

ゲージ・重力対応の非平衡定常系への応用 負性微分抵抗のAdS/CFTによる導出

京都大学大学院理学研究科

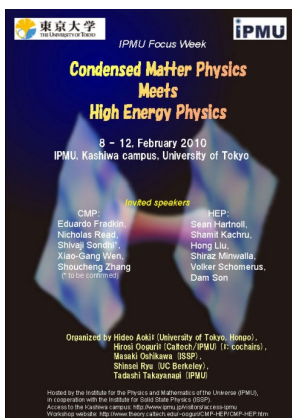
中村 真

Ref. arXiv:1006.4105[hep-th]
(to appear in PTP)

IPMU Focus Week Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics

hosted by the [Institute for the Physics and Mathematics of the Universe](#) (IPMU),
in cooperation with the [Institute for Solid State Physics](#) (ISSP).

February 8 - 12, 2010, in the main auditorium of IPMU



Organizers (*: co-chairs)

[Hideo Aoki](#)* (Department of Physics, University of Tokyo),
[Hirosi Ooguri](#)* (Caltech & IPMU, University of Tokyo),
[Masaki Oshikawa](#) (ISSP, University of Tokyo),
Shinsei Ryu (University of California at Berkeley),
[Tadashi Takayanagi](#) (IPMU, University of Tokyo).

IPMU: 東京大学・数物連携宇宙研究機構

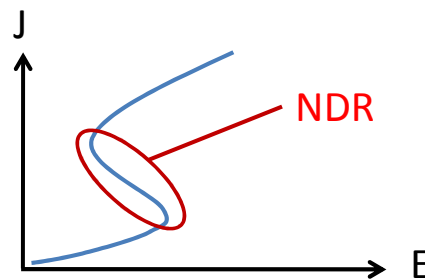
物性研究者との交流

東大本郷の青木秀夫さん、岡隆史さんから、強相関電子系の絶縁体に関して興味深いお話を伺った。

「強相関電子系の絶縁体では**負性微分抵抗**が広く一般的に観測される。」

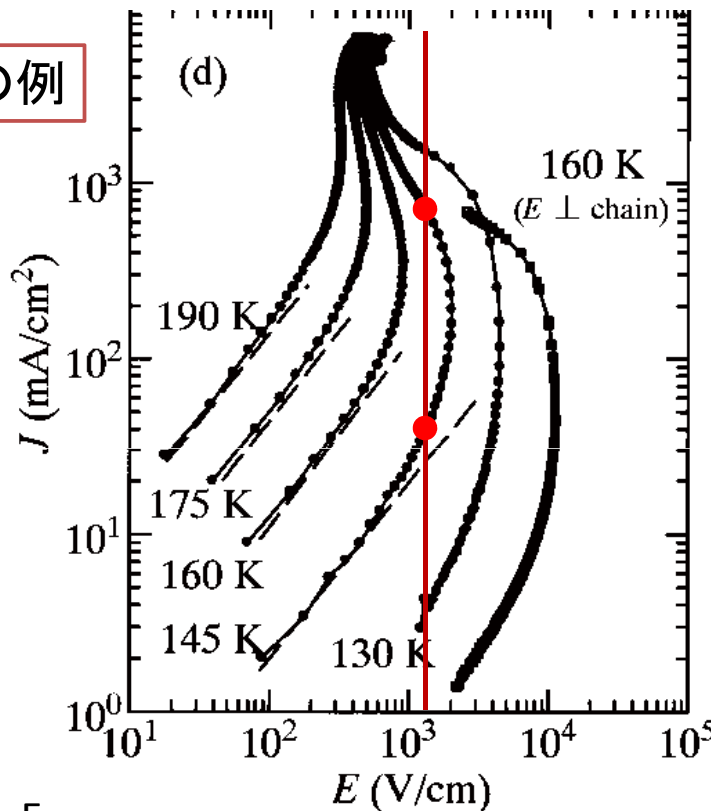
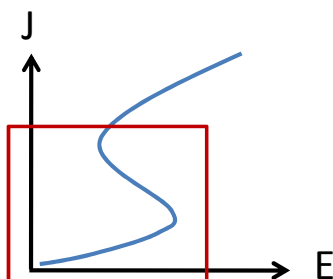
負性微分抵抗 (NDR: Negative Differential Resistivity)

物質を流れる電流が増すと電位差が減少する特異な電気伝導特性。通常、強相関絶縁体でNDRが見られる場合は、電流は電場の多価関数となる。



実験データの例

SrCuO₂
(1d Mott)



この部分

Y. Taguchi T. Matsumoto and Y. Tokura. *Phys. Rev. B*, 62:7015, 2000.

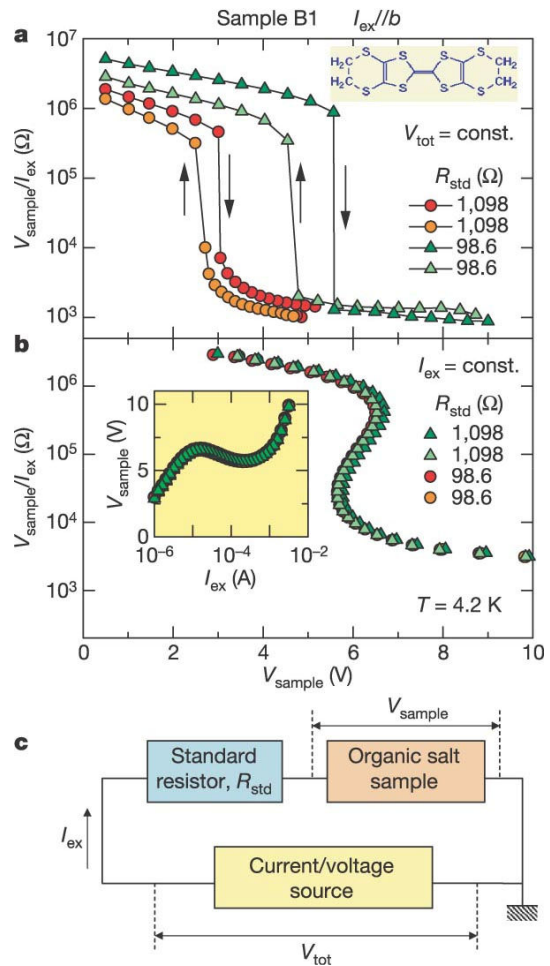
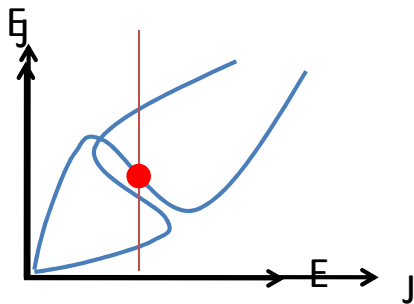
実験データの例

θ -(BEDT-TTF)₂CsCo(SCN)₄
crystal at 4.2 K.

F. Sawano et. al., Nature 437 (2005) 522.

Charge order insulator

「電流は電圧の多価関数」:
実際は電圧を電流の関数として
測定している。電圧は電流の一価関数。



強相関絶縁体のNDR

現在のところ、NDRのメカニズムに関する現象論的なモデルに基づいた計算しかなされていない。

- Joule heating model
- 多体雪崩効果(Oka-Kishida-Aoki)
-

(ただし、一次元モデル+平均場近似で微視的に計算している例はある:

S. Ajisaka et. al. PTP121(2009)1289)

これをAdS/CFTで計算できるであろうか？

ゲージ理論での問題設定

NDR は、強相関電荷系でかなり一般的に見られる非線形電気伝導特性だと考えてみよう。

それでは、quark-gluon plasma中の強く相関のあるquarkの系においてquark電荷の非線形伝導を調べた場合、やはりNDRが見られるのだろうか？

ここでは、少なくともある特殊な系においては

答えが

Yes,

であることを示す。

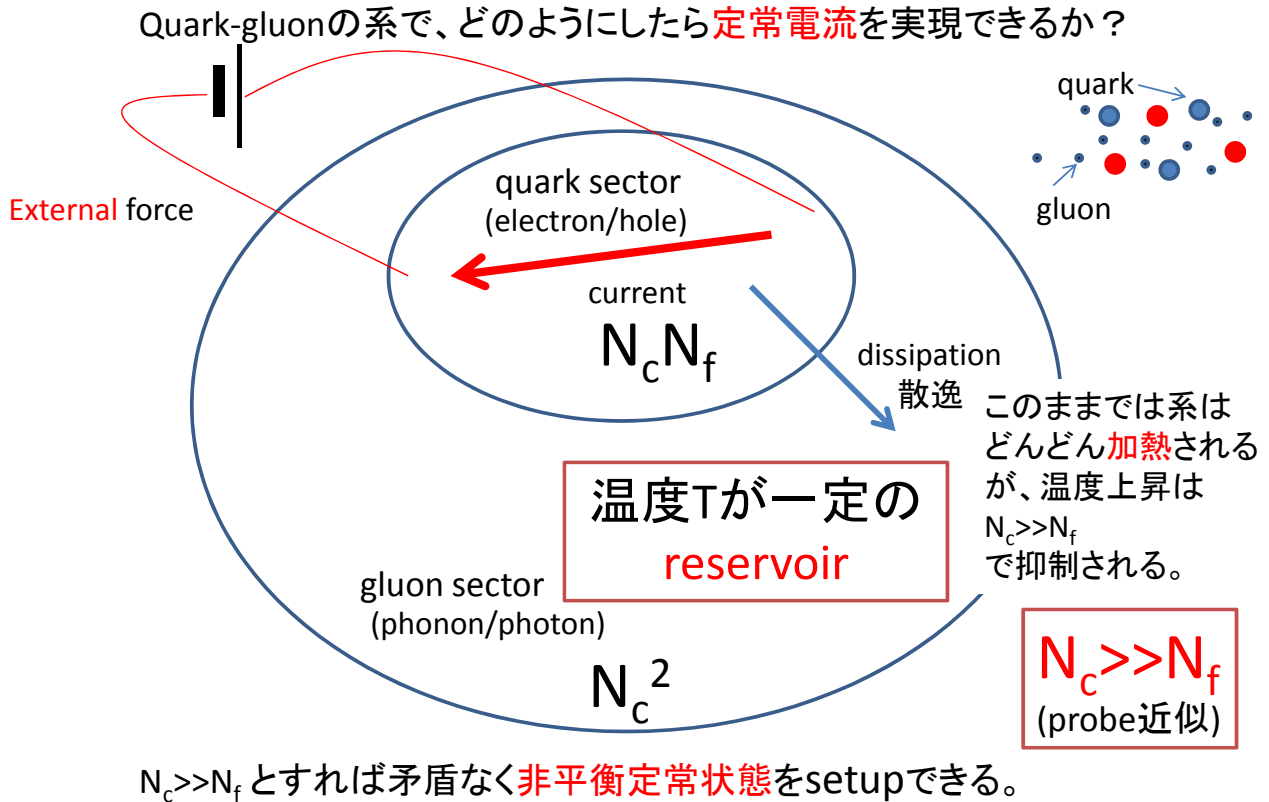
どのようにしてNDRを計算するか？

強相関系NDRの計算に付きまとう3つの“NON”。

- **Non-linear**: NDRは **非線形**現象である。
- **Non-equilibrium steady state**: NDRは**非平衡**定常状態。
(電流による散逸があるため非平衡)
- **Non-perturbative**: 扱う系は**非摂動**な系。
(強相関系を扱うため。また絶縁体・金属転移は非摂動現象。)

しかし、**AdS/CFT対応**を用いると
計算できる例がある！

我々が考える系：



D3-D7 system

最も標準的なAdS/CFT対応：

$$\boxed{N=4 \text{ SYM}} \longleftrightarrow \boxed{\text{AdS}_5 \times S^5}$$

しかし、N=4 SYM はadjoint field (gluonとsuperpartner)しか
含まない: **no quark (no flavor)**.

gluon sectorに加えて**flavor sector**を導入する必要がある。

これは、**D7-brane**を加えることで実現可能。

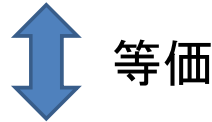
(Karch and Katz, JHEP0206(2002)043)

その結果得られる対応のゲージ理論側は
3+1 次元 **N=4 SYM + N=2 hyper-multiplet**

D3-D7 systemに基づく対応

SU(Nc) N=4 超対称ゲージ理論(SYM)で
 large-Nc 極限と $\lambda = g_{\text{YM}}^2 Nc \gg 1$ の極限をとったもの
 (量子論) **有限温度**

+ N_f 種類の quark sector (N=2 hyper-multiplets)

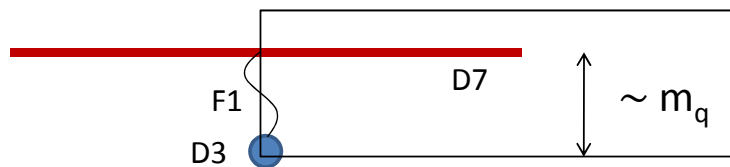


等価

AdS-BH $\times S^5$ の上の type IIB 超重力理論で
 古典極限 と small curvature 極限をとったもの

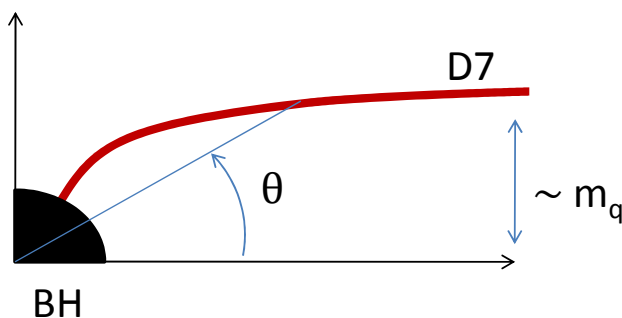
+ N_f D7-branes on this curved spacetime

Gravity Dual



対称性から、この部分のみ描く。

- D3をAdS-BHで置き換えたものが gravity dual。



この図の半径方向: $1/z$

D7の「形」は $\theta(z)$ で決まる。

$$\theta(z) = m_q z + \text{const.} z^3 + \dots$$

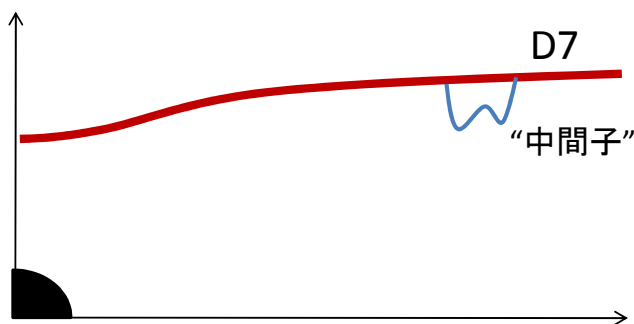
$$\frac{1}{z} \sin \theta(z) \Big|_{z \rightarrow 0} = m_q$$

Quark sectorの“閉じ込め/非閉じ込め”

(BHがあるので、gluon sectorは常に非閉じ込め)

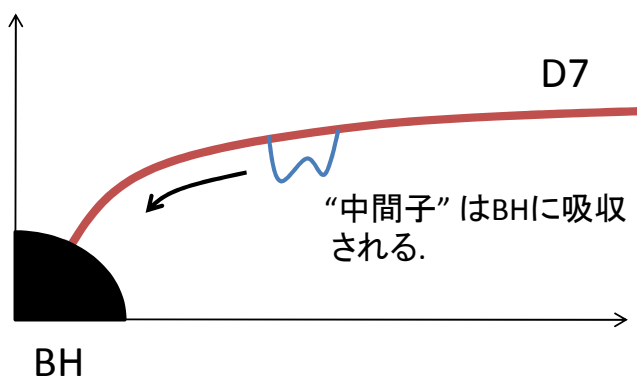
“中間子”は安定:
“confinement”

sQGP的な相



$m_q \gg T$

“中間子”は不安定:
“deconfinement”

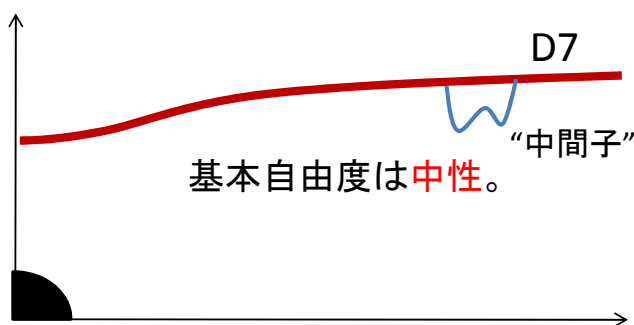


$m_q \ll T$

物性物理学の視点からは

“中間子”が基本的な自由度

絶縁体(Insulator)

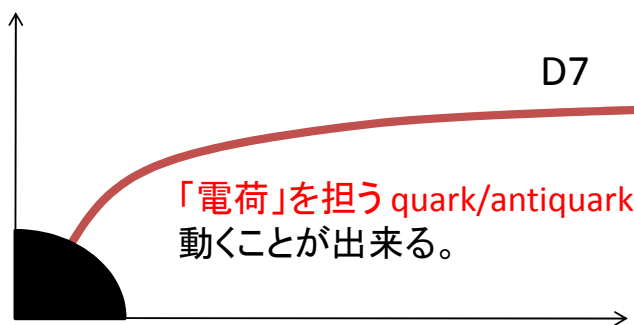


$m_q \gg T$

基本自由度は中性。

“中間子”は不安定であり
quark/antiquarkが基本自由度

伝導体(conductor)



$m_q \ll T$

「電荷」を担う quark/antiquark が動くことができる。

電場による絶縁破壊

「低温相」

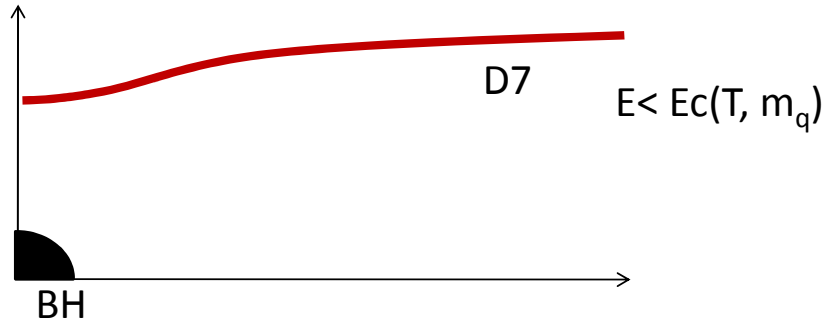
(Holographyの視点での初期の仕事:

J. Erdmenger, R. Meyer, J.P. Shock, arXiv:0709.1551

T. Albash, V.F. Filev, C. Johnson, A. Kundu, arXiv:0709.1554)

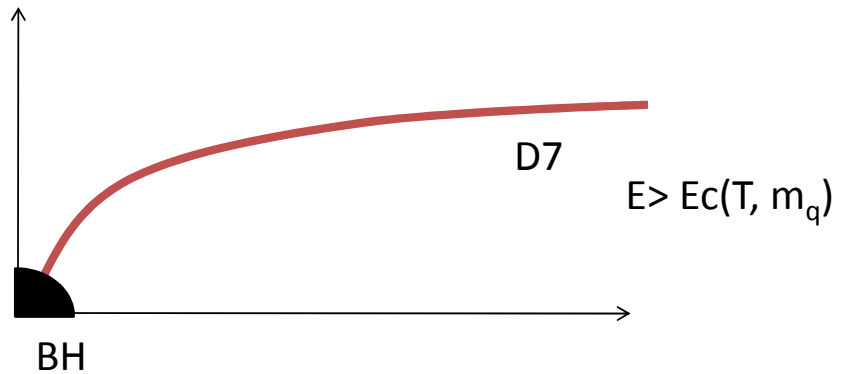
“中間子”が基本的な自由度

絶縁体(Insulator)



“中間子”は不安定であり quark/antiquarkが基本自由度

伝導体(conductor)



D7-brane の有効作用: Dirac-Born-Infeld (DBI) action

$$S = -N_f T_{D7} \int d^{7+1}x \sqrt{-\det G_{ab}}$$

$$G_{ab} = \partial_a x^\mu \partial_b x^\nu g_{\mu\nu} + (2\pi l_s^2) F_{ab} + (\text{non-abelian part})$$

1とする。

ここでは、abelian partのみ考える

$$F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a \quad \text{The U(1) gauge field on the D7}$$

Induced metricのうちnon-trivialなのは
(z,z) 成分 $G_{zz} = 1/z^2 + \theta'(z)^2$ のみ。

AdS/CFT dictionary: GKP-Witten relation

$$A_x(z) = -Et + \frac{(2\pi)^2}{2N_c N_f} \langle J^x \rangle z^2 + O(z^4)$$

5次元ゲージ場 $A_x(z)$ を決めることが出来れば
E と J^x の関係が決まることになる。



非線形部分まで含めた伝導度が得られる。

ジレンマ？

しかし、 A_x は**2階**の微分方程式に従う。

→ 解を決めるためには**2つ**の境界条件が必要。

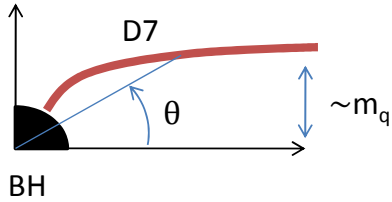
第1項と第2項は、**両方とも**「手で与えるべき」**境界条件**。

しかし、もし**勝手な境界条件**を用いてD7-braneの on-shell 作用を求めると、作用に**imaginary part**が現れる。

D7 作用が**実数であること**(系の**安定性**)を要請すると
第1項と第2項の関係は**特別なものでなくてはならない**。

On-shell D7-brane 作用

$$S_{D7} = -N \int dr dt \cos^6 \theta g_{xx}^{5/2} |g_{tt}|^{1/2} \sqrt{W}$$



$$W = \frac{g_{zz} (|g_{tt}| g_{xx} - E^2)}{|g_{tt}| g_{xx}^3 \cos^6 \theta - \frac{g_{xx} \langle J_x \rangle^2}{N^2}}$$

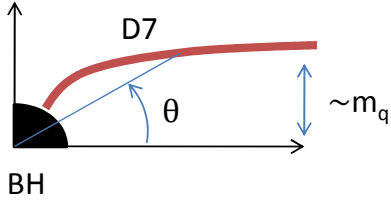
AdS-BHの計量

$$ds^2_{\text{AdS-BH}} = -\frac{1}{z^2} \frac{\left(1 - \frac{z^4}{z_H^4}\right)^2}{1 + \frac{z^4}{z_H^4}} dt^2 + \frac{1 + \frac{z^4}{z_H^4}}{z^2} d\vec{x}^2 + \frac{dz^2}{z^2}$$

- この計量の取り方では、 $z=z_H$ がホライズン。
- $z=0$ が境界。

On-shell D7-brane 作用

$$S_{D7} = -N \int dr dt \cos^6 \theta g_{xx}^{5/2} |g_{tt}|^{1/2} \sqrt{W}$$



$$W = \frac{g_{zz} (|g_{tt}| g_{xx} - E^2)}{|g_{tt}| g_{xx}^3 \cos^6 \theta - \frac{g_{xx} \langle J_x \rangle^2}{N^2}}$$

分母、分子ともにAdS-BH時空のどこかで (horizonと境界の間のどこかで) **必ずゼロを横切る**。

これを救うには、**分母と分子が同時にゼロを横切れば良い**。
この点を $z=z_*$ とする。

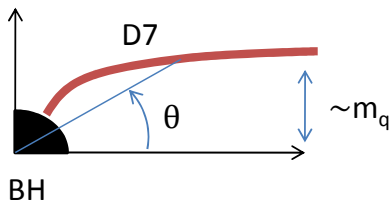
電気伝導度

電荷密度も導入して計算した一般的な結果
Karch, O'Bannon arXiv:0705.3870

通常の電気伝導

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2}} \sqrt{e^2 + 1} \cos^6 \theta(z_*) + \frac{d^2}{e^2 + 1}$$

$$d \equiv \frac{\langle J^t \rangle}{\frac{\pi}{2} \sqrt{2\lambda T^2}}, \quad e \equiv \frac{E}{\frac{\pi}{2} \sqrt{2\lambda T^2}}, \quad \text{対生成の寄与}$$



- $\cos\theta(z_*)$ goes to **1** at $m_q \rightarrow 0$.
- $\cos\theta(z_*)$ goes to **zero** at $m_q \rightarrow \text{infinity}$.

この結果はreasonable?

$$J_x|_{m_q \rightarrow \infty} = \frac{d}{\sqrt{1+e^2}} E_x \rightarrow \begin{cases} \approx d \cdot E_x & (e \ll 1) \\ \approx \text{saturate} & (e \gg 1) \\ \approx 0 & (T \gg 1) \\ (e \leftrightarrow -e \text{ symmetric}) \end{cases}$$

(Thanks to H. Hayakawa, H. Wada, A. Shimizu.)

本研究での計算

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2} \sqrt{e^2 + 1} \cos^6 \theta(z_*)}$$
$$e \equiv \frac{E}{\frac{\pi}{2} \sqrt{2\lambda T^2}},$$

全く電荷密度をdopeしない
場合で計算する。

$\theta(z_*)$ はEや m_q の複雑な関数。



これを**数值的に**真面目に解いて、伝導度をE、 m_q
(およびT)の関数として得た。

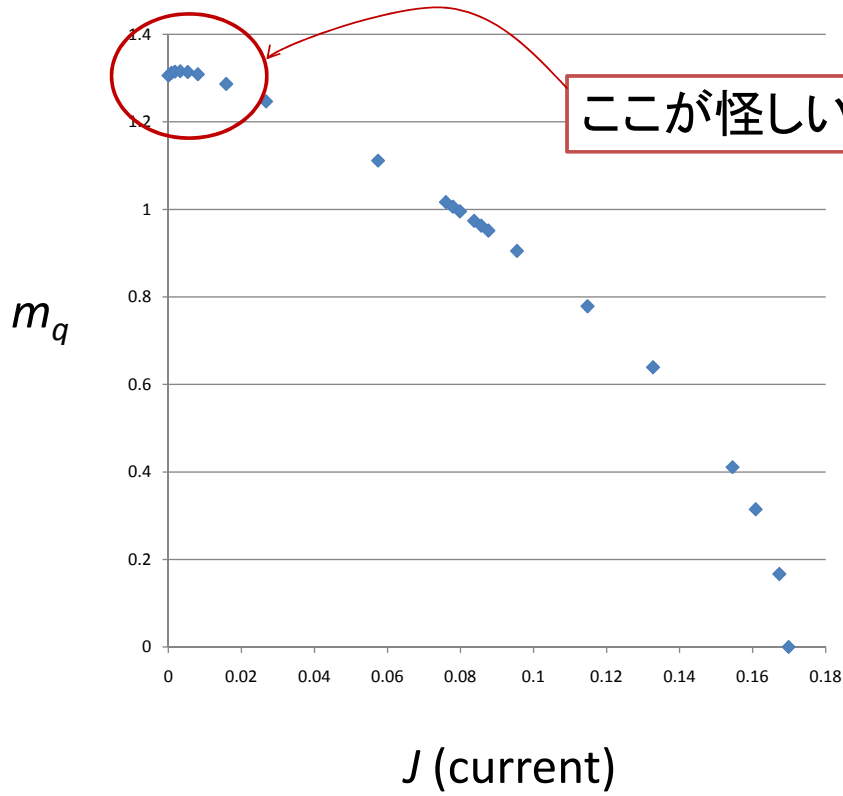
数値解析

数値解析のために用いたパラメータの値:

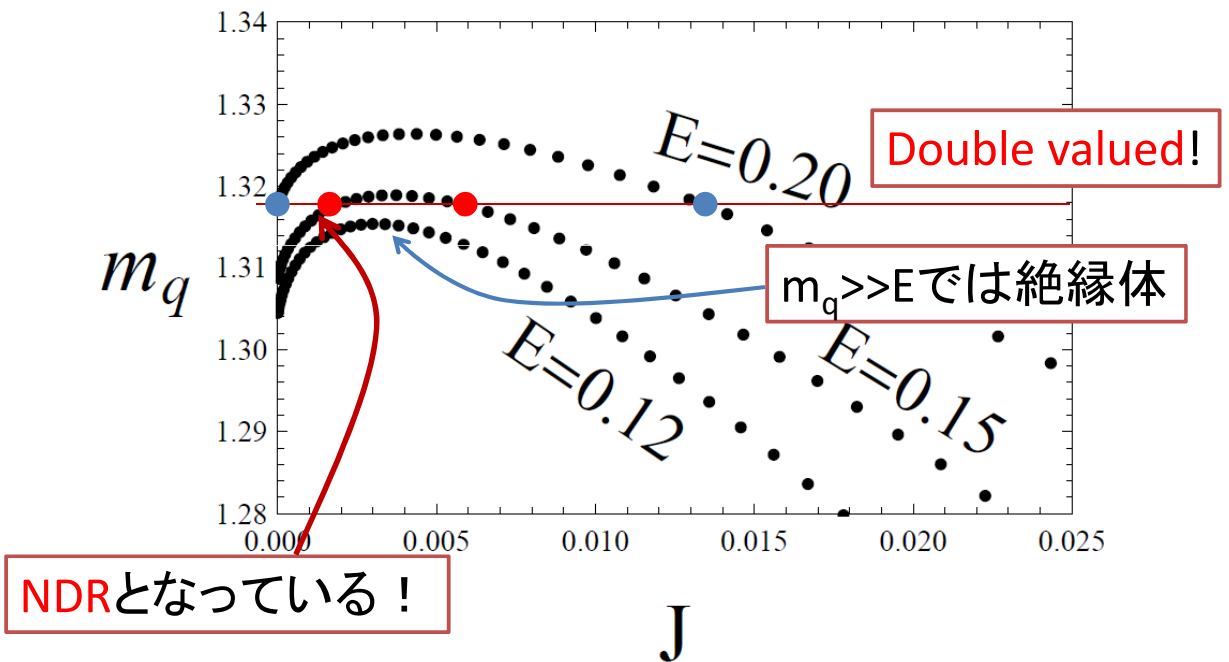
$$2\lambda = (2\pi)^2, N_c N_f = (2\pi)^2, T = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$$

- 技術的には、ある一定のEのもとでのJ- m_q **曲線**が最も得やすい。
- Jの関数としての m_q が**多価関数**となっているとNDRの可能性あり。

J- m_q characteristics



J- m_q characteristics

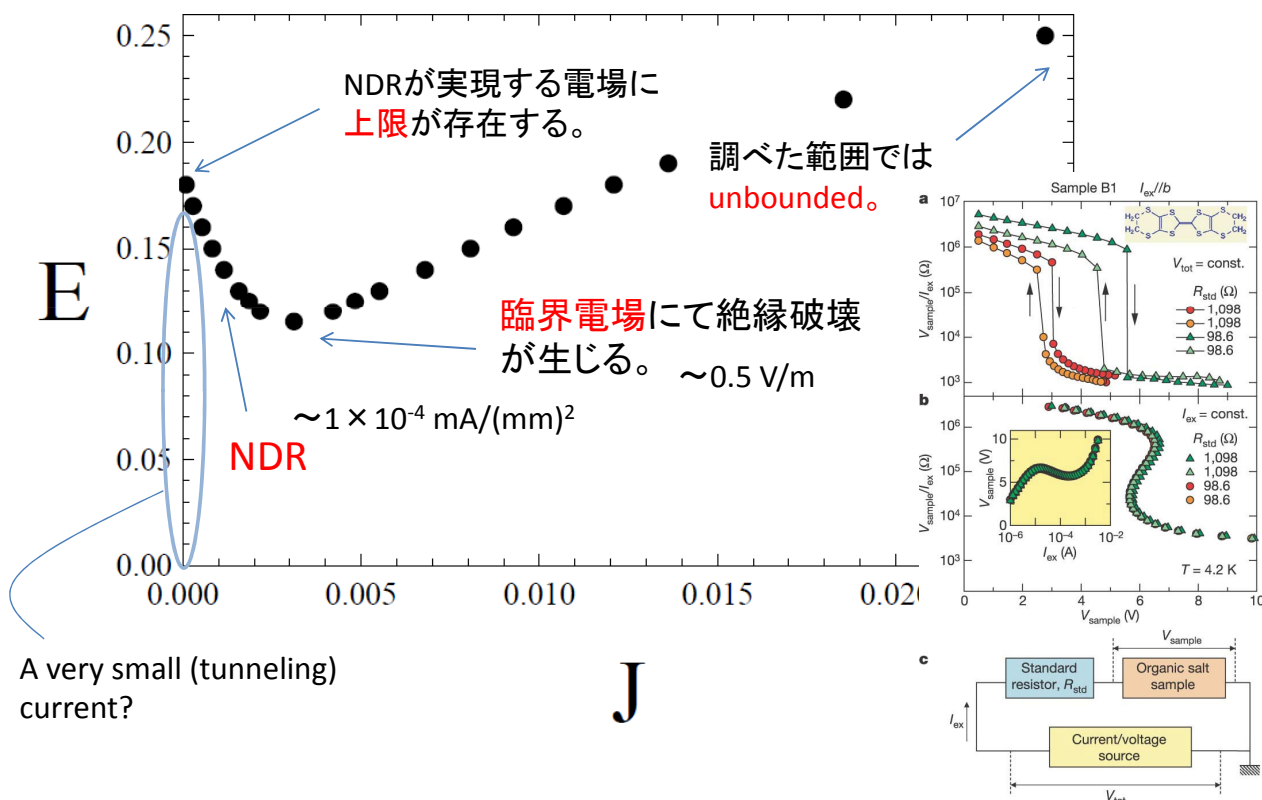


温度: ~5 K
 クーロン相互作用から
 読み取る微細構造定数: ~O(1)

J-E characteristics

$m_q = 1.315$

スケール単位を meV
 (≡ 1 electron volt)
 にすると.....



重要な物理プロセス

「通常の」伝導

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2}} \sqrt{e^2 + 1} \cos^6 \theta(z_*) + \frac{d^2}{e^2 + 1}$$

$$d \equiv \frac{\langle J^t \rangle}{\frac{\pi}{2} \sqrt{2\lambda T^2}}, \quad e \equiv \frac{E}{\frac{\pi}{2} \sqrt{2\lambda T^2}}, \quad \text{Pair creation}$$

我々の系では、NDRはθのEに対する非自明な依存性によって生じる。NDRは対生成過程をとりこんだ時のみ生じる。

➡ Pair-creation process が決定的に重要。

励起子絶縁体におけるNDR

中間子は**励起子**に似ている。

励起子: 電子・正孔の
bound state

励起子絶縁体との類比

- **正電荷**(electron)と**負電荷**(hole)を持った粒子が存在する。
- それらは互いに**強い相互作用**で影響を及ぼしあっている。
- **低温**では正・負の電荷が**中性の結合状態**(励起子)を作り、**絶縁体**(励起子絶縁体)となる。
- **高温**では結合状態が不安定となり、正・負電荷が**束縛から逃れて**系は**伝導体**となる。
- **低温相**においても、十分**強い外部電場**を加えることで**絶縁破壊**が起きる。

さらに

我々のモデルでは、QCDと異なりゼロ温度、 m_q 無限大でのquark-antiquark相互作用は**クーロン型**。

quark-antiquark相互作用を媒介する粒子(gluon)は外部電場に対してneutral。

➡ 相互作用の性質も、ある意味QEDに似ている。

もしこれらの性質がNDRにとって 本質的であるならば

我々の計算で得られたようなNDRが**現実の
励起子絶縁体**においても観測される可能性が
あるのではないか？

- 励起子絶縁体の理論的研究は**1961年**(N. F. Mott)まで遡る。しかし、その**候補**が実験的に確認されたのは**90年代以降**(例えばB. Bucher et. al., PRL67(1991)2717)であり、その非線形電気伝導の研究は実験的にも理論的にも**これから**であると言える。

超弦理論が、他の研究に先行して**現実の現象**に関する示唆を与えた例となっていたら嬉しい。

より確固たる主張をするためには.....

より系統的解析を**物性物理学者の協力**を得ながら進めていきたい。

また、このsetupは**非平衡定常系**で各種の**計算が可能な例**となっている。

非平衡定常系の物理学の理論的「**実験場**」
としても有用なのではないか。
(非平衡定常系の各種恒等式のチェックなど。)

まとめ

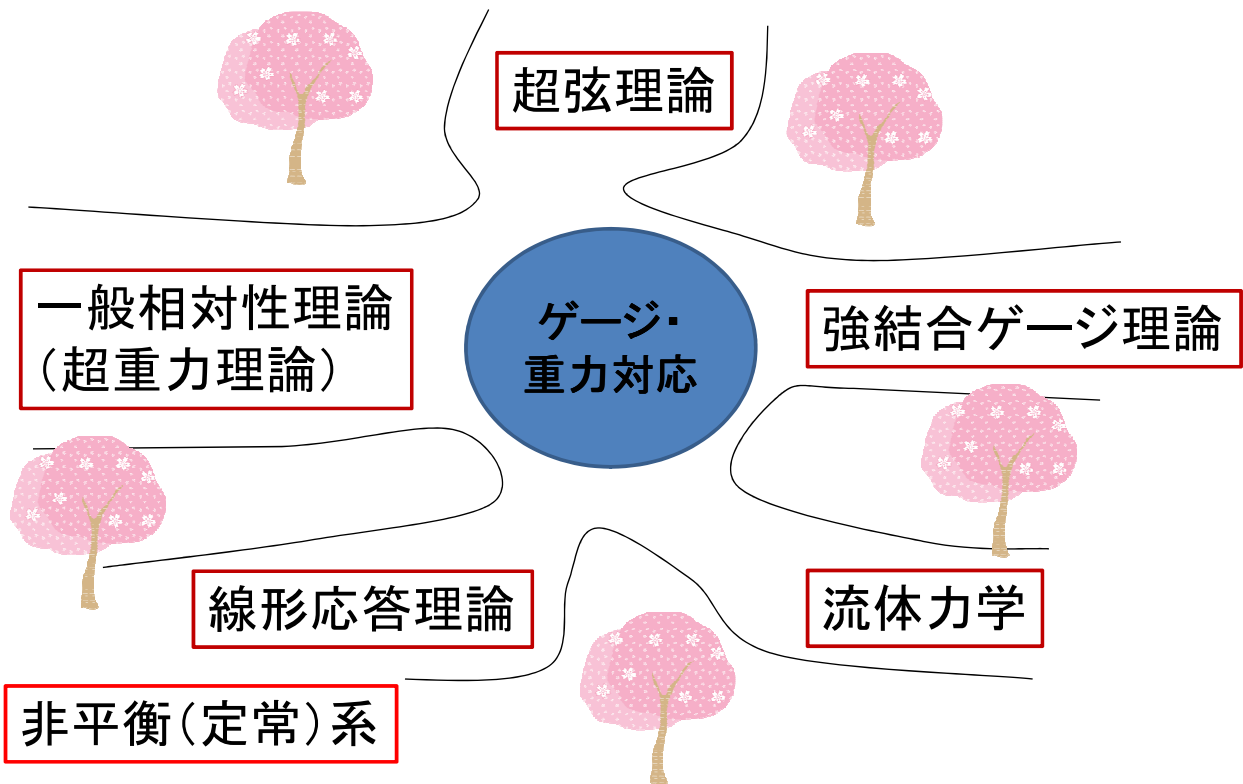
技術的な視点:

- 強相関絶縁体のNDRに関しては、現在のところ現象論的なモデルしか存在していない。(Joule heating model、多体雪崩モデル.....)
- ここでの計算は、強相関系のNDR機構に関するいかなる現象論的モデルにも頼らない計算例の一つを提供する。

より物理的には:

- 強い外場の存在下でのQGPの物理。
- 我々が扱う系は励起子絶縁体(excitonic insulator)と多くの共通点がある。
- NDRにとって重要な物理プロセスの一つ(電荷・反電荷の対生成)を同定した。

励起子絶縁体の非線形電気伝導の研究は、まだこれからである。現実の励起子絶縁体でNDRが観測される可能性を他に先んじて、超弦理論が示唆したと言えれば嬉しい。



現代理論物理学の叡智の交差点