

S^3/\mathbb{Z}_n partition function and dualities

東京工業大学 大学院理工学研究科 基礎物理学専攻 横山 大輔

E-mail: d.yokoyama@th.phys.titech.ac.jp

近年、局所化法によって分配関数などの物理量が厳密に計算できる様になり、双対性などの確認に寄与している。我々はオービフォールドされた S^3 上で分配関数を計算する事を考えた [1]。オービフォールドを考える場合、その上の理論はホロノミーで指定される縮退した真空を持つ。ホロノミーは局所的、大域的対称性それぞれに対して導入する事ができ、大域的対称性に対するホロノミーは理論のパラメータになる。一方、局所的対称性に対するホロノミーはゲージ場の配位に対応するので経路積分の中で足し上げられるべきものである。つまり、分配関数はこの局所的対称性に対するホロノミーで指定される真空からくる寄与を足し上げて得られると思うのが自然である。しかし、単純な足し上げから得られる分配関数を良く知られている双対な二つの理論に対して計算すると、それらの分配関数が一致しない事が分かった。

S^3 などの計量がユークリッド符号をもつ空間上の理論の分配関数は一般に複素数になるが、通常は分配関数の絶対値に興味があり、その位相部分に関してはあまり気にしない。しかし、異なるセクターを足し合わせる時には相対的な位相が重要になってくる。つまり、先に述べた分配関数が一致しないという問題はまさにこの位相因子を考えなかった為に起こった問題である。

我々は逆に双対な二つの理論に対してこの分配関数が一致する様にその位相因子を決めた。ただし、両方の理論に不定生が出てしまうと解析が複雑になるので、局所的対称性に対するホロノミーが現れない、つまり、ゲージ場を含まない理論とゲージ理論を結ぶ双対性に注目して解析を行った。具体的には $\mathcal{N} = 2$ SQED と三つのカイラル多重項からなる XYZ model を繋ぐミラー対称性、および、Jafferis と Yin によって発見された一つの随伴表現のカイラル多重項と相互作用する $SU(2)$ $k = 1$ Chern-Simons 理論と一つのカイラル多重項の間の双対性である。

詳しい結果に関しては元の論文 [1] を見ていただくとして、ここでは相対的な位相因子の特徴について述べておく。上記二つの場合について調べた所、

- 位相因子は全て +1 か -1 となった。
- 位相因子は大域的対称性に対するホロノミーに依存する。

という特徴を示した。一つ目の特徴からこれらの因子が経路積分のフェルミオンの計算順序からくるのではないかと推測される。今回は双対性を用いて相対位相を決めたが、これを第一原理的に決める方法を見つけられると非常に面白い。

References

- [1] Y. Imamura and D. Yokoyama, “ S^3/\mathbb{Z}_n partition function and dualities,” arXiv:1208.1404 [hep-th].