

Orientifolding of IIB matrix model and long distance expansion of effective action

Reiji Yoshioka

Osaka City University

arXiv:1009.1695;

Nuci. Phys. B 823, 254–268; arXiv:0904.4883

with H. Itoyama

- N=1, d=10 超対称Yang-Mills理論の0次元への次元縮小 = reduced model

$$S_{\text{IIB}} = -\frac{1}{4g^2} \text{tr}[\underline{v}^M, \underline{v}^N]^2 - \frac{1}{2g^2} \text{tr}(\bar{\underline{\Psi}} \Gamma^M [\underline{v}_M, \underline{\Psi}])$$

\underline{v}^M : $u(N)$ -valued 10d vector

$\underline{\Psi}$: $u(N)$ -valued 10d Majorana-Weyl spinor

- 16+16個の超対称性

$$\bullet Q^{(1)} \begin{cases} \delta_{\text{IIB}}^{(1)} \underline{\Psi} = \frac{i}{2} [\underline{v}_M, \underline{v}_N] \Gamma^{MN} \epsilon_1 \\ \delta_{\text{IIB}}^{(1)} \underline{v}_M = i \bar{\epsilon}_1 \Gamma_M \underline{\Psi} \end{cases} \quad \bullet Q^{(2)} \begin{cases} \delta_{\text{IIB}}^{(2)} \underline{\Psi} = \epsilon_2 \\ \delta_{\text{IIB}}^{(2)} \underline{v}_M = 0 \end{cases}$$

ϵ_1, ϵ_2 : 変換パラメーター

$$\tilde{Q}^{(1)} = Q^{(1)} + Q^{(2)}$$

$$\tilde{Q}^{(2)} = i(Q^{(1)} - Q^{(2)})$$

$$\Rightarrow [\bar{\epsilon}_1 \tilde{Q}^{(i)}, \bar{\epsilon}_2 \tilde{Q}^{(j)}] = -2\bar{\epsilon}_1 \Gamma^M \epsilon_2 P_M \delta^{ij}$$

10次元 N=2 $(P^M : \delta \underline{v}_M = c_M)$ 2

・時空点が力学的変数として現れる。

\underline{v}_M の固有値 : 時空点の座標

P_M : 並進生成子

と解釈される

・D-braneの相互作用(重力)の再現

・lightcone string field theory

[M. Fukuma, H. Kawai, Y. Kitazawa, A. Tsuchiya]

・4次元時空の導出への試み

・有効作用 [H. Aoki, S. Iso, H. Kawai, Y. Kitazawa T. Tada]

・自発的な破れ: $SO(10) \rightarrow SO(D < 10)$, fermion [J. Nishimura, G. Vernizzi]

・Improved Mean Field Approximation [J. Nishimura, F. Sugino]

[H. Kawai, S. Kawamoto, et. al.]

自由エネルギーの比較: $F_{D=4} < F_{\text{other dim.}}$ 4次元が最も安定

$\frac{R}{r}$: 大

R:時空の広がり

r:コンパクト化された空間の広がり

Matrix Orientifolding

IIB

USp

$$\begin{array}{l}
 \hat{\rho}_- \nearrow \\
 \mathfrak{u}(2k) \\
 \hat{\rho}_+ \searrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{adj}(2k) = \{X \in \mathfrak{u}(2k) | X^t F + F X = 0\} \\
 \mathfrak{asym}(2k) = \{X \in \mathfrak{u}(2k) | X^t F - F X = 0\}
 \end{array}$$

$$X_\mu = \begin{pmatrix} M_\mu & N_\mu \\ N_\mu^* & -M_\mu^t \end{pmatrix}$$

$$X_a = \begin{pmatrix} A_a & B_a \\ B_a^\dagger & A_a^t \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & -1_k \\ 1_k & 0 \end{pmatrix}$$

超対称性を最大で残す。 $[\hat{\rho}_\mp, \delta_{\text{susy}}] = 0 \Rightarrow 8+8 \text{ susy}$

$$\mu = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$$

$$n = \{5, 6, 8, 9\}$$



この時点で4+6次元に
選ばれている。

$$\underline{\Psi} = (\lambda, 0, \psi_{(1)}, 0, \psi_{(2)}, 0, \psi_{(3)}, 0, 0, \bar{\lambda}, 0, \bar{\psi}_{(1)}, 0, \bar{\psi}_{(2)}, 0, \bar{\psi}_{(3)})^t$$

$$\lambda, \psi_{(1)}, \bar{\lambda}, \bar{\psi}_{(1)} \in \mathfrak{adj}(2k)$$

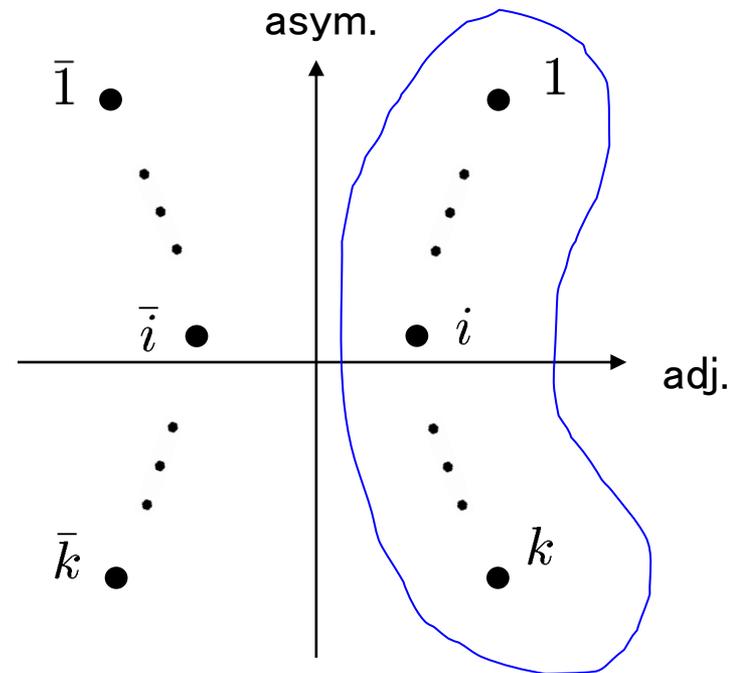
$$\psi_{(2)}, \psi_{(3)}, \bar{\psi}_{(2)}, \bar{\psi}_{(3)} \in \mathfrak{asym}(2k)$$

Distribution of diagonal elements

adj. : $X = \begin{pmatrix} M_\mu & N_\mu \\ N_\mu^* & -M_\mu^t \end{pmatrix} \Rightarrow \text{diag}\{x^1, x^2, \dots, x^k, -x^1, -x^2, \dots, -x^k\}$

asym. : $X = \begin{pmatrix} A_a & B_a \\ B_a^\dagger & A_a^t \end{pmatrix} \Rightarrow \text{diag}\{x^1, x^2, \dots, x^k, x^1, x^2, \dots, x^k\}$

したがって、全ての固有値は図のように
asym.面に対して鏡像を持つ



鏡像点を明記するためにバー付きで表わす

one-loop effective action for reduced matrix model

[Aoki-Iso-Kawai-Kitazawa-Tada]

それぞれの行列を対角成分と非対角成分に分割:

$$v_M = x_M + \tilde{v}_M, \quad \Psi = \xi + \tilde{\Psi}.$$

x_M, ξ : 対角
 $\tilde{v}_M, \tilde{\Psi}$: 非対角

対角成分 x と ξ に対する有効作用を1-loopで求める。

$$x_\mu = \begin{pmatrix} X_\mu & 0 \\ 0 & -X_\mu \end{pmatrix} \quad \xi_\alpha = \begin{pmatrix} \Xi_\alpha & 0 \\ 0 & -\Xi_\alpha \end{pmatrix}$$
$$x_a = \begin{pmatrix} X_a & 0 \\ 0 & X_a \end{pmatrix} \quad \zeta_{\alpha'} = \begin{pmatrix} Z_{\alpha'} & 0 \\ 0 & Z_{\alpha'} \end{pmatrix}$$

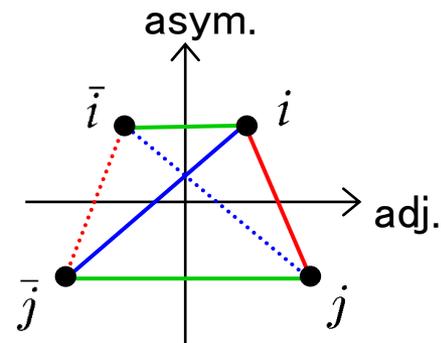
$$X_M = \begin{pmatrix} x_M^1 & & & \\ & x_M^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & x_M^k \end{pmatrix}, \quad \Xi = \begin{pmatrix} \xi^1 & & & \\ & \xi^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \xi^k \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} \zeta^1 & & & \\ & \zeta^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \zeta^k \end{pmatrix}$$

1-loop effective action

$$e^{-S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x, \zeta]} = \prod_{i,j,i \neq j} \det(\eta^{MN} + T_{(ij)}^{MN})^{-1} \det(\eta^{MN} + T_{(i\bar{j})}^{MN})^{-1} \prod_i \det(\eta^{MN} + T_{(i\bar{i})}^{MN})^{-1}$$

$$T_{(ij)}^{MN} = \begin{pmatrix} T_0^{\mu\nu} & T_1^{\mu b} \\ T_1^{a\nu} & T_0^{ab} \end{pmatrix} \quad T_0^{MN} = \frac{1}{(x^{ij})^4} \begin{pmatrix} \bar{\xi}^{ij} & \bar{\zeta}^{ij} \\ \xi^{ij} & \zeta^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} & \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} \\ \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} & \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^{ij} \\ \zeta^{ij} \end{pmatrix}$$

$$T_1^{MN} = \frac{1}{(x^{ij})^4} \begin{pmatrix} \bar{\xi}^{ij} & \bar{\zeta}^{ij} \\ \xi^{ij} & \zeta^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} & \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} \\ \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} & \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^{ij} \\ \zeta^{ij} \end{pmatrix}$$



$$S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x, \eta] = \sum \text{tr} \log(\eta^{MN} + T_{(ij)}^{MN})$$

$$= - \sum_{i \neq j} \text{tr} \left[\frac{T_{(ij)}^2}{2} + \frac{T_{(ij)}^4}{4} + \frac{T_{(ij)}^6}{6} + \frac{T_{(ij)}^8}{8} \right] - \sum_i \text{tr} \left[\frac{T_{(ii)}^4}{4} \right]$$

IIB の構造を含む

D=6 SU(2)

2-loop effective action for bosonic part

USp行列模型のボソン部分は

$$S_b = -\frac{1}{2g^2} \text{tr}[A_M, A_N]^2 + \dots \quad A_M: \text{Hermite}$$

と書け、第1項はIIB行列模型と同じであり、その他の部分がorientifoldingによる効果によって現れた項である。

2-loop effective actionは

$$W_2(\lambda) = g^2 W_2^{\text{IIB}}(\lambda) + g^2 W_2'(\lambda)$$

[T. Hotta, J. Nishimura, A. Tsuchiya]

[RY]

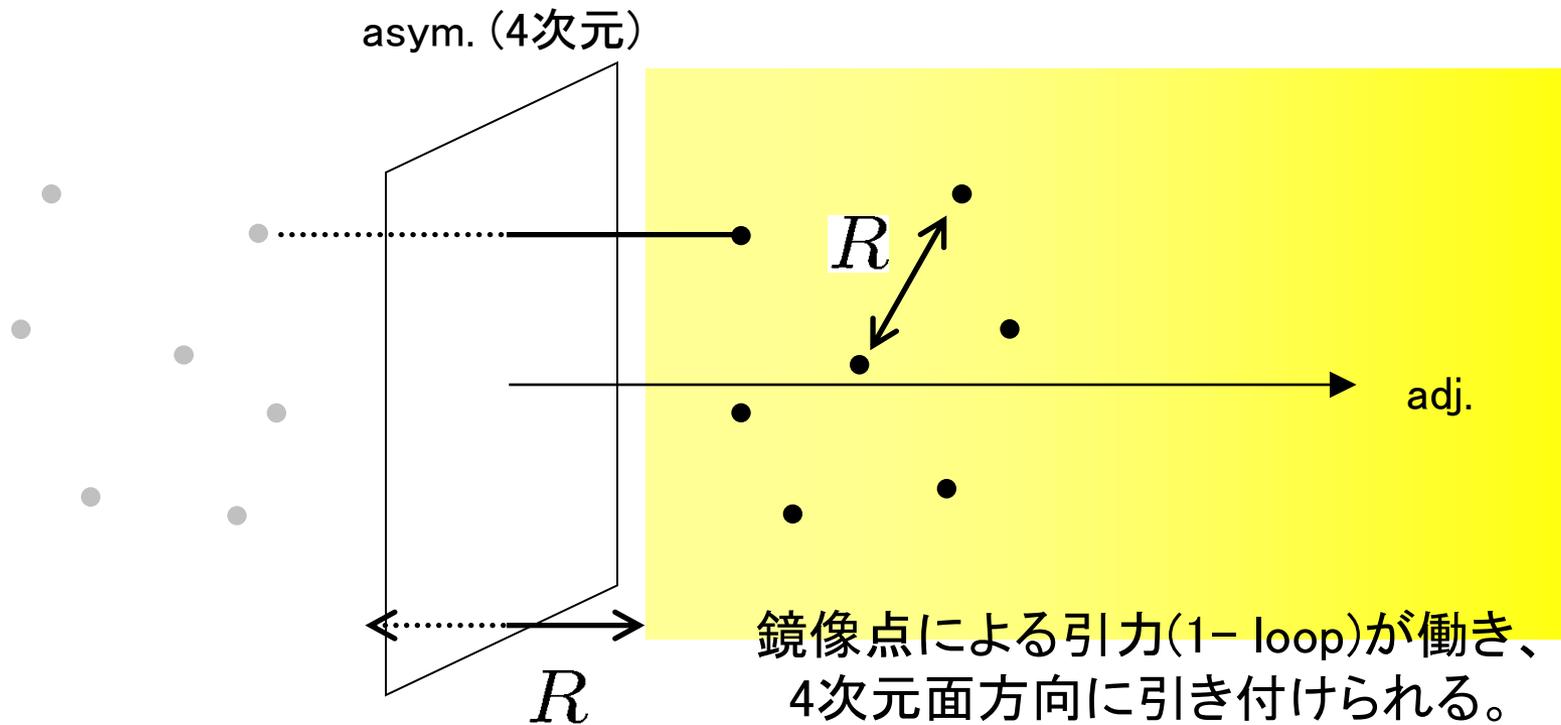
となる。

Orientifoldingの部分も含めて計算できるので、2-loopの効果はどの程度の距離で有効かが分かる。

$$R < k^{\frac{1}{4}} g^{\frac{1}{2}}$$

[T. Hotta, J. Nishimura, A. Tsuchiya]
[RY]

$R > k^{\frac{1}{4}} g^{\frac{1}{2}}$ では2-loop以上は無視でき、固有値間には引力が働く。



⇒ 4次元時空の生成に向けて有力となる。

また、固有値とその鏡像点の2-loop有効相互作用は

$$W'(\lambda)|_{i-\bar{i} \text{ interaction}} = -\frac{1}{2}D_{ad}(3D_{ad} - 7)\frac{1}{(2\lambda^i)^4},$$

と書け、これは $D_{ad} = 6(2)$ 行列模型における固有値 λ^i の $-\lambda^i$ 相互作用に等しい。

SU(2)模型では、固有値間距離はプランク定数程度の量となり、

[T. Suyama, A. Tsuchiya]

USp行列模型の記述する固有値分布は

4次元のasym.面のまわりに広がっている考えられる。