Supersymmetry non-renormalization theorem from a computer and the AdS/CFT correspondence

総研大D1　本多正純

Ref : arXiv:1011.3904 [hep-lat]
1101.xxxx [hep-th]

伊敷吾郎氏 (CQUeST) , Sang-Woo Kim氏 (大阪大) , 西村淳氏 (KEK＆総研大) , 土屋麻人氏 (静岡大)
との共同研究に基づく。

導入・動機

Motivation：

数値シミュレーションによる
AdS/CFT対応の第一原理からの検証

特に、

[J.Maldacena ’97]

AdS5 / CFT4

$Classical\ Type\ IIB$

$SUGRA\ on\ AdS_5 \times S^5$

dual ⟺

$4d\ SU(\infty)\ \mathcal{N}=4\ SYM$

$for\ strong\ coupling$

Chiral Primary Operatorの相関関数を計算

Chiral Primary Operator

Chiral Primary Operator :

$$\mathcal{O}_\Delta(x) \equiv tr(X_{\{a_1}X_{a_2}\cdots X_{a_\Delta\}})$$

X_a : 6 scalars in SYM

Δ :共形次元

共形対称性が相関関数の形を決定:

・2−pt : $$\left\langle \mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\right\rangle = c_{\Delta_1}\left\langle \mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\right\rangle_{free}$$

・3−pt : $$\left\langle \mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\mathcal{O}_{\Delta_3}(x_3)\right\rangle = c_{\Delta_1\Delta_2\Delta_3}\left\langle \mathcal{O}_{\Delta_1}(x_1)\mathcal{O}_{\Delta_2}(x_2)\mathcal{O}_{\Delta_3}(x_3)\right\rangle_{free}$$

※4点以上は非自明に空間依存

重力側からの予言

この講演では省略

・GKP-Witten → 規格化された4点関数が一致:

$$\left.\frac{\left\langle \mathcal{O}_{\Delta_1}\mathcal{O}_{\Delta_2}\mathcal{O}_{\Delta_3}\mathcal{O}_{\Delta_4}\right\rangle}{\sqrt{c_{\Delta_1}c_{\Delta_2}c_{\Delta_3}c_{\Delta_4}}}\right|_{\lambda_{SYM}\to\infty} = \left\langle \mathcal{O}_{\Delta_1}\mathcal{O}_{\Delta_2}\mathcal{O}_{\Delta_3}\mathcal{O}_{\Delta_4}\right\rangle_{SUGRA}$$

どうやってSYMを計算機に乗せるか？

ここでは、（格子正則化は使わず）Large N reductionのアイデアを用いる。

出発点:

$\mathcal{N}=4\ SU(N)\ SYM\ on\ \mathrm{R}^4$

(32 SUSY)

① 共形変換

$\mathcal{N}=4\ SU(N)\ SYM\ on\ \mathrm{R}\times S^3$

(32 SUSY)

② Large N reduction on S^3
（＝S^3を単に“つぶす”）

[Ishii-Ishiki-Shimasaki-Tsuchiya '08]

t=[0,β]として、

$$X_i(t)=\sum_{n=-\Lambda}^{\Lambda}\tilde{X}_{i,n}e^{i\omega nt}$$

同等な1次元行列模型(PWMM,BMN)

(16 SUSY)

③ フーリエモード正則化

[Hanada-Nishimura-Takeuchi '07]

モンテカルロ・シミュレーション

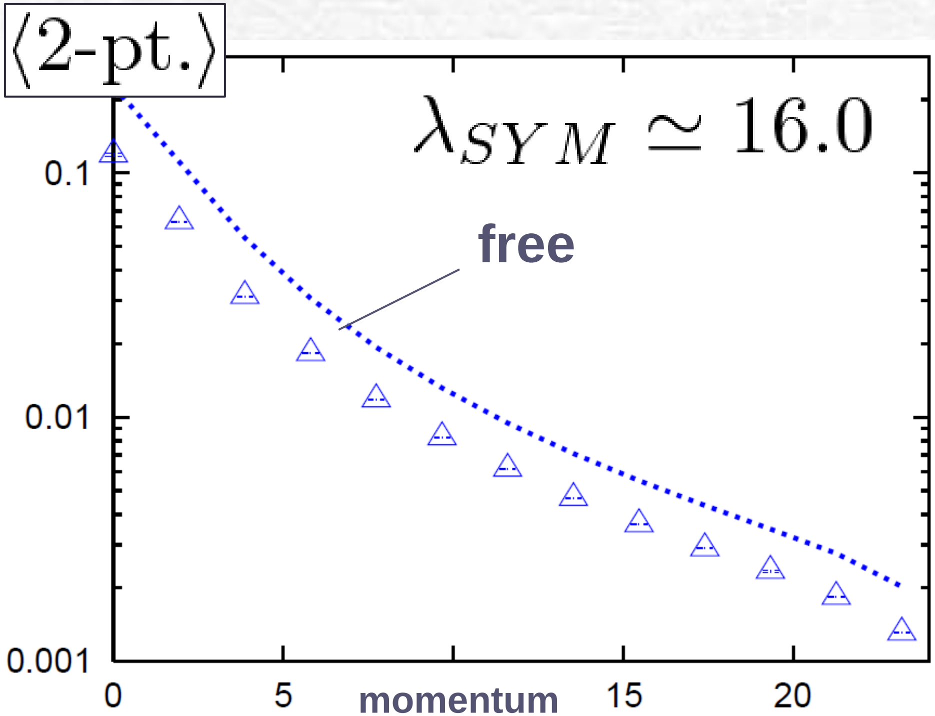
２点関数のフーリエ変換（N＝6）

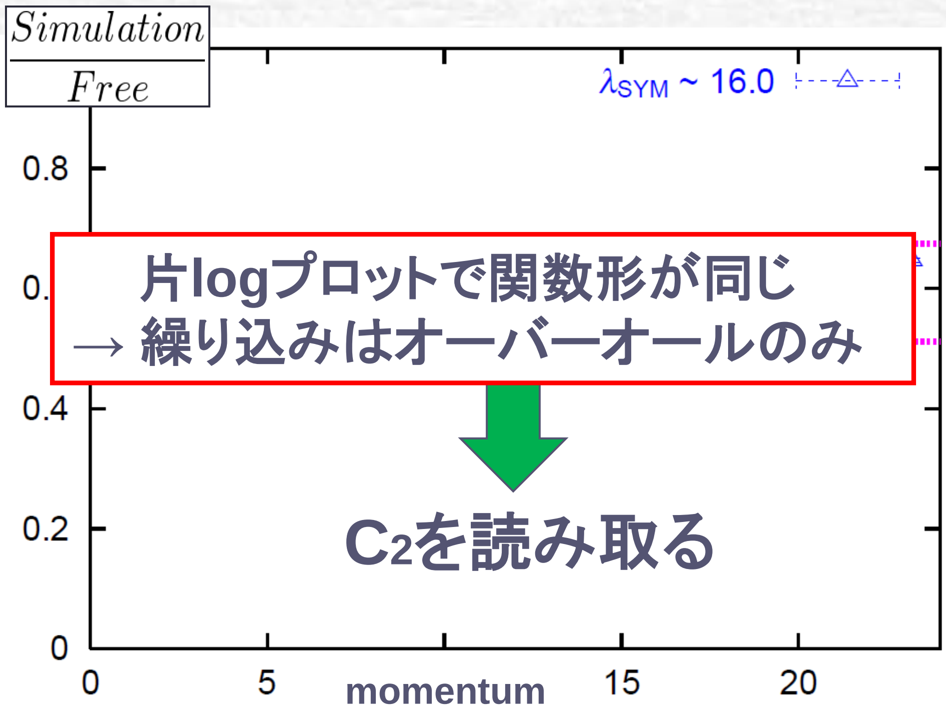
ここで計算する量は、

- **・2−pt：** $\left\langle trZ^2(x_1)\ trZ^{\dagger 2}(x_2)\right\rangle$　　$Z(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}(X_4+iX_5)$
- **・4−pt：** $\left\langle tr(X_4X_5)\ tr(X_5X_6)\ tr(X_6X_7)\ tr(X_7X_4)\right\rangle$

AdS/CFTの予言：

$$\frac{\left\langle tr(X_4X_5)\ tr(X_5X_6)\ tr(X_6X_7)\ tr(X_7X_4)\right\rangle\Big|_{\lambda_{SYM}\to\infty}}{\left\langle tr(X_4X_5)\ tr(X_5X_6)\ tr(X_6X_7)\ tr(X_7X_4)\right\rangle_{SUGRA}}=(c_2)^2$$





片logプロットで関数形が同じ
→ 繰り込みはオーバーオールのみ

C₂を読み取る

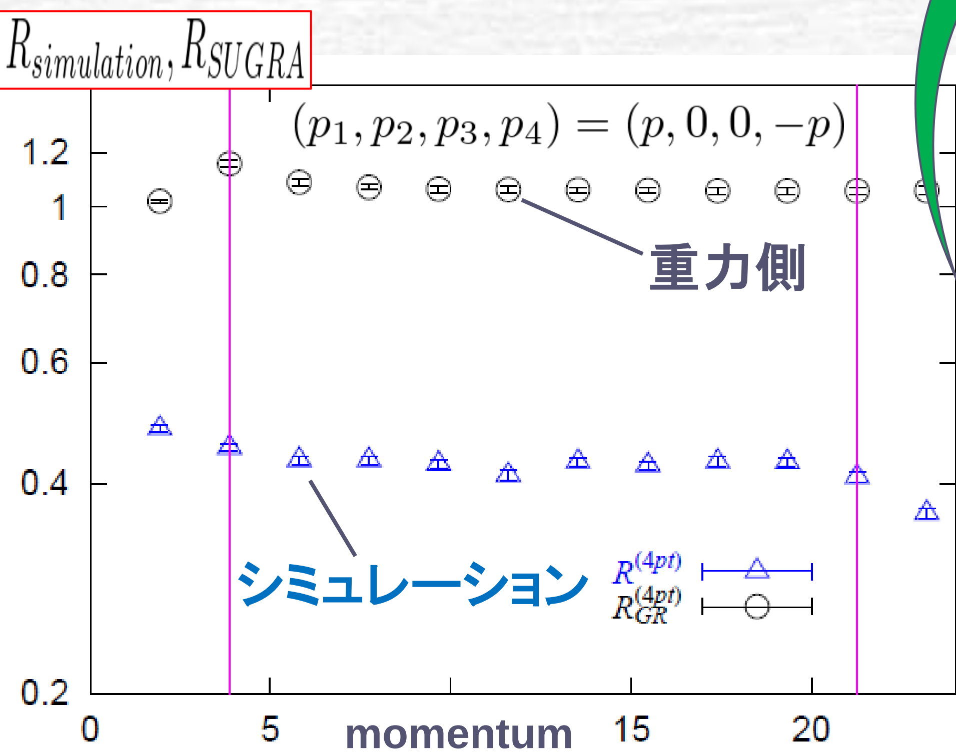
4点関数のくりこみ因子

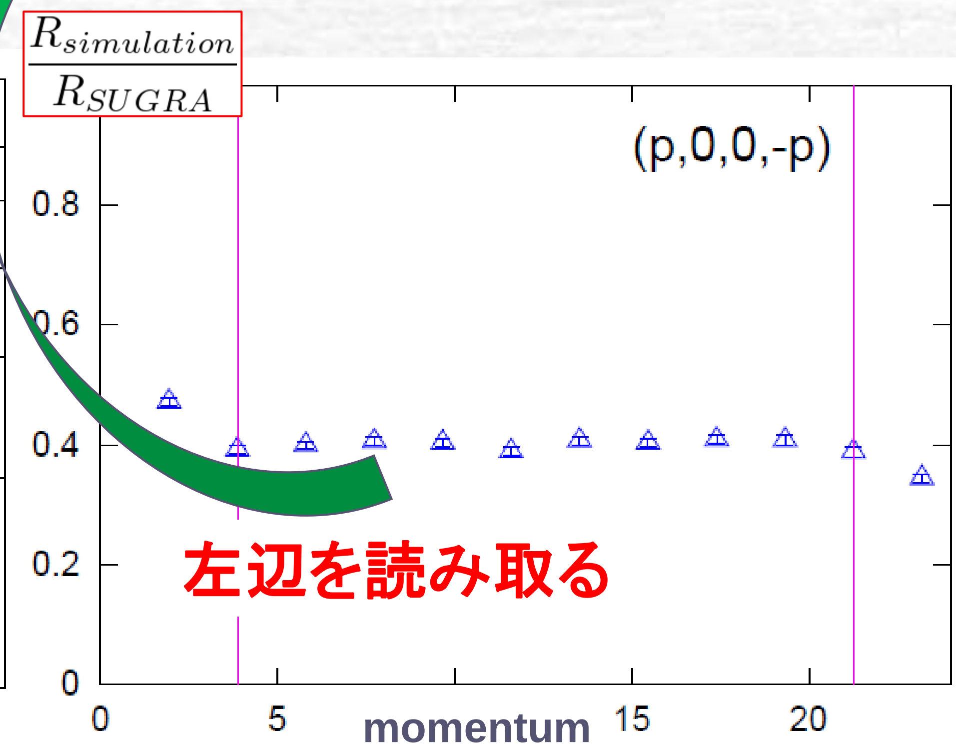
シミュレーションで計算

AdS/CFTの予言：

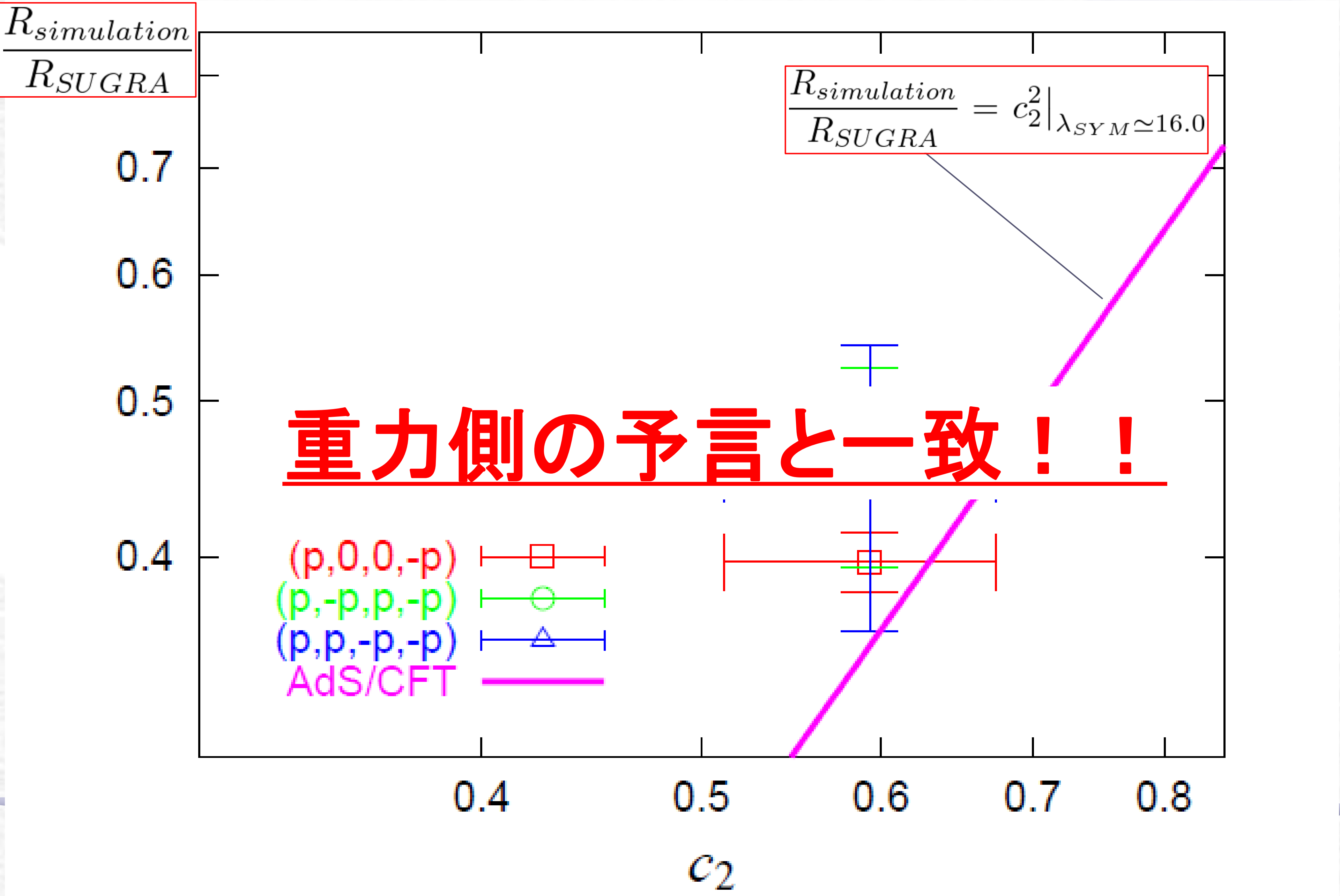
$$\frac{\left\langle tr(X_4X_5)\;tr(X_5X_6)\;tr(X_6X_7)\;tr(X_7X_4)\right\rangle\Big|_{\lambda_{SYM}\to\infty}}{\left\langle tr(X_4X_5)\;tr(X_5X_6)\;tr(X_6X_7)\;tr(X_7X_4)\right\rangle_{SUGRA}} = (c_2)^2$$

[Arutyunov ... olov] が既に計算→数値積分で評価





重力側の予言との比較



<u>重力側の予言と一致！！</u>

まとめと展望

- $SU(\infty)$ $\mathcal{N}=4$ SYMにおいて、

  Chiral Primary Operatorの2点・4点関数

  を**16 SUSYを尊重しつつ**モンテカルロシミュレーションで計算

- AdS/CFT対応の予言：$\boxed{\dfrac{\left\langle tr(X_4X_5)\ tr(X_5X_6)\ tr(X_6X_7)\ tr(X_7X_4)\right\rangle\Big|_{\lambda_{SYM}\to\infty}}{\left\langle tr(X_4X_5)\ tr(X_5X_6)\ tr(X_6X_7)\ tr(X_7X_4)\right\rangle_{SUGRA}}=(c_2)^2}$ を確認

Work in progress

- **Wilsonループ** [M.H.-Ishiki-Nishimura-Tsuchiya]

  円形ー厳密な計算結果が存在 [Cf. Erickson-Semenoff-Zarembo, Drukker-Gross, Pestun]

  ⟶ 方法論のチェック

  長方形ー**Non-BPS op.でもAdS/CFTは成り立つのか??**

- **S^3上のLarge N等価性の精密な検証** [M.H.-Nishimura-Tsuchiya]

- **現象論的に興味あるモデルへの応用** [SQCDへの応用: M.H.-Nishimura]

ありがとうございました。