

# Orientifolding of IIB matrix model and long distance expansion of effective action

Reiji Yoshioka

Osaka City University

arXiv:1009.1695;

Nuci. Phys. B 823, 254–268; arXiv:0904.4883

with H. Itoyama

# Introduction

## 行列模型: 0次元(1次元)の場の理論

### 行列模型の例

- one-matrix model

$$S = N \text{tr} \left( \frac{1}{2} \phi^2 + \frac{g}{4} \phi^4 \right) \quad \phi : N \times N \text{ Hermite}$$

$$N \rightarrow \infty, \quad Ng = \lambda(\text{fix})$$

- large N reduced model

$$S = \frac{1}{4g^2} \int d^D x \text{tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) \quad \text{D次元 U(N) Yang-Mills理論 (Euclidean)}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i[A_\mu, A_\nu]$$

$$\Rightarrow S^{\text{red}} = -\frac{1}{4g^2} \text{tr}[A_\mu, A_\nu]^2$$

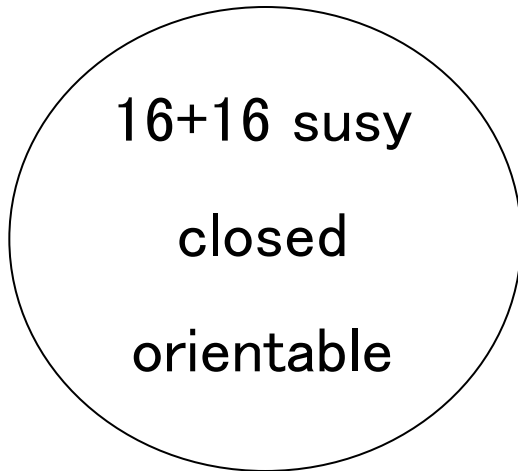
0次元に次元縮小

# 超ひも理論と行列模型

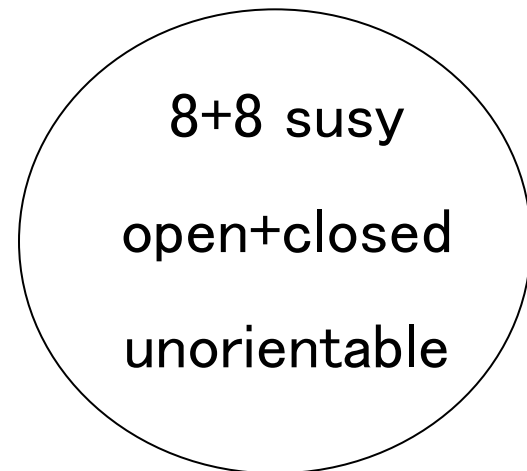
M  $\longrightarrow$  Matrix theory (1次元)

[T. Banks, W. Fischler, S. H. Shenker, L. Susskind]

Type IIB superstrings



Type I superstrings



Reduced model (0次元)

**IIB Matrix Model**

[Ishibashi-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya]

Matrix Orientifolding



**USp Matrix Model**

[Itoyama-Tokura]

- N=1, d=10 超対称Yang-Mills理論の0次元への次元縮小 = reduced model

$$S_{\text{IIB}} = -\frac{1}{4g^2} \text{tr}[\underline{v}^M, \underline{v}^N]^2 - \frac{1}{2g^2} \text{tr}(\bar{\underline{\Psi}} \Gamma^M [\underline{v}_M, \underline{\Psi}])$$

$\underline{v}^M$  :  $u(N)$ -valued 10d vector

$\underline{\Psi}$  :  $u(N)$ -valued 10d Majorana-Weyl spinor

- 16+16個の超対称性

$$\bullet Q^{(1)} \begin{cases} \delta_{\text{IIB}}^{(1)} \underline{\Psi} = \frac{i}{2} [\underline{v}_M, \underline{v}_N] \Gamma^{MN} \epsilon_1 \\ \delta_{\text{IIB}}^{(1)} \underline{v}_M = i \bar{\epsilon}_1 \Gamma_M \underline{\Psi} \end{cases} \quad \bullet Q^{(2)} \begin{cases} \delta_{\text{IIB}}^{(2)} \underline{\Psi} = \epsilon_2 \\ \delta_{\text{IIB}}^{(2)} \underline{v}_M = 0 \end{cases}$$

$\epsilon_1, \epsilon_2$  : 16個の独立な自由度を持つ変換パラメーター (10d M-W spinor)

$$\tilde{Q}^{(1)} = Q^{(1)} + Q^{(2)}$$

$$\tilde{Q}^{(2)} = i(Q^{(1)} - Q^{(2)})$$

$$\Rightarrow [\bar{\epsilon}_1 \tilde{Q}^{(i)}, \bar{\epsilon}_2 \tilde{Q}^{(j)}] = -2 \bar{\epsilon}_1 \Gamma^M \epsilon_2 P_M \delta^{ij}$$

10次元 N=2  $(P^M : \delta \underline{v}_M = c_M)$  4

・時空点が力学的変数として現れる。

$\underline{v}_M$  の固有値 : 時空点の座標

$P_M$  : 並進生成子

と解釈される

・D-braneの相互作用(重力)の再現

・lightcone string field theory

[M. Fukuma, H. Kawai, Y. Kitazawa, A. Tsuchiya]

・4次元時空の導出への試み

・有効作用

[H. Aoki, S. Iso, H. Kawai, Y. Kitazawa T. Tada]

・自発的な破れ:  $SO(10) \rightarrow SO(D < 10)$ , fermion

[J. Nishimura, G. Vernizzi]

・Improved Mean Field Approximation

[J. Nishimura, F. Sugino]

[H. Kawai, S. Kawamoto, et. al.]

自由エネルギーの比較:  $F_{D=4} < F_{\text{other dim.}}$       4次元が最も安定

$\frac{R}{r}$  : 大

R:時空の広がり

r:コンパクト化された空間の広がり

IIB

USp

$$\begin{array}{l}
 \hat{\rho}_- \nearrow \\
 \mathfrak{u}(2k) \\
 \hat{\rho}_+ \searrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{adj}(2k) = \{X \in \mathfrak{u}(2k) | X^t F + F X = 0\} \\
 \text{asym}(2k) = \{X \in \mathfrak{u}(2k) | X^t F - F X = 0\}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 X_\mu = \begin{pmatrix} M_\mu & N_\mu \\ N_\mu^* & -M_\mu^t \end{pmatrix} \\
 X_a = \begin{pmatrix} A_a & B_a \\ B_a^\dagger & A_a^t \end{pmatrix}
 \end{array}$$

USp projector :  $\hat{\rho}_\mp \bullet = \frac{1}{2}(\bullet \mp F^{-1} \bullet^t F)$   $F = \begin{pmatrix} 0 & -1_k \\ 1_k & 0 \end{pmatrix}$

IIB

USp

$$\begin{cases} \underline{v}_M \\ \underline{\Psi}_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_M \equiv \hat{\rho}_{b\mp}^{(M)} \underline{v}_M \\ \Psi_A \equiv \hat{\rho}_{f\mp}^{(A)} \underline{\Psi}_A \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{\rho}_{b\mp}^{(M)} \equiv \Theta(M \in \mathcal{M}_-) \hat{\rho}_- + \Theta(M \in \mathcal{M}_+) \hat{\rho}_+ \\ \hat{\rho}_{f\mp}^{(A)} \equiv \Theta(A \in \mathcal{A}_-) \hat{\rho}_- + \Theta(M \in \mathcal{A}_+) \hat{\rho}_+ \end{cases}$$

それぞれのノンゼロ成分は

$$M \in \mathcal{M} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \in \mathcal{A} = \{1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14, 19, 20, 23, 24, 27, 28, 31, 32\}$$

$$\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M}_- \cup \mathcal{M}_+ \quad \mathcal{M}_- \cap \mathcal{M}_+ = \emptyset$$

$$\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}_- \cup \mathcal{A}_+ \quad \mathcal{A}_- \cap \mathcal{A}_+ = \emptyset$$

超対称性を最大で残す。

$$[\hat{\rho}_{\mp}, \delta_{\text{susy}}] = 0 \quad \Rightarrow \quad 8+8 \text{ susy}$$

例えば、 $[\hat{\rho}_{f\pm}, \delta^{(2)}]\psi = 0 \Rightarrow \xi_{A_-} = 0, A_- \in \mathcal{A}_-$  等の条件が得られる。

$\epsilon$  を選ぶ •  $\epsilon = (\epsilon_0, 0, \epsilon_1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{\epsilon}_0, 0, \bar{\epsilon}_1, 0, 0, 0, 0)^t$

$$\mathcal{A}_{adj} = \{1, 2, 5, 6, 19, 20, 23, 24\}$$

$$\mathcal{A}_{asym} = \{9, 10, 13, 14, 27, 28, 31, 32\}$$

$$\mathcal{M}_{adj} = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$$

$$\mathcal{M}_{asym} = \{5, 6, 8, 9\}$$

$\Rightarrow$  この時点で4+6次元に選ばれている。

$\underline{\Psi}$  の表現を以下のようにとる

$$\underline{\Psi} = (\lambda, 0, \psi_{(1)}, 0, \psi_{(2)}, 0, \psi_{(3)}, 0, 0, \bar{\lambda}, 0, \bar{\psi}_{(1)}, 0, \bar{\psi}_{(2)}, 0, \bar{\psi}_{(3)})^t$$

このとき、

$$\lambda, \psi_{(1)}, \bar{\lambda}, \bar{\psi}_{(1)} \in \mathfrak{adj}(2k)$$

$$\psi_{(2)}, \psi_{(3)}, \bar{\psi}_{(2)}, \bar{\psi}_{(3)} \in \mathfrak{asym}(2k)$$



+ open string (基本表現)

USp Matrix Model

超対称性を尊重すると、ほぼこの選択肢のみに限られる。

# Effective Action

one matrix model の場合

行列は  $\phi$  のみしかない  $\longrightarrow$  対角化可能

$$S = N \text{tr} \left( \frac{1}{2} \phi^2 + \frac{g}{4} \phi^4 \right)$$

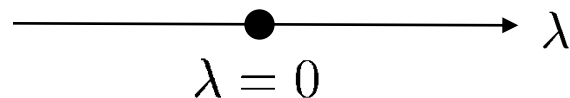
$\phi : N \times N$  Hermite

$$\rightarrow S[\lambda] = N \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{2} \lambda_i^2 + \frac{g}{4} \lambda_i^4 \right)$$

$$\begin{aligned} \phi &= V \lambda V^\dagger, \\ \lambda &= \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\} \end{aligned}$$

古典的には

$$\lambda_i = 0, \quad i = 1, \dots, N$$



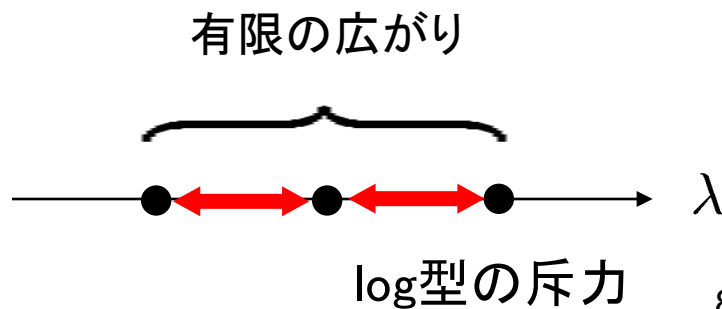
全ての固有値は一点に集まる

分配関数を計算すると

$$Z = \int \prod_{i=1}^N d\lambda_i e^{-S_{\text{eff}}[\lambda]}$$

$$S_{\text{eff}} = S[\lambda] - \sum_{i,j,i \neq j} \log |\lambda_i - \lambda_j|$$

ファンデルモンド行列式による効果





# one-loop effective action for reduced matrix model

[Aoki-Iso-Kawai-Kitazawa-Tada]

それぞれの行列を対角成分と非対角成分に分割:

$$v_M = x_M + \tilde{v}_M, \quad \Psi = \eta + \tilde{\Psi}.$$

$x_M, \eta$ : 対角

$\tilde{v}_M, \tilde{\Psi}$ : 非対角

$x$ と $\eta$  に対する有効作用を1-loopで求める。

ゲージ固定 (ゲージ固定項とゴーストを加える)

$$S_{g.f.} = -\frac{1}{2g^2} \text{tr}[x_M, v^M]^2, \quad S_{\text{ghost}} = -\frac{1}{g^2} \text{tr}[x_M, b][x_M, c]$$

$c$ : ghost,  $b$ : anti-ghost

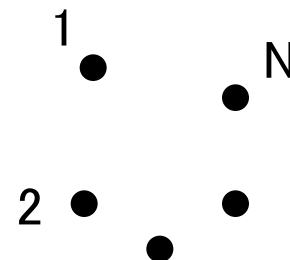
$$S_b^{(2)} + S_{g.f.} = -\frac{1}{2g^2} \text{tr}[x_M, \tilde{v}_N][x^M, \tilde{v}^N]$$

$$S_f^{(2)} = -\frac{1}{2g^2} \text{tr}\tilde{\Psi}\Gamma^M[x_M, \tilde{\Psi}] - \frac{1}{2g^2} \text{tr}[\tilde{\eta}, \tilde{v}_M]\Gamma^M\tilde{\Psi} - \frac{1}{2g^2} \text{tr}\tilde{\Psi}\Gamma^M[\tilde{v}_M, \eta],$$

$$\Rightarrow e^{-S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x, \eta]} = \int d\tilde{v}d\tilde{\Psi}dbdc \exp\{-(S^{(2)} + S_{g.f.} + S_{\text{ghost}})\}$$

## IIBの場合

$$x_M = \begin{pmatrix} x_M^1 & & & \\ & x_M^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & x_M^N \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \xi^1 & & & \\ & \xi^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \xi^k \end{pmatrix}$$



### one-loop 有効作用 (長距離有効作用)

M,Nについて反対称

$$e^{-S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x,\xi]} = \prod_{i,j} \det(\eta^{MN} + S_{(ij)}^{MN})^{-1}$$

$$S_{(ij)}^{MN} = \bar{\xi}^{ij} \Gamma^{MPN} \xi^{ij} \frac{x_P^{ij}}{(x^{ij})^4}$$

$$x_M^{ij} = x_M^i - x_M^j$$

$$\xi^{ij} = \xi^i - \xi^j$$

$$\Rightarrow S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x,\xi] = \sum_{i,j} \text{tr} \log(\eta^{\mu\nu} + S_{(ij)}^{\mu\nu})$$

$$= - \sum_{i,j} \text{tr} \left( \frac{S_{(ij)}^4}{4} + \frac{S_{(ij)}^8}{8} \right) \quad ((x^i - x^j)^2 \gg g)$$

$S^{MN}$ の反対称性とFierz変換から、その他の次数は消える

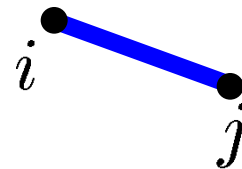
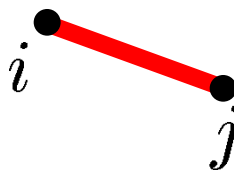
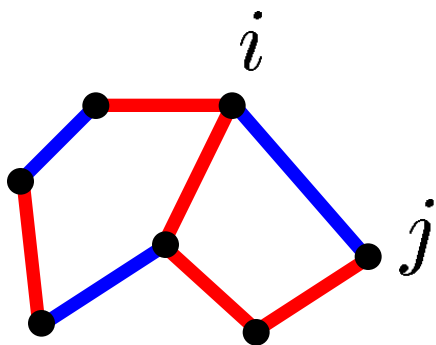
フェルミオンの対角成分  $\xi$  の積分を実際に行うことは難しい。

以下のようにグラフを使って分類してみる。

$$\begin{aligned}
 e^{-S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x]} &= \int d\xi \prod_{i,j} \left[ 1 + \frac{\text{tr}(S_{(ij)}^4)}{4} + \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\text{tr}(S_{(ij)}^4)}{4} \right)^2 + \frac{\text{tr}(S_{(ij)}^8)}{8} \right) \right] \\
 &= \int d\xi \sum_G \prod_{(ij): \text{bond of } G} \left[ 1 \text{ or } \frac{\text{tr} S_{(ij)}^4}{4} \text{ or } \frac{1}{2} \left( \frac{\text{tr} S_{(ij)}^4}{4} \right)^2 + \frac{\text{tr} S_{(ij)}^8}{8} \right]
 \end{aligned}$$

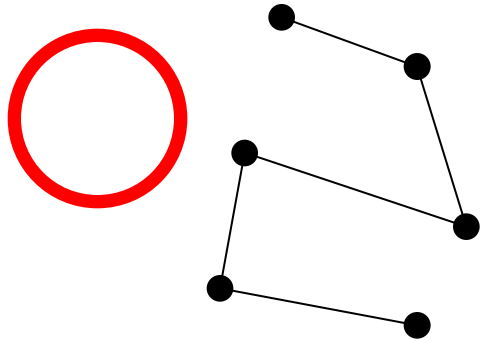
模式的に  $S_{(ij)}^{MN} \sim \frac{(\xi^{ij})^2}{(x^{ij})^3} \Rightarrow \sim (\xi^{ij})^8$        $\sim (\xi^{ij})^{16}$   
 8重結合      16重結合

グラフ G

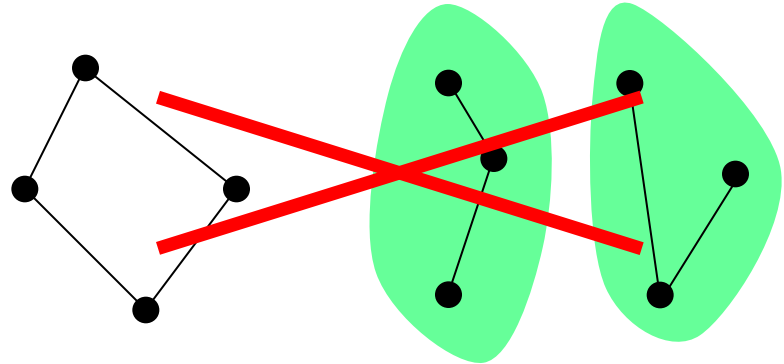




ξ 積分で“maximal tree”のみが生き残る。



maximal tree



loop

disconnected

10d M-W spinorの自由度は16であるから、

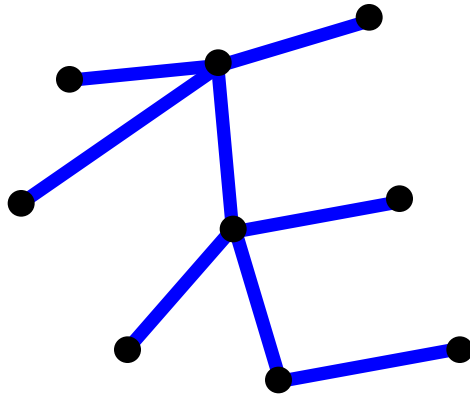
最終的に、積分には

maximal tree が**適当**に16枚重なったグラフのみが寄与する。

8重結合 or 16重結合のみが許される。

16重結合のみを考える

= 同じ形状の maximal tree を16枚重ねたグラフのみを考える



重ね合わせた後もmaximal tree

$$e^{-S_{\text{eff}}} \sim \frac{1}{(x^i - x^j)^{24}}$$

⇒ branched polymerの様な構造になっている。

ハウスドルフ次元 = 4

Complex phase (fermion integration)

低い次元のほうが安定。 [K. N. Anagnostopoulos, J. Nishimura]

⇒ 4次元?

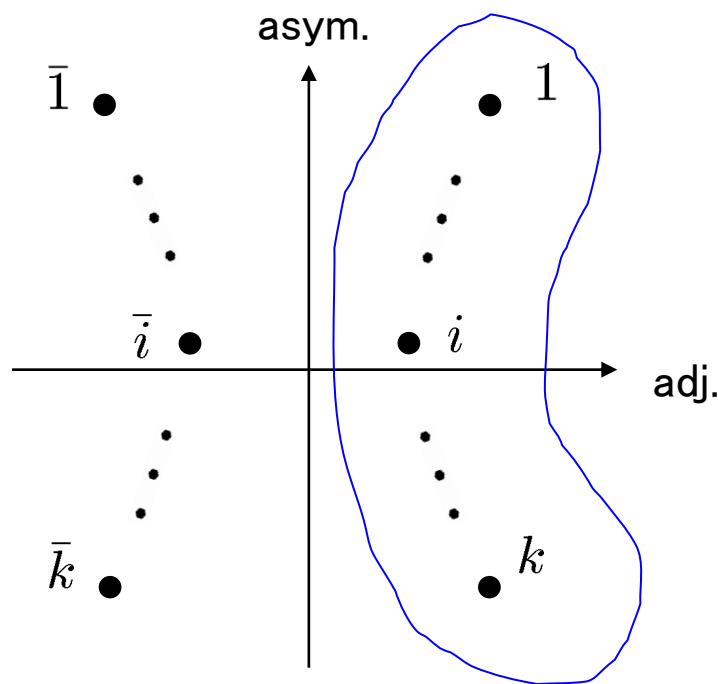
## USpの場合

$$\text{adj. : } X = \begin{pmatrix} M_\mu & N_\mu \\ N_\mu^* & -M_\mu^t \end{pmatrix} \Rightarrow \text{diag}\{x^1, x^2, \dots, x^k, -x^1, -x^2, \dots, -x^k\}$$

$$\text{asym. : } X = \begin{pmatrix} A_a & B_a \\ B_a^\dagger & A_a^t \end{pmatrix} \Rightarrow \text{diag}\{x^1, x^2, \dots, x^k, x^1, x^2, \dots, x^k\}$$

したがって、全ての固有値は図のように  
asym.面に対して鏡像を持つ

行列の固有値分布 = 時空点

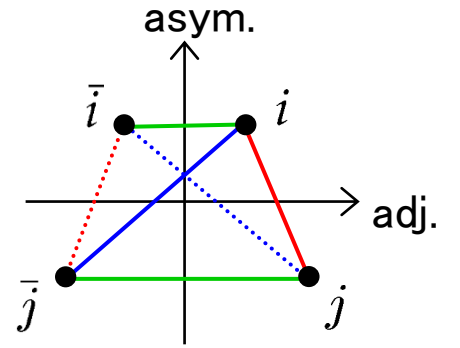


鏡像点を明記するためにバー付きで表わす

USp

$$x_\mu = \begin{pmatrix} X_\mu & 0 \\ 0 & -X_\mu \end{pmatrix} \quad \xi_\alpha = \begin{pmatrix} \Xi_\alpha & 0 \\ 0 & -\Xi_\alpha \end{pmatrix}$$

$$x_a = \begin{pmatrix} X_a & 0 \\ 0 & X_a \end{pmatrix} \quad \zeta_{\alpha'} = \begin{pmatrix} Z_{\alpha'} & 0 \\ 0 & Z_{\alpha'} \end{pmatrix}$$



$$X_M = \begin{pmatrix} x_M^1 & & & \\ & x_M^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & x_M^k \end{pmatrix}, \quad \Xi = \begin{pmatrix} \xi^1 & & & \\ & \xi^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \xi^k \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} \zeta^1 & & & \\ & \zeta^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \zeta^k \end{pmatrix}$$

## 1-loop 有効作用

$$e^{-S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x, \xi]} = \prod_{i, j, i \neq j} \det(\eta^{MN} + T_{(ij)}^{MN})^{-1} \det(\eta^{MN} + T_{(i\bar{j})}^{MN})^{-1} \prod_i \det(\eta^{MN} + T_{(i\bar{i})}^{MN})^{-1}$$

$$T_{(ij)}^{MN} = \begin{pmatrix} T_0^{\mu\nu} & T_1^{\mu b} \\ T_1^{a\nu} & T_0^{ab} \end{pmatrix} = S_{(ij)}^{MN} - \begin{pmatrix} T_1^{\mu\nu} & T_0^{\mu b} \\ T_0^{a\nu} & T_1^{ab} \end{pmatrix}$$

$$T_0^{MN} = \frac{1}{(x^{ij})^4} \begin{pmatrix} \bar{\xi}^{ij} & \bar{\zeta}^{ij} \\ \xi^{ij} & \zeta^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} & \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} \\ \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} & \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^{ij} \\ \zeta^{ij} \end{pmatrix}$$

$$T_1^{MN} = \frac{1}{(x^{ij})^4} \begin{pmatrix} \bar{\xi}^{ij} & \bar{\zeta}^{ij} \\ \xi^{ij} & \zeta^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} & \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} \\ \Gamma^M \Gamma^\mu \Gamma^N x_\mu^{ij} & \Gamma^M \Gamma^a \Gamma^N x_a^{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^{ij} \\ \zeta^{ij} \end{pmatrix}$$

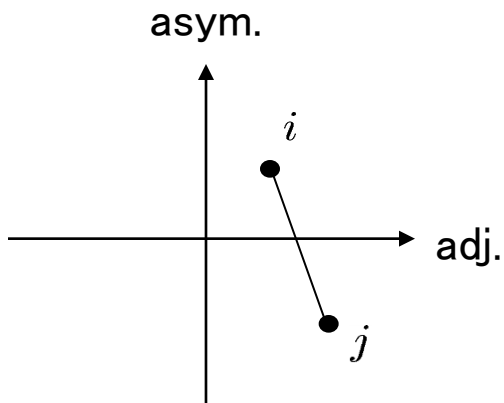


ある点と鏡像点との間の相互作用項は

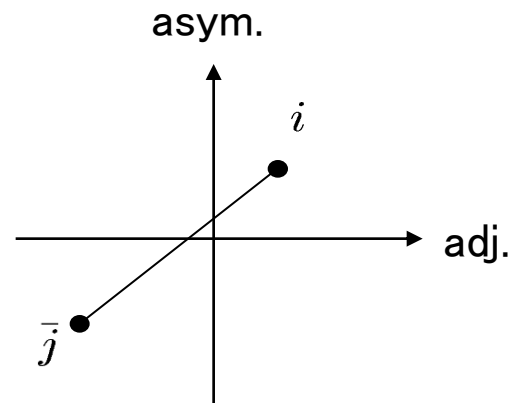
$$T_{(i\bar{j})} = \tilde{T}_{(ij)}$$

adj.方向のみを反転させる

$$T_{(ij)} \text{ に対して } \begin{array}{l} x_{\mu}^{ij} = x_{\mu}^i - x_{\mu}^j \quad \rightarrow \quad \tilde{x}_{\mu}^{ij} = x_{\mu}^i + x_{\mu}^j \\ \xi_a^{ij} = \xi_a^i - \xi_a^j \quad \rightarrow \quad \tilde{\xi}_a^{ij} = \xi_a^i + \xi_a^j \end{array}$$



$$\sim \xi^{ij} = \xi^i - \xi^j$$



$$\sim \tilde{\xi}^{ij} = \xi^i + \xi^j$$

## 1-loop effective action

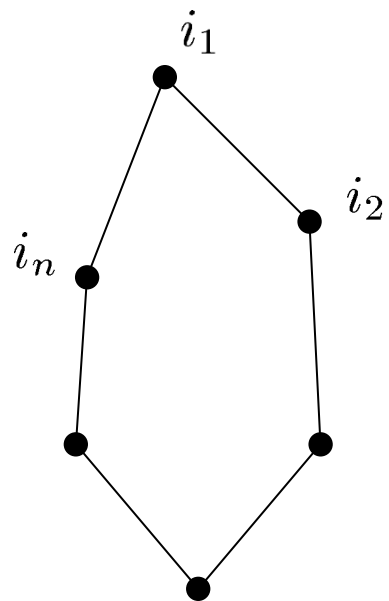
$$\begin{aligned} S_{\text{eff}}^{1\text{-loop}}[x, \eta] &= \sum \text{tr} \log(\eta^{MN} + T_{(ij)}^{MN}) \\ &= - \sum_{i \neq j} \text{tr} \left[ \frac{T_{(ij)}^2}{2} + \frac{T_{(ij)}^4}{4} + \frac{T_{(ij)}^6}{6} + \frac{T_{(ij)}^8}{8} \right] - \sum_i \text{tr} \left[ \frac{T_{(ii)}^4}{4} \right] \end{aligned}$$

IIB の構造を含む D=6 SU(2)

8重結合、16重結合 + 4重結合、12重結合

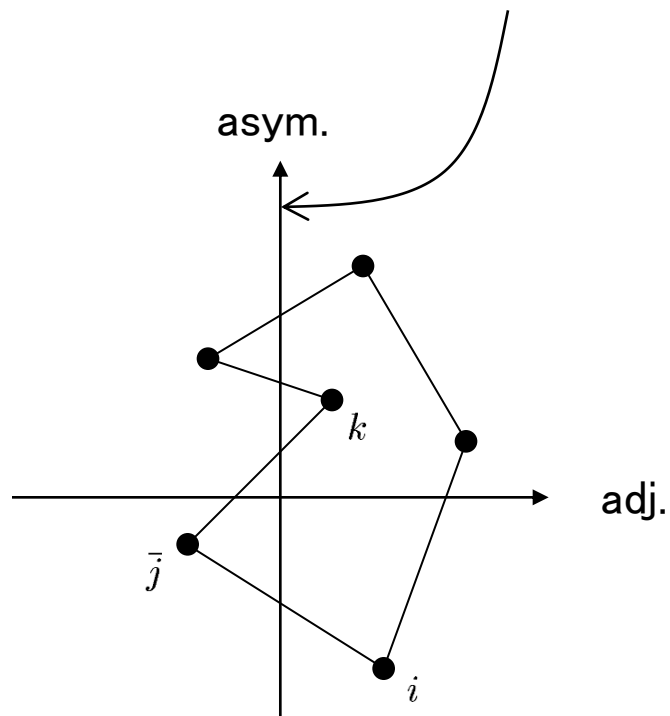
USp行列模型に固有の効果

# loop graph in USp



$$\sim (\xi^{i_1} - \xi^{i_2})(\xi^{i_2} - \xi^{i_3}) \dots (\xi^{i_n} - \xi^{i_1}) = 0$$

この面を必ず偶数回横切る

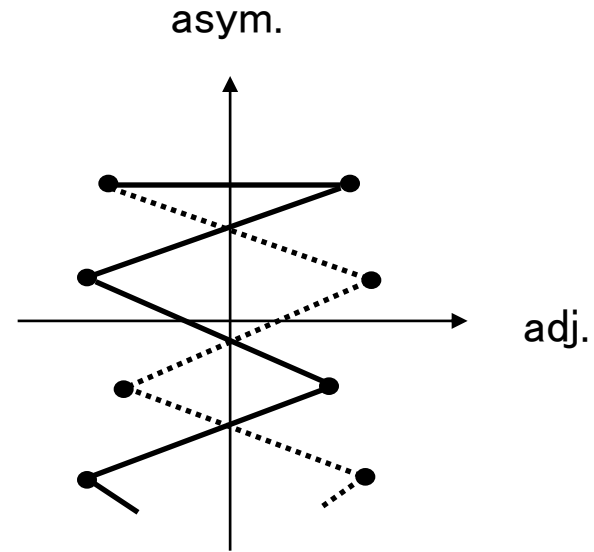


$$\sim \dots (\xi^i + \xi^j)(\xi^j + \xi^k) \dots = 0$$

Orientifolding後も、loopは許されない。

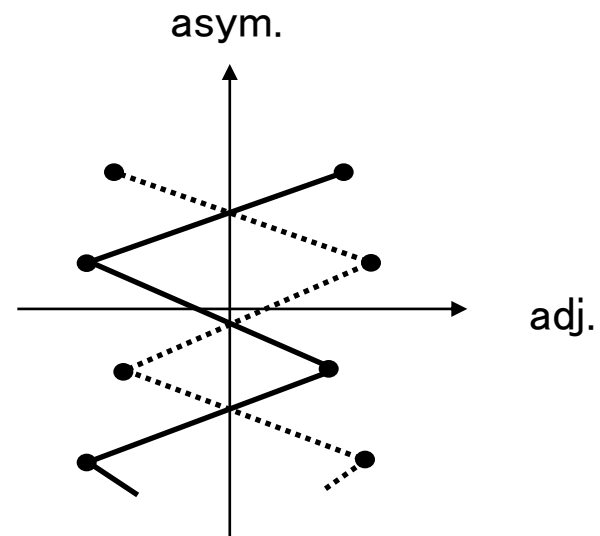
adj.成分の積分 ( $8 \times k$ 重積分):

K本の線を引く



asym.成分の積分 ( $8 \times (k-1)$ 重積分):

K-1本の線を引く  
自分自身の鏡像点とは結ばれない



$$\text{USp}(2) = \text{SU}(2)$$

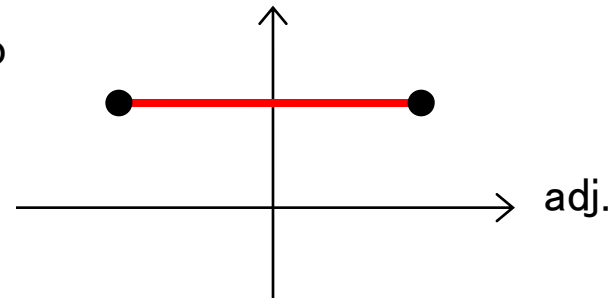
$$x_\mu = \begin{pmatrix} x_\mu & 0 \\ 0 & -x_\mu \end{pmatrix}, \quad x_a = \begin{pmatrix} x_a & 0 \\ 0 & x_a \end{pmatrix},$$

$$\tilde{v}_\mu = \begin{pmatrix} m_\mu & n_\nu \\ n_\mu^* & -m_\mu \end{pmatrix}, \quad \tilde{v}_a = \begin{pmatrix} a_a & 0 \\ 0 & a_a \end{pmatrix},$$

⇒ D=6 SU(2) matrix model

asym.

8重結合のみが現れる



2点間の相互作用を評価できて

$$S_{\text{eff}} \sim \begin{cases} 12 \log R_6, & \text{for } R_6^2 \gg g, \\ -4 \log R_6, & \text{for } R_6^2 \ll g. \end{cases}$$

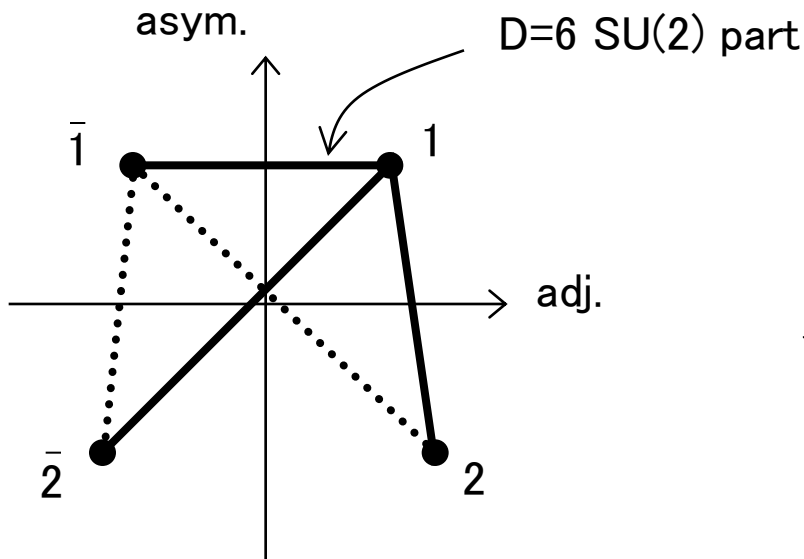
$R_6$ : 2点間の距離

# USp(4)

$$v_\mu = \begin{pmatrix} x_\mu^1 & m_\mu & n_\mu^1 & n_\mu \\ m_\mu^* & x_\mu^2 & n_\mu & n_\mu^2 \\ n_\mu^{1*} & n_\mu^* & -x_\mu^1 & m_\mu^* \\ n_\mu^* & n_\mu^{2*} & m_\mu & -x_\mu^2 \end{pmatrix}, \quad v_m = \begin{pmatrix} x_m^1 & a_m & 0 & b_m \\ a_m^* & x_m^2 & -b_m & 0 \\ 0 & -b_m^* & x_m^1 & a_m^* \\ b_m^* & 0 & a_m & x_m^2 \end{pmatrix},$$

$$\Psi_\alpha = \begin{pmatrix} \xi_\alpha^1 & o_\alpha & p_\alpha^1 & p_\alpha \\ o_\alpha^* & \xi_\alpha^2 & p_\alpha & p_\alpha^2 \\ p_\alpha^{1*} & p_\alpha^* & -\xi_\alpha^1 & -o_\alpha^* \\ p_\alpha^* & p_\alpha^{2*} & -o_\alpha & -\xi_\alpha^2 \end{pmatrix}, \quad \Psi_{\alpha'} = \begin{pmatrix} \zeta_{\alpha'}^1 & c_{\alpha'} & 0 & d_{\alpha'} \\ c_{\alpha'}^* & \zeta_{\alpha'}^2 & -d_{\alpha'} & 0 \\ 0 & -d_{\alpha'}^* & \zeta_{\alpha'}^1 & c_{\alpha'}^* \\ d_{\alpha'}^* & 0 & c_{\alpha'} & \zeta_{\alpha'}^2 \end{pmatrix}.$$

完全な評価は困難 → 2点間の相互作用のみを評価



$$24 \log \sqrt{R_6^2 + R_4^2}, \quad \text{at long distances}$$

$$-8 \log \sqrt{R_6^2 + R_4^2}, \quad \text{at short distances}$$

## ボソン部分についての2-loop effective action

USp行列模型のボソン部分は

$$S_b = -\frac{1}{2g^2} \text{tr}[A_M, A_N]^2 + \dots \quad A_M: \text{Hermite}$$

と書け、第1項はIIB行列模型と同じであり、その他の部分がorientifoldingによる効果によって現れた項である。

従って、2-loop effective actionは

$$W_2(\lambda) = g^2 W_2^{\text{IIB}}(\lambda) + g^2 W_2'(\lambda)$$

[RY]

となり、ここで

$$W_2^{\text{IIB}}(\lambda) = \frac{1}{2}(D-2)^2 I_1 - \frac{1}{2}D(3D-7)I_2 - 2(D-2)I_3 \quad (D=10)$$

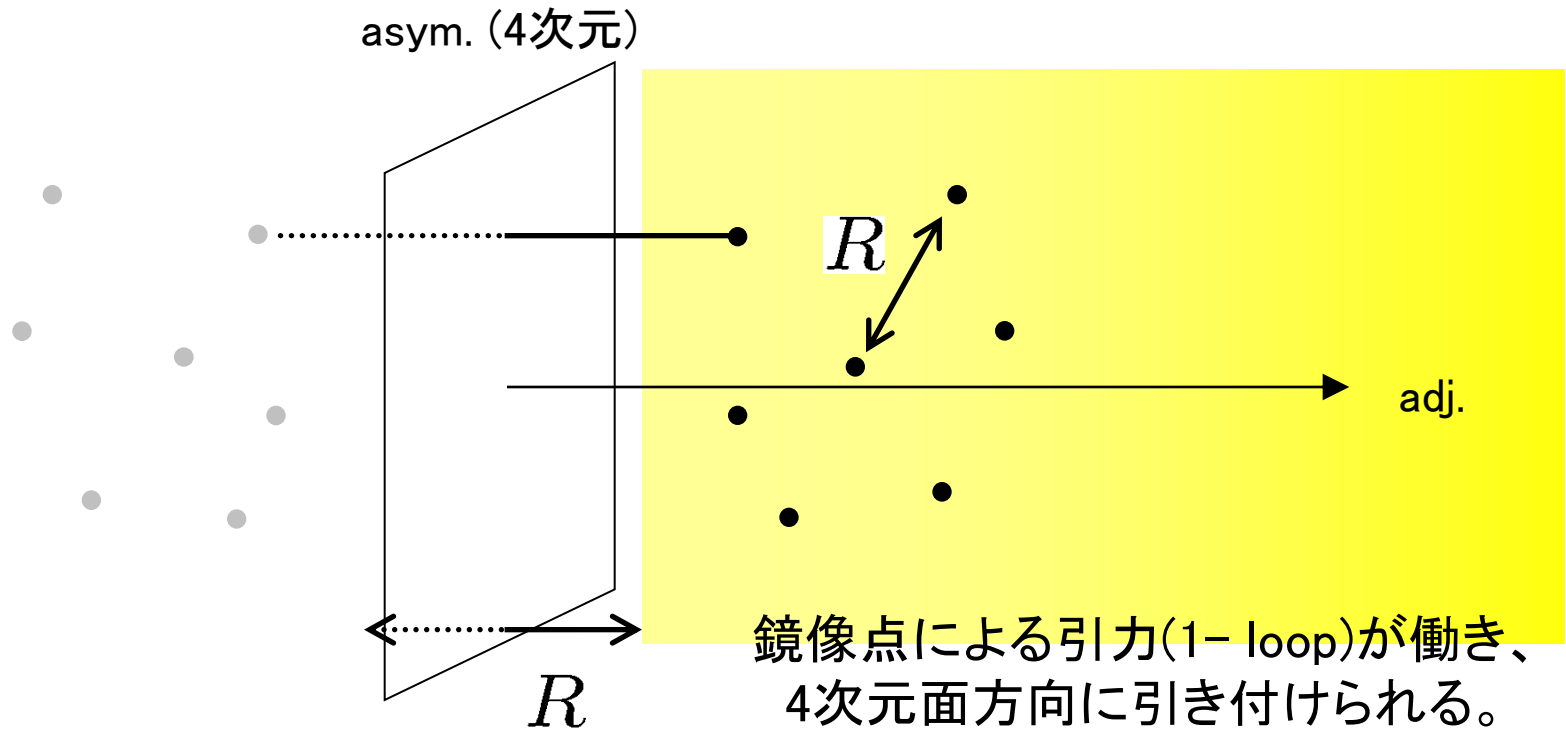
$$I_1 \equiv \sum_{i,j,k,j \neq k} \frac{1}{(\lambda^{ij})^2 (\lambda^{ik})^2}, \quad I_2 \equiv \sum_{i,j} \frac{1}{(\lambda^{ij})^4}, \quad I_3 \equiv \sum_{i,j,k,j \neq k} \frac{1}{(\lambda^{ij})^2 (\lambda^{ik})^2} \frac{\lambda_M^{ij}}{\lambda_M^{ik}}$$

Orientifoldingの部分も計算できるので、2-loopの効果はどの程度の距離で有効かが分かる。

$$R < k^{\frac{1}{4}} g^{\frac{1}{2}}$$

[T. Hotta, J. Nishimura, A. Tsuchiya]  
[RY]

$R > k^{\frac{1}{4}} g^{\frac{1}{2}}$  では2-loop以上は無視でき、固有値間には引力が働く。



⇒ 4次元時空の生成に向けて有力となる。



また、時空点とその鏡像点の2-loop有効相互作用は

$$W'(\lambda)|_{i-\bar{i} \text{ interaction}} = -\frac{1}{2}D_{ad}(3D_{ad} - 7)\frac{1}{(2\lambda^i)^4},$$

と書け、これは  $D_{ad} = 6$ (2)行列模型における固有値  $\lambda^i$  の  $-\lambda^i$  相互作用に等しい。

SU(2)模型では、固有値間距離はプランク定数のorderの量となり、

[T. Suyama, A. Tsuchiya]

USp行列模型の記述する固有値分布は

4次元のasym.面のまわりに管上に広がっている。

## まとめ

- ・ USp行列模型とIIB行列模型の有効相互作用の構造を比較した。
- ・ 4次元面方向への引力が存在。
- ・  $\xi$  積分に関して2種類の相互作用が存在する。

$$\sim \Gamma^\mu x_\mu , \quad \sim \Gamma^a x_a$$

- ・ ある点とその鏡像点の間の相互作用は6次元SU(2)と同じ。
- ・ USp行列模型の記述する時空を見た。

## 展望

- ・ 超対称性の考慮