp

Holographic superfluids[1,2] は二次相転移を起こす場の理論に双対な重力理論であり、第二音波などの超流動的な性質を持つことが知られている。しかし、場の理論側のラグランジアンが分からないので、モデルを詳細に調べることで現実的な超流動体との一致点及び相違点を理解することが重要である。

そこで、我々は以下の理由から、ずり粘性率  $\eta$  とエントロピー密度  $s$  の比に注目した。

- Holographic superfluids は物質場を伴った Einstein-Hilbert 作用で記述されるため解析解が見つかっていなく、数値計算か何らかの近似を用いた解析しか行われていなかった。しかし、重力解を特定せずに  $\eta/s$  を求める方法が存在するので [3,4]、解析的な理解を与えられる。
- 実験的に、 $^4\text{He}$  などの超流動の臨界点では、ずり粘性率が弱い異常を示すことが知られている。この性質を holographic superfluids が持つかどうかを確認したい。
- AdS/CFT を用いた場の理論側の流体の研究では、非常に広いクラスの場の理論において、 $\eta/s$  が一定の値  $1/4\pi$  を値を示すというユニバーサリティが確認されている [3,4]。これが二次相転移の起こる理論でも成り立つかどうかを調べたい。

$\eta/s$  を得るには、重力側で重力波のテンソルモードを古典的に解き、そこからホログラフィックに得られた場の理論側のエネルギー運動量テンソルに関する遅延 Green 関数に対して久保公式を用いればよい。我々は特に  $s$ -wave,  $p$ -wave, 及び  $(p + ip)$ -wave holographic superfluids という三つのモデルを解析した。これらのモデルの違いは物質場の種類と配位である (例えば [1] とその参考文献を参照のこと)。

$s$ -wave の場合には、これまでの AdS/CFT を用いた解析の結果と同様に、常に  $\eta/s = 1/4\pi$  になり、ユニバーサリティが保たれることを示した。 $p$ -wave の場合には、場の理論側の時空が非等方であるために独立なずり粘性率が二つ存在する。一つは常に  $\eta/s = 1/4\pi$  であることを示したが、もう一つは時空の非等方性からこれまでの手法を適用して解析することはできなかった。 $(p + ip)$ -wave の場合は時空の非等方性からテンソルモードが存在せず、従来手法では解析的に求められないことが分かった。

エントロピー密度  $s$  は二次相転移の臨界点において連続であるので、 $\eta/s = 1/4\pi$  となる場合にはずり粘性率  $\eta$  は異常性を示さない。これは  $s$ -wave の場合と  $p$ -wave の一つの場合には  $\eta$  が臨界点で異常性を持たないことを意味している。 $p$ -wave のもう一方の場合と  $(p + ip)$ -wave の場合は非自明であり、数値的に解析することも興味深い。

[1] C. P. Herzog, J. Phys. A **42** (2009) 343001

[2] C. P. Herzog, P. K. Kovtun and D. T. Son, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 111601.

[3] P. Kovtun, D. T. Son and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 111601.

[4] P. Benincasa, A. Buchel and R. Naryshkin, Phys. Lett. B **645** (2007) 309.

# ブラックホール情報喪失問題と揺らぎの定理

総合研究大学院大学 岡澤 晋

E-mail: okazawas@post.kek.jp

揺らぎの定理とは [1] から始まる多くの研究によって実験的にも確立されてきた非平衡揺らぎに関する定理である。典型的には以下のような関係式として表現される [2]。

$$\frac{\rho^F(W)}{\rho^R(-W)} = e^{\beta(W-\Delta F)}. \quad (1)$$

ここで、 $\rho^F(W)$  は系を外部操作した際に仕事  $W$  が成される確率、 $\rho^R(-W)$  は系を逆向きに外部操作した際に仕事  $-W$  が成される確率を表わす。外部操作を加える以前 系は熱平衡にあったと仮定して、初期分布はカノニカル分布であるとしている。その際、自由エネルギー差  $\Delta F$  を外部操作 (F と R) をする前の自由エネルギー差として定義している。(1) 式を  $W$  で積分して、 $\langle e^{-\beta W} \rangle = e^{-\beta \Delta F}$  という等式が得られる [3]。ここで  $\langle f \rangle \equiv \int dW \rho^F(W) f(W)$  と定義している。この等式から Jensen 不等式  $\langle \exp(x) \rangle \geq \exp(\langle x \rangle)$  を用いて、 $\langle (W - \Delta F) \rangle \geq 0$  という熱力学第二法則を表わす不等式が導かれる。しかし、元の等式は  $W - \Delta F$  が負になる過程が存在することを表わし、微視的には熱力学第二法則が破れることを意味している点が重要である。

我々は、揺らぎの定理の導出をブラックホールと物質場の系に対して考察した。[4] により Hawking 輻射をブラックホールホライズンの面積変化確率  $\mathcal{W}$  として表わす式が  $\frac{\mathcal{W}(\mathcal{C}(A) \rightarrow \mathcal{C}'(A'))}{\mathcal{W}(\mathcal{C}'(A') \rightarrow \mathcal{C}(A))} = e^{\Delta A/4G\hbar}$  と求められた。ここで  $\mathcal{C}(A)$  はブラックホールのホライズン面積が  $A$  であるような全系の状態を表わす。この結果を微小な時間間隔の遷移確率に用いて、物質場の初期分布としてカノニカル分布を取り、物質場に対して外部操作を考えることにより以下の等式を導いた。

$$\frac{\rho^F(\Delta S)}{\rho^R(-\Delta S)} = e^{\Delta S}. \quad (2)$$

ここで、ある過程  $\Gamma$  におけるエントロピー変化  $\Delta S(\Gamma)$  を  $\Delta S(\Gamma) = \frac{\Delta A}{4G\hbar} + {}_H(\Delta E - \Delta F)$  と定義している。ここから Jarzynski 型の等式  $\langle e^{-\Delta S} \rangle = 1$  が得られ、Jensen 不等式を経て一般化された熱力学第二法則 (GSL) が導かれる。だが、微視的には GSL が破れる過程 ( $\Delta S(\Gamma) < 0$  となる過程) が存在することを示している点が重要である。

## References

- [1] D. J. Evans, E. G. D. Cohen and G. P. Morriss, Phys. Rev. Lett. **71** (1993), 2401-2404.
- [2] G. E. Crooks, J. Stat. Phys. **90** (1998), 1481-1487.
- [3] C. Jarzynski, Phys. Rev. Lett. **78** (1997), 2690-2693, arXiv:9610209 [cond-mat].
- [4] S. Massar and R. Parentani, Nucl. Phys. **B575** (2000), 333-356, arXiv:9903027 [gr-qc].
- [5] S. Iso, S. Okazawa and S. Zhang, arXiv:1008.1184 [gr-qc]

# Yangian symmetry in sigma model on squashed sphere<sup>1</sup>

京大理 川口 維男

E-mail: io(at)gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

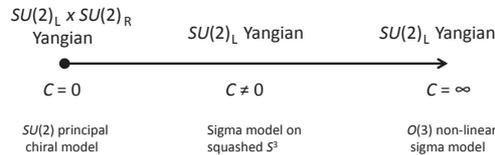
近年、弦理論において精力的に研究されている課題の一つは、AdS/CFT 対応の拡張である。特に、非相対論的 AdS/CFT 対応のように、AdS 空間を変形して AdS/CFT 対応を一般化する試みが精力的になされている。

AdS/CFT 対応の成立には無限次元対称性・可積分性が重要な役割を果たす。弦理論側において、この無限次元対称性は(ある極限で)ヤンギアン対称性 [1] として実現される。このような性質は AdS 時空が対称商空間であることに起因する。一方、変形された AdS 空間はもはや対称商空間ではなく、無限次元対称性や可積分性を持つかは一般にはわからない。

対称商空間の変形の一例として squashed  $S^3$  に注目し、その上の非線形シグマ模型を議論した。squashed  $S^3$  は  $S^2(\theta, \phi)$  上の  $U(1)$  ファイバー ( $\psi$ ) であり、その計量は

$$ds^2 = \frac{1}{4} [d\theta^2 + \cos^2 \theta d\phi^2 + (1 + C)(d\psi + \sin \theta d\phi)^2]$$

で与えられる。特別な場合として、通常の  $S^3$  ( $C = 0$ ) と  $S^2 \times S^1$  ( $C \rightarrow \infty$ ) を含む。この空間の対称性は  $S^2$  へ作用する  $SU(2)$  対称性と  $U(1)$  ファイバーへ作用する  $U(1)$  対称性の直積であり、非線形シグマ模型は対応する  $SU(2) \times U(1)$  の保存カレントを持つ。この  $SU(2)$  カレントから無限個の保存量を構成し、これらがヤンギアン代数をなすことを示した。つまり、この  $SU(2)$  ヤンギアン対称性は、下図のように、すべての  $C$  に対して成り立つ。さらに本発表では warped AdS<sub>3</sub>



上の非線形シグマ模型の持つ  $SL(2, R)$  ヤンギアン対称性も示した。

本発表の時点では運動方程式の Lax 対の構成に成功していない。これが技術的な問題であるのかどうかは不明である。従って squashed  $S^3$  上の非線形シグマ模型が Liouville 可積分系かどうかを調べることは今後の重要な課題である。

## References

- [1] V. G. Drinfel'd, Sov. Math. Dokl. **32** (1985) 254; Sov. Math. Dokl. **36** (1988) 212.
- [2] I. K. and K. Yoshida, "Hidden Yangian symmetry in sigma model on squashed sphere," arXiv:1008.0776 [hep-th].

<sup>1</sup>吉田健太郎氏 (京大理) との共同研究に基づく

# Boltzmann equation in de Sitter space<sup>1</sup>

総研大 北本浩之

E-mail: kitamoto@post.kek.jp

de Sitter 空間上の場の理論を調べることは宇宙初期におけるインフレーション、現在の宇宙のダークエネルギーに関する問題を扱う上で重要である。

de Sitter 空間上の場の理論には、時間積分に赤外発散が生じるため Feynman-Dyson の処方では相互作用を摂動的に扱うことができないという顕著な性質がある。実は de Sitter 空間のような時間依存性を持つ背景時空上で相互作用を扱うには非平衡物理において用いられる Schwinger-Keldysh の処方が必要となる [1][2][3]。この処方では時間積分は上限を持つため、赤外発散は現れず相互作用を摂動的に扱うことができ、また相関関数は相互作用の寄与から時間依存性を持ち得る。この相関関数の時間依存性を調べ、物質場のエネルギー運動量テンソルの期待値から effective な宇宙項の時間依存性を調べるのが我々の目的である。

時間依存性を持つ背景時空上では、一般に励起状態を考える必要があるため相関関数には粒子数分布関数が含まれる。この粒子数分布関数の相互作用による時間変化を非平衡物理の標準的な道具である Boltzmann 方程式を用いて調べるという提案が A.M. Polyakov によってなされた [3]。平坦な時空上、もしくはエネルギー保存が成り立つ極限において Schwinger-Dyson 方程式から Boltzmann 方程式を導出する方法は既に知られていたが [4][5][6]、我々はスカラー場の  $\varphi^3, \varphi^4$  理論において、ホライズンの十分内部ではあるがエネルギー保存が成り立たないオーダーまで de Sitter 空間上の Boltzmann 方程式を求めた。

この Boltzmann 方程式から我々は、粒子生成によるオフシェル項の生成に伴ってオンシェル項が減少し、エネルギースペクトラムの重みが一定に保たれること、またオンシェル、オフシェル間で赤外領域からの寄与は 1 次では打ち消しあうが残された赤外効果が粒子数分布関数を変化させるという興味深い結果を得た。しかし、これらの時間依存性は物理的な運動量、温度で表すことによって全て消すことができ、むしろ運動量依存性と捉えることができる。そのため相互作用の寄与を含めた effective な宇宙項は膨張による温度の減少以外の時間依存性を持たない。これは我々の Boltzmann 方程式がホライズンの内部を調べたものであり、ホライズン内部の自由度は時間経過に対して一定に保たれるからである。

一方、ホライズンの外に自由度が出て行くことによってホライズン外部の自由度は時間とともに増大する。この自由度の増加は massless, minimal coupling の粒子の相互作用から宇宙項に顕な時間依存性を与える [1][7]。我々は  $\varphi^3, \varphi^4$  理論において結合定数の 2 乗のオーダーでは、この効果により宇宙項は時間とともに減少するという宇宙定数問題を考える上で望ましい結果を得た。この結果は [7] のものと一致する。

今後の課題としては、スカラー場だけでなく重力場も含めた場合の赤外効果を調べること、また時間が十分経過すると摂動論が破綻するため、非摂動的な赤外効果の取り扱いを調べる事が挙げられる。

[1] N.C. Tsamis, R.P. Woodard, Nucl. Phys. B**474**, 235 (1996).

[2] S. Weinberg, Phys. Rev. D**72**, 043514 (2005), Phys. Rev. D**74**, 023508 (2006).

[3] A.M. Polyakov, Nucl. Phys. B**797**, 199 (2008).

[4] L.P. Kadanoff, G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (Benjamin, New York, 1962).

[5] L.V. Keldysh, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **47**, 1515 (1964) [Sov. Phys. JETP **20**, 1018 (1965)].

[6] A. Hohenegger, A. Kartavtsev, M. Lindner, Phys. Rev. D**78**, 085027 (2008).

[7] N.C. Tsamis, R.P. Woodard, Phys. Lett. B**426**, 21(1998).

<sup>1</sup> この発表は KEK の北澤良久氏との研究に基づく: H. Kitamoto, Y. Kitazawa, Nucl. Phys. B**839**, 552 (2010).

# Flavor Mixing and FCNC Process in Gauge-Higgs Unification<sup>1</sup>

Department of Physics, Kobe University Nobuaki Kurahashi

E-mail: 075s112s@stu.kobe-u.ac.jp

We discuss flavor mixing and resultant flavor changing neutral current (FCNC) process in the 5D gauge-Higgs unification (GHU) scenario, and then we also estimate a lower bound for the compactification scale by comparing the obtained result with the experimental date.

GHU is one of the fascinating scenarios solving the hierarchy problem without using supersymmetry. In this scenario, Higgs in the Standard Model is identified with the extra components of the higher dimensional gauge fields. Then the quantum correction of Higgs mass is insensitive to the cut-off scale of the theory and becomes finite despite the fact that the theory is nonrenormalizable, which is guaranteed by the higher dimensional gauge symmetry. This fact has opened up a new avenue to the solution of the hierarchy problem.

The fact that the Higgs is a part of gauge fields indicates that the Higgs interactions are basically governed by gauge principle. Thus, since the gauge interactions are universal for all generations of matter fields, this scenario has the problem of the arbitrariness of Higgs interactions: how are the variety of fermion masses and flavor mixing realized?<sup>2</sup>

Then, we consider a 5-dimensional  $SU(3) \times SU(3)_{\text{color}}$  GHU model compactified on an orbifold  $S^1/Z_2$ , and discuss flavor mixing in the model introduced bulk masses and brane localized mass terms of fermions. The bulk masses play a role as the source of flavor violation, and brane localized mass terms is necessary to realize flavor mixing. However, though the brane localized interaction contains theoretically unfixed parameters behaving as the source of flavor mixing, if the bulk masses were universal among generations, the flavor mixing exactly disappears. Thus the interplay between brane localized interaction and bulk mass is crucial to get flavor mixing.

We also consider FCNC processes in this scenario. In ordinary 4D framework, there exists a useful condition to ensure the natural flavor conservation<sup>3</sup>: *fermions with the same electric charge and the same chirality should possess the same quantum numbers*. In the scenario, although this condition is satisfied, the new source of flavor violation of bulk masses leads to FCNC processes in the QCD sector at the tree level. However, this is the feature of higher dimensional model, and FCNC occur only when non-zero Kaluza-Klein gauge bosons exchange.

As a typical example we calculate the rate of  $K^0 - \bar{K}^0$  mixing due to the non-zero Kaluza-Klein gluon exchange at the tree level. the obtained result for the mass difference of neutral kaon is suppressed by the inverse powers of the compactification scale, and by comparing with the date we obtain rather severe lower bound of the compactification scale around 30TeV.

---

<sup>1</sup>This talk is based on the work with Y. Adachi, C. S. Lim and N. Maru, arXiv:hep-ph/1005.2455.

<sup>2</sup>This problem is also shared by superstring theories, where the low energy effective theory, i.e. the point particle limit, of the open string sector is 10D super Yang-Mills theories, which can be regarded as a sort of GHU.

<sup>3</sup>S. L. Glashow and S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D15**, 1958 (1977).

# 開いた超弦の場の理論におけるゲージ固定<sup>1</sup>

京都大学 基礎物理学研究所 高力麻衣子  
E-mail: Kohriki@yukawa.kyoto-u.ac.jp

開いた超弦の場の理論 (Superstring Field Theory : SSFT) には Modified Cubic Superstring Field Theory (MC SSFT)[1] と Wess-Zumino-Witten type SSFT という二つのタイプが知られている。我々は MC SSFT のゲージ固定について, Batalin-Vilkovisky (BV) 形式を用いて調べた。

超弦は ghost 数の他に picture 数と呼ばれる量子数を持つ。超弦の真空の選び方には picture 数の分だけ任意性があるが, 通常は natural picture と呼ばれる picture 数を選ぶ。また, picture 数を変える演算子を picture changing operator (PCO) と呼ぶ。

MC SSFT においては NS 場の picture 数を, natural picture (-1) ではなく 0 に選ぶことが理論の整合性のために必要である。また, MC SSFT の作用は PCO を含んでいることから, この理論は  $Q_B$  に関わる通常のゲージ対称性と, PCO のカーネルに起因するゲージ対称性という, 二つのゲージ対称性を持つ。Ramond 場については, 二つのゲージ対称性を固定するゲージ条件が [2] で与えられているが, NS 場に関しては整合的なゲージ固定の方法は確立されていない。

一方, BV 形式を用いたゲージ固定は, これまでにボソン弦の場の理論 (Bosonic SFT) に対して応用されてきた。BV 形式では, 理論のもつゲージ対称性に応じて ‘場’ と ‘反場’ を導入し, マスター方程式を満たす作用を求めて, ゲージ条件を課し ‘反場’ を消去する。ボソン弦の場の理論への応用は, 通常は ghost 数 -1 を持つ弦場を, 全ての ghost 数を持つ弦場へと拡張し, この拡張された弦場を ‘場’ と ‘反場’ に分けることで行われる。

我々は [2] によって与えられた Ramond 場のゲージ固定の方法を, 新たに BV 形式を用いて書き直した。まず, 全ての ghost 数をもつ拡張された超弦の場に, PCO のカーネルを取り除く射影演算子を作用させることによって, カーネルに関するゲージ対称性を固定した。さらに射影された弦場を展開して ‘場’ と ‘反場’ に対応する部分を特定し, 残る  $Q_B$  に関するゲージ対称性はボソン弦と同様の手順で固定できることを示した。

また, 上記の Ramond 場の方法にならって, NS 場のゲージ固定を行う試みについて説明した。カーネルを除く射影演算子の候補は見つかっているものの, Ramond 場の場合に比べて PCO や射影された弦場の構造が複雑であるため, ‘場’ と ‘反場’ への展開は容易ではない。この問題については, 異なる PCO の提案や新しい射影演算子の構成という方針で現在考察を続けている。

## References

- [1] C. R. Preitschopf, C. B. Thorn and S. A. Yost, Nucl. Phys. B **337** (1990) 363.  
I. Y. Arefeva, P. B. Medvedev and A. P. Zubarev, Nucl. Phys. B **341** (1990) 464.
- [2] T. Kugo and H. Terao, Phys. Lett. B **208** (1988) 416.

---

<sup>1</sup>この講演は京大基研の九後汰一郎氏, 国友浩氏, 村田仁樹氏との共同研究に基づく。

# Weyl 不変な重力理論の BRS 不変性に基づく共变的正準量子化

東京理科大学 基礎工学部 教養 佐藤 喜一郎

E-mail: kisato@rs.kagu.tus.ac.jp

$D$  次元時空において, 時間に関する 2 階微分までを含み, 局所相互作用として表わされる Weyl 不変な重力理論は, measure field  $\phi$ , Weyl ゲージ場  $W_\mu$ , 計量  $g_{\mu\nu}$  を基本場として,

$$S = S_0 + S_1 + S_2, \quad (1)$$

$$S_0 = a \int d^D x \frac{1}{2} \sqrt{-g} \left[ g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{4} \frac{(D-2)}{(D-1)} R \phi^2 \right] + c \int d^D x \sqrt{-g} \phi^{\frac{2D}{D-2}},$$

$$+ b \int d^D x \frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \left( \partial_\mu - \frac{1}{2} (D-2) W_\mu \right) \phi \cdot \left( \partial_\nu - \frac{1}{2} (D-2) W_\nu \right) \phi \quad (2)$$

$$S_1 = \int d^D x - \frac{1}{4} \sqrt{-g} \phi^{\frac{2(D-4)}{D-2}} g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho} f_{\mu\lambda} f_{\nu\rho}, \quad (3)$$

$$S_2 = \xi \int d^D x \sqrt{-g} \phi^2 \left[ R + 2(D-1) g^{\lambda\rho} \nabla_\lambda W_\rho + (D-1)(D-2) g^{\lambda\rho} W_\lambda W_\rho \right], \quad (4)$$

で表わされる。ここで,  $R$  はスカラー曲率,  $f_{\mu\nu}$  は Weyl ゲージ場の field strength である。  $a, b, \xi$  は特別な組み合わせで出現するため, 2 つが独立で, また,  $D = 4$  の場合には,  $\phi$  の再規格化で もう一つパラメータを減らせる。

この理論のもつ Weyl 不変性に対する BRS 変換を一般座標変換 (G.C.T) と独立に導入し, 量子化を行う。(i)  $\phi =$  定数 (unitary gauge), (ii)  $g^{\mu\nu} \nabla_\mu W_\nu = 0$  (Loretz gauge), に加えて, (iii) スカラー場の運動方程式を簡単にするゲージ条件  $\partial_\mu (\tilde{g}^{\mu\nu} \phi^2 \partial_\nu \phi) = 0$ , を設定し, 定式化を試みた。いずれの場合にも, G.C.T ゲージのゲージ条件には, de Donder 条件を使うことができず,

$$\partial_\mu (\tilde{g}^{\mu\nu} \phi^2) = 0, \quad (5)$$

を用いる必要があり, Nakanishi による Einstein 重力場の量子論 [1] から差異がでる。

(iii) のゲージの場合には, G.C.T のものに加え, ゲージ固定項と FP ghost 項は,

$$-i\delta \int d^D x \bar{C} \partial_\mu (\tilde{g}^{\mu\nu} \phi^2 \partial_\nu \phi) = \int d^D x \partial_\mu (\tilde{g}^{\mu\nu} \phi^2 \partial_\nu \phi) B + i \int d^D x \left( -\frac{1}{2} (D-2) \right) \phi^2 \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \bar{C} \partial_\nu C,$$

を加えることになる。また, 2次元量子重力理論 [2] の時と同様に, いずれのゲージでも Dilatation が破れない対称性として残るが (ただし  $c = 0$ ), 特に (iii) のゲージでは,  $X, Y = \phi, B, C, \bar{C}, x^\mu, B_\mu, C^\mu, \bar{C}_\mu$  に対して, 保存カレント

$$\mathcal{P}^\mu(X) = \tilde{g}^{\mu\nu} \phi^2 \partial_\nu X, \quad \mathcal{M}^\mu(X, Y) = \tilde{g}^{\mu\nu} \phi^2 (\partial_\nu X \cdot Y - X \partial_\nu Y), \quad (6)$$

が存在し, 電荷をカレントから  $P(X) = \int d\sigma_\mu \mathcal{P}^\mu(X)$ ,  $M(X, Y) = \int d\sigma_\mu \mathcal{M}^\mu(X, Y)$ , のように定義すると Poincaré 的代数を満たすことが分かった。この場合には, Dilatation 電荷は  $D = P(B) + M(x^\mu, B_\mu)$  で与えられる。  $IGL(D-1, 1)$  が  $ISO(D-1, 1)$  まで破れて graviton が Nambu-Goldstone モードの意味で massless であることは, Weyl 不変性がないとき [3] と同じである。

1. N. Nakanishi, Prog. Theor. Phys. **59** (1978), 972; 以下 19 報
2. K.-I. Sato, Prog. Theor. Phys. Suppl. **110** (1991), 81-95.
3. N. Nakanishi and I. Ojima, Phy. Rev. Lett. **43** (1979), 91.

## 2次元 Toda 場理論の相関関数と AGT 関係式

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 柴 正太郎

E-mail: sshiba@post.kek.jp

最近、Alday, Gaiotto, Tachikawa によって、4次元  $\mathcal{N} = 2$  超対称  $SU(2)$  クイバーゲージ理論の分配関数と 2次元 Liouville 場理論の相関関数の間に非自明な対応があることが提唱された (AGT 関係式)。現在、この関係式の素朴な拡張として、 $SU(N)$  クイバーゲージ理論と  $A_{N-1}$  Toda 場理論の間に同様の関係 (AGT-W 関係式) があるのではないかと予想されており、様々な研究が行われている。

AGT 関係式が提唱されるきっかけとなった Gaiotto の議論によれば、Liouville 場または Toda 場理論が定義される 2次元面上には、ゲージ理論の flavor 対称性に対応する puncture が現れる。ゲージ群が  $SU(2)$  のときは flavor 対称性はすべて  $SU(2)$  部分群を用いて表せるが、ゲージ群が  $SU(N)$  のときは何種類かの部分群を用いて表されるため、それに対応して puncture にも種類ができる。AGT-W 関係式では Toda 理論において、この puncture に対応した vertex 演算子の相関関数を扱うため、どの種類の puncture にどのような vertex 演算子に対応させるか決定しなければいけない、という非自明な問題にぶつかる。我々は、Wyllard の議論に従って、Toda 場理論における level-1 degenerate state に注目することにより、その vertex 演算子の具体形を提唱した。

また、AGT-W 関係式を具体的に示すには、それらの vertex 演算子の相関関数を計算する必要があるが、これも一般には非自明な問題である。我々は最も簡単な例として、 $A_2$  Toda 場理論の場合を扱い、vertex 演算子の具体形を決定するときに役立った level-1 degenerate state の条件が、相関関数を計算するときにも大いに役立つことを見出した。その結果、我々は、 $SU(3)$  線形クイバーゲージ理論の分配関数に対応すべき  $A_2$  Toda 場理論の相関関数に関しては、正確に計算できることを示すことができた。

一方で、 $SU(N)$  クイバーゲージ理論の分配関数は Nekrasov によるインスタントン数え上げの方法を用いれば計算することができる。我々は、以上で求めた  $A_2$  Toda 場理論の相関関数と  $SU(3)$  クイバーゲージ理論の相関関数を比較することにより、インスタントン数 3 までのレベルで両者が一致することを示すことができた。

今回のポスターでは、以上の内容を発表させて頂いた。この研究は、東大本郷の松尾 泰 氏と菅野 正一 氏、プリンストン高等研究所の立川 裕二 氏との共同研究に基づくものである。

# コンパクト Calabi-Yau 多様体に対する開弦のミラー対称性

北海道大学 清水将英

E-mail: shimizu@particle.sci.hokudai.ac.jp

ミラー対称性とは、異なる Calabi-Yau 3-fold (CY3) でコンパクト化した弦理論の間の等価性で、この双対性を利用すれば、コンパクト化で得られる 4 次元の場の理論の有効作用への非摂動的効果 (世界面 instanton 効果) が、摂動論での計算結果をミラー写像で変換することで得られ、非常に有用である。これは幾何学的には、ある CY 内の正則直線・正則円盤の数が、別の CY の簡単な量の解析で求まることを意味し、非常に興味深い現象である。

世界面 instanton は、開弦の tree レベルでは brane に境界を持つ正則円盤の効果で、これが有効超ポテンシャルに非摂動的寄与を与える。ミラー対称性はその計算を「相対周期」という古典的幾何学の量の計算に置き換える。コンパクト CY の場合、brane の moduli (open moduli) が一般に離散的になり解析が困難だが、[1] で Morrison-Walcher は、brane からくる Picard-Fuchs (PF) 方程式の非斉次項を求め、世界面 instanton 効果の計算に成功した。

本研究はコンパクト CY の開ミラー対称性に新しい解析手法を提唱した研究 [3] (名大の藤博之氏、北大の中山真作氏・鈴木久男氏との共同研究) と、更にその手法を用いた新しい例についての結果 [4] (北大の鈴木久男氏との共同研究) に関するものである。我々のアイディアは、これまで PF 微分方程式を求めその解として周期を得ていたところを、周期自体を直接積分で求めるというシンプルなものである。その際巧みな変数変換で多変数積分を各変数毎に分離させる。この手法は moduli の少ない超曲面・完全交差等に適用した場合には既存の結果との一致を見ていた [3] が、更に完全交差で表せない 1-moduli CY3 に対しても機能すると確かめられた [4]。これは非完全交差 CY の正則円盤の数え上げという幾何学的問題としても意義深いものである。

コンパクトな場合の研究はその後発展している。特に我々の方法は、その後現れた off-shell 手法・toric 手法・非コンパクト CY4 上の閉弦との双対性等 [2] ととも consistent だと解った [3]。今後は新たな例の instanton 効果の計算や、他の手法との関連の理解を進め、得られた非摂動的寄与を含む超ポテンシャルの現象論・宇宙論への応用の可能性を明らかにしていきたい。

## References

- [1] D. R. Morrison and J. Walcher, arXiv:0709.4028 [hep-th].
- [2] H. Jockers and M. Soroush, Commun. Math. Phys. **290** (2009) 249.  
M. Alim, M. Hecht, P. Mayr, A. Mertens, JHEP 0909:126,2009.  
M. Aganagic, C. Beem, arXiv:0909.2245v2 [hep-th].
- [3] H. Fuji, S. Nakayama, M. Shimizu and H. Suzuki, to appear
- [4] M. Shimizu and H. Suzuki, to appear

# SU(2) Yang-Mills 理論における有効ポテンシャルと 改良された Savvidy 真空の安定性

日本大学 大学院 理工学研究科 量子理工学専攻 鈴木 隆史  
E-mail: ta\_suzuki@phys.cst.nihon-u.ac.jp

SU(2) Yang-Mills (YM) 理論において、一定のカラー磁場  $H$  が存在するとき、系の有効ポテンシャルが最小値をもち、非自明な真空 (Savvidy 真空) が現れることが知られている [1]。しかし、この有効ポテンシャルには虚数項が存在し、そのために真空が不安定であることが指摘されている [2]。本研究では、この不安定性の解決を目指し、系に安定な真空が存在することを示す。また、安定な真空において YM 場が質量次元 2 の真空凝縮 [3] を起こす可能性を考察する。

我々は、Savvidy 真空の不安定性の原因が作用積分に現れる YM 場の 4 次の項を無視したことにあると考えて、この問題を解決するために 4 次の項を取り入れた有効ポテンシャルを導出する。実際に、YM 場の 4 次の項の効果を取り入れるために、非摂動的な手法の 1 つである補助場の方法を用いる。このとき、我々は実反対称テンソル場  $B_{\mu\nu}$ 、実スカラー場  $\Phi$ 、複素スカラー場  $\Psi$  という 3 つの補助場を導入し、補助場の導入の任意性を表すためのパラメータ  $k$  を取り入れる。補助場の方法を用いると、YM 場とゴースト場の経路積分が正確に実行されて有効作用が求まる。ただし、ゲージ条件として最大アーベリアンゲージを採用した。さらに、有効作用から有効ポテンシャルを求めるために全ての補助場を定数とおき、ユニタリー性を保つために  $k = 2$  とおくと、4 次の項を取り入れた有効ポテンシャル  $V(H, \Phi, \Psi, B)$  が導出される。ただし、3 軸方向に  $H$  があることから、 $B_{\mu\nu} = B(\delta_{\mu}^1 \delta_{\nu}^2 - \delta_{\nu}^1 \delta_{\mu}^2)$  という Ansatz をおいた。

得られた有効ポテンシャルを評価すると、 $(H, \Phi, \Psi, B) = (H_{\min}, H_{\min}, 0, -2H_{\min})$  のとき有効ポテンシャルは最小となることがわかる ( $H_{\min} \neq 0$ )。このとき、有効ポテンシャルに虚数項は現れず、系の漸近的自由性も保持される。従って、系には安定で非自明な真空 (改良された Savvidy 真空) が存在する。

真空での補助場の値  $\Phi_0$  は、質量次元 2 の YM 場の真空期待値とゴースト場の真空期待値の和に対応する。このことから、 $\Phi_0$  が有限な値をもつことは質量次元 2 の真空凝縮が起こることを示唆することがわかる。いま、真空での補助場の値  $\Phi_0$  は  $\Phi_0 = H_{\min}$  と求まっているので、安定な真空では質量次元 2 の真空凝縮が起こりえることが確認される。

ここでは、パラメータ  $k$  がユニタリー性を保つために  $k = 2$  と選ばれたが、 $k = 2$  が選ばれる理由をより深く考察することが今後の課題である。

この研究は日大の出口真一氏との共同研究である。

## 参考文献

- [1] G. K. Savvidy, Phys. Lett. **B71**, 133 (1977).
- [2] N. K. Nielsen and P. Olesen, Nucl. Phys. **B144**, 376 (1978).
- [3] F. V. Gubarev, L. Stodolsky and V. I. Zakharov, Phys. Rev. Lett. **86**, 2220 (2001).
- [4] N. Komiya and S. Deguchi, 素粒子論研究. 109, F63, (2004).

# More on Dimension-4 Proton Decay Problem in F-theory – Spectral Surface, Discriminant Locus and Monodromy –

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻 土屋陽一  
E-mail: tsuchiya@hep-th.phys.s.u-tokyo.ac.jp

F 理論に基づいて現象論を議論するときに避けて通れない問題として次元 4 の陽子崩壊問題がある。F 理論で  $SU(5)$  ゲージ理論を考えたとき、 $\Delta W = \bar{5} 10 \bar{5}$  という湯川相互作用が出てくる。現象論的には、 $\bar{5}$  はヒッグスの  $\bar{5}_H$  とクォーク・レプトン (物質場) の  $\bar{5}_M$  の 2 種類がある。 $\Delta W = \bar{5} 10 \bar{5}$  という相互作用のうち、 $\Delta W = \bar{5}_H 10 \bar{5}_M$  は down type の湯川や charged lepton の湯川なので必要なものである。ところが、 $\Delta W = \bar{5}_M 10 \bar{5}_M$  という相互作用は次元 4 の陽子崩壊を起こしてしまう。一方を出しつつ、他方を出さないためにはどうすればよいか、というのが F 理論における陽子崩壊問題である。

F 理論における陽子崩壊問題の知られている解法として、

1. R-parity scenario
2. rank-5 GUT scenario
3. factrized spectral surface scenario
4. spontaneous R-parity breaking scenario

がある。それぞれがどのようなシナリオかをここで述べる余裕はないが、1 番目、2 番目、4 番目のシナリオならば陽子崩壊を禁止できることが保証されている。

今回問題にした 3 番目のシナリオは大雑把に言うと次のようにまとめられる。まず、 $E_8$  ゲージ群を用意し、これを  $SU(5)_{\text{GUT}} \times SU(5)_{\text{str}}$  のようにわけるときの、 $SU(5)_{\text{str}}$  をすべて破るのではなく、 $SU(5)_{\text{str}}$  のなかで

$$\overbrace{\left( \begin{array}{ccc|c} * & \dots & * & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ * & \dots & * & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & * \end{array} \right)}^{4+1}$$

の形をしている生成子のみを破れた生成子とする。すると、 $SU(5)_{\text{str}}$  の Cartan 生成子  $\text{diag}(1, 1, 1, 1, -4)$  が任意の破れた生成子と交換するため、この Cartan 生成子による  $U(1)$  が破れずに残る。そして、この  $U(1)$  を用いて陽子崩壊を禁止するのがこのシナリオのアイデアである。

ところが、幾何をゲージ理論で記述するとき暗に行っていることを考えると、実はこのシナリオが奉仕崩壊を解決するかどうか全く自明でないことがわかる。そして、幾何に立ち戻って問題を見つめなおすと、このシナリオでは陽子崩壊が禁止できていないという結論に達する。このあたりの詳しい議論は [arXiv:1004.3870\[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1004.3870) を参照していただきたい。

# Gauge fixing of open superstring field theory in the Berkovits non-polynomial formulation

Institute of Physics, Univ. of Tokyo Shingo TORII

E-mail: storii@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

Covariant quantization of open string field theory is an important unsolved problem. In bosonic theory, it was discussed in ref. [1] by using the Batalin-Vilkovisky (BV) formalism [2], but there was a difficulty caused by tadpole diagrams. Moreover, the theory also has difficulty with tachyons. By contrast, in superstring field theory (SSFT), we expect that these difficulties will be absent. However, a naive extension of the bosonic theory to SSFT does not work because of the divergences caused by the picture-changing operators (PCOs). Therefore, we consider the open SSFT formulated without any PCOs by Berkovits [3]. As a step toward quantization in the BV formalism, we will first gauge-fix the theory. In the BV formalism, unlike in the BRST formalism, we can eliminate all the gauge degrees of freedom at once including those associated with ghosts: one solves the *master equation*, which is a sort of Ward identity, and then gauge-fixes the symmetry of the solution, which can be systematically constructed from a given action.

We concentrate on the Neveu-Schwarz (NS) sector, where the action in ref. [3] is of the Wess-Zumino-Witten type:

$$S = \frac{1}{2} \int \left( G^{-1}(QG)G^{-1}(\eta_0G) - \int_0^1 dt \left( \hat{G}^{-1} \partial_t \hat{G} \right) \left\{ \hat{G}^{-1}(Q\hat{G}), \hat{G}^{-1}(\eta_0\hat{G}) \right\} \right), \quad G = e^\phi, \quad \hat{G} = e^{t\phi}.$$

Here  $\phi$  is a fundamental dynamical NS-sector string field,  $Q$  is the BRST operator in the first-quantized theory, and  $\eta_0$  is the zero mode of  $\eta$ , which appears in the bosonization of the superconformal ghost  $\gamma$ . An important property of the action  $S$  is that under the  $\mathbb{Z}_2$ -transformation  $(\phi, Q, \eta_0) \rightarrow (-\phi, \eta_0, Q)$ , it becomes  $-S$ . Consider first the free theory. We perform gauge fixing and investigate what kinds of string field appear. We show that a string field is admissible only when its world-sheet ghost number  $g$  and picture number  $p$  belong to a certain region on the  $g$ - $p$  plane. In the case of the interacting theory, by extending the above-mentioned  $\mathbb{Z}_2$ -transformation to all the admissible fields, we determine the form of terms cubic in fields and antifields in the solution of the master equation.

I would like to thank Nathan Berkovits, Michael Kroyter, Yuji Okawa, Martin Schnabl and Barton Zwiebach for collaboration. This work was supported in part by Research Fellowships of the Japan Society for the Promotion of Science for Young Scientists.

## References

- [1] C. B. Thorn, "String Field Theory," Phys. Rep. **175** (1989) 1.
- [2] I. A. Batalin and G. A. Vilkovisky, "Gauge Algebra and Quantization," Phys. Lett. **B102** (1981) 27.
- [3] N. Berkovits, "Super-Poincaré Invariant Superstring Field Theory," Nucl. Phys. **B450** (1995) 90 [Erratum-ibid. **B459** (1996) 439], [arXiv: hep-th/9503099].

## Approach to a Fermionic $SO(2N+2)$ Rotator Based on the $SO(2N+1)$ Lie Algebra of the Fermion Operators (arXiv:1010.1642v1)

Seiya NISHIYAMA, João da PROVIDÊNCIA and Constança PROVIDÊNCIA

E-mail: seikoceu@khe.biglobe.ne.jp, Departamento de Física, Universidade de Coimbra

Boson images of fermion  $SO(2N+1)$  Lie operators are given together with those of  $SO(2N+2)$  ones. The  $SO(2N+1)$  Lie operators are generators of rotation in the  $2N+1$  dimensional Euclidian space. The rotator has coordinate transformations for space fixed and body fixed coordinate frames. Images of the fermion annihilation-creation operators must satisfy canonical anti-commutation relations, when they operate onto a spinor subspace. In the regular representation space we use a boson Hamiltonian with Lagrange multiplier terms to select out the spinor subspace:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H} &= h_{\alpha\beta} \left( \mathbf{E}_{\beta}^{\alpha} + \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} \right) + \frac{1}{4} [\alpha\beta|\gamma\delta] \left( \left\{ \mathbf{E}_{\beta}^{\alpha} + \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta}, \mathbf{E}_{\delta}^{\gamma} + \frac{1}{2} \delta_{\gamma\delta} \right\} + \left\{ \mathbf{E}^{\alpha\gamma}, \mathbf{E}_{\delta\beta} \right\} \right) + \mathbf{H}', \\ \mathbf{H}' &= \frac{1}{2} k_{\alpha\beta} \left( \left\{ \mathbf{c}_{\alpha}^{\dagger}, \mathbf{c}_{\beta} \right\} - \delta_{\alpha\beta} \right) + \frac{1}{4} l_{\alpha\beta} \left\{ \mathbf{c}_{\alpha}^{\dagger}, \mathbf{c}_{\beta}^{\dagger} \right\} + \frac{1}{4} l_{\alpha\beta}^* \left\{ \mathbf{c}_{\alpha}, \mathbf{c}_{\beta} \right\}, \quad (k_{\alpha\beta}^* = k_{\beta\alpha}, l_{\alpha\beta} = l_{\beta\alpha}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

in which the boson images are expressed in terms of boson operators  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Y}$  appearing in the  $SO(2N+2)$  Lie operators (NP. **B802** (2008) 121). Expressions for the boson images are given as

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{\beta}^{\alpha} &= \frac{1}{2} [\mathbf{c}_{\alpha}^{\dagger}, \mathbf{c}_{\beta}] = \mathbf{B}_{\alpha r}^{\dagger} \mathbf{B}_{\beta \tilde{r}} - \mathbf{A}_{\tilde{r}}^{\beta \dagger} \mathbf{A}_{\tilde{r}}^{\alpha}, \quad (\mathbf{A}_{\tilde{r}+N+1}^{\alpha} \equiv \mathbf{B}_{\alpha r}^*, \mathbf{B}_{\alpha r+N+1} \equiv \mathbf{A}_{\tilde{r}}^{\alpha*}), \\ \mathbf{E}_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} [\mathbf{c}_{\alpha}, \mathbf{c}_{\beta}] = \mathbf{A}_{\tilde{r}}^{\alpha \dagger} \mathbf{B}_{\beta \tilde{r}} - \mathbf{A}_{\tilde{r}}^{\beta \dagger} \mathbf{B}_{\alpha \tilde{r}}, \quad \mathbf{E}^{\alpha\beta} = -\mathbf{E}_{\alpha\beta}^{\dagger} = \mathbf{E}_{\alpha\beta}^*, \\ \mathbf{c}_{\alpha} &= \sqrt{2} \left( \mathbf{A}_{\tilde{r}}^{\alpha \dagger} \mathbf{Y}_{\tilde{r}} + \mathbf{Y}_{\tilde{r}}^{\dagger} \mathbf{B}_{\alpha \tilde{r}} \right), \quad \mathbf{Y}_{\tilde{r}} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \mathbf{A}_{\tilde{r}}^0 - \mathbf{B}_{0\tilde{r}}^{\dagger} \right), \quad \mathbf{c}_{\alpha}^{\dagger} = -\mathbf{c}_{\alpha}^*, \\ \mathbf{A}_0^{\alpha} &\equiv -\mathbf{X}_{\alpha}^*, \quad \mathbf{A}_{N+1}^{\alpha} \equiv \mathbf{X}_{\alpha}, \quad \mathbf{B}_{\alpha 0} \equiv \mathbf{X}_{\alpha}, \quad \mathbf{B}_{\alpha N+1} \equiv -\mathbf{X}_{\alpha}^*, \\ \mathbf{Y}_{\tilde{r}+N+1} &\equiv -\mathbf{Y}_{\tilde{r}}^*, \quad \mathbf{Y}_0 \equiv \mathbf{Z}, \quad \mathbf{Y}_{N+1} \equiv -\mathbf{Z}, \quad (r=0, \dots, N, \tilde{r}=0, \dots, N, N+1, \dots, 2N+1). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

From the Heisenberg equations of motions for the boson operators, in the  $c$ -number limit of the Lie operators, which is obtained from the body fixed transformation of the bosons, we get the  $SO(2N+1)$  self-consistent field (SCF) Hattree-Bogoliubov (HB) equation for the classical stationary motion of the fermion rotators (PTP. **57** (1977) 1554) as follows:

$$i\hbar \left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{B}}_{\alpha p} \\ \dot{\mathbf{A}}_{\tilde{p}}^{\alpha} \\ \dot{\mathbf{Y}}_{\tilde{p}} \end{bmatrix} &= \mathcal{F}_{\alpha\beta} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\beta p} \\ \mathbf{A}_{\tilde{p}}^{\beta} \\ \mathbf{Y}_{\tilde{p}} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_{\alpha\beta} \equiv \begin{bmatrix} F_{\alpha\beta} & D_{\alpha\beta} & \sqrt{2}M_{\alpha} \\ -D_{\alpha\beta}^* & -F_{\alpha\beta}^* & \sqrt{2}M_{\alpha}^* \\ \sqrt{2}M_{\beta}^{\dagger} & \sqrt{2}M_{\beta}^{\dagger} & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} F_{\alpha\beta} &= h_{\alpha\beta} + [\alpha\beta|\gamma\delta] R_{\gamma\delta}, \\ D_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} [\alpha\gamma|\beta\delta] (-K_{\delta\gamma}), \\ M_{\alpha} &= k_{\alpha\beta} \langle \mathbf{c}_{\beta} \rangle_G + l_{\alpha\beta} \langle \mathbf{c}_{\beta}^{\dagger} \rangle_G. \end{aligned} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

The  $F, D$  and  $M$  are the SCF parameters. Decomposing an  $SO(2N+1)$  matrix into matrices describing paired and unpaired mode of fermions, we obtain a new form of the  $SO(2N+1)$  SCF equation with respect to the paired and unpaired mode amplitudes. This new equation is applied to a superconducting toy-model and can be solved to reach an interesting and exciting solution. A determination of the Lagrange multipliers  $k$  and  $l$  is proposed in the classical limit. Finally we attempt to approach group theoretical formation of the Lax pair for the  $SO(2N+2)$  rotator.

# 6次元 Universal Extra Dimension 模型におけるヒッグスの生成・消滅過程

Particle Theory Group Department of Physics, Graduate School of Science, Kobe University  
Kenji Nishiwaki  
E-mail: nishiwaki@stu.kobe-u.ac.jp

Universal Extra Dimensional (UED) model is one of the phenomenological model describing TeV scale physics. The interesting points of this model are as follows. We can take the KK mass scale  $M_{\text{KK}}$  around a few hundred GeV scale. ( $M_{\text{KK}}$  is a inverse value of the radius of compact spacial dimension and it is bounded below through oblique corrections.) [1] And there are some remarkable topics in two extra dimensions. For example, we can derive the thing that the number of generations is three (up to mod 3) through SU(2) global anomaly cancellation condition [2]. We calculated loop-induced higgs production and decay processes which are important in LHC. Concretely speaking, we focus on higgs production through gluon fusion and higgs decaying to two photons via loop. They are 1-loop leading processes and the contribution of KK particles is considered to be effective. These processes are divergent. Therefore, We employ momentum cutoff regularization from naive dimensional analysis (validity limit of perturbative calculation).

The result is as follows. The higgs production process cross section strongly increased and the higgs decay width decreased only about ten percent. Then the total ratio was strongly enhanced than that of Standard model [3] or 5D minimal UED model [4].

## References

- [1] T.Appelquist, H-C.Cheng and B.A.Dobrescu, Phys.Rev.D64:035002(2001).
- [2] B.A.Dobrescu and E.Poppitz, Phys.Rev.Lett.031801(2001).
- [3] J.Ellis, M.Gaillard and D.V.Nanopoulos, Nucl.Phys.B106(1976) 292.
- [4] F.J.Petriello, JHEP.0205(2002) 003.

# 非可換ソリトン方程式の厳密解と可積分性

名古屋大学大学院多元数理科学研究科 浜中 真志

E-mail: hamanaka@math.nagoya-u.ac.jp

ソリトン理論・可積分系の非可換空間への拡張が活発に研究されているが、中でも4次元空間上の非可換反自己双対 (Anti-Self-Dual=ASD) Yang-Mills (YM) 方程式は以下の観点からとりわけ重要である。

1. 対応する物理的状況が存在する (非可換空間上のゲージ理論は、背景フラックス中の可換空間上のゲージ理論と等価)
2. 非可換空間特有の新しい物理的対象を生み出す (非可換空間で生じる特異点解消の帰結)
3. ツイスター理論の枠組みからその可積分性の本質が幾何学的に理解できる
4. さまざまな (低次元) 非可換可積分方程式の「マスター方程式」である [1]

したがって、非可換 ASDYM 方程式についての、1, 2, 3 で期待される結果は、4 の非可換 Ward 予想を経て、そのまま非可換低次元可積分方程式に適用することができ、対応する弦理論への応用や、ツイスター理論を用いた可積分系の (ある種の) 分類が可能になると期待される。特に、ユークリッド計量 (++++) の場合は、Type II 超弦理論の D0-D4 brane 系が、不定値計量 (+ + - -) の場合はある種の  $N = 2$  弦理論が対応し、非可換ソリトンの厳密解の解析がそのまま対応する物理系の厳密な解析につながる。解の性質や振る舞いが非可換性の影響でどのように変化するのも興味深い問題である。

私は、[2] において、さまざまな非可換可積分階層の多重ソリトン解を厳密に構成し、その振る舞いを調べた。多重ソリトン解の配位は散乱過程において安定であり、各ソリトンの波形や速度は時間・空間の漸近的領域で保たれ、衝突の際生じる位相のずれは可換空間と全く同程度であることが明らかになった。解の構成には quasi-determinant と呼ばれるある種の非可換行列式が重要な役割を果たし、漸近的な振る舞いにはこの行列式の性質が決定的に効いている。quasi-determinant を用いた非可換佐藤理論の構築および解空間の構造解明が今後の一つの目標である。さらに高次元の結果 [3] との関連や、弦理論的解釈、および Seiberg-Witten マップによる可換側の記述と可積分性の基礎付けについても現在研究を進めている。(総合報告 [4] 参照。)

## References

- [1] M. Hamanaka, Nuclear Physics B **741** (2006), 368 – 389 [hep-th/0601209].
- [2] M. Hamanaka, Journal of High Energy Physics **02**, 094 (2007) 1-16 [arXiv:hep-th/0610006].
- [3] C. R. Gilson, M. Hamanaka and J. J. C. Nimmo, Proceedings of the Royal Society A **465** (2009), 2613 – 2632 [arXiv:0812.1222].
- [4] M. Hamanaka, “Noncommutative Integrable Systems and Quasideterminants,” to appear in arXiv.

# Creation of Non-BPS D9-branes from Hagedorn Transition of Closed Strings

Department of Physics, Hokkaido University Kenji Hotta  
E-mail: [khotta@particle.sci.hokudai.ac.jp](mailto:khotta@particle.sci.hokudai.ac.jp)

Previously, we have presented a conjecture that *D9-brane- $\overline{D9}$ -brane pairs are created by the Hagedorn transition of closed strings* in type IIB string theory. Here, we generalize this conjecture to the type IIA string theory case.

The one-loop free energy of closed strings diverges above the Hagedorn temperature. A ‘winding mode’ in the Euclidean time direction in Matsubara formalism becomes tachyonic above this temperature. Atick and Witten have proposed the Hagedorn transition of closed strings via condensation of this winding tachyon [1]. The sphere world sheet is no longer simply connected and it contributes to the free energy, since the insertion of the winding tachyon vertex operator means the creation of a tiny hole in the world sheet which wraps around the Euclidean time direction. However, we have not known the stable minimum of tachyon potential yet.

We have previously discussed the behavior of non-BPS D-branes at finite temperature [2]. For the non-BPS D9-branes, a phase transition occurs at slightly below the Hagedorn temperature and the non-BPS D9-branes become stable above this temperature. On the other hand, for the non-BPS  $Dp$ -branes with  $p \leq 8$ , such a phase transition does not occur. We thus concluded that non-BPS D9-branes are created near the Hagedorn temperature.

Let us consider the relationship between above two phase transitions. Identifying the boundary of a hole created by winding tachyon vertex operator with the boundary of open string on non-BPS D9-branes, we present a conjecture that *non-BPS D9-branes are created by the Hagedorn transition of closed strings*. We describe some circumstantial evidences for this conjecture. First, one-loop free energy of open strings on a non-BPS D9-brane approaches to the propagator of winding tachyon in the closed string vacuum limit. This is an example that we can identify the closed string sphere world sheet with winding tachyon insertion with the open string world sheet in the closed string vacuum limit. Secondly, the potential energy at the open string vacuum decreases limitlessly as the temperature approaches to the Hagedorn temperature. It is natural to think that the open string vacuum becomes the potential minimum.

## References

- [1] J. J. Atick and E. Witten, *Nucl. Phys.* **B310** 291 (1988).
- [2] K. Hotta, *JHEP* **0212** 072 (2002); *JHEP* **0309** 002 (2003) 002; *Prog. Theor. Phys.* **112** (2004) 653.

# Exact Quantization of a Superparticle in $AdS_5 \times S^5$

東京大学大学院総合文化研究科 堀金 哲雄

E-mail: horigane@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

AdS/CFT 対応は近年の弦理論及び場の理論の発展において重要な予想となっている。この予想のより深い理解のためには、Ramond-Ramond (RR) flux の入った AdS 時空中の弦理論の解析が不可欠だが、一般には極めて難しい。そこでまずは典型例である、 $\mathcal{N} = 4$  Super Yang-Mills theory に対応すると予想されている、 $AdS_5 \times S^5$  時空中の superstring の dynamics を綿密に解析することが重要だと考えている。この場合は  $psu(2, 2|4)$  という高い対称性のため、Green-Schwarz 型の作用が具体的に構成できる。しかし dynamics が非線形であるため、その量子化は極めて困難であり、spectrum などの物理量を第一原理的に求めることは誰も成功していない。

そこで我々は phase space formulation に基づいた operator 形式を展開することで上記問題を解決しようと取り組んでいる。この研究の過程で、実は同種の困難が string の zero mode である particle の量子化においても生じることがわかった。そこでまず RR flux の入った  $AdS_5 \times S^5$  時空中の superparticle を、作用を出発点として量子化し、spectrum を求める手法を開発した [2]。

まず Hamilton 形式で量子化を行った。この際、物理的な自由度のみを用いて議論するため、light-cone gauge [1] を採用した。ゲージ固定に伴い、元々の力学変数間の正準構造や  $psu(2, 2|4)$  Noether charge の表式は変更を受ける。我々はこれらの変更を簡潔かつ系統的に求める方法を開発した。

次に構成した Hilbert 空間  $\mathcal{H}$  に存在する state の spectrum をすべて決定した。Energy operator  $E$  は  $psu(2, 2|4)$  代数の元なので、この問題は  $\mathcal{H}$  に含まれる  $psu(2, 2|4)$  multiplet もしくは superconformal primary (SCP) state の量子数を決定することと等価になる。ここで我々は、Noether charge の具体的な形に系の dynamics が反映されているという点に注目した。特に、 $su(4) \subset psu(2, 2|4)$  の生成子の積に関する非自明な等式が成立していることを発見した。この関係式を用いると  $\mathcal{H}$  内の unitary 表現は  $1/2$ BPS 表現のみであることが示せる。そして具体的に波動関数を構成することで、 $(0, l+2(=E), 0; 0, l, 0)$  という量子数をもった SCP state が  $l = 0, \dots$  に対して 1 回ずつ現れることを証明した。

この結果は超重力理論による解析を第一量子化の方法で完全に再現したと言える。我々は現在、上記手法を用いて string 全体の dynamics の量子化及び spectrum 導出の問題に取り組んでいる。

本講演は東京大学大学院総合文化研究科の風間洋一氏との共同研究に基づいています。

## References

- [1] R. R. Metsaev, C. B. Thorn and A. A. Tseytlin, “Light-cone superstring in AdS space-time,” Nucl. Phys. B **596**, 151 (2001) [arXiv:hep-th/0009171].
- [2] T. Horigane and Y. Kazama, “Exact Quantization of a Superparticle in  $AdS_5 \times S^5$ ,” Phys. Rev. D **81**, 045004 (2010) [arXiv:0912.1166 [hep-th]].

# Notes on the hidden conformal symmetry in the near horizon geometry of the Kerr black hole

Harish-Chandra Research Institute 松尾 善典

E-mail: ymatsuo@hri.res.in

近年、Kerr black hole と CFT の対応関係が議論されている。この対応関係はもともと、Kerr geometry の horizon 近傍の geometry を考えるとその漸近対称性が Virasoro 代数を成すことから、Kerr black hole と CFT との対応関係が予想されていた [1]。最近の研究で、Kerr geometry 上の scalar 場の運動方程式が特定の条件のもとで  $SL(2, R) \times SL(2, R)$  の対称性を持つことが明らかになった [2]。この scalar 場の議論では、horizon にある程度近い領域を考えているものの、scalar の振動数が十分小さければ horizon から離れた部分であってもよく、漸近対称性を用いた議論の時に考えられていた horizon 近傍の geometry とは異なる領域を考えている。また、運動方程式の持つ  $SL(2, R) \times SL(2, R)$  の対称性は、geometry の対称性ではないため、horizon 近傍の漸近対称性との関係は明らかになっていなかった。

そこで、この研究では Kerr black hole の horizon 近傍の geometry で scalar の運動方程式を考えることにより、漸近対称性を用いた議論と scalar 場の運動方程式を用いた議論の関係を調べた。その結果、Right 側の対称性に関しては、scalar 場の運動方程式の対称性が horizon 近傍の領域において geometry の対称性と一致した。一方、Left 側の対称性に関しては運動方程式から得られる  $SL(2, R)$  の vector が漸近対称性の Killing vector にはない高次の補正項を含んでいることが明らかになった。また、運動方程式の  $SL(2, R) \times SL(2, R)$  の対称性が  $AdS_3$  の場合の漸近対称性と同様に Virasoro 代数に拡張できると仮定し、これを用いて central charge を計算した。Central charge は  $c_L = c_R = 12J$  となると予想されていたが、実際には運動方程式の対称性から得られる central charge は予想されたものとは一致しなかった。Covariant な charge の定義を用いた結果、Left 側の central charge に関しては、高次補正項の影響で central charge が予想された値の 2 倍になることが分かった。また、この定義では Right 側の central charge は 0 になった。このため、covariant な charge の定義を用いた場合は、Cardy 公式を用いても Kerr black hole のエントロピーを再現できなかった。一方、quasi-local charge の定義を用いて central charge を計算したところ、central charge は予想された値とは一致しなかったが、この central charge の値と Cardy 公式を用いることにより、エントロピーの extremal からのずれを再現することができた。

## References

- [1] M. Guica, T. Hartman, W. Song and A. Strominger, Phys. Rev. **D80** (2009) 124008, [arXiv:0809.4266 [hep-th]].
- [2] A. Castro, A. Maloney and A. Strominger, Phys. Rev. **D82** (2010) 024008, [arXiv:1004.0996 [hep-th]].

# A non-relativistic limit of 2 dimensional conformal field theory

Theoretical Physics Lab., Nishina Center, RIKEN, 三輪 光嗣

E-mail: amiwa@riken.jp

本ポスター発表では2次元共形場理論の非相対論的極限の解析を紹介した。発表の主な内容は[1]および[2]に基づく。このうち[2]は発表者と Harish-Chandra Research Institute の Arjun Bagchi 氏、Rajesh Gopakumar 氏、Ipsita Mandal 氏との共同研究である。

今回注目した非相対論的極限は、時間座標  $t$  と空間座標  $x^i$  を  $(t, x^i) \rightarrow (t, \epsilon x^i)$ 、 $(\epsilon \rightarrow 0)$  のようにスケールすることに対応する。[1]では  $d$ 次元の共形代数にこの極限操作を施して得られる代数を GCA (Galilean Conformal Algebra) と呼び、その性質が調べられた。3次元以上の時空では共形代数が有限個の生成子を持つことに対応して、極限で得られる GCA の生成子も有限個である。GCA の持つ性質の一つとして、この代数を自然な形で無限個の生成子を含む代数に拡張できることが挙げられる。この拡張された代数が、非相対論的共形場理論の対称性として実現しているならば、この対称性を用いた共形場理論の新しい理解が期待される。

今回扱った2次元共形場理論は極限を取る前から無限次元のビラソロ代数(生成子:  $\mathcal{L}_n, \bar{\mathcal{L}}_n$ )を対称性として持ち、次のような極限を取ることで無限次元の GCA(生成子:  $L_n, M_n$ )が導かれる。

$$L_n = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\mathcal{L}_n + \bar{\mathcal{L}}_n), \quad M_n = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon (\bar{\mathcal{L}}_n - \mathcal{L}_n)$$

生成子  $L_n, M_n$  は2次元の無限次元 GCA の交換関係を満たす。

$$[L_m, L_n] = (m - n)L_{m+n} + C_1 m(m^2 - 1)\delta_{m+n,0}, \quad [M_m, M_n] = 0, \\ [L_m, M_n] = (m - n)M_{m+n} + C_2 m(m^2 - 1)\delta_{m+n,0}$$

2次元ではビラソロ代数と無限次元 GCA がこのように直接関係しているため、対称性の拡張という意味では非相対論的極限を取ることのご利益は無い。しかし、無限次元 GCA を用いた場の理論の解析手法を理解するためのモデルとしては興味深い。発表では、下に書かれた2つの道筋(1)、(2)に沿って非相対論的な2次元共形場理論の解析を行った。

$$\begin{array}{ccc} \text{ビラソロ代数} & \rightarrow & \text{無限次元 GCA} \\ \downarrow & & (1)\downarrow \\ \text{2d-CFT} & \xrightarrow{(2)} & \text{非相対論的 2d-CFT} \end{array}$$

(1)では無限次元 GCA を用いて非相対論的場の理論の物理量等を計算し、(2)では相対論的理論の物理量の極限として非相対論的場の理論の物理量等を得る。極限操作に問題が無ければ、これら2つは互いに矛盾しない結果を与えるはずである。発表では代数の表現や相関関数に関してこうした点を議論した。またレベルの低いヌル状態等についても議論した。

——参考文献——

[1] A. Bagchi and R. Gopakumar, JHEP **0907** (2009) 037.

[2] A. Bagchi, R. Gopakumar, I. Mandal and A. Miwa, JHEP **1008** (2010) 004.

# Numerical study of multi-caloron solutions

東京理科大学理工学研究科 村中大地<sup>†</sup>, 澤渡信之<sup>\*</sup>

E-mail: <sup>†</sup>j6210615@ed.noda.tus.ac.jp, <sup>\*</sup>sawado@ph.noda.tus.ac.jp

北里大学理学部 中村厚

E-mail: nakamura@sci.kitasato-u.ac.jp

富山県立大学工学部・慶應義塾大学自然科学研究教育センター 戸田晃一

E-mail: kouichi@yukawa.kyoto-u.ac.jp

近年、非自明なホロノミーを持つ caloron 解の研究が進んでいる。caloron は QCD における confinement の機構との関連という文脈で議論されることもあり、これら鞍点解は confinement-deconfinement の相転移の機構に新たな知見を与えることが期待されている。最近、中村らによって SU(2)caloron の caloron 数 2 の新たな解析解が提案された [1]。それらは大まかに言って標準モノポール型（虚時間周期無限小の極限でモノポール解になるもの）と非標準モノポール型に分類されるが、とりわけ後者は caloron 固有のオブジェクトであるため興味深いものである。

本研究会で我々は、上記の解に関連するいくつかの caloron について、特に作用密度の導出の際に用いた数値解析の手法の詳細と、解析の過程で見出したさまざまな知見や、最終的な結果について報告を行った（Figure 1 にその例を示す）。

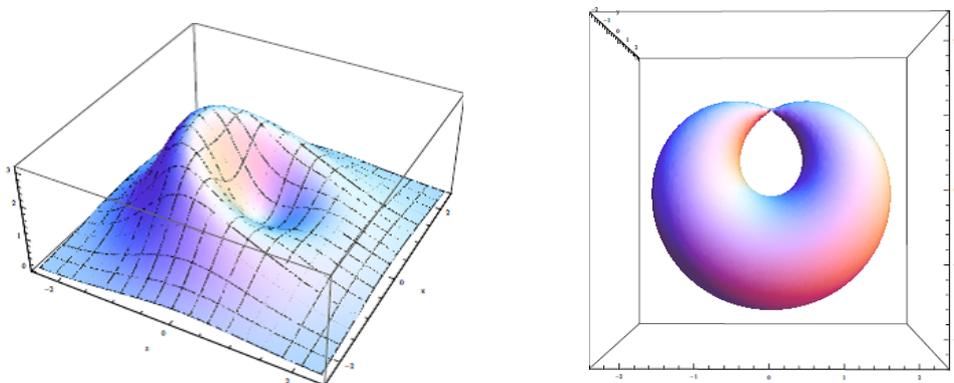


Figure 1: caloron 数 2 の symmetric caloron の平面上における作用密度（左図）、及び 3 次元空間における等作用面（右図）のプロット。

## References

- [1] A. Nakamura and J. Sakaguchi, J. Math. Phys. **51**, 043503 (2010) [arXiv:0909.1601 [hep-th]].

# Extra Dimensions at the LHC

中央大学 理工学部 物理学科 丸 信人

E-mail: maru@phys.chuo-u.ac.jp

高次元物理が LHC 実験に与えるインパクトについてレビューする。いくつか代表的な模型の動機・特徴を簡単に紹介し、できる限り模型の詳細によらないコライダー・シグナルについて紹介したい。

## 1 Introduction

いよいよ LHC 実験が再稼動した。順調にデータが蓄積されている。もちろん LHC 最大の目的は、標準模型唯一の未発見粒子「ヒッグス」を見つけることであるが、それだけではなく標準模型を超える新しい物理の探索も重要な目的である。標準模型 (SM) は、低エネルギー実験データを非常によく説明するが、この模型にはいろいろの問題点もある。その 1 つに「階層性問題」があり、この解決策を指導原理として新しい物理を考えるのが素粒子物理の model building の主流と言ってもよいだろう。この階層性問題を解くアプローチとして次の 3 タイプに分類することができる。

- Dynamics (Technicolor)
- Symmetry (SUSY)
- Geometry (Extra dimensions)

テクニカラーに代表される模型は、TeV スケールに強結合ダイナミクスを導入しヒッグスをフェルミオンの束縛状態として解決する。SUSY は、粒子の超対称変換パートナーである超対称粒子を導入してヒッグス質量の量子補正に対する 2 次発散を相殺する。Extra dimension は、余剰空間の幾何学的性質を利用して解決するアプローチである。本講演では、この 3 つめのアプローチである extra dimension シナリオに着目し、どのような模型が考えられていて、それらが LHC 実験にどのようなシグナルを与えるかを議論してみたいと思う。

具体的なシナリオの説明に入る前に、ハドロンコライダー物理の一般的な考え方について議論するのは悪くないだろう。様々なプロセスを考えるにあたって、次のステップを進める。

Step 1: SM と結合する新しい粒子 “X” を探す<sup>1</sup>。

Step 2: X をできるだけ多く生成するプロセスを同定する。

Step 3: 生成断面積  $\sigma(pp \rightarrow X)$  を計算。

Step 4: (1) X が安定な場合、その粒子がもつ電荷に注意。

(a) EM の場合、 $\mu$  のように振舞う。

(b) Color の場合、ハドロナイズする。

(c) 弱い相互作用 (重力も含む) の場合は、missing energy。

(2) X が不安定なときは、標準模型粒子に崩壊するが、それぞれの分岐比を計算する。

Step 5: 標準模型プロセスによる生成断面積を計算し、シグナルと比較する。

---

<sup>1</sup>今回は、高次元理論を想定しているので、X はカルツァ・クライン粒子である。

以上のことから、ハドロンコライダーにおいて一番有効なプロセスは、**カラーをもつ粒子から新粒子  $X$  が生成され、カラーをもたない粒子に崩壊するプロセス**である<sup>2</sup>。

これより代表的な高次元模型の基本的なアイデアを簡単に紹介し、それらの模型に特徴的なコライダーシグナルを議論する。ただし、すべてのシグナルについて紹介するのは不可能なので、できるかぎりそれぞれの模型に共通なシグナルあるいは模型に依らないシグナルに焦点を当ててみたい。

## 2 KK graviton

どんな高次元理論においても graviton は必ず余剰空間に伝播するので、高次元理論の特徴が必ず現れる。

### 2.1 Large Extra Dimension

Large Extra Dimension(LED) [1] では、プランク長に比べはるかに大きい余剰空間を考えることで、基本理論のプランクスケールを下げた階層性問題を解決する。例えば、 $(4+n)$  次元の重力理論を半径が等しい  $n$  次元トーラスにコンパクト化することを考えよう。すると、 $(4+n)$  次元のプランクスケール  $M_*$  と 4次元プランクスケール  $M_P$  の間に、 $R = \frac{1}{2\pi}(M_P/M_*)^{2/n}$  なる関係が付き、 $M_* = \text{TeV}$  とすれば  $n$  に応じてコンパクト化半径  $R$  が決まる<sup>3</sup>。

LED のコライダーシグナルとしては、KK graviton が伝播するのが内線か外線によって 2 種類考えられる (Figure 1)。内線の場合は、例えば KK graviton 交換による  $pp \rightarrow l^+l^-$  であり [2]、外線の場合は、 $pp \rightarrow \text{jet} + \cancel{E}_T$  のようなプロセスが典型である [4]。



Figure 1: KK graviton 交換による  $pp \rightarrow l^+l^-$  (左図)。実線が標準模型からの予言、星印 (四角) のプロットは  $M_* = 2.5(4.0)\text{TeV}$  に対応。  $pp \rightarrow \text{jet} + \cancel{E}_T$  (右図)。a(b) はパートンの重心系エネルギーを高次元プランクスケール (無限大) まで足したもの。

### 2.2 Randall-Sundrum Model

Randall-Sundrum(RS) 模型は、 $k$  を AdS の曲率スケールとして計量が

$$ds^2 = e^{-2ky} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2 \quad (1)$$

で与えられる 5 次元 AdS 時空上をオービフォールド  $S^1/Z_2$  にコンパクト化した模型である [3]。RS 模型では、graviton だけが 5 次元を伝播し、標準模型の場合は  $y = \pi R$  の 3 ブレーン (TeV ブレーン)

<sup>2</sup>カラーをもつと、QCD によるバックグラウンド・プロセスからシグナルの抽出が困難なのでハドロンコライダーでは避ける。

<sup>3</sup>現在のニュートン則の実験から、 $n = 1, 2$  は排除されている。

に局在していると仮定する。このときヒッグスの質量は、 $m_H = M_{Pe}^{-k\pi R}$  となるので  $kR \simeq 12$  とすれば、1 TeV となり階層性問題を解決する。graviton のゼロモード (KK モード) は、 $y = 0$  のブレン (TeV ブレン) に局在することに注意する。

階層性問題の解決には、ヒッグスだけが TeV ブレンに局在していればよく、他の標準模型の場合は 5 次元に伝播してもよい。特に、湯川階層性を再現するためにトップは TeV ブレンに局在しなければならない。このことから、KK graviton とトップが強く相互作用することがわかり、 $gg \rightarrow G^{(1)} \rightarrow t\bar{t}$  ( $G^{(1)}$ : 1st KK graviton) [5] が典型的なコライダーシグナルとなり、1-2 TeV の 1st KK graviton が観測可能である (Figure 2)<sup>4</sup>。

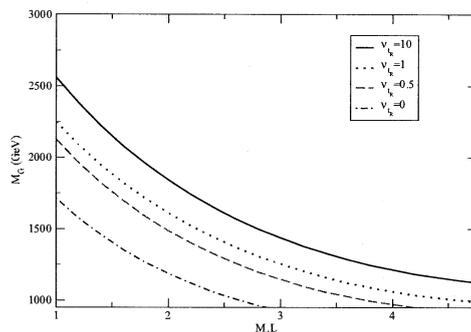


Figure 2:  $gg \rightarrow G^{(1)} \rightarrow t\bar{t}$  の 5 イベントプロット。  $M_G$ : 1st KK graviton 質量。  $\nu_{tR}$ : right-handed ニュートリノのバルク質量パラメタで、大きい値ほど TeV ブレンに局在する。  $M_4$ : 4次元プランクスケール、 $L = 1/k_0$ 。

### 2.3 Black Holes

ADD シナリオでは、基本理論のプランクスケールが TeV になり得るので、TeV スケールで量子重力の効果が期待できる。もし、パートンの衝突においてインパクトパラメタがシュワルツシルト半径  $R_S$  より小さいと、ブラックホール (BH) が (原理的には) 形成され、その断面積は

$$\sigma(M_{BH}) \approx \pi R_S^2 = \frac{1}{M_*^2} \left[ \frac{M_{BH} 8\Gamma((n+3)/2)}{M_*} \right]^{2/(n+1)} \quad (2)$$

で与えられる [7, 8]。  $M_* = 1$  TeV でルミノシティ  $30 \text{ fb}^{-1}/\text{y}$  では、1 年間に  $10^7$  個の BH が生成される。この生成数は、LEP 実験における Z ボソン生成数に匹敵することから、LHC が BH 工場になり得ることがわかる。しかし、この BH はホーキング放射によりただちに標準模型粒子に崩壊すると考えられている。その分岐比は、よい近似で粒子のスピン、内部自由度によって次のように決まる。

$$G, q : 72\%, \quad l : 11\%, \quad Z, W : 8\%, \quad \nu, \text{graviton} : 6\%, \quad H : 2\%, \quad \gamma : 1\% \quad (3)$$

$e, \gamma$  崩壊モードに着目すると、余剰次元の数に拘りなく  $M_{BH} = 1 - 10$  TeV にわたって標準模型シグナルからのずれが観測できることが示されている (Figure 3) [7]。

## 3 Universal Extra Dimension

Universal Extra Dimension (UED) シナリオは、標準模型をコンパクトスケールが TeV スケールの高次元理論に拡張した模型である [9]。この模型は階層性問題を解決しないが次のような動機が

<sup>4</sup>更に、クリーンなモードとして  $gg \rightarrow G^{(1)} \rightarrow Z_L Z_L \rightarrow 4l$  ( $Z_L$ : the longitudinal component of Z boson) について議論されている [6]。

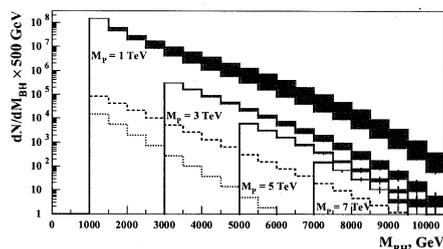


Figure 3: dotted line (dashed line) は、 $Z(ee) + X$  ( $Z(ee) + \text{jet}, \gamma + \text{jet}$ ) からのバックグラウンド。shaded region は、余剰次元の数  $n=2-7$  に対するイベント。

ある。1つは、KK パリティでコンパクト化の結果残る余剰次元方向の運動量保存則である。KK 指数の偶・奇がパリティ偶・奇に対応する。KK パリティは、超対称理論における R パリティに似ていて、一番軽い KK パリティ奇の粒子 (LKP: Lightest KK Particle) は安定になり、暗黒物質の候補になる。その他に 6 次元模型を考えると、ウィッテンアノマリー相殺条件から 3 世代が mod 3 で予言されたり [10]、余剰空間に対するローレンツ対称性の離散部分群によって陽子の安定性を保証する [11] ことも UED を考える大きな特徴である。

特に一番簡単な 5 次元模型の典型的なコライダーシグナルは、1st KK クォークの崩壊モード  $Q_1 Q_1 \rightarrow 4l + \text{missing energy}$  [12] であり、例えば  $10 \text{ fb}^{-1}$  の integrated luminosity では、 $5\sigma$  レベルでの  $R^{-1} = 1.2 \text{ TeV}$  の 1st KK クォークの崩壊が期待できる (Figure 4)。これらの崩壊パターンは、R パリティをもつ超対称理論によく似ているために、それと区別するためには 2nd KK 粒子の崩壊モードを考察することが重要である [12]。

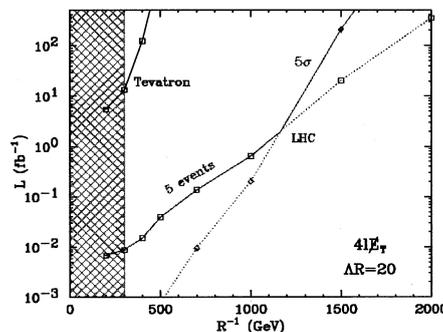


Figure 4: 5 次元 minimal UED における  $Q_1 Q_1 \rightarrow 4l + \text{missing energy}$  のルミノシティ。  $R^{-1} \leq 300 \text{ GeV}$  の領域は、CDF による excluded region。

## 4 Gauge-Higgs Unification

ゲージ・ヒッグス統一模型 (GHU) [13] では、ヒッグスを高次元ゲージ場の余剰成分と同一視する。すると、繰り込み不可能にも拘らず高次元対称性のためにヒッグスポテンシャル、ヒッグス質量は量子補正に対して有限になり階層性問題を解決する。

模型に依らないシグナルを見るためにゲージ場とヒッグスからなるセクターを考えよう。一番簡単な  $S^1/Z_2$  にコンパクト化された 5 次元模型に着目する。ヒッグス 2 重項をゲージ場から得るためには標準模型のゲージ群を含む大きなゲージ群  $G$  から出発しなければならない。そして、 $Z_2$  パリティを以下のように課すことで部分群  $H = SU(2) \times U(1)$  に破る。

$$A_\mu^H(-y) = A_\mu^H(y) \quad A_y^H(-y) = -A_y^H(y) \quad (4)$$

$$A_\mu^{G/H}(-y) = -A_\mu^{G/H}(y) \quad A_y^{G/H}(-y) = A_y^{G/H}(y) \quad (5)$$

上段が部分群  $H$  セクターで、下段が coset  $G/H$  セクターである。 $Z_2$  パリティがプラスの場合にのみゼロ質量が許され、coset  $G/H$  の余剰次元ゲージ場  $A_y$  のゼロモードとしてヒッグスが実現される。ここで注目するのは、そのヒッグスの相棒である  $SU(2)$  2重項ゲージ場  $A_\mu^{G/H}$  である。このゲージ場は、ゲージ群やフェルミオンの選び方に依らず存在する。

例えば RS 時空上でのゲージ・ヒッグス統一模型を考えると、この  $SU(2)$  2重項ゲージ場は TeV プレーンに局在し、KK トップクォークと強く相互作用する。そこで代表的なコライダーシグナルとして、 $bg \rightarrow W_C t^{(1)} \rightarrow b + 2t^{(1)}$  [14] が議論されている。 $(W_C : SU(2)$  charged ゲージボソン、 $t^{(1)} : 1\text{st KK top quark})$  例えば、 $100 \text{ fb}^{-1}$  ルミノシティで 2 TeV の  $SU(2)$  charged ゲージボソンが  $3\sigma$  (5 イベント) で観測可能である (Figure 5)。

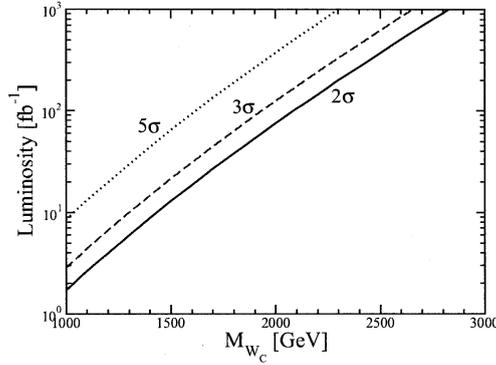


Figure 5: Charged coset ゲージボソン  $W_C$  を 2, 3, 5 $\sigma$  で観測するのに必要なルミノシティ。

## 5 Higgsless Model

Higgsless 模型は、ヒッグススカラー場を用いずに高次元理論における境界条件を使って、電弱対称性の破れを実現しようという野心的な模型である。ところがヒッグスが存在しない理論では、 $WW$  や  $ZZ$  散乱振幅の unitarity が 1-2 TeV で破れる。高次元理論では、 $W$  や  $Z$  ボソンの KK モードがその役割を担うことになる。実際に unitarity を回復させるには、KK モードのゲージ結合定数や質量の間に以下の sum rule が満たされなければならない [15, 16]。

$$g_{WWZZ} = g_{WWZ}^2 + \sum_n g_{WZW^{(n)}}^2, \quad (6)$$

$$2(g_{WWZZ} - g_{WWZ}^2)(M_W^2 + M_Z^2) + g_{WWZ}^2 \frac{M_Z^4}{M_W^2} = \sum_n g_{WZW^{(n)}}^2 \left[ 2M_{W^{\pm(n)}}^2 - \frac{(M_Z^2 - M_W^2)^2}{M_{W^{\pm(n)}}^2} \right]. \quad (7)$$

この条件は、 $WZ$  散乱のものであるが  $WW$  散乱の場合も同様の条件が導かれる。Sum rule(6) は散乱振幅の  $E^4$  項、sum rule(7) は  $E^2$  項を相殺する条件である。これらの sum rules は、(陽にゲージ対称性を破る相互作用がない) 高次元ゲージ理論に対しては自動的に満たされることに注意する。

また、sum rules(6), (7) は非常によい近似で 1st KK モードのみで成り立ち、

$$g_{WZW^{(1)}} \leq \frac{g_{WWZ} M_Z^2}{\sqrt{3} M_W M_{W^{\pm(1)}}} \quad (8)$$

の不等式を導ける。Fermilabの実験から  $g_{WZW^{(1)}} < 0.04$  for  $M_{W^{\pm(1)}} \geq 700$  GeV であることが知られていて、unitarityのために軽い 1st KK W ボソンが予言される。この unitarity 条件は、模型に依らないのでこの条件をコライダーシグナル  $qq \rightarrow W^{\pm(1)} \rightarrow W^{\pm}Z \rightarrow 3l + \nu + 2$  jets でチェックすることが提案されている [17]。10(60)fb<sup>-1</sup> のルミノシティに対して、550GeV(1TeV) の 1st KK W ボソンによるシグナルが 10 イベント期待できる (Figure 6)。

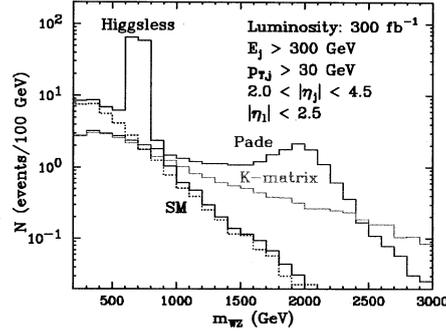


Figure 6:  $qq \rightarrow W^{\pm(1)} \rightarrow W^{\pm}Z \rightarrow 3l + \nu + 2$  jets プロセスのイベント数プロット。

## 6 Higgs

LHC の本来の目的はヒッグス探索であり、ヒッグスのコライダー物理においても高次元物理の影響は無視できない。LHC では、グルーオン融合過程 ( $gg \rightarrow H$ ) によるヒッグス生成が最も支配的である。生成されたヒッグスは標準模型粒子に崩壊するが、ヒッグスの質量によって崩壊モードの分岐比が変わってくる (Figure 7)。特にこの章では、ヒッグスが軽い場合 ( $m_H < 140$  GeV) の

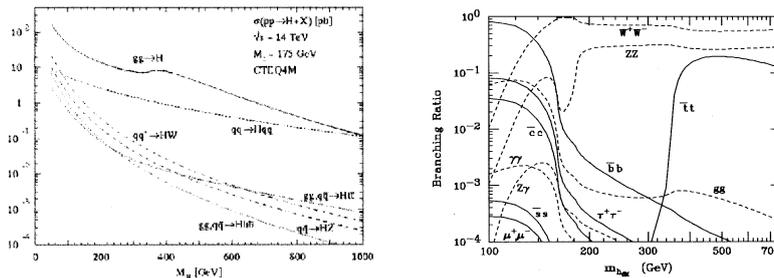


Figure 7: 標準模型におけるヒッグス生成断面積 (左図) とヒッグス崩壊分岐比 (右図)。

$gg \rightarrow H \rightarrow 2\gamma$  プロセスに着目しよう。2 光子崩壊は、分岐比 0.1% のオーダーだが QCD バックグラウンドの影響が非常に少ないクリーンなモードとして標準模型をはじめ様々な模型の枠組みで研究されている。グルーオン融合過程@ 1 ループは、湯川結合に比例するため KK トップクォーク・ループの寄与が優勢であり、2 光子崩壊過程@ 1 ループでは、KK トップクォークの寄与だけでなく KK W ボソンも寄与する。新しい物理の影響は、ループに寄与する KK 粒子の質量とヒッグスとの湯川、ゲージ結合定数に表れる。

具体例として、UED [18]、ゲージ・ヒッグス統一模型 [19]、RS 模型 [20] をとりあげ、標準模型の結果からのずれを検討した (Figure 8)。これらの図から読み取れるのは、ゲージ・ヒッグス模型の場合のみ標準模型に比べ抑制されており、UED、RS 模型は増大していることである。つまり定性的なレベルでさえゲージ・ヒッグス模型を UED や RS 模型と区別することができる。

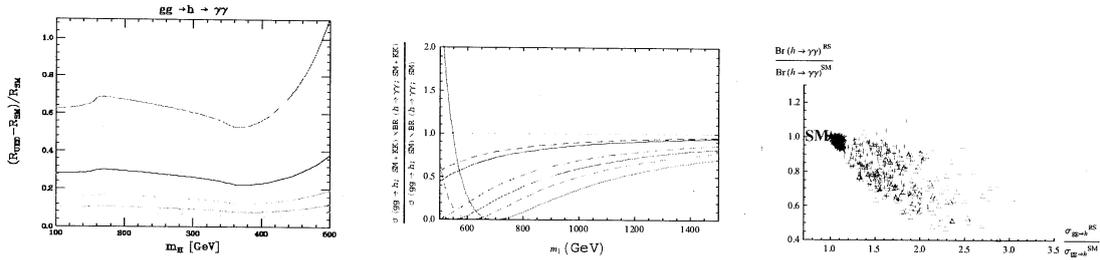


Figure 8: 標準模型と比較した場合の  $gg \rightarrow H \rightarrow 2\gamma$  プロセスのイベント数比。UED(左図)、ゲージ・ヒッグス(中央)、RS(右図)。UED では、 $R^{-1}=500, 750, 1000, 1250, 1500$  GeV の場合のプロット。ゲージ・ヒッグス、RSでは、 $m_H = 120$  GeV。ゲージ・ヒッグスでは、トップクォークを高い表現に埋め込んだ場合の extra fermion の数が上から  $n_t = 1, 3, 5$  で、実線(点線)は(反)周期境界条件に対応。RSで、 $\Delta, +, \times$  は KK スケールが 1.5, 2, 5 TeV に対応。

## 7 Radion

Radion は、計量におけるゆらぎのスカラーモードであり高次元理論特有のモードである。ここでは Randall-Sundrum 模型の radion を考えることにしよう。Radion と標準模型との結合は、エネルギー・運動量テンソルのトレースとの積で与えられる。この結合はヒッグスと標準模型との結合によく似た形をしている。実際、その相互作用を用いて radion とヒッグスの崩壊分岐比のプロットを比較してみるとよくわかる (Figure 9)。ただし、決定的に違うのは radion の場合 2 グルーオ

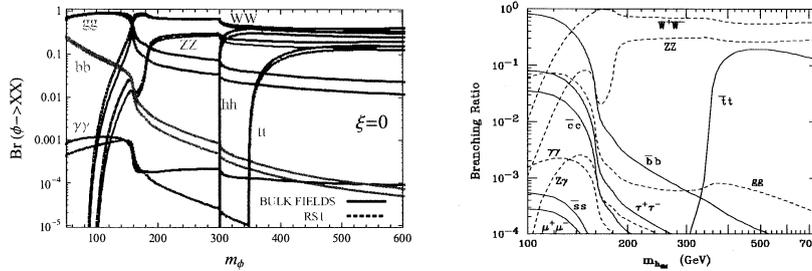


Figure 9: Radion(左図)とヒッグス(右図)の崩壊分岐比の比較。Radion は RS バックグラウンドでのプロットで、実線(点線)はヒッグスがバルク場 (TeV プレーンに局在) に対応。

ンとの結合がヒッグスの場合に比べて、トレースアノマリーの効果によって増大することである。

## 8 Summary

Extra dimensions に基づいた様々なシナリオは、もともと超対称性なしで階層性問題を解決する”alternative”であったが、今やもう決して alternative ではなく超対称性とならぶ標準模型を超える物理の可能性の 1 つである。

このようなシナリオでは、必ず標準模型と結合する TeV スケールの KK 粒子が現れる。つまり、この粒子は高次元理論特有の何らかのコライダーシグナルを引き起こすのである。ですから、高次元物理のシグナルが見えるのはそれほど現実離れしたことはありません。LHC で高次元が見えたら、何と素晴らしいことでしょうか!! その知らせを期待しながら、まとめにしたいと思います。

最後にページ数の都合上、説明不足があることは否めないが、この講演内容をまとめるにあ

たってコライダー物理については [24]、高次元物理のコライダーシグナルについては [25] が大変参考になったので、付け加えておきます。

### 謝辞

今回の招待講演の機会を与えてくださった世話人の方々に心より感謝いたします。

## References

- [1] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998).
- [2] J. L. Hewett, Phys. Rev. Lett. **82**, 4765 (1999).
- [3] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999); Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999).
- [4] G. F. Giudice, R. Rattazzi and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **544**, 3 (1999).
- [5] A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, L. Randall and L. T. Wang, JHEP **0709**, 013 (2007).
- [6] K. Agashe, H. Davoudiasl, G. Perez and A. Soni, Phys. Rev. D **76**, 036006 (2007).
- [7] S. Dimopoulos and G. L. Landsberg, Phys. Rev. Lett. **87**, 161602 (2001).
- [8] S. B. Giddings and S. D. Thomas, Phys. Rev. D **65**, 056010 (2002).
- [9] T. Appelquist, H. C. Cheng and B. A. Dobrescu, Phys. Rev. D **64**, 035002 (2001).
- [10] B. A. Dobrescu and E. Poppitz, Phys. Rev. Lett. **87**, 031801 (2001).
- [11] T. Appelquist, B. A. Dobrescu, E. Ponton and H. U. Yee, Phys. Rev. Lett. **87**, 181802 (2001).
- [12] H. C. Cheng, K. T. Matchev and M. Schmaltz, Phys. Rev. D **66**, 056006 (2002).
- [13] N. S. Manton, Nucl. Phys. B **158**, 141 (1979); D. B. Fairlie, Phys. Lett. B **82**, 97 (1979); J. Phys. G **5**, L55 (1979); Y. Hosotani, Phys. Lett. B **126**, 309 (1983); Phys. Lett. B **129**, 193 (1983); Annals Phys. **190**, 233 (1989).
- [14] K. Agashe, S. Gopalakrishna, T. Han, G. Y. Huang and A. Soni, Phys. Rev. D **80**, 075007 (2009).
- [15] C. Csaki, C. Grojean, H. Murayama, L. Pilo and J. Terning, Phys. Rev. D **69**, 055006 (2004).
- [16] C. Csaki, C. Grojean, L. Pilo and J. Terning, Phys. Rev. Lett. **92**, 101802 (2004).
- [17] A. Birkedal, K. Matchev and M. Perelstein, Phys. Rev. Lett. **94**, 191803 (2005).
- [18] F. J. Petriello, JHEP **0205**, 003 (2002).

- [19] N. Maru and N. Okada, Phys. Rev. D **77**, 055010 (2008).
- [20] A. Azatov, M. Toharia and L. Zhu, arXiv:1006.5939 [hep-ph].
- [21] G. F. Giudice, R. Rattazzi and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **595**, 250 (2001).
- [22] C. Csaki, J. Hubisz and S. J. Lee, Phys. Rev. D **76**, 125015 (2007).
- [23] M. Toharia, Phys. Rev. D **79**, 015009 (2009).
- [24] M. Perelstein, arXiv:1002.0274 [hep-ph].
- [25] P. Nath *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **200-202**, 185 (2010)

# Inflaton versus Curvaton in Higher Dimensional Gauge Theories<sup>1</sup>

中央大学 理工学部 物理学科 小山 陽次

E-mail: koyama@phys.chuo-u.ac.jp

インフレーションのモデルをつくる際には (i) インフレーションを起こす機構、(ii) 大規模構造や CMB の揺らぎの源となる曲率揺らぎを生成する機構が必要になります。曲率揺らぎには、その統計性から Gaussian な揺らぎ (ガウス分布をもつ揺らぎ) と non-Gaussian な揺らぎがあります。現在観測されている CMB の揺らぎは Gaussian な揺らぎです。

(ii) の機構を考える上で、その方法は主に 3 つあります。一つ目はインフラトンのみで曲率揺らぎを生成する場合、この場合 (i),(ii) 両方の機構をインフラトンのみで説明することが出来るという点が優れています。一方でモデルへの制限が強く、近い将来観測が期待されている non-Gaussian な揺らぎを生成することが難しいという面があります。二つ目はカーバトンのみで曲率揺らぎを生成する場合です。この場合大きな non-Gaussian な揺らぎを生成することが可能です。しかし一方でスペクトラルインデックスと呼ばれる曲率揺らぎのスケール依存性を表す量が観測値からおおきくずれてしまうことが知られています。三つ目はインフラトンとカーバトンの両方の寄与を合わせて曲率揺らぎを生成する場合です。今回扱ったのは二つ目と三つ目の場合です。

インフレーションを実現するためにはスローロールパラメータ、曲率揺らぎは非常に小さな値をとることが要求されます。これらはインフラトン、またカーバトンのポテンシャルで記述される量であり、このことが量子効果を含めたときにインフレーションでの微調整問題を引き起こします。この問題は 4 次元のインフレーションモデルでは解決困難でしたが、高次元ゲージ理論をコンパクト化した際の高次元ゲージ場の余剰次元成分のポテンシャルを用いることで、この問題は解決されます (Arkani-Hamed et al)。これまで行われてきた研究では高次元ゲージ理論のインフラトンへの応用、またカーバトンへの応用はそれぞれありましたがその両方を考慮したモデルはありませんでした。私たちは 6 次元の  $SU(2)$  ゲージ理論を 4 次元へコンパクト化した理論を考え、ゲージ場の第 5 成分と第 6 成分をそれぞれインフラトンとカーバトンと同一視することにより、微調整問題を解決するインフレーションのモデルをつくりました。

計算の結果、カーバトンのみで曲率揺らぎを生成しようとする場合は知られているようにスペクトラルインデックスの値が観測値から大きくなりすぎてしまい、誤差を極端に大きくとらなくてはならず、現実的ではないことが分かりました。モデルとしてうまく機能するのはインフラトンとカーバトン両方が曲率揺らぎに寄与する場合でした。インフラトンとカーバトンの寄与の比を計算するとインフラトンの寄与がカーバトンの約 25 倍であり、カーバトンは Gaussian な曲率揺らぎに関してはほとんど寄与しないことが分かりました。一方でカーバトンは non-Gaussian な揺らぎは生成し、その値は Planck 衛星で観測され得る値であることが分かりました。

尚、計算の詳細、関連する文献については脚注の文献を参考にしてください。

<sup>1</sup>この講演は、稲見武夫氏、水上史絵氏 (中央大) と林家民氏 (清華大) との共同研究 arXiv:1004.5477 に基づいています。

# GMSB with hidden sector renormalisation in MSSM

Sungkyunkwan University, Suwon, 440-746 South Korea Shinsuke Kawai  
E-mail: skawai@yukawa.kyoto-u.ac.jp

It has been pointed out that in supersymmetric Standard Models the hidden sector contributes to the mass renormalization of the visible sector and hence the physics of the hidden sector may be visible in future collider experiments, such as in the Large Hadron Collider [Dine, Fox, Gorbатов, Shadmi, Shirman, Thomas, Phys.Rev.**D70** 045023 (2004)]. Understanding the mechanism of supersymmetry breaking, in particular, is essential for constructing particle theory beyond the Standard Model. It is thus important to investigate *how* the hidden sector affects the masses of the superparticles at low energy.

Quantitative study of hidden sector effects on the renormalization group flow has been done by several groups. In [Cohen, Roy, Schmaltz, JHEP 0702:027 (2007)] it was found that the mass formula of the minimal supersymmetric Standard Model (MSSM) is unaffected by the hidden sector effects. The renormalization group equations are solved in the constrained MSSM scenario [Campbell, Ellis, Maybury, arXiv:0810.4877 [hep-ph]] and the mass shift in the low energy was computed. In [Arai, Kawai, Okada, Phys.Rev.**D81** 035022 (2010)] we investigated the hidden sector effects in the gauge mediated supersymmetry breaking (GMSB) scenario. GMSB is favored as it is free from the problems associated with the flavor changing neutral currents, and in this scenario the lightest superparticle (LSP) is the gravitino and the next lightest superparticle (NLSP) is either the neutralino or the stau. In our analysis we found that the hidden sector effects render the soft scalar masses smaller, enlarging the parameter space for the stau NLSP. This has interesting implications in collider physics as the stau is a charged particle; it leaves distinctive signals in detectors and its detailed decay processes should be observable in collider experiments, if the stau is the NLSP.

The above studies are based on a simple toy model of a self-interacting hidden sector, ignoring actual mechanism of supersymmetry breaking. In a more realistic scenario the supersymmetry is expected to be broken dynamically. As a first step towards a realistic model, in [Arai, Kawai, Okada, *in preparation* (2010)] we studied the effects on the low energy mass spectrum of the MSSM superparticles from a hidden sector modeled by  $\mathcal{N} = 2$  supersymmetric QCD, perturbed by a Fayet-Iliopoulos term that breaks the supersymmetry down to  $\mathcal{N} = 0$ . A merit of using this type of QCD is that it is possible to compute the low energy effective dynamics exactly, due to holomorphicity and duality of the unperturbed theory. We found in this model that the effects of the hidden sector are more involved than in the toy model example. The masses of the soft scalar particles can be made larger or smaller, depending on the dynamics of the hidden sector and the coupling to the messenger fields. We expect such features to be generic in supersymmetry breaking models based on supersymmetric QCD.

# Ferrara-Zumino カレント超多重項発散の長距離相関の検証と応用 (Goldstino 低エネルギー定理としての証明と応用)

東京大学大学院 総合文化研究科 山本大輔

E-mail: yamamotodaisuke@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

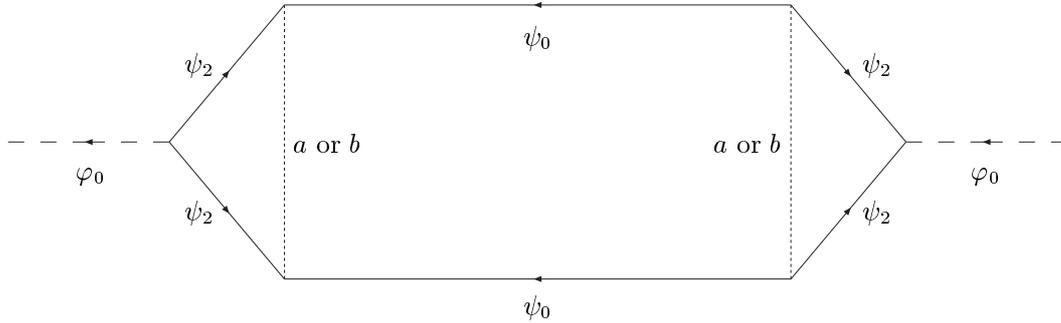
Ferrara-Zumino (FZ) カレント超多重項は、フェルミオン成分に SUSY カレント、補助場成分に energy momentum カレントを含む超多重項である。最近、Seiberg らによってこの超多重項の発散に現れるカイラル多重項のスカラー成分 ( $\varphi_X$  と記す) が、SUSY が自発的に破れた理論の低エネルギー領域では、Goldstino 2 体状態に等しく、またその 2 点関数の振る舞いが、

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \varphi_X(r) \varphi_X^\dagger(0) \rangle = \left(\frac{4}{3\pi^2}\right)^2 \frac{1}{|r|^6} \quad (1)$$

という、モデルの詳細によらない振る舞いを見せるはずだ、という提案がなされた。

我々はこの事実を幾つかの方法で検証し、報告した。まず、Goldstino 低エネルギー定理として、一般的な証明を与えた。従って幾つかの仮定が満たされるならば (R-symmetry が自発的に破れないなど)、Seiberg らの提案は正しく成り立っていることが示された。

次に、O’Raifeartaigh モデルで摂動計算を試みて、スカラー成分の 2 点相関関数が期待される振る舞いであることを示した。計算したのは次の 3-loop グラフである:



ただし理論の Superpotential を  $W = -f\Phi_0 + m\Phi_1\Phi_2 + \frac{1}{2}\Phi_0\Phi_2^2$  とした。また  $a, b$  は実スカラーであり、 $\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + ib)$  と定義される。この理論での Goldstino は  $\psi_0$  であり、注目したいスカラー成分は  $\varphi_X = -\frac{8}{3}f\varphi_0 + \frac{4m}{3}\varphi_1\varphi_2$  である。このグラフの計算結果に  $\varphi_0$  の質量に対する 1-loop 量子補正を考慮に入れれば、モデルの結合定数依存性が相殺され、(1) の関係が示される。

更に、SUSY を破るとされる  $\mathcal{N} = 1$  SUSY ゲージ理論の幾つかの具体的なモデル (Inriligator, Seiberg, Shenker による I=3/2 モデル及び IYIT モデル) において、先述のカイラル多重項を調べて、SUSY の自発的破れが起きていることを検証するための方法について考察し、報告する予定であったが、研究会時点では研究途中であったため、それぞれのモデルにおけるカイラル多重項の簡単な考察及び、SUSY の破れを格子上で調べられる可能性を述べるのみに留めた。(これは横井直人氏 (東北大)、菊川芳夫氏 (東大駒場) との共同研究による。)

# Nonlinear Supersymmetric general Relativity(NLSUSY GR) -NL/L SUSY structure and physical meanings-

Kazunari Shima

E-mail: shima@sit.ac.jp

We have shown that considering nonlinear(NL) SUSY degrees of freedom at every point of Riemann spacetime, we can construct NLSUSY GR theory by the geometrical arguments, which is the NLSUSY invariant generalization of Einstein General Relativity with the cosmological term. NLSUSY GR would decay (called *Big Decay*) spontaneously to ordinary Riemann spacetime with NG fermion(called *superon*) matter corresponding to  $\frac{superGL(4,R)}{GL(4,R)}$ , which is the highly NL SUSY invariant theory for superon, graviton and their interactions(called *SGM action*) with the cosmological constant indicating the positive vacuum energy and ignites the Big Bang of present spacetime. The strong (*spacetime*) SUSY symmetry of SGM action allows to construct the equivalent familiar N-LSUSY theory in terms of the (massless) composites of superons through the precise algebraic arguments. Remarkably the true vacuum in the (flat) local frame is achieved by the massless composite states of all (observed) particles in LSUSY theory, which appears from the cosmological term of SGM action. That is, the cosmological term is the origin of matter and forces, where the theories and the physics of both edges of the energy scale would be related. From this, new insights into neutrino mass, dark energy, dark matter and possible superfluidity of spacetime are obtained. SGM scenario predicts spacetime dimension(D) is 4, i.e.  $SO(1,D-1) \simeq SL(d,C); \frac{D(D-1)}{2} = 2(d^2-1)$  holds only for D=4, d=2. From the group theoretical arguments we have shown that  $N = 10 = 5 + 5^*NLSSUSYGR$  is the promising (unique) candidate for realistic model building with 3 generation SM. NLSUSY GR scenario with spin 3/2 NG fermion has been shown.

# Fractional superstrings, multi-cut matrix models and non-critical M theory<sup>1</sup>

Center for Theoretical Sciences, National Taiwan University Hiroataka Irie  
E-mail: irie@phys.ntu.edu.tw

String theories in non-critical dimensions are formulated by matrix models and solvable even in the non-perturbative viewpoints. Furthermore, it has also often been non-critical string theories which uncovers various interesting features of non-perturbative string theory. Our motivation of this series of works is to obtain deeper understanding of various phenomena by extending these matrix/string correspondences in the non-critical dimensions.

In this talk, we studied extension to *multi-cut two-matrix models*. These models admit several types of critical points. In particular, we focused on two types: The one has  $\mathbb{Z}_k$  symmetry in the  $k$ -cut cases ( $\mathbb{Z}_k$  symmetric critical points). The other does not have  $\mathbb{Z}_k$  symmetry when  $k \geq 3$ , but the critical points correspond to  $k$ -th fractional superstring theory ( $k$ -cut FSST critical points) [3]. Quantitatively, we obtained several analytic formulae for macroscopic loop amplitudes in the infinitely many critical points of these kinds [1,2].

Based on our results, we proposed the following intriguing applications of these matrix models [1]: The one is about *model for non-perturbative string landscape*. So far the matrix models are so simple that the string theory admits only one stable perturbative string vacuum. Their non-perturbative effects are those of instantons which represent adding unstable D-branes in background. This was understood as open-string tachyon condensation of these D-branes. However the multi-cut matrix models include more non-trivial situations. They admit several perturbatively stable vacua in its string-theory landscape (i.e. in the moduli space). Therefore, it provides useful toy models for non-perturbative string-theory landscape problem.

The other is about *a solvable toy model for non-critical M theory*. Our claim is that the multi-cut matrix models in the FSST critical points are understood as non-critical M theory by applying the philosophy proposed by Hořava-Keeler. Basic features are: 1) Mother theory of fractional superstrings; 2) The new third dimension is observed only by non-perturbative effects; 3) M/String duality is by KK reduction and Strong/Weak duality; 4) The KK momentum is D0 charge; 5) M does not have good large N expansion (not string?); 6) Several perturbative string theories are distributed in the third spacetime dimension. Therefore, it is very interesting if our M theory is described by membrane and/or shares several aspects with the critical M theory.

[1] Chuan-Tsung Chan, H.I and Chi-Hsien Yeh, Nucl.Phys.B838:75-118,2010

[2] Chuan-Tsung Chan, H.I, Sheng-Yu D. Shih and Chi-Hsien Yeh, Nucl.Phys.B828:536-580,2010

[3] H.I, Nucl.Phys.B819:351-374,2009

---

<sup>1</sup>This talk is based on collaborations [1,2] with Chuan-Tsung Chan (Tunghai Univ.), Sheng-Yu Darren Shih (NTU and transferred to Berkeley from Sep. 1 2009) and Chi-Hsien Yeh (NTU), and my own work [3].

# Model of M-theory with Eleven Matrices

弘前大学 佐藤松夫

E-mail: msato@cc.hirosaki-u.ac.jp

BFSS 行列理論は M 理論の IMF 極限を表すと考えられている行列模型である [1]。BFSS 行列理論は IMF 極限が原因で、空間 9 つを表す行列と時間しか含んでいない。よって、11 番目の時空方向のダイナミクスを記述するのが非常に困難である。例えば、D0 ブレーンの 11 番目の方向の運動量のやり取りが行われるダイナミクスはどう記述すべきか知られていない。

11 次元時空中の一体の supermembrane を表す作用を light-cone ゲージに固定すると、ポアソン括弧と不変双線形対称形式のみで書ける。これを第二量子化することで BFSS 行列模型の作用を得ることができる [2]。第二量子化はポアソン括弧を Lie 括弧で置き換えることで定義される。

我々は、11 次元時空における supermembrane 作用が、semi-light-cone ゲージにおいて南部括弧と不変双線形対称形式のみで書けることをある近似で示した [3]。故にこれらの条件下では、世界体積の計量が平坦であっても、supermembrane 作用は volume preserving diffeomorphism で明白に共変である。この作用はターゲット時空に 11 次元の  $N=1$  超対称性を持っており、16 個の dynamical な超対称性と 16 個の kinematical な超対称性で構成される。

次に、supermembrane 作用とこの近似で等価になる作用を第二量子化して得られる、二つの 3-algebra に基づく作用を M 理論の模型として提唱する。第二量子化は南部括弧を有限次元の 3-algebra のブラケットで置き換えることで定義される。これらの模型は  $SO(1,10)$  ではなく、 $SO(1,2) \times SO(8)$  または  $SO(1,2) \times SU(4) \times U(1)$  の対称性しか持っていないが、M 理論の 11 個の時空座標に対応した dynamical な 11 個の行列を持っている。また、 $SU(4)$  の方の模型で、ある 3-algebra を採用したものは、DLCQ 極限で BFSS 行列理論に帰着する。

現在も 11 次元共変な M 理論の行列模型は構成されていない。我々の模型はこの共変な模型に対し、semi-light-one ゲージを取ったものと解釈され、M 理論のすべての物理量が計算可能であると期待される。

## References

- [1] T. Banks, W. Fischler, S.H. Shenker, L. Susskind, “M Theory As A Matrix Model: A Conjecture,” Phys. Rev. **D55** (1997) 5112, hep-th/9610043.
- [2] E. Bergshoeff, E. Sezgin, P.K. Townsend, “Supermembranes and Eleven-Dimensional Supergravity,” Phys. Lett. **B189** (1987) 75.
- [3] M. Sato, “Model of M-theory with Eleven Matrices,” JHEP **1007** (2010) 026, arXiv:1003.4694

# Generalized factorization method for the overlap problem in a matrix model with complex action

摂南大学理工学部 基礎理工学機構 東 武大

E-mail: azuma@mpg.setsunan.ac.jp

超弦理論は、重力をも含めた自然界の全ての4つの相互作用を統一的に記述する理論として期待されている。1990年代後半には行列模型を用いて超弦理論の構成的定義、つまり摂動論に依らない定式化をする試みがなされてきた。1996年に提唱されたIKKT行列模型[1]は、その中でも有力な候補と考えられている。行列模型がいかんにして私たちの住む4次元時空を生成するかを調べることは、非常に重要な問題である。

IKKT行列模型は10次元で定義されたものであり、フェルミオンの積分から来る部分は複素数となる。一方、IKKT行列模型ではこの複素部分が時空のローレンツ対称性の自発的破れにおいて本質的な役目を果たすことが知られている[2]。

こうした行列模型の数値シミュレーションでは、フェルミオンから来る行列式の絶対値を取った(即ち複素数の位相を落とした)分配関数を介して計算を行う必要があるが、これは位相を落とす前の元の分配関数において重要な領域で十分な統計をためることが出来ない。このために数値シミュレーションは困難となりこの問題はoverlap problemと呼ばれている。

本講演ではoverlap problemを克服するために、これまで行列模型の数値シミュレーションで用いてきた因子化法[3]の改良について議論する。特に単純化した模型に対して改良した因子化法を用いて解析することで、数値的な結果とガウス展開法による結果との一致がどれだけ改良されるかを示す。

この研究はK.N. Anagnostopoulos氏及び西村淳氏との共同研究である。

## 参考文献

1. N. Ishibashi, H. Kawai, Y. Kitazawa and A. Tsuchiya, “A large- $N$  reduced model as superstring,” Nucl. Phys. B **498**, 467 (1997) [hep-th/9612115].
2. J. Nishimura and G. Vernizzi, “Spontaneous breakdown of Lorentz invariance in IIB matrix model,” JHEP **0004**, 015 (2000) [arXiv:hep-th/0003223].
3. K. N. Anagnostopoulos and J. Nishimura, “New approach to the complex-action problem and its application to a nonperturbative study of superstring theory,” Phys. Rev. D **66**, 106008 (2002) [hep-th/0108041].

# Supersymmetry non-renormalization theorem from a computer and the AdS/CFT correspondence <sup>1</sup>

総合研究大学院大学 素粒子原子核専攻 本多正純

E-mail: mhonda@post.kek.jp

「AdS/CFT 対応がどこまで成り立っているか」は、応用や超弦理論の非摂動的定式化を探る上で重要な問題である。そこで我々は、いわゆる  $AdS_5/CFT_4$  対応をモンテカルロ法を用いた数値シミュレーションによって検証してきた。

本講演では、4次元  $SU(\infty)$   $\mathcal{N} = 4$  Super Yang-Mills 理論 (SYM) における Chiral Primary Operator (CPO) の相関関数を数値的に計算した結果を示し、超重力理論の結果と比較することで AdS/CFT 対応の新たな検証を行った。CPO の 2 点・3 点関数は、 $\mathcal{N} = 4$  SYM の持つ共形対称性によって量子補正がオーバーオールのみで制限される：

$$\langle \mathcal{O}_{\Delta_1} \mathcal{O}_{\Delta_2} \rangle = c_{\Delta_1} \times (free), \quad \langle \mathcal{O}_{\Delta_1} \mathcal{O}_{\Delta_2} \mathcal{O}_{\Delta_3} \rangle = c_{\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3} \times (free).$$

ここで  $\mathcal{O}_{\Delta_i}$  は共形次元  $\Delta_i$  の CPO、 $c_{\Delta_1} \cdot c_{\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3}$  は (一般には結合定数に依存する) 定数である。一方、 $\mathcal{N} = 4$  SYM に双対な超重力理論では、これらの定数の間に次のような関係が得られた [1]：

$$\frac{c_{\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3}}{\sqrt{c_{\Delta_1} c_{\Delta_2} c_{\Delta_3}}} = 1.$$

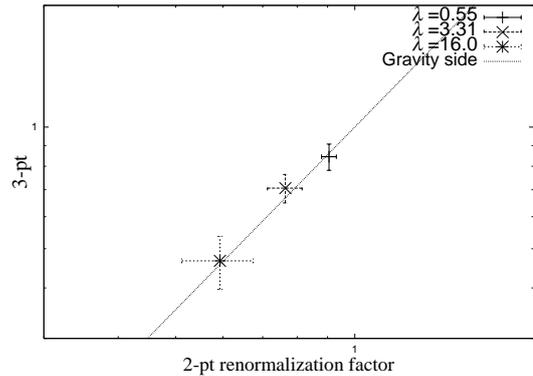
AdS/CFT 対応が正しければ、SYM 側でもこの関係が成り立っているはずである。本講演では、この主張を  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 2$  の場合に数値的に検証した。

SYM を数値計算するために行った正則化の手順

を以下に示す：

1.  $\mathbf{R}^4$  から  $\mathbf{R} \times S^3$  へ共形変換する。
2.  $S^3$  方向に Large N reduction を適用する。SYM は Plane Wave Matrix Model をある適切な真空の周りで展開し、 $N \rightarrow \infty$  の極限等で再現される [2]。
3. Plane Wave Matrix Model に対してフーリエモード正則化 [3] を適用する。

この正則化では 16 個の supercharge を含む  $SU(2|4)$  対称性が尊重されている。



計算結果を右上に示す。横軸は 2 点、縦軸は 3 点関数の各々の繰り込み因子を表し、各点は各 't Hooft coupling:  $\lambda$  における計算結果、線は重力側からの予言を表す。我々のシミュレーション結果は誤差の範囲内で重力側からの予言と一致しており、こうして AdS/CFT 対応を確認した。

[1] S. Lee, S. Minwalla, M. Rangamani and N. Seiberg, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 697 (1998).

[2] T. Ishii, G. Ishiki, S. Shimasaki and A. Tsuchiya, Phys. Rev. D **78**, 106001 (2008).

[3] M. Hanada, J. Nishimura and S. Takeuchi, Phys. Rev. Lett. **99**, 161602 (2007).

<sup>1</sup>本講演は伊敷吾郎氏、Sang-Woo Kim 氏、西村淳氏、土屋麻人氏との共同研究に基づく。

# Two-dimensional lattice for four-dimensional $\mathcal{N} = 4$ supersymmetric Yang-Mills

Department of Physics, Hiyoshi, Keio University So Matsuura  
E-mail: s.matsu@phys-h.keio.ac.jp

This talk was based on collaboration with M. Hanada and F. Sugino (arXiv:1004.5513).

In constructing our lattice theory for 2d  $\mathcal{N} = (8, 8)$  SYM, two of the sixteen supersymmetries  $Q_{\pm}$  and  $SU(2)_R$  subgroup of the R-symmetry play an important role. We then first express the fields in the form of  $SU(2)_R$  multiplets and rewrite the action in a  $Q_{\pm}$ -exact form,  $S_0 = Q_+ Q_- \mathcal{F}_0$ , where  $\mathcal{F}_0$  is a functional of the component fields. Note that  $Q_{\pm}$  are nilpotent up to gauge transformations.

We next deform the  $Q_{\pm}$  transformation and add mass terms  $\Delta\mathcal{F}$  to  $\mathcal{F}_0$ . After this deformation,  $Q_{\pm}$  are still nilpotent up to not only gauge transformations but also  $SU(2)_R$  transformations. The deformed action is written as  $S = (Q_+ Q_- - \frac{M}{3}) (\mathcal{F}_0 + \Delta\mathcal{F})$ , which is still  $Q_{\pm}$  and  $SU(2)_R$  invariant. As a result, all the scalars obtain masses and a Myers term is added to the  $SU(2)_R$  triplet. This theory has two important properties: (1) the flat directions of the scalar fields are lifted, and (2) fuzzy  $S^2$  configuration is a SUSY preserved classical solution.

We can put this deformed theory on a lattice with keeping  $Q_{\pm}$  by the method developed by F. Sugino. We can explicitly write down the  $Q_{\pm}$  transformations for the lattice variables and the lattice action is obtained by trivially latticeize  $\mathcal{F}_0 + \Delta\mathcal{F}$ .<sup>1</sup> This lattice theory shares the same properties (1) and (2). In particular, (1) means that this theory does not have the problem of the scalar flat direction. We can show that there is no relevant or marginal radiative correction to this lattice theory, that is, we can now simulate matrix string theory on a computer without any fine-tuning by simply sending  $M$  to zero after taking the continuum limit.

Finally let us discuss a possible scenario to obtain 4d  $\mathcal{N} = 4$  SYM from this 2d lattice theory. Let us consider the continuum 2d theory with the gauge group  $U(k(2n+1))$ . If we expand all the fields around the k-coincident fuzzy sphere solution, we obtain 4d  $\mathcal{N} = 4$   $U(k)$  SYM on  $\mathbb{R}^2 \times$  fuzzy  $S^2$  with the UV cutoff  $\Lambda = Mn$  and the non-commutative parameter  $\theta = Mn^2$ . Thus, it is expected that we can formulate 4d  $\mathcal{N} = 4$  SYM via the lattice theory by taking the 2d continuum limit followed by taking a large  $n$  limit with fixing  $\theta$  (4d continuum limit). The only problem is whether there appear additional radiative corrections in taking the 4d continuum limit or not. However, since the supersymmetry is softly broken by the deformation parameter  $M$ , possible divergent terms are of the order of  $M^p (\log n)^q$  with some positive integers  $p$  and  $q$ , which vanishes in taking the scaling large  $n$  limit. Furthermore, it is believed that  $\theta \rightarrow 0$  limit of 4d  $\mathcal{N} = 4$  SYM is continuous. Therefore we strongly expect that we can formulate 4d  $\mathcal{N} = 4$  SYM via the 2d lattice theory without any fine-tuning.

---

<sup>1</sup>In addition, we need an admissibility condition in order to single out the trivial vacuum of the gauge field.

# Reflection Positivity of Free Overlap Fermions

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻 白井耕太

E-mail: kouta@hep-th.phys.s.u-tokyo.ac.jp

場の量子論を格子上で構成的に定義するためには、格子理論は、局所性、reflection positivity、格子対称性（ $90^\circ$  回転および格子上の並進対称性）といった基本的な要請を満足していなければならない。局所性は、連続極限が universal であり、格子理論が目指す連続理論と同じ universality class に属するために、reflection positivity は、格子理論がユニタリー性を持つ整合的な量子論であることを保証するために、それぞれ必要な要請であり、また、格子対称性は、連続極限において、Poincare 対称性（Euclid 対称性）が回復すると期待しうる根拠として必要な要請である。もし可能ならば、格子上のモデルがこれらの基礎的な性質を満足することに対しては、数値的な応用に先立って、厳密な証明が与えられていることが望ましい。

加えて、格子モデルにおいては、連続理論の持つ重要な対称性が保たれていることが望ましい。ゲージ対称性は、link 変数の導入により格子上で保つことができる。カイラル対称性は、Ginsparg-Wilson 関係式を満たすゲージ共変な Dirac 演算子（overlap Dirac 演算子）を用いることにより、格子上でも保つことが可能である。Overlap 演算子の局所性は決して自明ではないが、link 変数に対するある条件の下では、局所的になることが厳密に証明されている。さらに、overlap fermion を用いた格子 QCD の大規模数値計算も進められ、カイラル対称性の自発的な破れに対する数値的な証拠も得られてきている。しかしながら、overlap fermion が reflection positivity を満たすかどうかという問題は、本研究以前には、完全には明らかにはなっていなかった。Wilson fermion に対しては、ゲージ相互作用がある場合も含めて reflection positivity を満足することが厳密に示されており、その意味で、Wilson fermion を用いた解析は確固たる基礎付けがなされていると言えるが、この事実と比較すれば、overlap fermion を用いた解析に対しても同様の基礎付けが与えられていることが強く望まれるであろう。

本研究は、菊川芳夫氏（東大駒場）との共同研究である。本研究では、ゲージ相互作用の無い場合の overlap Dirac fermion の系を考察し、この系が reflection positivity を満足することの厳密な証明を与えた。この結果によって、少なくともゲージ相互作用の無い場合は、格子上の overlap Dirac fermion の系が、実際に、正しく量子論を定義していることが明らかになったことになる。また、overlap fermion の系に対する証明のために用いた解析方法の応用として、overlap Dirac 演算子を用いて定式化された格子上の Wess Zumino モデルの reflection positivity を考察した。この問題は、本質的には、overlap Majorana fermion および、overlap boson（overlap 演算子の二乗で定義される boson）の reflection positivity を調べる問題に帰着するが、前者に関しては、Dirac fermion の場合の証明を注意深く検討することにより、この証明が Majorana の場合にも容易に拡張されることが分かるので、問題は起こらない。一方で、後者の overlap boson の系においては、reflection positivity が破れてしまうことが分かる。そこで、boson の伝搬関数を計算し、そのスペクトル密度を陽に求めて解析することにより、運動量空間（Brillouin zone）のどの領域において、実際に reflection positivity が破れるかの評価を与えた。

# 格子 “ $\mathcal{N} = 2$ ” Landau-Ginzburg 模型の Nicolai 写像 を用いたシミュレーション

東京大学大学院総合文化研究科 河井博紀

E-mail: hirokik@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

$\mathcal{N}=2$  Landau-Ginzburg 模型 (LG 模型) の赤外固定点は,  $\mathcal{N}=2$  超対称共形場理論のミニマル系列を記述すると予想されている. 本研究では格子上で定式化された LG 模型の赤外領域の振る舞いをモンテカルロシミュレーションによって調べ, この予想を非摂動的にチェックした.

ここで用いる格子模型 [1] では, Nicolai 写像を利用して  $\mathcal{N} = (2, 2)$  の 1 個の SUSY を, overlap 演算子  $D$  を用いて離散的 chiral 対称性を, それぞれ保っており, 摂動論の範囲では微調整が不要である事がわかっている. そのため, 連続理論と同じ universality class に属していると考えられる. 但し, fermion 行列式は実ではあるが正負いずれの値もとりにうするため, sign 問題に直面しうる.

そこで我々は Nicolai 写像を利用し, 経路積分をノイズ積分

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\langle \sum_{i=1}^{N(\eta)} \mathcal{O}(\eta, \phi_i) \operatorname{sgn}|D + F(\phi_i)| \rangle_{\eta}}{\langle \sum_{i=1}^{N(\eta)} \operatorname{sgn}|D + F(\phi_i)| \rangle_{\eta}}, \quad (1)$$

に帰着させてシミュレーションを行った [2]. ここで  $D+F$  は fermion kernel,  $\{\phi_i | i = 1, \dots, N(\eta)\}$  はノイズ  $\eta$  に写像される boson 場  $\phi$  の配位,  $\langle \dots \rangle_{\eta}$  は Gaussian ノイズにわたる平均を意味する. 標準正規分布でノイズを生成し, Nicolai 写像を Newton 法で解いて場をサンプリングし, Eq.(1) の分母・分子をそれぞれ評価するという手順である. Eq.(1) の分母は連続極限で Witten 指数  $\Delta$  になる事が示され, 従って sign 問題は避けられると思われる. また, この方法では自己相関は完全に消えている事になる. 但し, ノイズごとに全ての解が得られているか不明な点が問題として残っている. この点については, 得られたサンプルから, 格子理論の超対称 Ward-高橋恒等式を通じて, 系統誤差を評価した.

我々は超ポテンシャルが  $W = \frac{\lambda}{3} \Phi^3$  の場合に  $a\lambda = 0.3$  と置き,  $\chi_{\phi} \equiv a^2 \sum_{|x| \geq 3a} \langle \phi(x) \phi^*(0) \rangle$  の有限体積スケールリングを通じてウェイトを測定した. 予想通り  $\phi$  がウェイト  $(h, \bar{h}) = (\frac{1}{6}, \frac{1}{6})$  でスケールすれば, 連続極限での体積  $V$  依存性は  $\chi_{\phi} \propto V^{1-h-\bar{h}} = V^{0.666\dots}$  となる. 我々が得た  $1-h-\bar{h}$  の測定値は  $0.660 \pm 0.011$  であり, これは予想と consistent である. 系統誤差は 0.5% 以下と小さく, 分母も今の場合の Witten 指数  $\Delta = 2$  にほぼ留まった. また Gaussian 模型 ( $c=1$ ) との対応を仮定すれば, 予想されている結合定数 ( $\pi k = \frac{3}{4}$ ) と consistent な結果が得られた.

## References

- [1] Y. Kikukawa and Y. Nakayama, Phys. Rev. D **66**, 094508 (2002)
- [2] H. Kawai and Y. Kikukawa, arXiv:1005.4671 [hep-lat].

# Chiral Magnetic Effect

京都大学基礎物理学研究所 福嶋 健二

E-mail: fuku@yukawa.kyoto-u.ac.jp

カイラル磁気効果 (Chiral Magnetic Effect) のアイデア, 理論的背景, 相対論的重イオン衝突実験での観測量とその解釈について概説する.

## 1 導入

荷電粒子系に電場をかければ電流が走る. しかし磁場をかけても電流は生じない. ローレンツ力は荷電粒子の速度と磁場との外積で与えられるから, 磁場は荷電粒子に何ら仕事をしない, と教科書にかいてある. これは古典電磁気学における”常識”であるが, 最近, このような”常識”に一見反するような奇異な現象が盛んに議論されている. 後に見るように, 磁場中でのカイラルフェルミオン (質量ゼロの右巻きおよび左巻きフェルミオン) が重要な役割を果たすため, カイラル磁気効果 (Chiral Magnetic Effect) という呼び名が人口に膾炙している. カイラル磁気効果は, もともとは, 相対論的重イオン衝突実験で生成されるクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) の性質にアプローチするひとつのアイデアとして提案された [1]. 背景となる微視的メカニズムはシンプルで高い可搬性を持っているため, 今後, QGP に限らず様々な方面で応用が広がっていくかも知れない (すでに広がっているかも知れない). QGP 物理の分野でカイラル磁気効果が大きな話題になっているのは, 相対論的重イオン衝突実験でそのシグナルらしきデータが出た, ということが大きな理由なのだが, 実験データの解釈はその後紛糾を極め, 近い将来, 解釈が翻る可能性も無いとは言えない. しかしたとえ否定的な結論に至ったとしても, それは, まだシグナルが見えていない, と解釈すべきであって, カイラル磁気効果の理論的根拠を覆すことにはならない. このような混沌とした現状を鑑みて, また他分野 (例えばグラフェンの物理など) へのアイデアの応用を期待して, 本稿では, カイラル磁気効果をなるべく一般的な言葉で説明するように努めたい. それから相対論的重イオン衝突実験におけるカイラル磁気効果の発現, 最後に実験データの解釈の問題へと話を進めていくことにしよう.

## 2 カイラル磁気効果

本質的なアイデアのみを説明するためには, (ほぼ) 古典電磁気学の範囲で事足りる. Maxwell 方程式は, QED のラグランジアンから導かれる古典運動方程式と Bianchi 恒等式から成る. 次のように変更された QED のラグランジアン (密度) で記述される古典理論を考えてみよう.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{e^2}{16\pi^2}\theta F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu + e\gamma^\mu A_\mu - m)\psi. \quad (1)$$

ここで  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}F_{\lambda\sigma}$  である. 第一項と第三項は通常の QED を与える部分であり, 以下では第二項の効果について考える. 成分をあからさまに書き下せばすぐにわかるように,  $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} \propto$

$F_{01}F_{23} + F_{02}F_{31} + F_{03}F_{12} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  である．従って第二項はパリティ ( $\mathcal{P}$ ) と，時間反転 ( $\mathcal{T}$ ) のもとでの対称性を陽に破る．このことは空間成分の足も時間成分の足も，どちらも奇数個含むことから明らかである．または，ベクトルである  $\mathbf{E}$  と軸性ベクトルである  $\mathbf{B}$  の内積だから，とも理解できる． $\mathcal{CPT}$  定理により，通常， $\mathcal{T}$  の破れとは言わず  $\mathcal{CP}$  の破れと言うことが多い．

電磁相互作用は  $\mathcal{P}$  も  $\mathcal{CP}$  も破らないことが知られているので， $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$  のような項は許されない．ところが QCD はインスタントンのようなトポロジ的配位を持ち，基底状態は Chern-Simons 数についての Bloch 状態になっている．そのような状態では  $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$  項を一般に排除できない．(にもかかわらず強い相互作用の  $\mathcal{CP}$  の破れが何故か見付かっていない．この Strong  $\mathcal{CP}$  問題は現代物理学の未解決問題のひとつである．) ここでは QCD を念頭に置いてとにかくラグランジアン (1) の理論を考えてみよう．

$F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = \partial_\mu[2e^{\mu\nu\lambda\rho}A_\nu\partial_\lambda A_\rho]$  と書けることからわかるように，この項は古典レベルでは運動方程式に何も影響しない．そこで時空に依存するような  $\theta(x)$  を考えてみよう．このとき  $\theta(x) F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$  全体は表面項でないから，運動方程式に  $\theta(x)$  に依る項が入ってくる．少し計算すれば，実際，Maxwell 方程式が，

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho + \frac{e^2}{4\pi^2}(\nabla\theta) \cdot \mathbf{B}, \quad (\text{電荷に対する Gauss 則}) \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \partial_t \mathbf{E} = \mathbf{j} + \frac{e^2}{4\pi^2}[(\partial_t\theta)\mathbf{B} - (\nabla\theta) \times \mathbf{E}], \quad (\text{Ampere 則}) \quad (3)$$

と変更されることが確認できる．一方，Bianchi 恒等式である Faraday 則 ( $\nabla \times \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = 0$ ) と，磁荷に対する Gauss 則 ( $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ) は変更されない．運動方程式から一目瞭然なように，磁場と空間変動する  $\theta(x)$  があると， $(\nabla\theta) \cdot \mathbf{B}$  に比例する電荷を生じる [2]．あるいは，磁場と時間変動する  $\theta(t)$  があると，

$$\mathbf{j}_{\text{CME}} = \frac{e^2}{4\pi^2}(\partial_t\theta)\mathbf{B}, \quad (4)$$

なる電流 (カイラル磁気電流) を生じる [1, 3]．本稿の冒頭で述べたように，あたかも Ohm の法則のように，磁場に比例する電流が出てきた！これらの電荷あるいは電流を誘導する微視的メカニズムが，カイラル磁気効果なのである．

賢明な読者は気付かれたと思うが，ここまでの議論では”カイラル”という性質を全く使っていないばかりか，カイラル磁気電流とフェルミオンとは一切関係ないようにさえ見える．両者の橋渡しとなるのは量子異常である．フェルミオンがゼロ質量であれば，ラグランジアン (1) は，古典レベルで次のようなふたつの  $U(1)$  変換のもとで不変である．

$$\psi \longrightarrow \psi' = e^{i\alpha}\psi, \quad \psi \longrightarrow \psi' = e^{i\beta\gamma^5}\psi. \quad (5)$$

前者は電荷数保存に対応する対称性であり，後者はよく知られているように，量子レベルでは軸性量子異常によって破れる．即ち上記の (時空に依存した)  $\beta$  による回転の結果，作用の変化分が  $\int d^4x \beta(x)[\partial_\mu j_5^\mu + (e^2/8\pi^2)F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}]$  となり，これより直ちに Adler-Bell-Jackiw 量子異常関係式が得られる．この議論から明らかのように， $\beta = \theta/2$  と選べば，ラグランジアン (1) 中の  $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$  項

を消去することができる．さて我々は時空変動する  $\theta(x)$  を考えなければならなかったことを思い出そう．軸性 U(1) 変換の後，運動項の微分から，

$$\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi \longrightarrow \bar{\psi}' [i \gamma^\mu \partial_\mu + (\partial_\mu \theta / 2) \gamma^\mu \gamma^5] \psi', \quad (6)$$

と余分な項が出てくることがわかる．ラグランジアン (1) で  $\theta F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$  項を考える代わりに，上記の式 (6) 中の  $\partial_\mu \theta$  を含む項を考えても物理的内容は等価である．例えば磁場と時間変動する  $\theta(t)$  に対しては，式 (4) で与えられるような誘導電流が得られるはずである．以下でこのことを具体的に検証してみよう．こうした確認作業によって，カイラル磁気効果の微視的・直感的な意味が，より鮮明になってくることだろう．

### 3 カイラル化学ポテンシャルによる微視的計算

$\theta(t)$  の時間依存性を  $\theta(t) = 2\mu_5 t$  と仮定して計算を進めてみよう．すると式 (6) からわかるように，微分から出てくる余分な項は， $\mu_5 \bar{\psi} \gamma^0 \gamma^5 \psi$  の形を取る (以下では  $\psi'$  を単に  $\psi$  と書く)．ここで  $\bar{\psi} \gamma^0 \gamma^5 \psi = \psi_R^\dagger \psi_R - \psi_L^\dagger \psi_L = N_R - N_L$  であるから，これは右巻き粒子数と左巻き粒子数との差，即ちカイラリティに他ならない．ユークリッド化した有限温度/密度の場の理論では， $\mu_5$  はカイラリティに対応する化学ポテンシャル (i.e. カイラル化学ポテンシャル) と見做することができる．

まず，磁場  $B$  とカイラル化学ポテンシャル  $\mu_5$  のもとで，荷電粒子のエネルギー分散関係を求めてみよう．先に答えを書いてしまうと，

$$\omega_{k,s}^2 = [\sqrt{p_z^2 + 2|eB|k} + \text{sgn}(p_z) s \mu_5]^2 + m^2. \quad (7)$$

ここで  $p_z$  は  $B$  に平行な縦運動量成分であり，垂直な横運動量は  $k$  で指定された軌道のランダウ準位エネルギー  $2|eB|k$  に置き換わる．さらに  $\mu_5$  は右巻き粒子に対しては正の化学ポテンシャル，左巻き粒子に対しては負の化学ポテンシャルとして働くから，ヘリシティ  $\text{sgn}(p_z) s$  に応じてエネルギーを押し上げる，あるいは押し下げないように，エネルギー分散関係に効いてくる．

次に，このようなエネルギー分散関係を持った自由荷電粒子系の分配関数を書き下そう．適当な正則化を仮定する．(今の場合は単に運動量カットオフを用いるが，最終的な答え (4) は有限であるから，正則化処方重要ではない．ゲージ普遍性を気にする人は固有時間正則化等を用いればよい．) ランダウ準位密度は  $|eB|/(2\pi)$  で与えられるから，分配関数 (熱力学ポテンシャル) は，

$$\Omega = -V \frac{|eB|}{2\pi} \sum_{s=\pm} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{k,s} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \frac{dp_z}{2\pi} \omega_{k,s}. \quad (8)$$

ここで  $\alpha_{k,s}$  は，次のように定義される．

$$\alpha_{k,s} = \begin{cases} 1 & k \geq 1 \\ \delta_{s+} & k = 0, eB > 0 \\ \delta_{s-} & k = 0, eB < 0 \end{cases} \quad (9)$$

このファクター  $\alpha_{k,s}$  の意味は非常に重要なので、少し詳しく説明しておこう。ランダウ量子化が起こるとき横方向の運動は調和振動子に帰着するので、ランダウ準位エネルギーは調和振動子のエネルギー  $2|eB|(k+1/2)$  ( $k \geq 0$ ) で与えられる。ここでゼロ点振動エネルギー  $|eB|$  の存在に着目してもらいたい。このゼロ点振動エネルギーの大きさは、スピン  $1/2$  の粒子に対する Zeeman エネルギーの大きさとちょうど一致している。(グルーオンのようなスピン  $1$  の粒子に対しては Zeeman エネルギーの方が勝つ。これが所謂 Nielsen-Olesen 不安定性の起源である。) 例えば磁場が  $z$  正方向に印加されている場合、スピン  $s = +$  (磁場と平行) が稼ぐ Zeeman エネルギーがゼロ点振動エネルギーを正確に打ち消し、ランダウ準位エネルギーは  $2|eB|k$  ( $k \geq 0$ ) となる。一方スピン  $s = -$  (磁場と反平行) ならばエネルギーを損し、ゼロ点振動エネルギーと合わせてランダウ軌道量子数  $k$  をひとつ増やす効果となる。つまりこのときランダウ準位エネルギーは  $2|eB|k$  ( $k \geq 1$ ) である。結果的に  $eB > 0$  であればランダウ・ゼロモード ( $k = 0$ ) はスピン  $s = +$  にのみ現れる。これがファクター (9) の物理的意味である。

いよいよ準備が整ったので電流を計算してみよう。磁場方向のベクトルポテンシャルを  $A_z$  として、電流は、

$$j_z = -\frac{1}{V} \frac{d\Omega}{dA_z}, \quad (10)$$

より求められる。熱力学ポテンシャル  $\Omega$  の  $A_z$  依存性は簡単に決まる。というのは共変微分の構造から、 $A_z$  依存性は必ず  $p_z - eA_z$  という組み合わせで現れるはずだからである。従って  $A_z$  で微分する代わりに  $p_z$  で微分して  $-e$  をかればよい。以上を合わせて、結局、

$$\begin{aligned} j_z &= \frac{e|eB|}{2\pi} \sum_{s=\pm} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{k,s} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \frac{dp_z}{2\pi} \frac{d\omega_{k,s}}{dp_z} \\ &= \frac{e|eB|}{2\pi} \sum_{s=\pm} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{k,s} \frac{2s\mu_5}{2\pi} = \frac{e^2}{2\pi^2} \mu_5 B. \end{aligned} \quad (11)$$

一行目から二行目に移る際に、 $p_z$  積分から表面項  $\omega_{k,s}(p_z = \Lambda) - \omega_{k,s}(p_z = -\Lambda) = 2s\mu_5$  のみが残る。このように積分の紫外端から有限の寄与が残るのは、量子異常の計算に特徴的な性質である。また  $k \neq 0$  からの寄与はスピン和でキャンセルし合って消えてしまうので、ランダウ・ゼロモードだけが電流に寄与する点も面白い。ここで  $\theta = 2\mu_5 t$  だったことを思い出せば、計算結果 (11) が前出の式 (4) と完全に合致していることがわかる。

ここまでの代数的な説明では、未だカイラル磁気電流を感覚的に理解したような気にはなれないだろう。そこで文献 [1] に従って直感的な説明を試みよう。ゼロ質量で正電荷を持つ右巻き粒子および左巻き粒子のシステムを考え、そこに外部から強い磁場を加えてみよう。(図 1 参照。簡単のため反粒子は描いていないが、反粒子も粒子と同様に電流に寄与する。) ここで念のため、右向き粒子は運動量とスピンの方向が互いに平行、左向き粒子は運動量とスピンの向きが互いに反平行であることを断わっておく。強磁場中では、粒子のスピンは磁場の方向に揃う。と同時に図 1 に示すように運動量の向きも決まってしまうのが肝要なポイントである。普通の物質では右巻き粒子数と左巻き粒子数は同じだから、システム全体のネットな運動量はゼロである。しかしカイラ

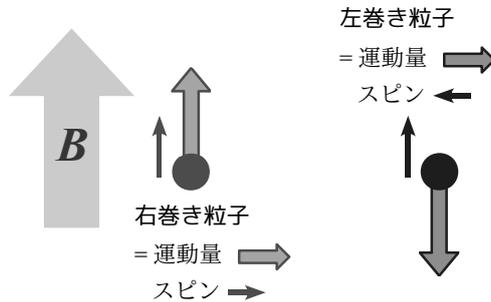


Figure 1: 強磁場中における右巻き粒子の運動量とスピンの向き (左) および左巻き粒子の運動量とスピンの向き (右) .

ル化学ポテンシャル  $\mu_5$  が有限であるような特殊な状況を考えると、カイラリティ  $N_R - N_L$  がゼロではないから、ネットな運動量もゼロではない。つまり電流が流れる。極端な例として、右巻き粒子だけからなるシステムに磁場をかけると、磁場の方向 (図 1 の上向き) に電流が流ることになる。電流は磁場とカイラリティとともに強くなるのが自然と予想される。式 (4) あるいは (11) を見ると、実際、そのようになっていることがわかる。

ここで与えた古典的な説明は感覚的に解り易いが、微視的な導出と照合してみると、微妙な問題を含んでいるように思われる。量子論的には、あらゆる状態からの寄与を重ね合わせた、電流の期待値を計算したことになっている。古典的にスピンの磁場に揃うような効果は、Zeeman エネルギーにより取り込まれているが、既に説明したように Zeeman エネルギーは  $s = +$  と  $s = -$  でランダウ軌道  $k$  をひとつずつだけである。  $k$  は無限大まで和を取るのだから、スピンによる差異が生じるのはランダウ・ゼロモードだけであり、それは  $\alpha_{k,s}$  のところで既に説明した通りである。従って図 1 に描かれているのは、実はランダウ・ゼロモードの (つまり横方向には全く揺らいでいない) 粒子だったことがわかる。ある意味、粒子の横方向の運動に関しては、古典論の描像が量子論でも正しかったと言える。その一方で、粒子の縦方向の運動についても、あらゆる運動量状態からの寄与を足し上げないといけない。この  $p_z$  に関する足し上げ (積分) の結果、表面項のみが残るということを、どう理解したらよいのだろうか? 額面通りに考えれば、無限大の縦運動量を持つような量子揺らぎがあって、上向きに走る無限大の正電流と下向きに走る無限大の負電流が不完全な相殺をした結果、有限の電流が残るということになる。

これは本当に正しいのだろうか? 現実には、相対論的重イオン衝突実験のようなシステムで、カイラル磁気効果の発現を考えたいわけである。そうした状況で、温度にも密度にも関係ない真空の量子揺らぎ、しかも無限大の縦運動量を持つ揺らぎに由来する電流が、実験で目に見えるデータと直接関係しているとは、なかなか考えにくい。寧ろ、媒質 (つまり QGP 中にリアルに存在しているクォーク) が磁場に古典的に応答する、図 1 のような状況を素直に考えたい。この疑問をきちんと突き詰めたという議論はまだ聞いたことがない。恐らくこれと関係しているのが、カイラル磁気電流の表式 (4) あるいは (11) が量子補正を受けるかどうか、という問題であろう。量

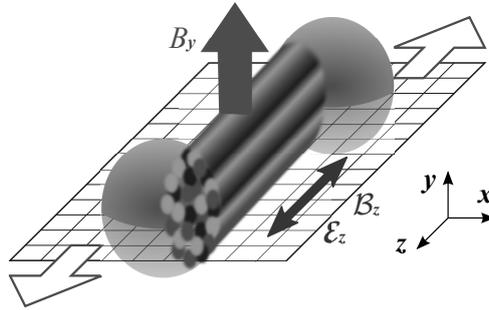


Figure 2: 相対論的重イオン衝突実験におけるずれ衝突．ふたつの重イオンの進行方向面を反応平面と呼ぶ．重イオンの正電荷によって作られる磁場は反応平面に垂直である．衝突の起きる領域には，ふたつの重イオン間を繋ぐように，強いカラー電場・カラー磁場が発生する．図は文献 [5] より．

子異常を基にした導出 (文献 [3] 参照) を信じれば，補正を受けない厳密な関係式なのだが，具体的に計算してみると補正が出てくるように見える [4]．磁場中の遮蔽効果などをもっと慎重に検討する必要があるのかも知れない．

#### 4 相対論的重イオン衝突

ここまでの説明で，カイラル磁気効果の発現に必要な要件は，強い磁場と有限のカイラリティであることがわかった．相対論的重イオン衝突実験では，これらの要件が満たされることを説明しよう．まず説明が簡単な，磁場の存在から始めることにしよう．

紙面の都合上，重イオン衝突実験自体の詳細には立ち入らないが，ふたつの重イオン (金，鉛，銅など) を衝突させることで，初期宇宙にも匹敵する超高エネルギー密度状態を実験室内に作り出すことを目的としている．アメリカ・ニューヨーク州のブルックヘブン国立研究所で現在も稼働を続ける Relativistic Heavy-Ion Collider (通称 RHIC) では，核子-核子衝突あたり最高で  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV という衝突エネルギーで実験している．当初の目標は QGP 生成だったが，現在ではその次のステージ，即ち生成された QGP の性質を定量的に探る研究が主流となっている．

さて，図 2 のように，ふたつの重イオンが真正面ではなく少し横にずれて衝突したとする．このようなずれ具合は，インパクト・パラメーターやセントラリティを用いて表現する．セントラリティは慣例的に，0% なら正面衝突，100% に近づくにつれてより大きなずれ衝突となる．現象論的モデルによる解析と合わせて，セントラリティは実験の衝突イベント毎に決めることができる量である．ずれ衝突を上から眺めたところを想像してみよう．ふたつの重イオンの運動を電流のように見做せば，反応平面に垂直に磁場が発生する．重イオンが持つ正電荷，重イオンの速度 (これは核子あたりの衝突エネルギーと核子の質量からすぐわかる)，重イオン半径，そしてセントラリティの全てが分かっているから，磁場の強さは古典電磁気学を用いて評価することができる．こ

ここでは標準的な単位であるテスラあるいはガウスの代わりに、磁場の強さをエネルギーで表そう。 $eB$  はエネルギーの二乗の次元を持っており、RHIC 実験の金-金衝突では、 $eB$  は  $\pi$  中間子質量の二乗程度と見積もられた [1]。これは驚くべき結果である。例えば宇宙最強の磁場は、マグネターと呼ばれる特殊な中性子星の表面磁場であり、その強さは  $10^{15}$  Gauss 程度と知られている。 $\pi$  中間子質量の二乗程度のエネルギーを持つ磁場は、マグネター表面磁場の更に千倍程度強く、強い相互作用と拮抗するに十分である。ただ勿論、相対論的重イオン衝突実験で発生する磁場の寿命は、せいぜい数 fm 程度の長さである。短いと言っても、強い相互作用による粒子生成や熱化過程の時間スケールに比べれば十分に長い。更に付け加えるならば、磁場の強さは固有時間の減衰関数になっているわけだが、この減衰は指数関数ではなく冪で落ちる。これは電磁相互作用が長距離力であることによる。

次にカイラリティが有限である可能性について説明しよう。これは様々な立場から論拠を示すことができる。例えば QCD スファレロンが熱的に盛んに励起されることによって [6]、QGP 中にトポロジカルチャージを持ったドメインができる。そのトポロジカルチャージが Adler-Bell-Jackiw 量子異常を通してカイラリティを生じる、というのがひとつのシナリオである。要注意ポイントとしては、高温では QCD インスタントンは指数関数的に抑制され、摂動的な熱揺らぎが支配的になっていくが、それは必ずしも高温状態が自明なトポロジー構造しか持たないという意味ではない。寧ろ逆に、高温では異なる Chern-Simons 数を持つ状態に、摂動的な揺らぎで容易に飛び移れるようになるため、有限のトポロジカルチャージを持つドメインが増えてゆくのである。少し余談になるが、トポロジー的感受率とスファレロン率は、明確に区別せねばならない。どちらもトポロジカルチャージの相関を表しているのだが、トポロジー的感受率は空間的な相関に対応している。格子 QCD シミュレーションで測定されているのはこちらの量である。一方、スファレロン率はトポロジカルチャージの時間的な拡散率であり、高温では  $\propto \alpha_s^5 T^4$  に従って大きくなる。解析接続の問題のため、格子 QCD シミュレーションでスファレロン率を計算することは極めて難しい。

もしも時間スケールが QGP 生成よりも前ならば、QCD スファレロンよりも、カラーグラス凝縮がより正しい記述を与えるだろう [5]。カラーグラス凝縮の物理は深遠な内容を含んでおり、ここではその深遠さの触りすら紹介する余裕がないのが残念である。カラーグラス凝縮の理論に教えるところでは、衝突初期状態ではふたつの重イオンの間に、強いカラー電場、カラー磁場が発生する。このような状態を特に、カラーグラス凝縮によるプラズマ前段階の記述という意味で、グラスマと呼ぶ。図 2 からわかるように、グラスマ中ではカラー電場とカラー磁場の内積はゼロでない。つまりもともとトポロジカルチャージ密度が分布した状態なのである。カラー電場とカラー磁場の強さや分布などは所謂、飽和運動量  $Q_s$  という量で特徴付けられており、グラスマ描像での定量的計算は QCD スファレロンに比べて容易である。

上記のようにトポロジカルチャージと量子異常関係式からカイラリティを期待するほかに、もっと素直に時間変動する  $\theta(t)$  そのものを考えるという向きもある。ひとつの可能な候補は、 $\eta'$  中間子凝縮による  $P$  の破れである。変換 (5) からわかるように軸性 U(1) 変換はスカラーと擬スカラーを混ぜる。逆に  $\eta'$  中間子のような擬スカラーが凝縮したら、その効果を有限の  $\theta$  に焼き直すことができる。普通は  $\eta'$  中間子は重すぎるため凝縮しないのだが、高温ではインスタントン励起が抑制されるためスカラーと擬スカラーが縮退してゆき、 $\eta'$  中間子凝縮の可能性が開けるのである。

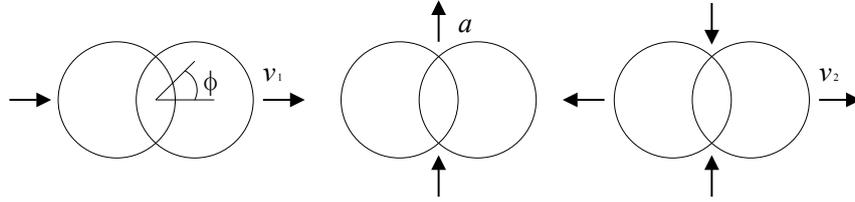


Figure 3: ずれ衝突によって生成する粒子の角度分布． $\phi$  は方位角であり，左から順に Directed Flow , Charge Asymmetry , Elliptic Flow の寄与を表す．

## 5 実験データとその解釈

カイラル磁気効果は実験データに対する理論的解釈であって，まず実験で見えるのは  $\mathcal{P}$  や  $\mathcal{CP}$  の破れである．システム全体あるいはイベント平均では  $\mathcal{P}$  も  $\mathcal{CP}$  も破れないので，よく Local Parity Violation (LPV) を観測した，という言い回しが使われる．RHIC では1回の衝突イベントあたり数百～千個程度の粒子が(セントラルラピディティ領域で)観測され，実験データが数千万～億イベント程度蓄積されている(もっと多かったかも知れない)．1回のイベント毎に観測された正電荷粒子あるいは負電荷粒子の方位角分布をフーリエ分解すれば，

$$\frac{dN_{\pm}}{d\phi} \propto 1 + 2v_{1\pm} \cos(\phi) + 2a_{\pm} \sin(\phi) + 2v_{2\pm} \cos(2\phi) + \dots \quad (12)$$

ここで  $\phi$  は方位角であり，図3に定義を示した．図3の円はそれぞれ手前あるいは奥に向かって進むふたつの重イオンを表しており，このようなずれ衝突では，ふたつの円が重なる部分が衝突領域となる． $\cos(\phi)$  は  $\phi \sim 0$  付近で正， $\phi \sim \pi$  付近で負になるから， $v_1$  が有限の値であれば，粒子分布が反応平面の右側ないし左側に偏っていることを意味している．このような  $v_1$  のことを”Directed Flow”と呼ぶ．衝突は左右対称だから，通常，Directed Flow はゼロである．また  $v_2$  が有限値ならば，左右に出てくる粒子の方が上下に出てくる粒子よりも多いことを表し，これは”Elliptic Flow”と呼ばれる有名な量である．AdS/CFT 計算で粘性係数が小さい云々，というのはもともと，Elliptic Flow の実験値と流体模型の計算値との比較から出てきた話である．こうした方位角度分布の測定はたいへん詳しく研究されており，実験的な解析手法として完全に確立していると言ってよい．

LPV のシグナルとなるのは有限の  $a$  である． $a$  が有限であるということは，上半面と下半面で粒子数に偏りがあることを意味している．例えば，正電荷粒子が上半面に多く，負電荷粒子が下半面に多く出てくる，などの状況であり， $a$  のことを電荷非対称度と呼ぶこともある．有限の  $a$  は  $\mathcal{P}$  と  $\mathcal{CP}$  を両方破る．まず  $\mathcal{P}$  については，上下の電荷の偏りが反転するから明らかだろう．次に  $\mathcal{CP}$  については，一見， $\mathcal{P}$  の反転を  $\mathcal{C}$ (電荷の反転) が元に戻しているように思われる．しかしそもそも上下の向きは，磁場の向きと相対的な意味しか持たない． $\mathcal{CP}$  変換で引っ繰り返るのは磁場の方である．

残念ながら  $a$  そのもののイベント平均はゼロである．そこで1回毎のイベントで  $a$  がどれだけ大きくなるかを見積もる指標として， $a$  のイベント揺らぎを測定することが考えられた [7]．具

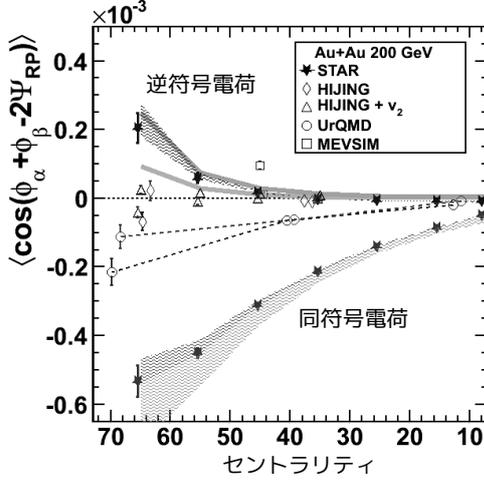


Figure 4: RHICのSTAR Collaborationによる実験解析結果 [7] . 同符号電荷および逆符号電荷に対する電荷非対称度の揺らぎがセントラリティの関数としてプロットされている . HIJING , UrQMD , MEVSIM と書いてあるのは LPV の効果を含まない現象論的モデルでの評価値 . 実験データはいずれの現象論的モデル計算よりも有為に大きな揺らぎを示している .

体的に観測量の定義を書き下すと ,

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{N_\alpha N_\beta} \sum_{i=1}^{N_\alpha} \sum_{j=1}^{N_\beta} \cos(\phi_{\alpha,i} + \phi_{\beta,j}) \right\rangle &= \langle \cos(\phi_\alpha) \cos(\phi_\beta) \rangle - \langle \sin(\phi_\alpha) \sin(\phi_\beta) \rangle \\ &= \left( \langle v_{1,\alpha} v_{1,\beta} \rangle + B_{\alpha\beta}^{\text{in}} \right) - \left( \langle a_\alpha a_\beta \rangle + B_{\alpha\beta}^{\text{out}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

ここで角括弧はイベント平均であり  $\alpha, \beta$  は電荷の正負  $\pm$  を表す .  $N_\pm$  は 1 回のイベントで出てくる粒子数である . 一行目では  $\cos(\phi_\alpha + \phi_\beta)$  を展開し書き方を簡略化した . 第一項  $\langle \cos(\phi_\alpha) \cos(\phi_\beta) \rangle$  は  $v_1$  の揺らぎと、何らかのバックグラウンド  $B_{\alpha\beta}^{\text{in}}$  で与えられると考えられる . 先程説明したように  $v_1$  はゼロであり、その揺らぎも無視できる程度に小さい . 同様に、第二項  $\langle \sin(\phi_\alpha) \sin(\phi_\beta) \rangle$  は  $a$  の揺らぎとバックグラウンド  $B_{\alpha\beta}^{\text{out}}$  であり、もしもバックグラウンドが共通、

$$B_{\alpha\beta}^{\text{in}} \approx B_{\alpha\beta}^{\text{out}}, \quad (14)$$

であると仮定すれば、観測量 (13) は  $a$  の揺らぎそのものになっている . 従ってこの量は、 $\alpha, \beta$  が同符号であれば負の値を取り ( $-\langle a_\pm a_\pm \rangle < 0$ )、逆符号であれば正の値を取る ( $-\langle a_\pm a_\mp \rangle > 0$ ) ことが予想される . さらにセントラリティとともに  $B$  が大きくなり、従ってこの観測量も増大するだろう . このような理論的予測が、実験で見事に実証されたと思われたのが、図 4 に示すデータである [7] .

LPV が実験的に見付かったと思われたのも束の間、事はそれほど一筋縄ではいかないらしい、ということが徐々にわかってきた . 賢明な読者は気になったろうが、式 (14) のような仮定がずれ衝突の場合でも成り立っているかどうか、どうにも怪しい . そこで実験データが再解析された .  $\cos(\phi_\alpha - \phi_\beta)$  のデータを組み合わせれば  $\langle \cos(\phi_\alpha) \cos(\phi_\beta) \rangle$  と  $\langle \sin(\phi_\alpha) \sin(\phi_\beta) \rangle$  を別個に評価でき

る．その結果，反応平面に垂直成分  $\langle \sin(\phi_\alpha) \sin(\phi_\beta) \rangle$  はほぼゼロであり，観測された揺らぎの大部分は反応平面内の揺らぎ  $\langle \cos(\phi_\alpha) \cos(\phi_\beta) \rangle$  であることがわかった．これだけでは無論，式 (14) の反例とまでは言えないが，少なくともバックグラウンドがシグナル  $\langle a_\alpha a_\beta \rangle$  と同程度に大きいことがわかる．ということは最早バックグラウンドとは呼べないし，仮定 (14) からの僅かなずれが，すぐに真のシグナルを隠してしまう．今日では，図 4 の実験データは LPV の強い証拠とは考えられていない．

ここで紙面がなくなってしまった．残念．理論実験ともに様々なアイデアが検討されており，ここに紹介したのはほんの氷山の一角に過ぎない．最新の話は，私も世話人として関わった国際会議のトークファイル (<http://quark.phy.bnl.gov/kharzeev/cpodd/>) を参照されたい．

## 参考文献

## References

- [1] カイラル磁気効果を最初に議論し，相対論的重イオン衝突実験での観測量に対する定性的・定量的予言を行ったのは; D. E. Kharzeev, L. D. McLerran and H. J. Warringa, Nucl. Phys. A **803**, 227 (2008).
- [2] 空間変動する  $\theta$  から生じる電気双極子モーメントについても議論されている; D. Kharzeev and A. Zhitnitsky, Nucl. Phys. A **797**, 67 (2007).
- [3] カイラル磁気電流の計算を最初に与えたのは; K. Fukushima, D. E. Kharzeev and H. J. Warringa, Phys. Rev. D **78**, 074033 (2008). これより前にも軸性ベクトルに対して酷似する関係式が知られていた; M. A. Metlitski and A. R. Zhitnitsky, Phys. Rev. D **72**, 045011 (2005). カイラル磁気電流は AdS/QCD 模型でも計算されている．例えば; A. Rebhan, A. Schmitt and S. A. Stricker, JHEP **1001**, 026 (2010).
- [4] ランダウ・ゼロモード以外の電流への寄与は，簡単な模型を用いて，E. V. Gorbar, V. A. Miransky and I. A. Shovkovy, Phys. Rev. C **80**, 032801 (2009); arXiv:1009.1656 [hep-ph] で議論された．さらに平均場近似の範囲内でさえ補正が出てくる可能性を論じたのは; K. Fukushima and M. Ruggieri, Phys. Rev. D **82**, 054001 (2010).
- [5] グラスマとカイラル磁気効果を論じた仕事としては，例えば; K. Fukushima, D. E. Kharzeev and H. J. Warringa, Phys. Rev. Lett. **104**, 212001 (2010).
- [6] スファレロンが高温で抑制されないことを明快に示したのは; P. B. Arnold and L. D. McLerran, Phys. Rev. D **37**, 1020 (1988). 高温 QCD でスファレロンを論じたのは; L. D. McLerran, E. Mottola and M. E. Shaposhnikov, Phys. Rev. D **43**, 2027 (1991).
- [7] 最初に LPV の証拠とされた実験データは; B. I. Abelev *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **103**, 251601 (2009).

# 高密度 QCD のカラー超伝導ボルテックス: 最近の発展について<sup>1</sup>

理化学研究所, 仁科加速器研究センター, 橋本数理物理学研究室 衛藤 稔

E-mail: meto@riken.jp

QCD (3フレーバー) の低温・高密度極限ではクォークが閉じ込めから開放されクォーク物質が現れる。特にクォークペアが凝縮することでカラーが破れカラー超伝導状態になり、その基底状態はカラー・フレーバー固定状態 (CFL) となることが知られている。この相では  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_B \rightarrow SU(3)_{C+L+R}$  という対称性の自発的破れにより非自明なトポロジカル励起が存在する。CFL相は中性子星などのコンパクト星の中心付近で実現されている可能性があり、またパルサーなどの高速スピンのために超流動渦が星内部に発生する。CFLの特徴を備えたノンアーベリアン渦は Balachandran-Digal-Matsuura (PRD73,074009) で発見され、その後 Nakano-Nitta-Matsuura (PRD78,054002) によって相互作用やゼロモードの解析がなされている。

ノンアーベリアン渦が一つ存在すると基底状態のグローバル対称性  $SU(3)_{C+L+R}$  が  $U(2)$  まで破れ、この対称性の自発的破れにより南部・ゴールドストーン粒子  $CP^2$  が現れる。このゼロモードはボルテックス上を伝播するゼロ質量粒子であり、通常の超流動・超伝導ボルテックスには存在しない非常に興味深い粒子である。しかし超流動ボルテックスはエネルギーが  $\sim \log L$  ( $L$  は系のサイズ) で発散することが知られているので、このゼロモードがボルテックス上に局在する規格化可能な物理的粒子であるかどうか直ぐには分からない。そこで今回はゼロモードの有効理論を構成し、このゼロモードが規格化可能な物理的ゼロ質量粒子であることを見た。我々はカラー超伝導の Ginzburg-Landau 有効理論からスタートし、ボルテックス上の  $1+1$  次元有効理論のラグランジアンが次のように表されることを示した。

$$L_{CP^2} = C \sum_{\alpha=0,1} K_{\alpha} \left( \partial_{\alpha} \phi^{\dagger} \partial^{\alpha} \phi + \phi^{\dagger} \partial_{\alpha} \phi \phi^{\dagger} \partial_{\alpha} \phi \right), \quad (\phi^{\dagger} \phi = 1).$$

$\phi = (\phi_{ds}, \phi_{su}, \phi_{ud})$  は  $CP^2$  の斉次座標である。ここで特に重要なのが係数  $C$  (化学ポテンシャル・結合定数・ギャップに依存) であり、これが有限の値をとればゼロモードが規格化可能な粒子と結論される。我々は数値計算により  $C$  が有限な値をとることを確認した。以上の話は全てのクォークがゼロ質量という近似を用いた範囲で成り立つ議論であるが、より現実的な状況を考えるために次にストレンジクォークの質量をノンゼロにする効果を考えると、上記  $CP^2$  有効理論上にポテンシャルが誘起される

$$V_{CP^2} \simeq m_s^2 (|\phi_{ud}|^2 - |\phi_{su}|^2).$$

このポテンシャルは  $\phi = (0, 1, 0)$  で最小値を取り、それは  $su$  ペアが作る渦以外は全て不安定で、 $su$  渦に崩壊していくことが分かる。CFL相における渦は中性子星の性質やQCDの相構造を理解するための重要なピースであり、今後の更なる研究が期待される。

[1] Phys.Rev.D80:125011,2009, M.Eto, E.Nakano and M.Nitta

[2] Phys.Rev.Lett, 104:161601,2010, M.Eto, M.Nitta and N.Yamamoto

<sup>1</sup>この発表は仲野英司氏、新田宗土氏、山本直希氏との共同研究 [1] 及び [2] に基づく

# ソリトンの相対論的集団座標量子化

京都大学理学研究科 素粒子論研究室 菊池 徹

E-mail: kikuchi@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

ソリトン解を持つフリーパラメータ、例えばその重心の位置や空間における向きなどを指定する座標のことをソリトンの集団座標という。これまでそのダイナミクスの取り扱いの多くは非相対論的な近似の範囲にとどまってきたように思われる。

ところが、このような非相対論的な近似が妥当でない状況も数多く存在する。典型的な例が今回の研究の題材となった Skyrmion である。Skyrmion はメソン場からなるソリトンで、バリオンのモデルとして知られている。簡単な見積もりによって、現実のバリオンのスペクトルを再現するためには、Skyrmion は実に毎秒  $10^{23}$  回の回転をする必要があり、そのとき全エネルギーの数十パーセントを回転による運動エネルギーが占めている。このような状況では、回転運動に対して非相対論的な近似が有効であるとの主張は根拠に乏しい。

今回の研究で我々は、「集団座標の運動方程式が成り立っているとき、集団座標を導入されたソリトンが場の理論の運動方程式を満たす」という要請を、集団座標をソリトン場を導入する一般原理として明確に述べた。この原理に基づいて、我々は Skyrmion の回転運動に対する相対論的な補正を求めた。具体的には、相対論的な効果を全て角速度のべき展開で表して、静的な Skyrmion 解の引数に、相対論的な補正の leading の項を適切に導入することによって、上記の原理が満たされることを示した。これは回転によって Skyrmion が古典的にどのように変形するのかを（線形近似の範囲内で）求めたことにもなっている。このようにして求めた回転する Skyrmion 場を用いて、Skyrmion の回転運動のラグランジアンとして、従来の剛体的なものに、さらに時間微分について高次の項を適切に加えることが出来た。また、核子の平均二乗半径や磁気モーメントなどの static properties に対する相対論的な補正も計算した。

これらの解析を基に、理論値と実験値の比較も行った。結果、理論の基礎定数であるパイオンの崩壊定数の値は実験値に近づいたが、多くの static properties は実験値から遠ざかってしまった。もちろんこれは上記の我々の原理に問題があったからではなく、より高次の相対論的な補正が重要であるか、もしくは Skyrmion そのものがバリオンのモデルとして定量的に充分でないことを意味している。いずれにせよ、今回の研究はソリトンの集団座標の相対論的な扱いに関する一般原理を提唱したとともに、Skyrmion の回転ダイナミクスに相対論的な補正が重要であるということ初めて明確に示したものとなった。

## References

- [1] H. Hata and T. Kikuchi, Phys. Rev. D **82**, 025017 (2010) [arXiv:1002.2464 [hep-th]]
- [2] H. Hata and T. Kikuchi, to appear.

# Baryon with Massive Strangeness in Holographic QCD

理化学研究所数理物理学研究室 石井貴昭

E-mail: ishiitk@riken.jp

ストレンジクォーク質量を十分に重くして取りあつたときのストレンジネスを含むバリオンについて、ホログラフィック QCD の酒井杉本模型 [1] にクォーク質量を含める拡張をしたもので考える [2]。Skyrme 模型では、u,d の 2 フレーバーからなる Skyrmion とそのまわりでのゆらぎの (重い)K メソンとの束縛状態としてこのようなバリオンを記述する方法がある [3]。酒井杉本模型は Skyrme 模型と密接に関係していると考えられているという事情もあり、この方法のホログラフィック QCD における理解が期待される。

酒井杉本模型でバリオンはインスタント的なソリトンとして実現される。3 フレーバーの模型を考え、2 フレーバーバリオン解  $A^{\text{inst}}$  のまわりで K メソンをゆらぎ  $a_z$  として取りいれてみる：

$$A_\mu = \begin{pmatrix} A_\mu^{\text{inst}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_z = \begin{pmatrix} A_z^{\text{inst}} & a_z \\ a_z^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \quad (\mu = 0, \dots, 3) \quad (1)$$

ここで  $A^{\text{inst}}$  の空間成分は BPST インスタントンそのものであり、時間成分は作用の Chern-Simons 項からの寄与で単位行列に比例している。

このように素朴に K メソンに対応する  $a_z$  のゆらぎだけを含めたとき、束縛状態を得るためのポテンシャルは [3] とは異なり強く斥力的である。しかしそれでも、 $\Lambda(1405)$  バリオンがあると同定される場合のポテンシャルのチャンネルでは、K メソン質量 495[MeV] のわずかに下に微妙な束縛状態が発見される。これは [3] とは異なり、まさにバリオンとメソンとが区別されている状況での束縛状態に近いのかもしれない。ただし、酒井杉本模型のバリオン解の定量的な問題による偶然かもしれないという可能性も残る。

酒井杉本模型にクォーク質量を含めるためにここで用いた方法では、K メソンの質量は有効的にバリオンの近くで減少する振る舞いをみせる。前述した斥力的なポテンシャルと組み合わせたときにこのことはわずかではあるが束縛しやすくする効果としてはたらいっている。

[3] との関係という意味では、バリオンを背景とした低エネルギー極限での酒井杉本模型と Skyrme 模型との対応の理解が課題である。ベクトルメソンの適切な処理などが課題であろう。

## References

- [1] T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113** (2005) 843 [arXiv:hep-th/0412141]; Prog. Theor. Phys. **114** (2005) 1083 [arXiv:hep-th/0507073].
- [2] T. Ishii, to appear.
- [3] C. G. Callan and I. R. Klebanov, Nucl. Phys. B **262** (1985) 365; C. G. Callan, K. Hornbostel and I. R. Klebanov, Phys. Lett. B **202** (1988) 269.

# Transverse Structure of Hadrons in Holographic QCD

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 素粒子研究室 西尾亮一

E-mail: nishio@hep-th.phys.s.u-tokyo.ac.jp

QCD に代表される強結合ゲージ理論の非摂動的効果を、ゲージ/重力対応を応用することで導出する試みがホログラフィック QCD である。本研究はホログラフィック QCD の観点からハドロンの Generalized Parton Distribution Function (GPDF) を求めるというものである。

GPDF は Parton Distribution Function (PDF) の拡張である。PDF, GPDF は 2 つの意味で重要である。一つ目は Infinite Momentum Frame (IMF) におけるハドロン内部のパートンの分布解釈が可能であるという点である。ハドロンはパートンから構成されている、というカラーの閉じ込め効果を物理的直感が働く形で与えており、ハドロンの内部構造を議論する上で便利な量である。具体的には PDF  $f(x)$  は IMF においてハドロンの進行方向の運動量のうちの割合  $x$  を持つパートンの数密度を表すものである。これに対し、GPDF は Impact Parameter Dependent PDF (IPDPDF)  $f(x, b)$  の情報を含んでいる。IPDPDF  $f(x, b)$  は運動量の割合  $x$ 、縦方向の距離  $b$  における数密度を与えるものであり、ハドロンの横方向の構造を与えるものだと言える。二つ目はハドロンの高エネルギー散乱現象の散乱振幅の導出に際し便利であるという点である。一般的にハドロンの散乱振幅は非摂動的である。しかし散乱振幅を非摂動的な部分 (PDF, GPDF) と摂動的な部分 (パートン散乱振幅) に分解することができるという Factorization Theorem が存在する。これにより、PDF, GPDF を実験的にフィットして求めておくことで、Factorization Theorem が適用可能な任意の散乱振幅を計算することが可能となる。

PDF は Deep Inelastic Scattering (DIS) の全断面積 ( $\gamma^*(q)p(P) \rightarrow X$ ) などの inclusive process において現れる量であり、HERA における  $e^-p/e^+p$  コライダー実験等によりその関数形は概ね理解されている。一方 GPDF はベクトルメソンや光子の photo-production ( $\gamma^*(q_1)p(P_1) \rightarrow V(q_2)p(P_2)$   $V = \gamma, \rho, \omega, \phi, J/\Psi, \Upsilon$ ) のような exclusive process において現れる量である。こちらの process も HERA において観測されているが、GPDF の関数形の理解は現在の課題である。理由は統計量と理論的理解の不十分さの両方にある。

GPDF の関数形の理論的が不十分である理由は、強結合効果が強く効く量であるために理論的制限を見出すことが困難であるからである。一方ゲージ/重力対応は強結合効果の扱いに強いので本研究は GPDF の関数形を強く制限することができる。

本研究において私は、スカラーグルーボール  $H$  と R カレント  $\gamma^*$  の Doubly Deeply Virtual Compton Scattering (DDVCS) ( $\gamma^*(q_1)H(P_1) \rightarrow \gamma^*(q_2)H(p_2)$ ) の散乱振幅を重力側で計算して GPDF を導いた。用いたゲージ理論の性質はラージ  $N_c$ 、有限の (大きな)  $\lambda = g_{\text{YM}}^2 N_c$  でありカラーの閉じ込めも要求する。散乱現象は、 $t$  チャンネルに弦の graviton trajectory を交換するものとなる。これは QCD における pomeron exchange に相当する (Brower et al., 2006)。結果、IPDPDF  $f(x, b)$  はラージ  $x$  で  $\delta^2(b)$  に比例する事、ラージ  $b$  でガウシアンとなる事など QCD 側からの条件やモデルと一致する性質が得られた他、スモール  $b$  で linear exponential 型になるなど QCD 側からの制約からは導かれない性質も得られた。近日中に論文を発表する。

# Melting Spectral Functions of the Vector Mesons in a Holographic QCD Model

Department of Physics, Kyoto University Mitsutoshi Fujita  
E-mail: mfujita@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

Strongly correlated quark gluon plasma (QGP) has interesting non-perturbative properties. For example, the shear viscosity/entropy ratio  $\eta/s = 1/(4\pi)$  for  $d = 4$   $\mathcal{N} = 4$  strongly coupled SYM could be derived by using the gauge/gravity correspondence, while it is difficult to reproduce this result from the gauge theory side. Secondly, it is known that heavy mesons like  $J/\psi$  survive in the deconfinement phase even above  $2T_c$  as observed in the lattice simulations [1].  $J/\psi$  mesons seem to melt since the screening of color forces weaken  $\bar{c}c$  pair binding.

Main purpose of our work was to compute the finite temperature spectral functions of heavy mesons by using the gauge/string duality. Since we analyzed the heavy mesons particularly, we adopted the soft-wall model [2] which can reproduce the Regge trajectory of the light vector mesons  $m_n^2 \sim 4cn$ , where  $c = 0.151 \text{ GeV}^2$  for the  $\rho$  meson. According to our paper [3], it was shown that the soft-wall model can be applied for c-mesons like  $J/\psi$  as a holographic QCD model. In our work, we concentrated on only the first and second level of the c-mesons since only these excitations obey Regge trajectory.

The soft-wall model for the c-mesons can be easily applied for the finite temperature case. We computed the spectral functions of vector mesons and axial vector mesons. Our results showed that  $J/\psi$  survives above the deconfinement temperature ( $T \sim 1.2T_c$ ), while the axial-vector mesons melt at  $T = T_c$ . These results were consistent with the lattice simulations. The spectral functions of scalar and pseudoscalar could also be computed and were melt at the deconfinement temperature.

## References

- [1] M. Asakawa and T. Hatsuda, “ $J/\psi$  and  $\eta/c$  in the deconfined plasma from lattice QCD,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 012001 (2004) [arXiv:hep-lat/0308034].
- [2] A. Karch, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, “Linear Confinement and AdS/QCD,” *Phys. Rev. D* **74**, 015005 (2006) [arXiv:hep-ph/0602229].
- [3] M. Fujita, K. Fukushima, T. Misumi and M. Murata, “Finite-temperature spectral function of the vector mesons in an AdS/QCD model,” *Phys. Rev. D* **80**, 035001 (2009) [arXiv:0903.2316 [hep-ph]]; M. Fujita, T. Kikuchi, K. Fukushima, T. Misumi and M. Murata, “Melting Spectral Functions of the Scalar and Vector Mesons in a Holographic QCD Model,” *Phys. Rev. D* **81**, 065024 (2010) [arXiv:0911.2298 [hep-ph]].

# Accelerated strings and Unruh effect in holographic confining gauge theory

九州大学大学院理学府 田港 朝貴

E-mail: taminato@higgs.phys.kyushu-u.ac.jp

これまで、ゲージ/重力対応を用いた有限温度の場の理論の解析は非常に多岐に渡ってなされている。ところが、そこで議論される温度の多くは、時空に時間周期性課す事で現れるブラックホールの Hawking 温度によるものであり、一様加速する座標系で観測される Unruh 温度を考慮に入れた議論は少ない。

一般に一様加速する観測者は真空が熱的に励起して見える (Unruh 効果) 事が示唆されており、この時観測される温度を Unruh 温度と呼ぶ [1]。Unruh 効果は、提唱されてから 30 年以上経った今もなお、真空の本質の理解やその実験的検証など様々な魅力的課題に関連しており、現在も盛んに議論されている。さらに、近年ゲージ/重力対応の枠組みの一貫として、5次元 AdS 時空上で一様加速する弦の振る舞い、及び加速する弦との共同座標系である Rindler 座標系で観測される Unruh 効果が議論されており、双対なゲージ理論である 4次元共形場理論に様々な示唆を与えている [2]。

我々は、これまで議論されてきた AdS 時空ではなく、quark の閉じ込めの性質を持ったゲージ理論に双対である“変形された”AdS 時空 [3] のもとで一様加速する弦及びその Unruh 効果による温度効果を解析した。今回特に、Rindler 座標系におけるクォーク・反クォーク間ポテンシャルと Drag force に焦点を当て以下のような議論を行なった。

変形された AdS 時空における Rindler 座標系でのクォーク・反クォーク間ポテンシャルを数値的に解析した。その結果、Hawking 温度の議論と同様、Unruh 温度による color screening を起こす事が示された。これは閉じ込め非閉じ込め相転移が起こっている事を示唆している。さらに、クォーク・反クォーク対に対応する U 字型の弦の向きが、観測者の加速している方向に対して平行か垂直かの違いでポテンシャルの振る舞いが大きく異なる事が示された。この振る舞いの違いは Rindler 座標系の空間の異方性に起因した Unruh 温度特有の現象である。

一方、Rindler 座標系で等速度運動する弦に働く Drag force から導かれる摩擦係数 (friction constant) は、静止した座標系で一様加速する弦が単位時間あたりに放出するエネルギーと等価な関係にある事が示唆された。これは AdS 時空の議論でも満足する結果であるが、今回のようなより複雑な重力理論を考えてもなお成り立つ事から、一般的な対応関係である事が期待される。

なお、この発表は郷六一生氏 (福工大)、石原雅文氏 (台湾交通大学)、久保幸貴氏 (九大) との共同研究に基づく。

## 参考文献

- [1] W. G. Unruh, Phys. Rev. **D14**, 870 (1976).
- [2] B. W. Xiao, Phys. Lett. **B665**, 173 (2008) [arXiv:hep-th/0804.1343].
- [3] H. Liu and A. A. Tseytlin, Nucl. Phys. **B553**, 231 (1999) [arXiv:hep-th/9903091].