

New states of gauge theories on a circle from a stochastic evolution

森田 健

KEK

参考文献 arXiv:1207.3323

with T. Azuma (Setsunan Univ.) and S. Takeuchi (CAS, China)

Introduction

Introduction & Motivation

◆ 有限温度 U(N) YM理論

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Lattice gauge theory} \\ \bullet \text{ Holography} \end{array} \right. \quad \text{かなり解明されてきた。}$$

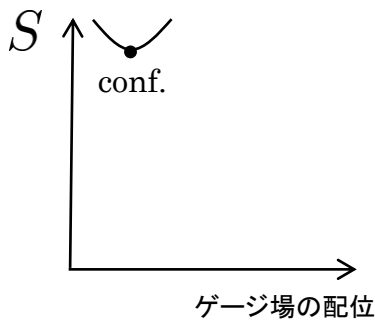
閉じ込め
(confinement)

相転移

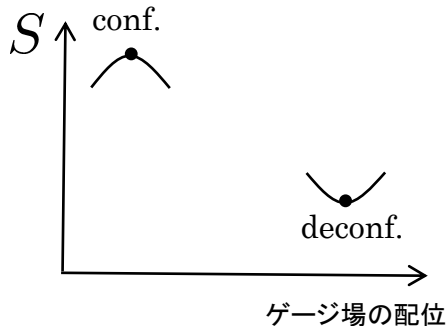
非閉じ込め
(deconfinement)

T

($d = 2, 3$)



低温でのポテンシャル



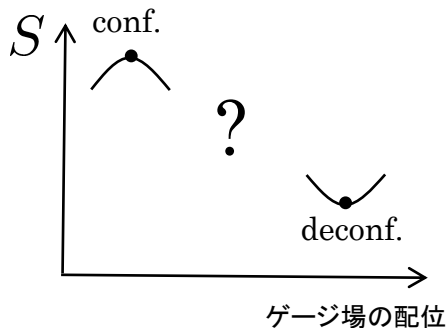
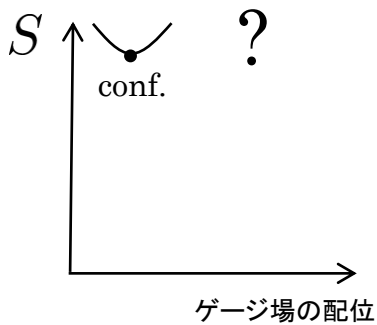
高温でのポテンシャル

Introduction & Motivation

◆ 有限温度 $U(N)$ YM理論

- Q. • これで全ての解が尽くされたか?
• これらの解の間のポテンシャルは? → どのような崩壊過程が起こるか?

閉じ込め (confinement) 相転移 非閉じ込め (deconfinement) T



Introduction & Motivation

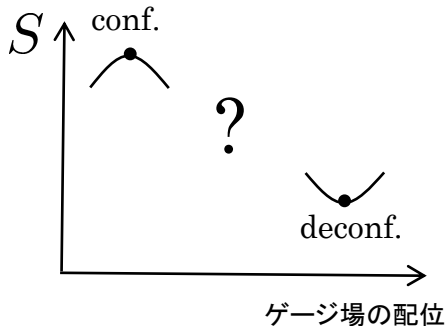
◆ 有限温度 U(N) YM理論

- Q. • これで全ての解が尽くされたか?
• これらの解の間のポテンシャルは? → どのような崩壊過程が起こるか?

閉じ込め (confinement) 相転移 非閉じ込め (deconfinement) T

- Lattice gauge theory
- Holography

一般にこのような問題に対しては
それ程有用ではない。

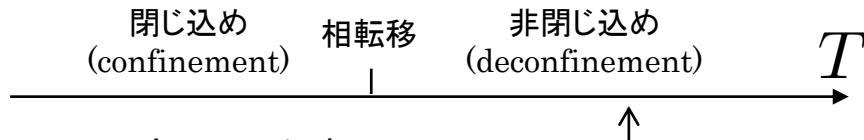


高温でのポテンシャル

Introduction & Motivation

◆ 有限温度 $U(N)$ YM理論

- Q. • これで全ての解が尽くされたか?
• これらの解の間のポテンシャルは? → どのような崩壊過程が起こるか?



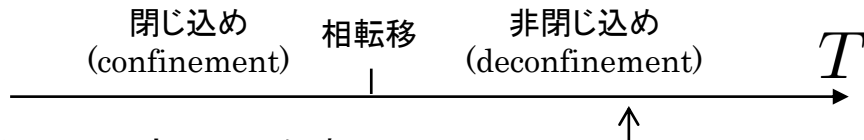
◆ この研究でやった事

- このような問題に(もしかしたら)有用な **stochastic evolution** という数値解析の方法を提唱した。
- この方法を用いて一般の有限温度ゲージ理論や S^1 上のゲージ理論において **新しい鞍点解が多数存在する** 事を明らかにした。(典型的には高温で現れる。)
- この結果をHolographyに応用すると、KK時空における **black stringの崩壊過程** を説明できる。

Introduction & Motivation

◆ この研究の最終目標

- YMやQCDといったゲージ理論の **dynamicalな相転移** を理解したい。
- **重力** や **超弦理論** の非摂動的な解の導出やそれらの解の dynamics を理解したい。



◆ この研究でやった事

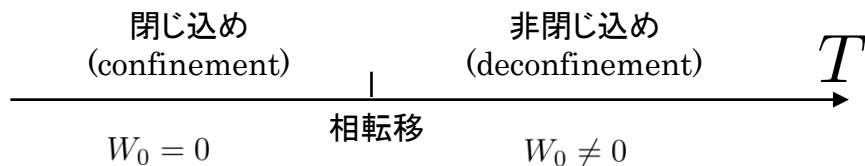
- このような問題に(もしかしたら)有用な **stochastic evolution** という数値解析の方法を提唱した。
- この方法を用いて一般の有限温度ゲージ理論や S^1 上のゲージ理論において **新しい鞍点解が多数存在する** 事を明らかにした。(典型的には高温で現れる。)
- この結果をHolographyに応用すると、KK時空における **black stringの崩壊過程** を説明できる。

1. YMの熱力学の復習

1. YMの熱力学の復習

◆ 有限温度 U(N) ゲージ理論

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2$$



◆ 閉じ込め相・非閉じ込め相のオーダーパラメータ

Polyakov loop: $W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right)$ A_0 : $N \times N$ 行列 ゲージ場

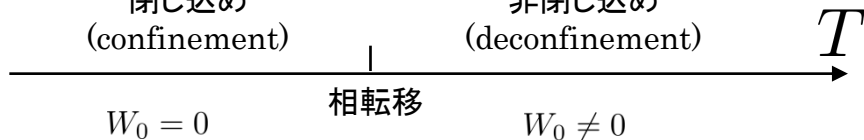
1. YMの熱力学の復習

◆ 有限温度 U(N) ゲージ理論

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2$$

閉じ込め
(confinement)

非閉じ込め
(deconfinement)

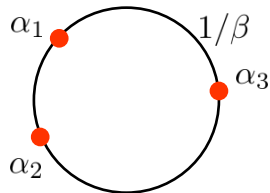


◆ なぜWが0になったり、non-zeroになったりするのかわかるconstant対角ゲージで見てみる。

$$A_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_N \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_i = \alpha_i + 2\pi/\beta \\ \frac{d\alpha_i}{dt} = 0 \end{array} \right. \rightarrow \text{半径 } 1/\beta \text{ の円の上の } N \text{ 個の粒子の問題に帰着}$$

(ただし粒子間の相互作用は複雑)

$$W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N e^{i\beta\alpha_i} \right)$$



U(3)の例

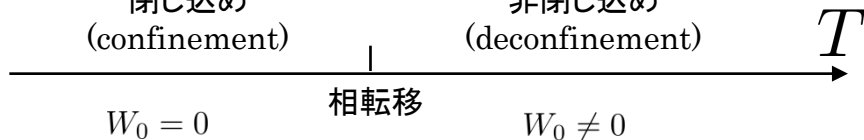
1. YMの熱力学の復習

◆ 有限温度 U(N) ゲージ理論

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2$$

閉じ込め
(confinement)

非閉じ込め
(deconfinement)



◆ なぜWが0になったり、non-zeroになったりするのかわかるconstant対角ゲージで見てみる。

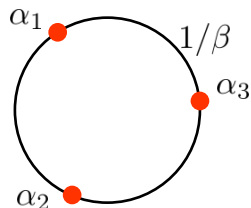
$$A_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & \\ & \alpha_2 & \\ & & \ddots \\ & & & \alpha_N \end{pmatrix} \begin{cases} \alpha_i = \alpha_i + 2\pi/\beta \\ \frac{d\alpha_i}{dt} = 0 \end{cases} \rightarrow \text{半径 } 1/\beta \text{ の円の上の } N \text{ 個の粒子の問題に帰着}$$

◇ 固有値間に斥力が働く場合

$$W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N e^{i\beta\alpha_i} \right)$$

$$W_0 \propto 1 + e^{i2\pi/3} + e^{i4\pi/3} = 0$$

閉じ込め



U(3)の例

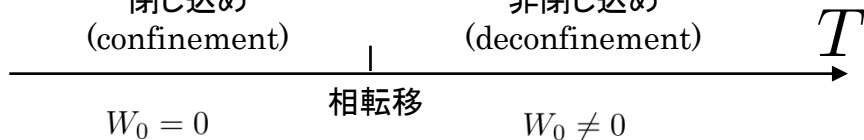
1. YMの熱力学の復習

◆ 有限温度 U(N) ゲージ理論

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2$$

閉じ込め
(confinement)

非閉じ込め
(deconfinement)



◆ なぜWが0になったり、non-zeroになったりするのかわかるconstant対角ゲージで見てみる。

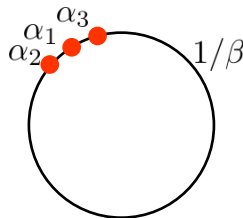
$$A_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_N \end{pmatrix} \begin{cases} \alpha_i = \alpha_i + 2\pi/\beta \\ \frac{d\alpha_i}{dt} = 0 \end{cases} \rightarrow \text{半径 } 1/\beta \text{ の円の上の } N \text{ 個の粒子の問題に帰着}$$

◇ 固有値間に引力が働く場合

$$W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N e^{i\beta\alpha_i} \right)$$

$$\alpha_i \sim \alpha \rightarrow W_0 \sim e^{i\beta\alpha}$$

非閉じ込め

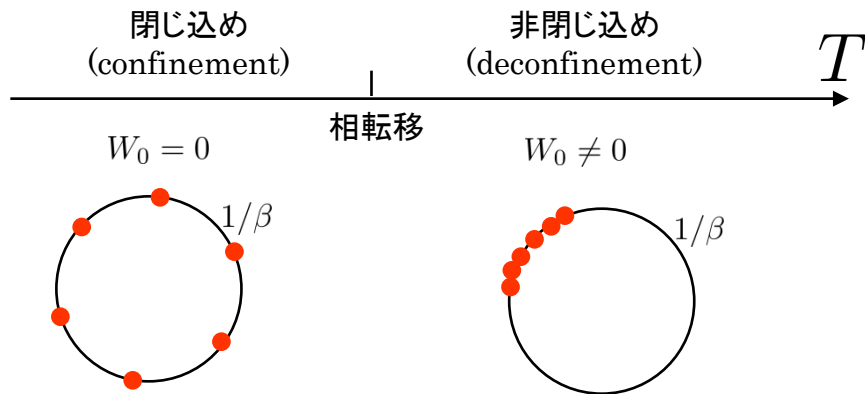


U(3)の例

1. YMの熱力学の復習

◆ 有限温度 $U(N)$ ゲージ理論

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2$$



低温と高温ではゲージ場 A_0 の固有値間の力が異なると考えられる。

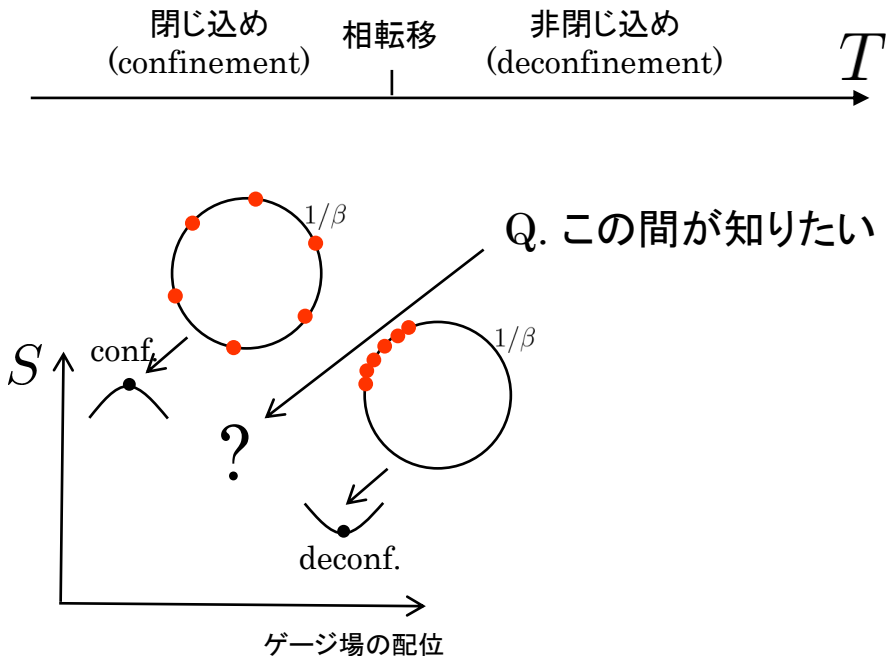
⎧	低温	→	一様分布 (斥力)	→	閉じ込め相
	高温	→	局在分布 (引力)	→	非閉じ込め相

ゲージ場が物質場などと結合しても大まかには同じことが成立する。

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

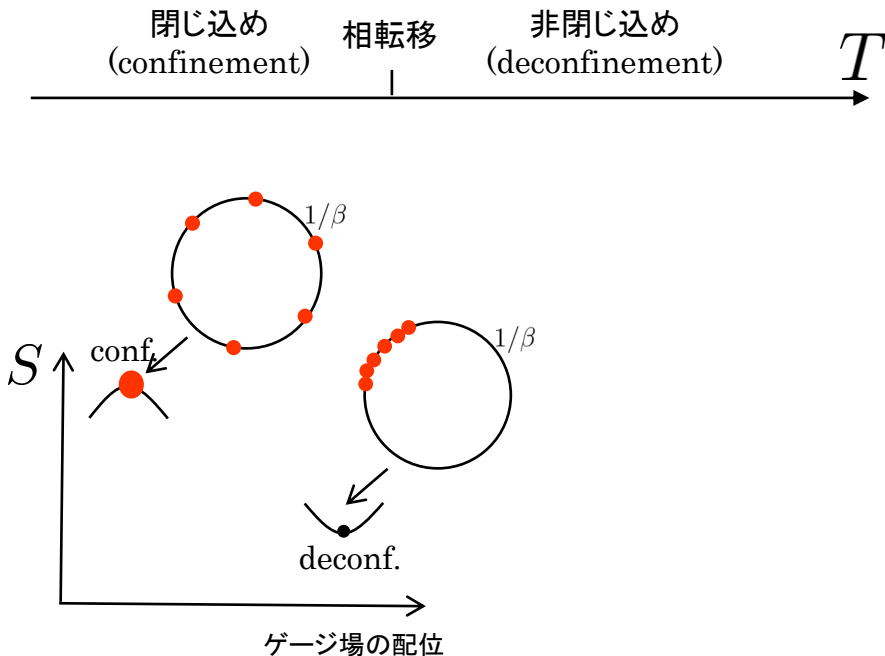
◆ Stochastic Evolutionの基本的なアイデア



高温でのポテンシャル

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

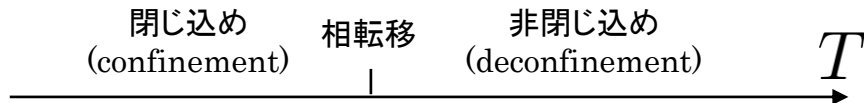
◆ Stochastic Evolutionの基本的なアイデア: ボールを転がせば良い



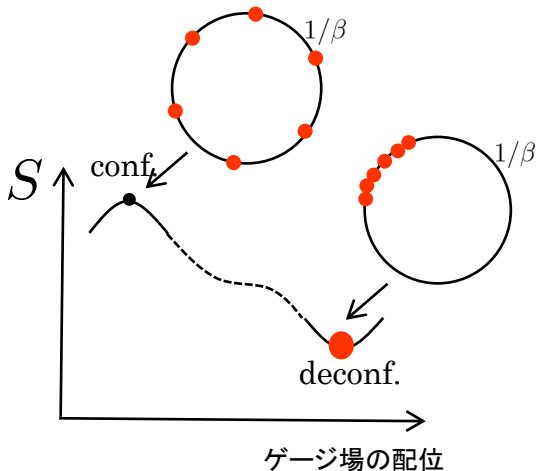
高温でのポテンシャル

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ Stochastic Evolutionの基本的なアイデア: ボールを転がせば良い



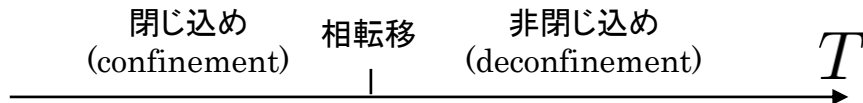
ボールの軌跡からポテンシャルを推測できる。



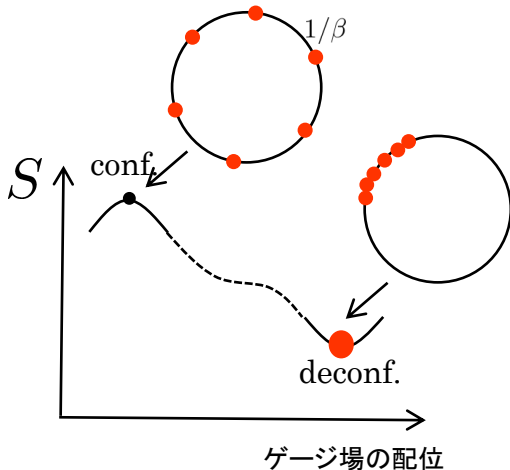
高温でのポテンシャル

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ Stochastic Evolutionの基本的なアイデア: ボールを転がせば良い



ボールの軌跡からポテンシャルを推測できる。



高温でのポテンシャル

ゲージ場のポテンシャルは複雑なので単純にボールを転がす事はできない。しかしボールの代わりにゲージ場の配位を S が小さくなるようにちよつとずつ変形し、その変化を追うことで、ポテンシャルの性質を推測できる。

具体的には Monte Carlo を用いて確率的に変形させていった。

(Stochastic Evolution)

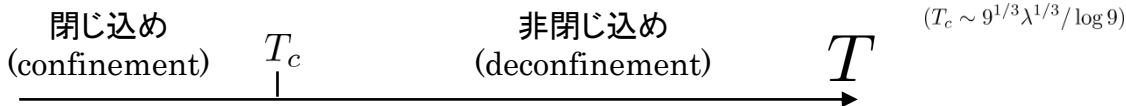
2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot,] \end{cases}$$

- この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。



→高次元のYMのtoy model

- 後で紹介するようにこの模型はD1ブレーンの有効理論になっており、dualの重力理論も知られている。

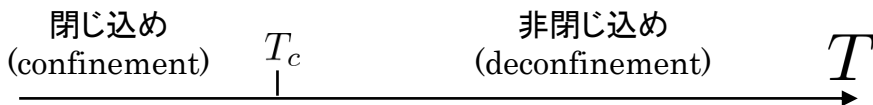
2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions


◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

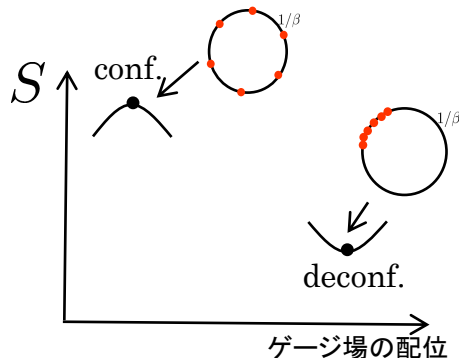
$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot, \cdot] \end{cases}$$

• この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。



$T_c > T$ で不安定な  を初期値とし
ゲージ場の配位をSが小さくなるようにMC
を用いて少しずつ変え、evolutionを調べた。

→ 温度に依存して2種類の
evolutionパターンを見つけた。



2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot,] \end{cases}$$

• この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。



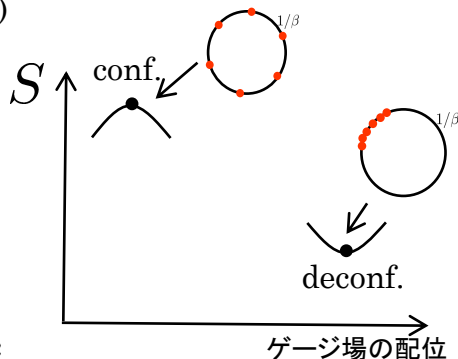
パターンその1 (注: 実時間の発展ではない)

http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~azuma/multi_cut/eigenanimeD9N60uniformT2_00_6.mp4

↑動画へのリンク
(東さんのサイト)

$$N = 60$$

$$T = 2.2T_c$$



2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

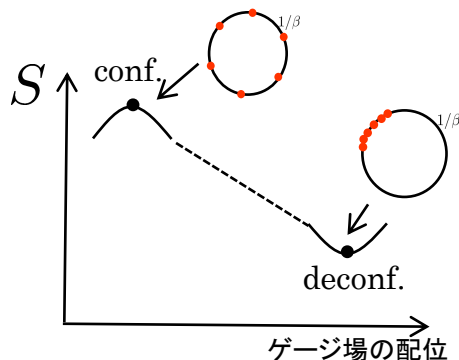
$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot, \cdot] \end{cases}$$

• この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。



パターンその1

特におもしろい事は起こらなかった



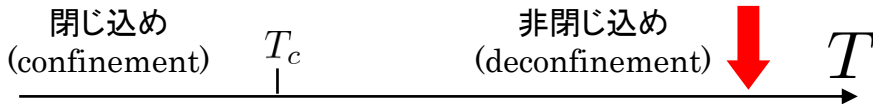
2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot, \cdot] \end{cases}$$

• この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。



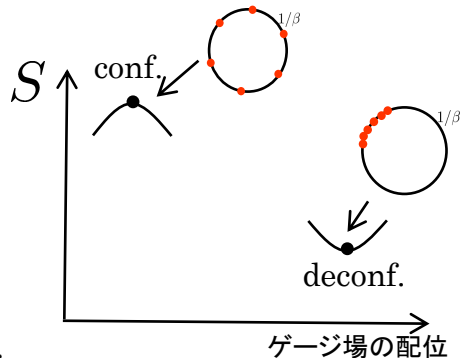
パターンその2

[http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~azuma/multi cut/eigenanimeD9N60uniformT6_00_6.mp4](http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~azuma/multi%20cut/eigenanimeD9N60uniformT6_00_6.mp4)

↑動画へのリンク
(東さんのサイト)

$N = 60$

$T = 6.7T_c$



ゲージ場の配位

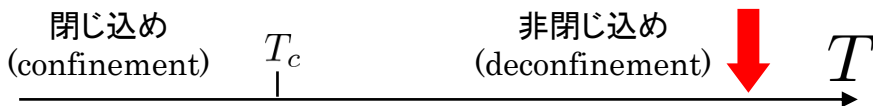
2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

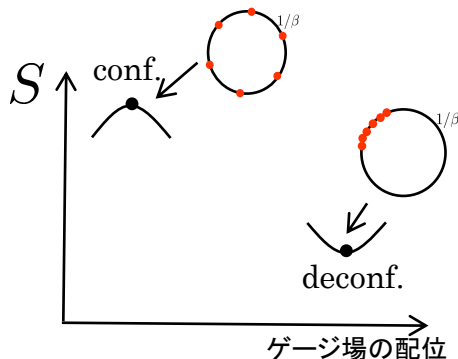
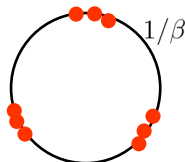
$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot, \cdot] \end{cases}$$

• この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。



パターンその2

中間状態として次のような配位が出現!



2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 本研究で具体的に行った事

簡単のため1次元模型をlarge Nで調べた。(10 dim YMのKK reduction)

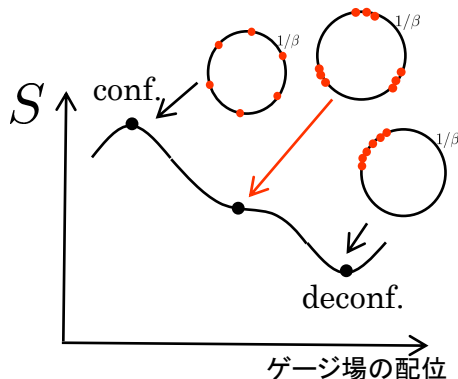
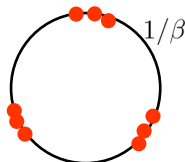
$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad \begin{cases} Y^I & (I = 1, \dots, 9) \\ D_t = \partial_t - i[A_t, \cdot, \cdot] \end{cases}$$

• この模型ではlarge-N confinement/deconfinement相転移が T_c で起こる。

閉じ込め (confinement) T_c | 非閉じ込め (deconfinement) T

パターンその2

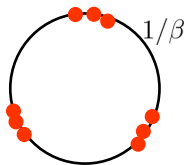
中間状態として次のような配位が出現!



2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 直感的な理解

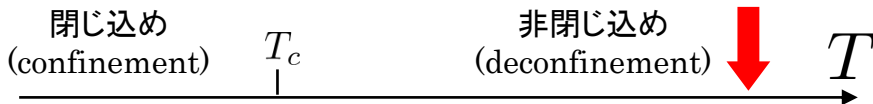
$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right)$$



高温では固有値間に引力が働く。

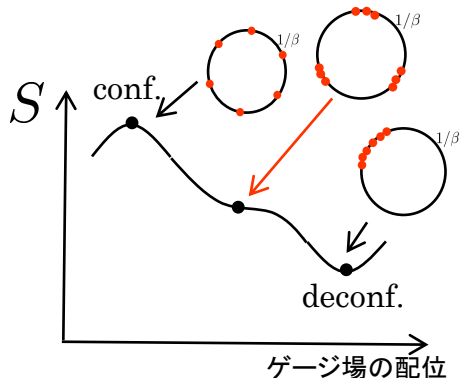
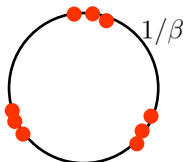
→ 引力が釣り合えばこういう配位も解として可能。

→ ただし摂動に対して不安定な鞍点解



パターンその2

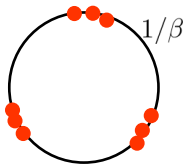
中間状態として次のような配位が出現!



2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 直感的な理解

$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right)$$

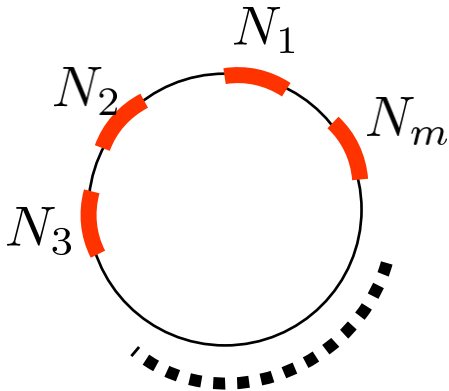


高温では固有値間に引力が働く。

→ 引力が釣り合えばこういう配位も解として可能。

→ ただし摂動に対して不安定な鞍点解

◆ 解析的にもこのような鞍点解が高温で存在する事を示せる。



m個の固有値の塊がある解

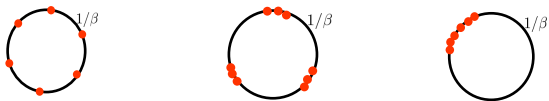
(m-cut solution)

任意の (N_1, \dots, N_m) $\left\{ \begin{array}{l} N_i \sim O(N) \\ m \ll N \end{array} \right.$
 に対して鞍点解を構成できる。

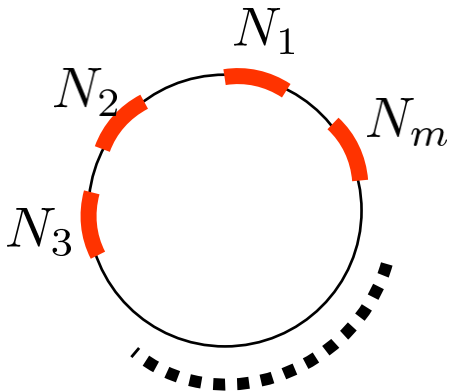
2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 有効作用の値 ($T \gg T_c$)

$$S_{\text{conf.}} > S_{\text{m-cut.}} > S_{\text{deconf.}}$$



◆ 解析的にもこのような鞍点解が高温で存在する事を示せる。



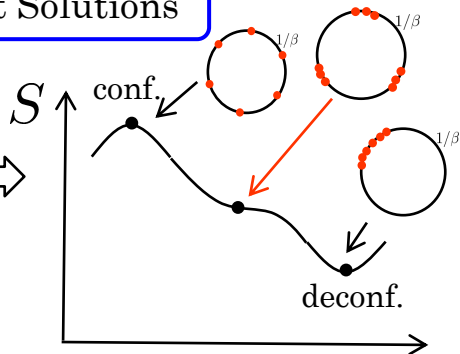
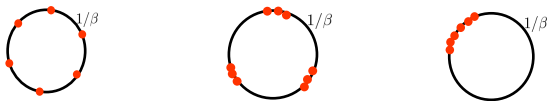
m個の固有値の塊がある解
(m-cut solution)

任意の (N_1, \dots, N_m) $\left\{ \begin{array}{l} N_i \sim O(N) \\ m \ll N \end{array} \right.$
に対して鞍点解を構成できる。

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 有効作用の値 ($T \gg T_c$)

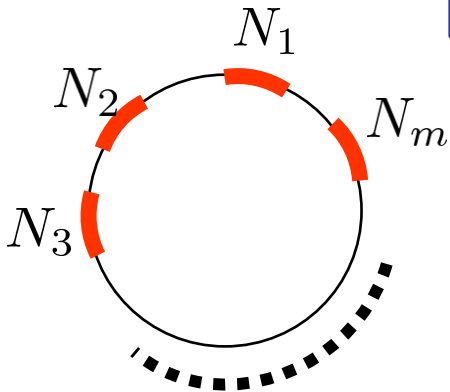
$$S_{\text{conf.}} > S_{\text{m-cut.}} > S_{\text{deconf.}} \iff$$



◆ 解析的にもこのような鞍

ポテンシャルの高さはconsistent

記位



m個の固有値の塊がある解

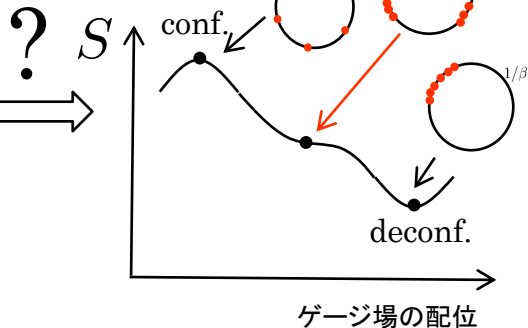
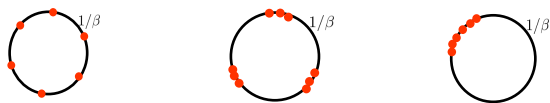
(m-cut solution)

任意の (N_1, \dots, N_m) $\left\{ \begin{array}{l} N_i \sim O(N) \\ m \ll N \end{array} \right.$
 に対して鞍点解を構成できる。

2. Stochastic Evolution and Saddle Point Solutions

◆ 有効作用の値 ($T \gg T_c$)

$$S_{\text{conf.}} > S_{\text{m-cut.}} > S_{\text{deconf.}} \longleftrightarrow ? S$$



◆ コメント

- なぜあのような **stochastic evolution** が起きたのかは解析的には不明。おそらく large N ゲージ理論の dynamics に特有の性質。
- 一般に **有限の $N (\geq 3)$** でも同様の鞍点解が存在する。 **SU(N)** でも OK。
- **高次元 YM** や **4次元 QCD**、**SYM** でも同様の鞍点解が高温で存在する事を one-loop 有効ポテンシャルを計算し示す事ができる。

$$S = \frac{1}{4g^2} \int_0^\beta dt \int d^d x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2$$

3. Holographyへの応用と black stringの崩壊過程

3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

◆ 先ほどのゲージ理論とDブレーン

$$S = \int_0^\beta dt \text{Tr} \left(\sum_{I=1}^9 \frac{1}{2} (D_t Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{g^2}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right)$$

$S_{\beta_2}^1 \times S_L^1$ 上の2次元SYM (N D1ブレーンの理論)

$$S = \frac{1}{g_2^2} \int_0^{\beta_2} dt \int_0^L dx_1 \text{Tr} \left(\frac{1}{2} F_{t1}^2 + \sum_{I=2}^9 \frac{1}{2} (D_\mu Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{1}{4} [Y^I, Y^J]^2 + \text{fermions} \right)$$

↓
 $\beta_2 \rightarrow 0$ (高温極限)

$$S = \frac{\beta_2}{g_2^2} \int_0^L dx_1 \text{Tr} \left(\sum_{I=2}^{10} \frac{1}{2} (D_1 Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{1}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right) \quad (Y^{10} \equiv A_t)$$

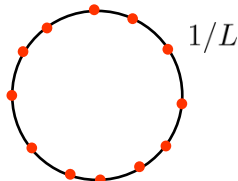
上の模型と等価な模型が得られる。(ただし、空間 S_L^1 上の理論)

→ 上の模型はN D1ブレーンの高温を記述する。

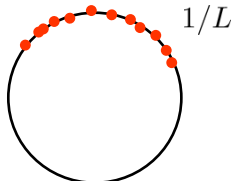
3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

$$S = \frac{\beta_2}{g_2^2} \int_0^L dx_1 \text{Tr} \left(\sum_{I=2}^{10} \frac{1}{2} (D_1 Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{1}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right)$$

A_1 の安定な配位が L によって変わる



低温 (L大)



高温 (L小)

Dブレーンの描像で

何が起きているのか理解するには

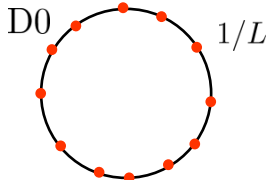
T-dualを S_L^1 方向にとるのが便利



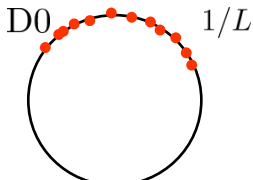
T-dual on S_L^1

D1 winding $S_L^1 \leftrightarrow$ D0 localized on $S_{1/L}^1$

$A_1 \leftrightarrow Y_1$ (D0の $S_{1/L}^1$ 上での位置を記述)



D0

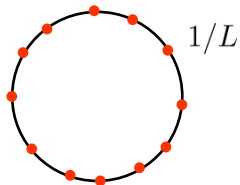


D0

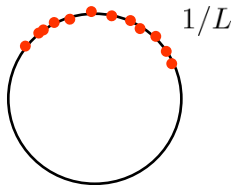
3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

$$S = \frac{\beta_2}{g_2^2} \int_0^L dx_1 \text{Tr} \left(\sum_{I=2}^{10} \frac{1}{2} (D_1 Y^I)^2 - \sum_{I,J} \frac{1}{4} [Y^I, Y^J]^2 \right)$$

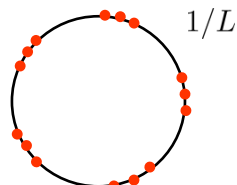
A_1 の安定な配位が L によって変わる



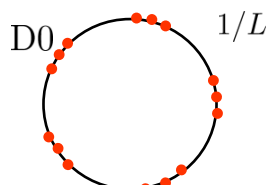
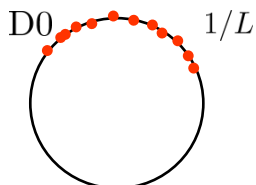
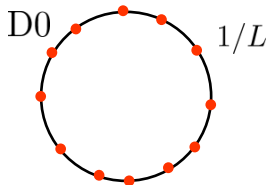
低温 (L大)



高温 (L小)



↕ T-dual on S^1_L

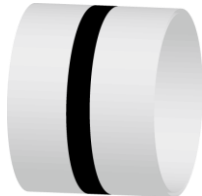


鞍点解に対応するD0の
配位も解として存在するはず

3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

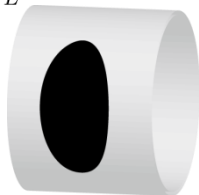
◆ dualな重力解 (D0の分布に対応した形状のblack holeができる。)

$S^1_{1/L}$



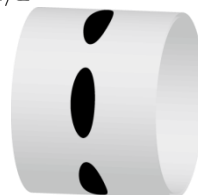
smeared black D0 brane
(D0 black string)

$S^1_{1/L}$

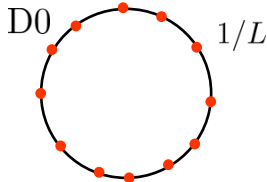


localised black D0 brane
(D0 black hole)

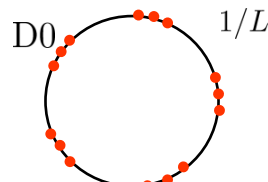
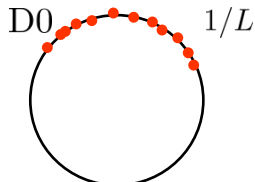
$S^1_{1/L}$



multi black D0 brane
(multi D0 black holes)



(Aharony-Marsano-Minwalla-Wiseman 2004)

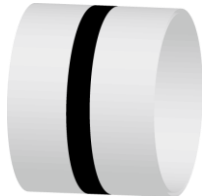


(Azuma-T.M.-Takeuchi 2012)

3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

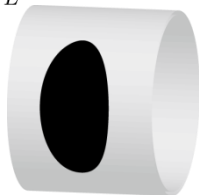
◆ dualな重力解 (D0の分布に対応した形状のblack holeができる。)

$S^1_{1/L}$



smeared black D0 brane
(D0 black string)

$S^1_{1/L}$



localised black D0 brane
(D0 black hole)

$S^1_{1/L}$



multi black D0 brane
(multi D0 black holes)

◆ コメント

- multi black hole解に対応する何かしらのゲージ理論の相の存在自体は Harnack-Obersによって2004年に予言されていた。→ この予言の証明を与えた。
- multi black holeは重力の引力により不安定な鞍点解→ゲージ理論とconsistent

3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

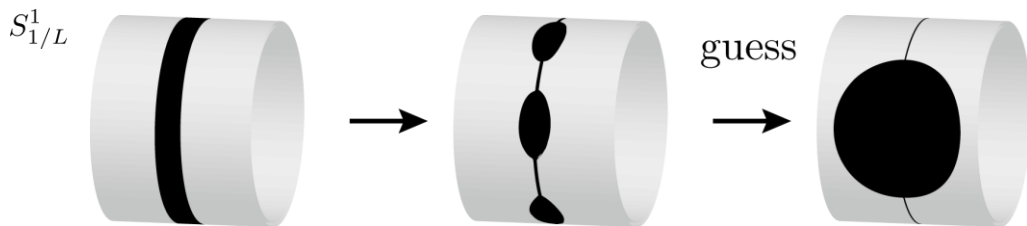
◆ black stringの崩壊過程

Choptuik-Lehner-Olabarrieta-Petryk-Pretorius-Villegas, 2003

Lehner-Pretorius, 2010

$1/L$ が大きいときblack stringはGregory-Laflamme modeのため不安定。

→ black stringの実時間における崩壊過程が数值的に解析されている。



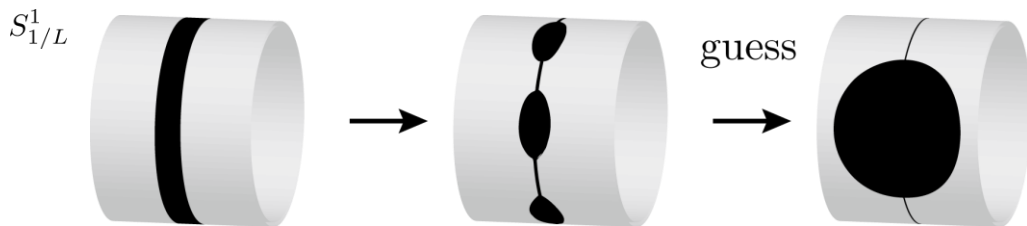
3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

◆ black stringの崩壊過程

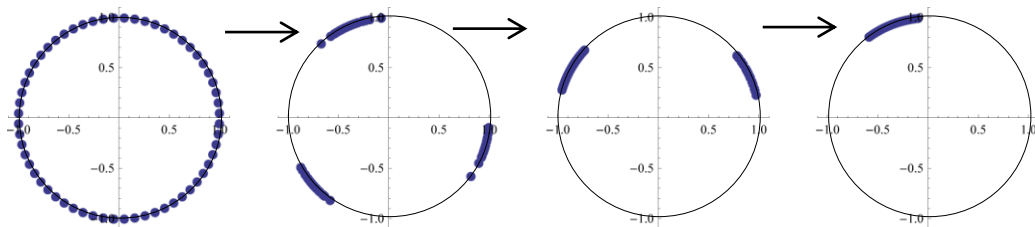
Choituik-Lehner-Olabarrieta-Petryk-Pretorius-Villegas, 2003
Lehner-Pretorius, 2010

$1/L$ が大きいときblack stringはGregory-Laflamme modeのため不安定。

→ black stringの**実時間における崩壊過程**が数值的に解析されている。



ゲージ理論の確率的な発展過程と類似している。



ゲージ理論の**熱力学的な安定性**が、重力の**dynamicalな安定性**と関係している。

3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

◆ black stringの崩壊過程

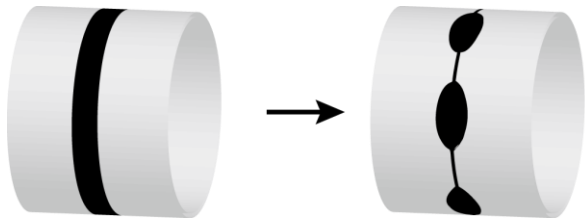
Choituik-Lehner-Olabarrieta-Petryk-Pretorius-Villegas, 2003

Lehner-Pretorius, 2010

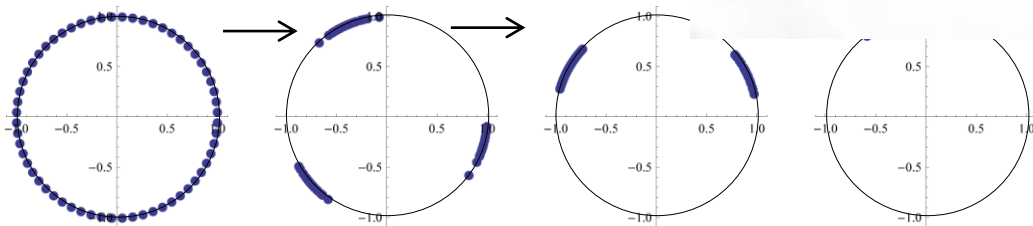
$1/L$ が大きいときblack stringはGregory-Laflamme

→ black stringの実時間における崩壊過程が

$S^1_{1/L}$



ゲージ理論の確率的な発展過程と類似している。



ゲージ理論の熱力学的な安定性が、重力のdynamicalな安定性と関係している。

3. Holographyへの応用とblack stringの崩壊過程

◆ black stringの崩壊過程

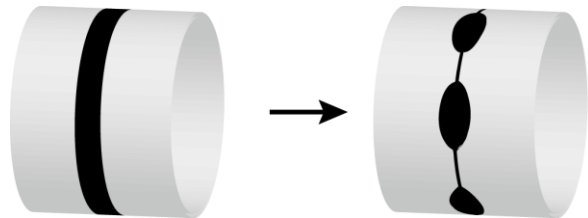
Choptuik-Lehner-Olabarrieta-Petryk-Pretorius-Villegas, 2003

Lehner-Pretorius, 2010

$1/L$ が大きいときblack stringはGregory-Laflamme

→ black stringの実時間における崩壊過程が

$S_{1/L}^1$



ブラックホールのホライズン

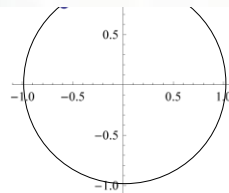
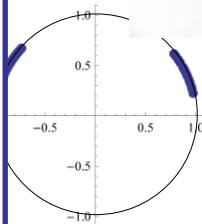


流体



ゲージ理論

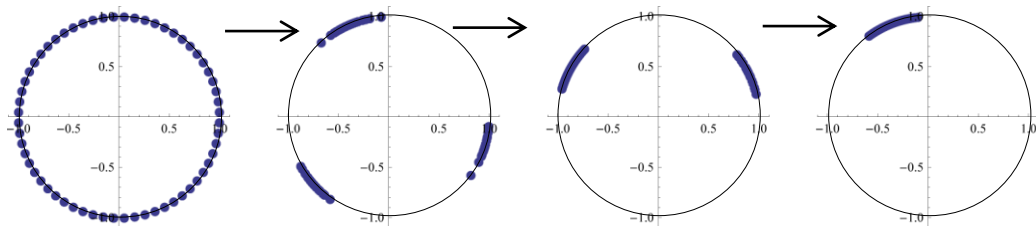
している。



のdynamicalな安定性と関係している。

4. 結論と展望

- **stochastic evolution**という手法を用いて1次元のゲージ理論を解析し、理論の熱力学的なポテンシャルの性質を探った。
- ゲージ理論は一般に様々な**鞍点解**を持つ事を示した。
- このような鞍点はdynamicsで重要になると考えられる。
- ゲージ理論の鞍点解は**multi black hole**に対応する。
- stochastic evolutionは**black stringの実時間での崩壊過程と類似している**。
 - stochastic evolutionが確かにゲージ理論の熱力学的ポテンシャルの特徴的な性質を記述している証拠。
 - 時空が大幅に変わるような系でもAdS/CFTが働く可能性を示唆している。



4. 結論と展望

- **stochastic evolution**という手法を用いて1次元のゲージ理論を解析し、理論の熱力学的なポテンシャルの性質を探った。
- ゲージ理論は一般に様々な**鞍点解**を持つ事を示した。
- このような鞍点はdynamicsで重要になると考えられる。
- ゲージ理論の鞍点解は**multi black hole**に対応する。
- stochastic evolutionは**black stringの実時間での崩壊過程と類似している**。
 - stochastic evolutionが確かにゲージ理論の熱力学的ポテンシャルの特徴的な性質を記述している証拠。
 - 時空が大幅に変わるような系でもAdS/CFTが働く可能性を示唆している。

◆ future works

- **実時間のdynamics**を数値的に計算できないか？
- stochastic evolutionのlatticeを用いた高次元YMへの応用、QCDへの応用
- 現象論への応用 (高次元の S^1 コンパクト化した模型)、初期宇宙での役割
- **有限温度SYM**への応用。鞍点解のdualな重力解は何か？
- stochastic evolutionの**超弦理論**への応用。