

# 有限密度における plasmaron と plasminoの比較 (≠plasmon)

- イントロダクション
- plasmaron の出現機構
- plasminoの出現機構
- 2次元系（電子気体、グラフェン）
- まとめ

根本 幸雄（聖マリアンナ医大）

# 媒質中特有の励起モード

- 真空中における素粒子

$$E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \quad A(p) \sim \delta(p^2 - m^2) \varepsilon(p_0)$$

- 媒質中(有限温度、有限密度)

媒質とのインコヒーレントな散乱

ピークの消失 (粒子描像の消失)

コヒーレントな散乱

(狭い)崩壊幅 (寿命)

ピークのシフト

横波ゲージ場 → ゲージ不変な質量獲得

零質量フェルミオン → カイラル不変な質量獲得

新たなピーク (準粒子) の出現

縦波ゲージ場 (plasmon)

plasmino (異常分岐)

など

# 媒質中のfermionスペクトル

## 有限温度

高温極限(HTL): 2つの励起モード(準粒子)

normal fermion, **plasmino**

(Klimov 1982, Weldon 1989)

中間温度: 3つの励起モード(準粒子)が存在し得る

(Kitazawa-Kunihiro-Mitsutani-YN ~2007, Harada-Yoshimoto-YN ~2008)

高温極限: 3つの励起モードの存在

(Satow-Hidaka-Kunihiro 2010)

ultrasoft fermionic mode

(Satow-Hidaka-Kunihiro ~2011)

## 有限密度

高密度極限(HDL): 2つの励起モード(準粒子)

HTLと同形のスペクトル

中間密度: 2つの励起モード

plasmino の出現機構

(Blaizot-Ollitrault 1993)

空孔-(massless) boson結合の重要性の指摘

非相対論的多体系: **plasmaron**

(Lundqvist 1967)

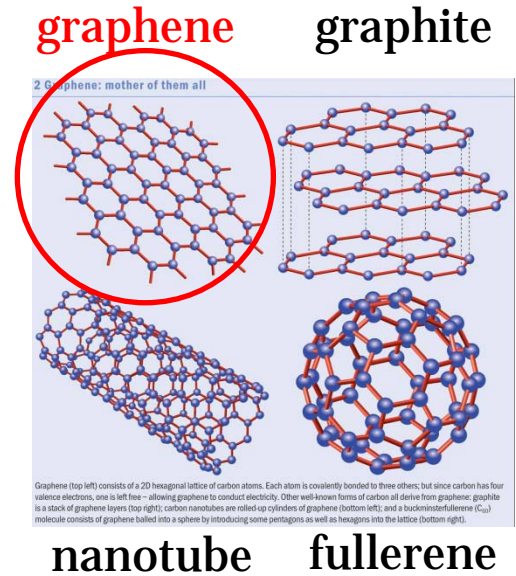
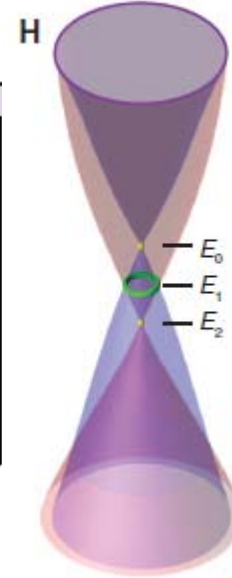
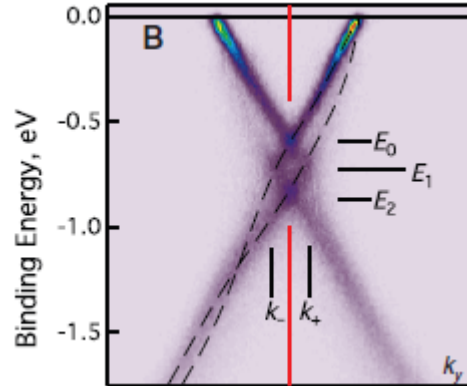
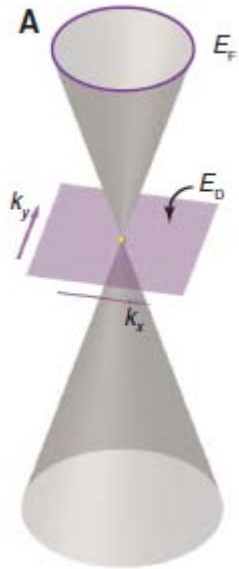
電子(空孔)-plasmon 結合に起因するfermion型集団励起

# plasmaron

SCIENCE VOL 328 21 MAY 2010

## Observation of Plasmarons in Quasi-Freestanding Doped Graphene

Aaron Bostwick,<sup>1</sup> Florian Speck,<sup>2</sup> Thomas Seyller,<sup>2</sup> Karsten Horn,<sup>3</sup> Marco Polini,<sup>4\*</sup> Reza Asgari,<sup>5\*</sup> Allan H. MacDonald,<sup>6</sup> Eli Rotenberg<sup>1†</sup>



graphene: Dirac fermion型スペクトル

plasmaronというよりplasmino??

plasmaronとplasminoの関係は？

# plasmaron

plasmaron ← 電子とplasmonの相互作用から (Lundqvist 1967)

電子気体模型(3次元)

$$H = \sum_{k\lambda} \frac{k^2}{2m} a_{k\lambda}^+ a_{k\lambda} + \frac{e^2}{2V} \sum_{kpq} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \frac{4\pi}{q^2} a_{k+q,\lambda_1}^+ a_{p-q,\lambda_2} a_{p\lambda_2} a_{k\lambda_1}$$

$V, N \rightarrow \infty, \quad \frac{N}{V} = n(\text{const})$

イオンの自由度を無視し、一様な正電荷の背景があると考える（電荷中性条件）。

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{1}{n}, \quad a_0 = \frac{1}{me^2}, \quad r_s = \frac{r_0}{a_0} \quad \text{であらわすと}$$

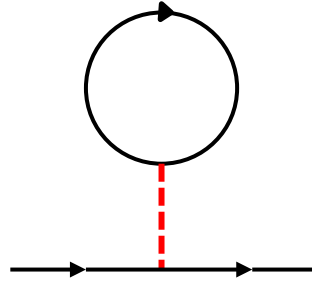
$$H = \frac{e^2}{a_0 r_s^2} \left[ \sum_{k\lambda} \frac{k^2}{2} a_{k\lambda}^+ a_{k\lambda} + \frac{r_s}{2V} \sum_{kpq} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \frac{4\pi}{q^2} a_{k+q,\lambda_1}^+ a_{p-q,\lambda_2} a_{p\lambda_2} a_{k\lambda_1} \right]$$

$r_s$ の展開=高密度展開

以下、温度ゼロとする。

# 電子自己エネルギー（1次）

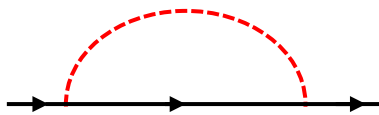
直接項



$$\Sigma_{1d} = nV(0) \quad \left( V(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2} \right)$$

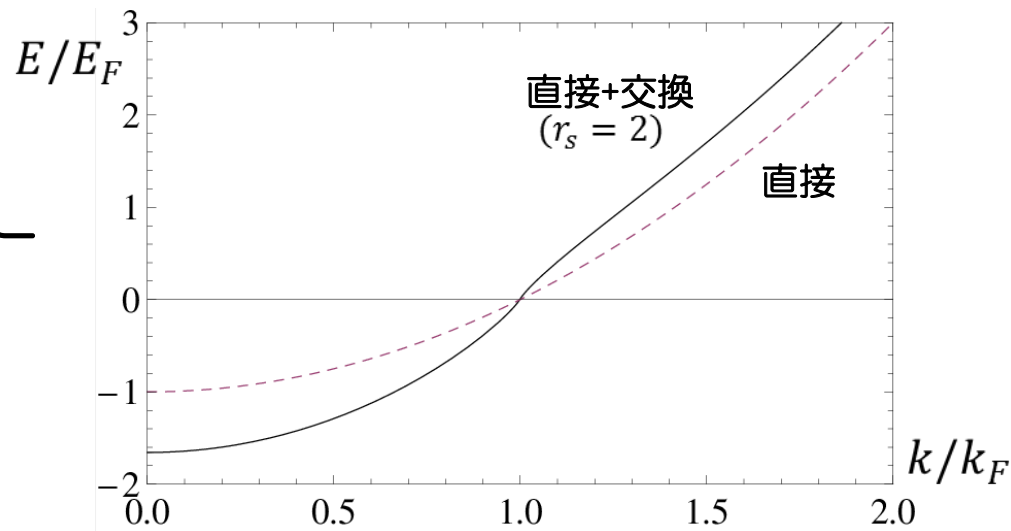
正電荷の背景からの寄与と打ち消す。

交換項



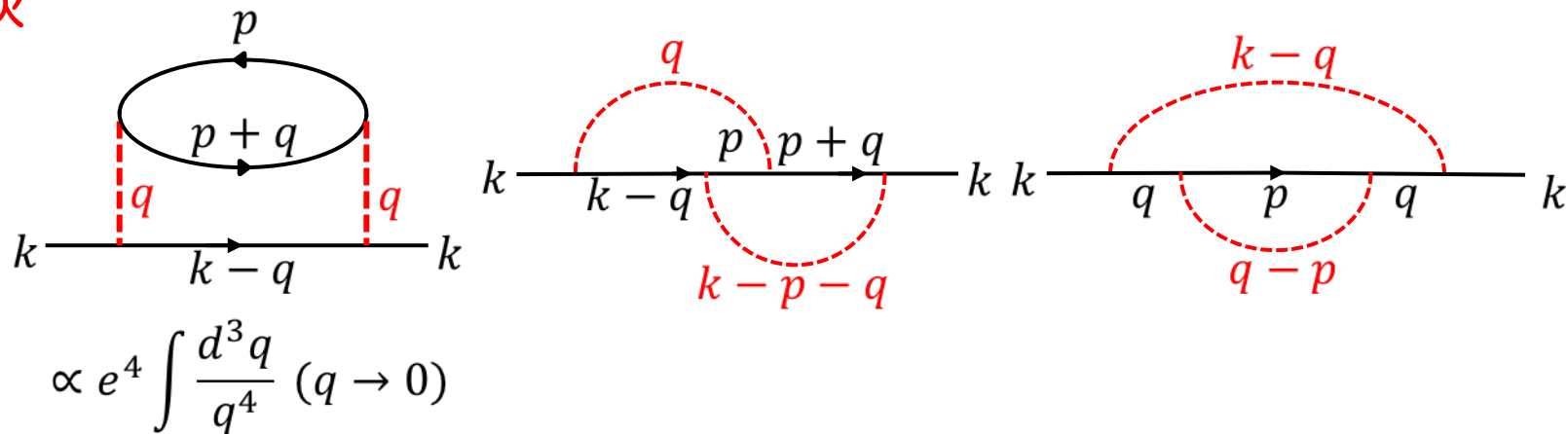
$$\Sigma_{1e}(k) = -\frac{e^2}{2\pi} \left[ 2k_F + \frac{k_F^2 - k^2}{k} \ln \left| \frac{k_F + k}{k_F - k} \right| \right]$$

1電子  
エネルギー

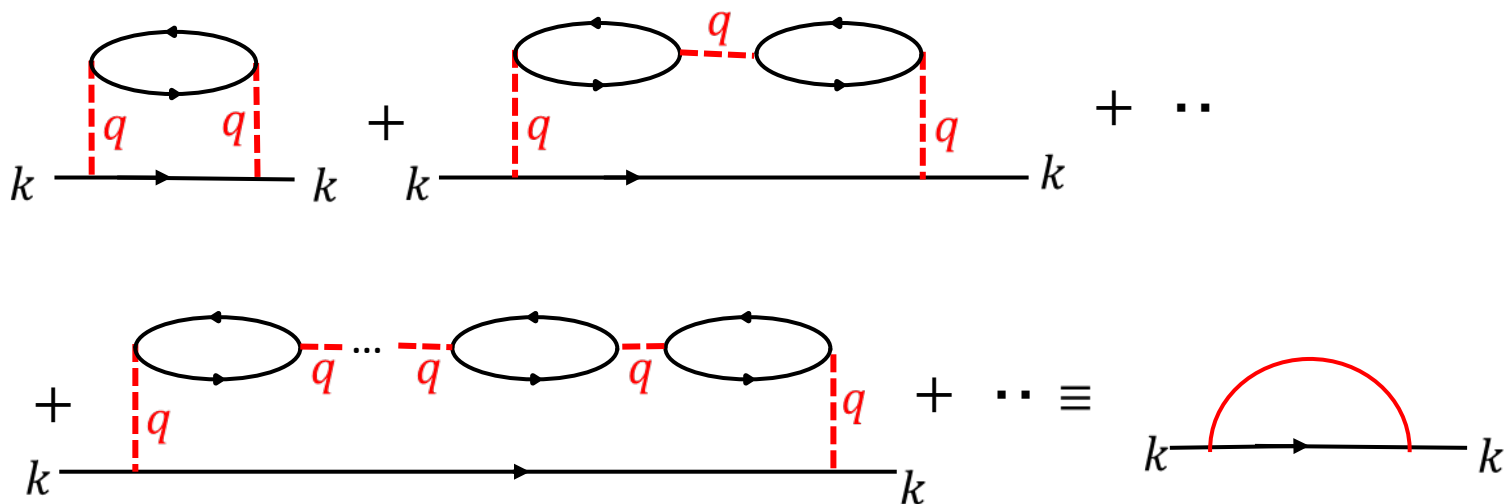


# 電子自己エネルギー (高次)

2次



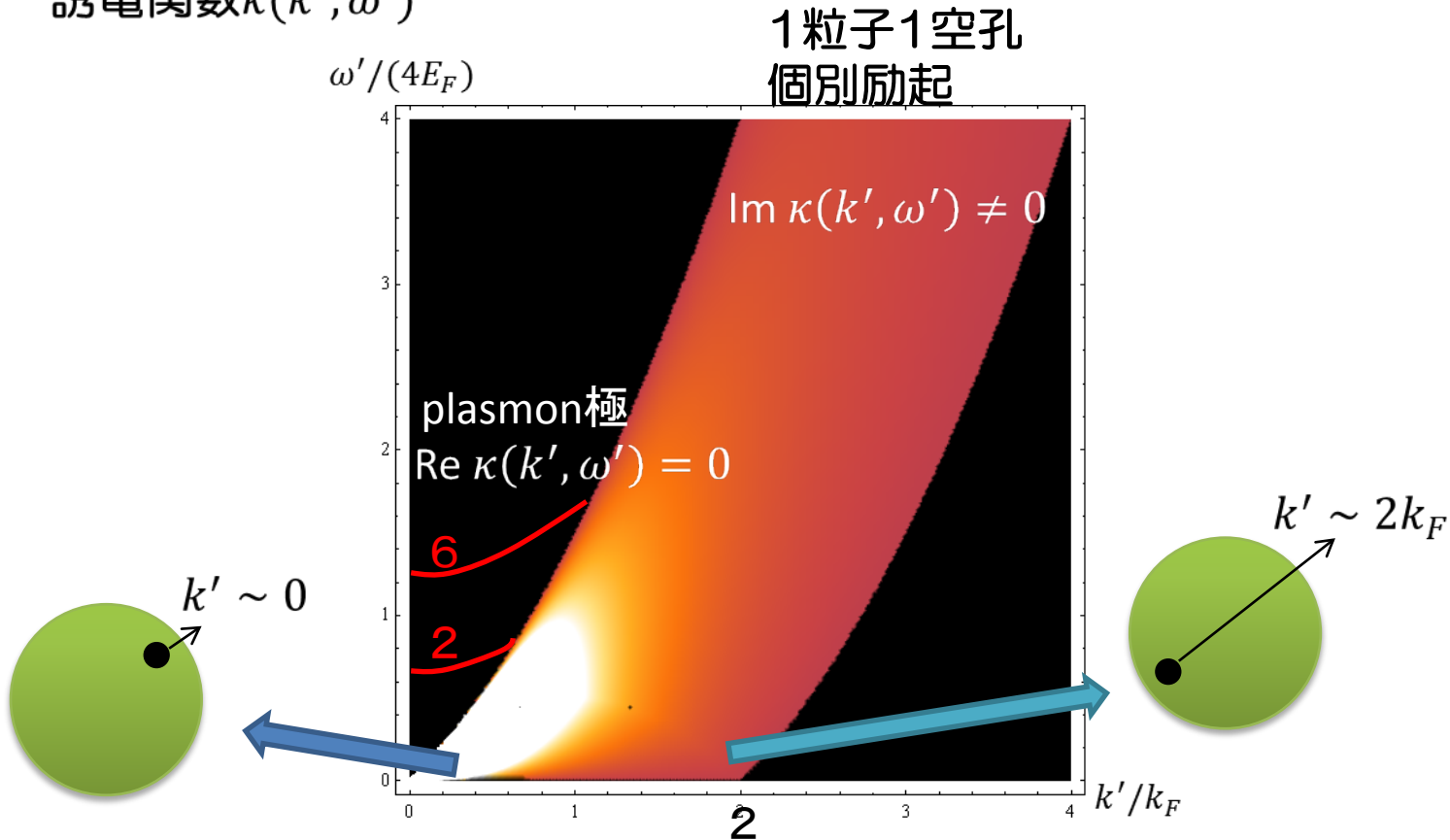
RPA



# RPA項

$$k, \omega \xrightarrow{\text{red arc}} k, \omega = \int \frac{d\omega' d^3 k'}{(2\pi)^4} G_0(\mathbf{k} - \mathbf{k}', \omega - \omega') \left[ \frac{V(k')}{\kappa(k', \omega')} - V(k') \right]$$

誘電関数  $\kappa(k', \omega')$



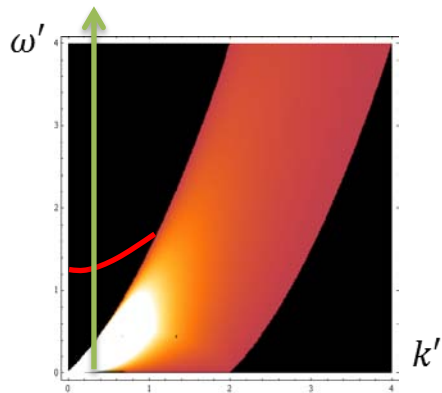
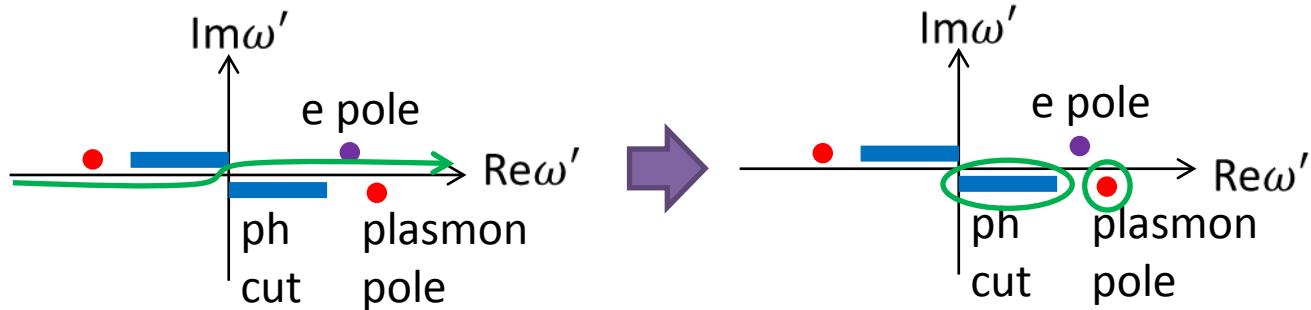


# RPA項

$$k, \omega \xrightarrow{\text{red arc}} k, \omega = \int \frac{d\omega' d^3 k'}{(2\pi)^4} G_0(\mathbf{k} - \mathbf{k}', \omega - \omega') \left[ \frac{V(k')}{\kappa(k', \omega')} - V(k') \right]$$

$$= W_0(k', \omega')$$

$\omega'$ 積分の経路



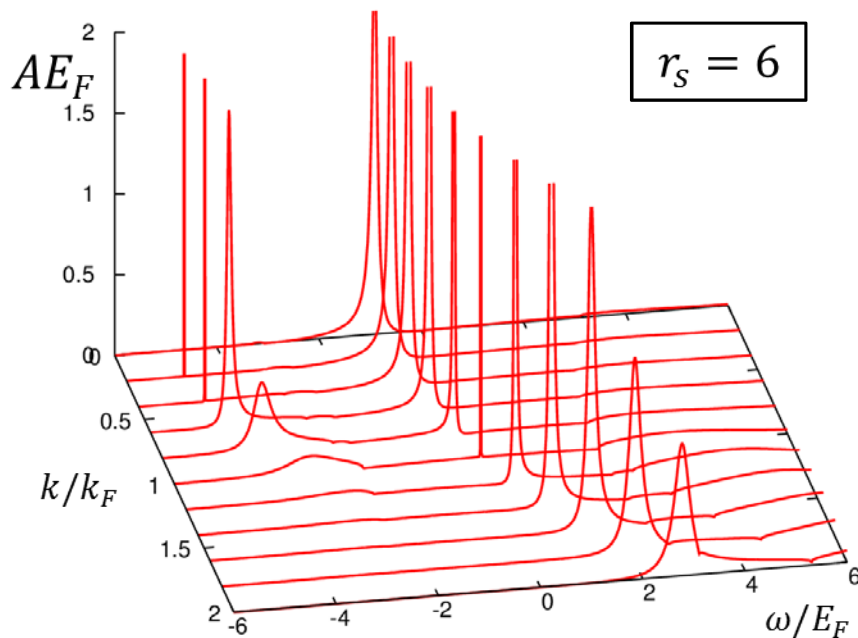
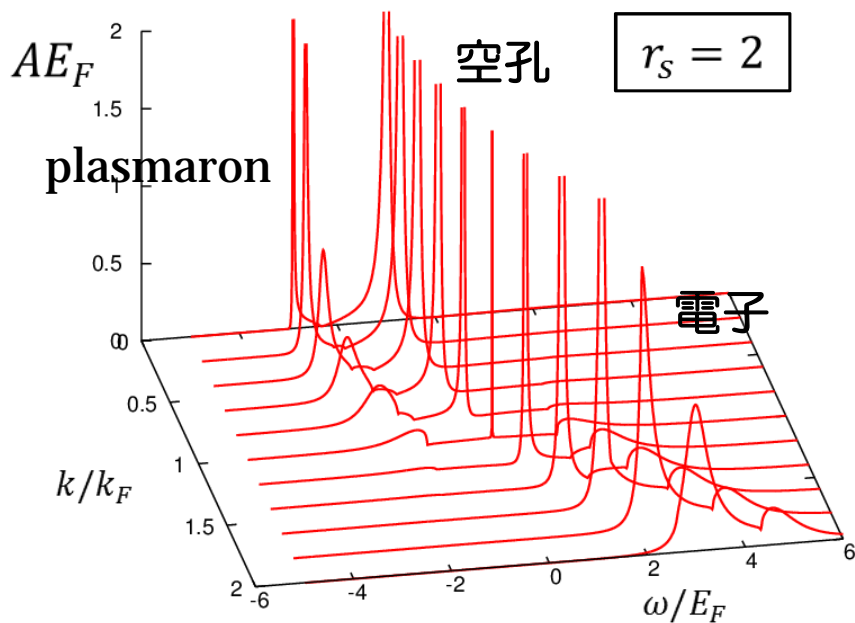
# 1電子スペクトル

自己エネルギー

$$\Sigma(k, \omega) = \text{[dashed semi-circle]} + \text{[solid semi-circle]}$$

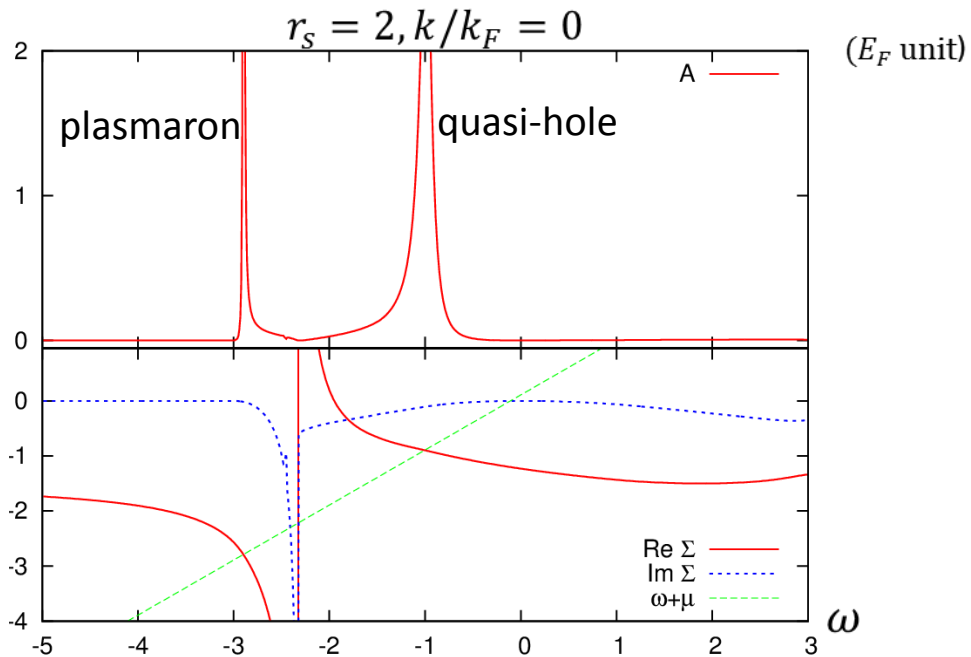
スペクトル関数

$$A(k, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{1}{\omega + \mu - E_k - \Sigma^R}$$

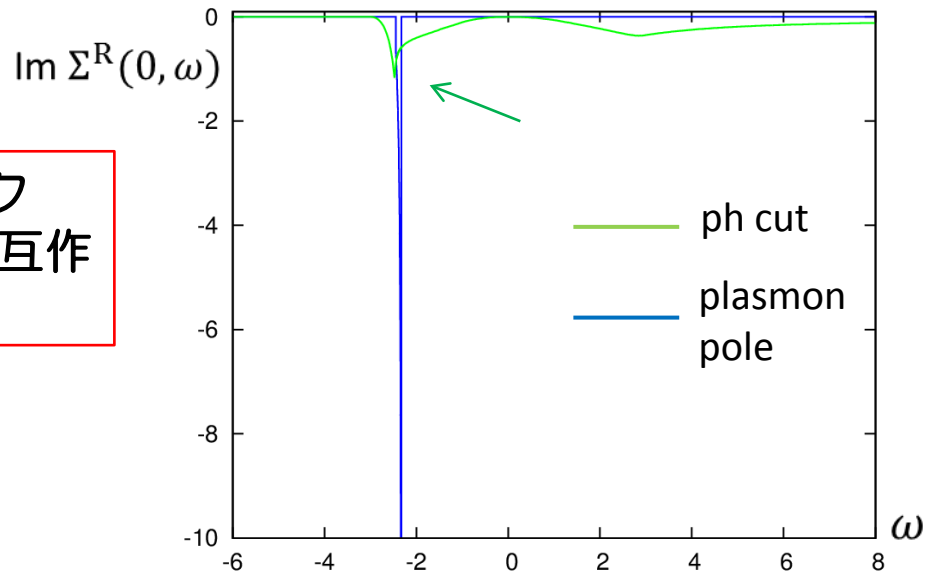


# 1電子スペクトル

スペクトル関数の2ピークは、自己エネルギーの虚部に現れる鋭いピークによる。



自己エネルギー虚部のピークは、空孔とplasmonとの相互作用により生ずる。



# plasmon pole 近似1

ph continuum の寄与を無視し、  
RPA plasmon を次の関数で近似。

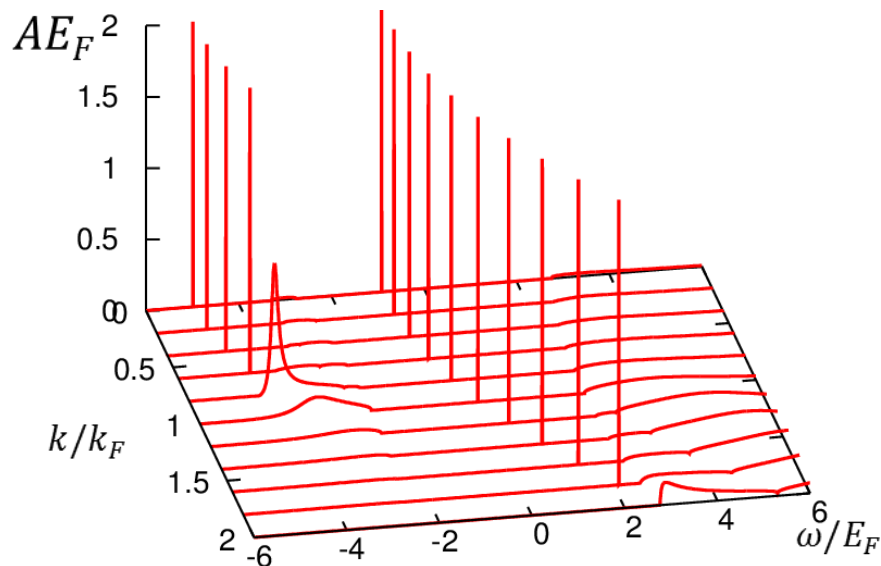
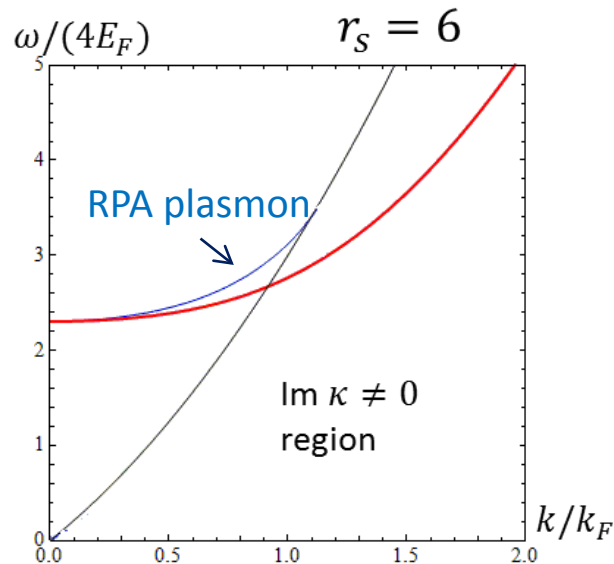
$$\omega(\mathbf{k})^2 = \omega_{\text{pl}}^2 + \frac{v_F^2}{3} \mathbf{k}^2 + \left( \frac{\mathbf{k}^2}{2m} \right)^2$$

(w/o cut-off)

誘電関数

$$\kappa(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{pl}}^2 - \omega(k)^2}$$

for longitudinal f-sum rule



# plasmon pole 近似2

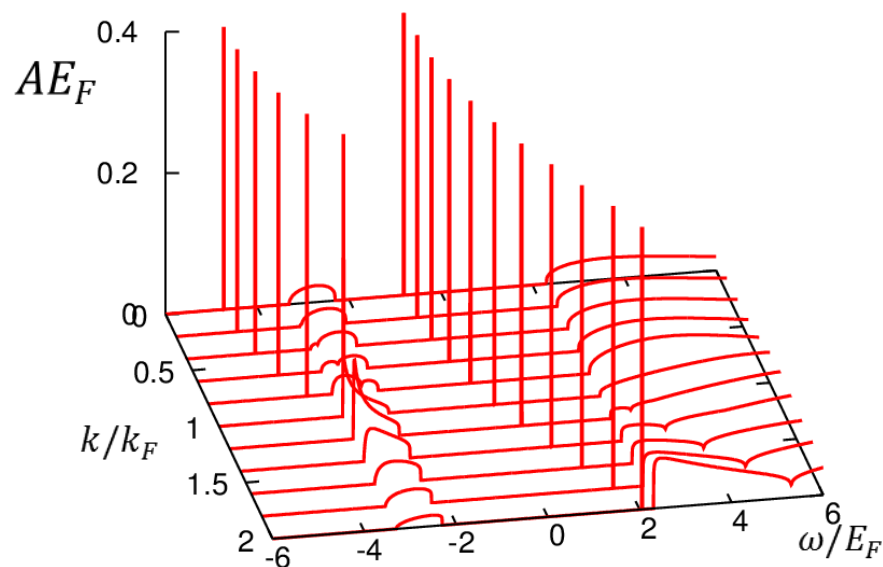
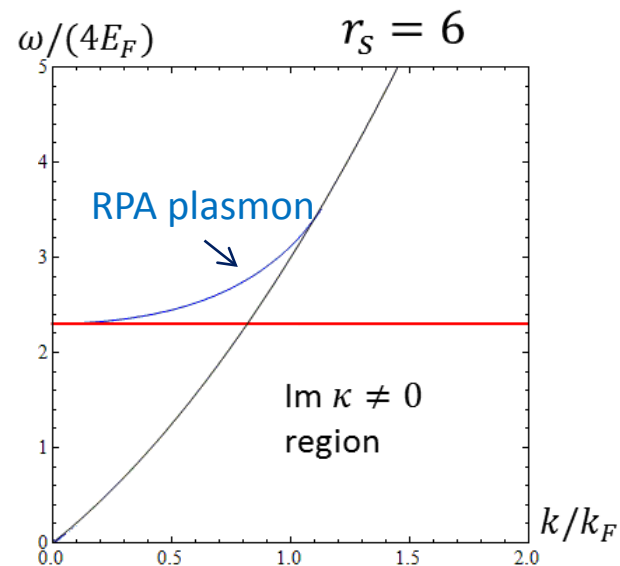
ph continuum の寄与を無視し、  
RPA plasmon を次の関数で近似。

$$\omega(k)^2 = \omega_{\text{pl}}^2 \text{ (const)}$$

(w/o cut-off)

誘電関数

$$\kappa(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega^2}$$

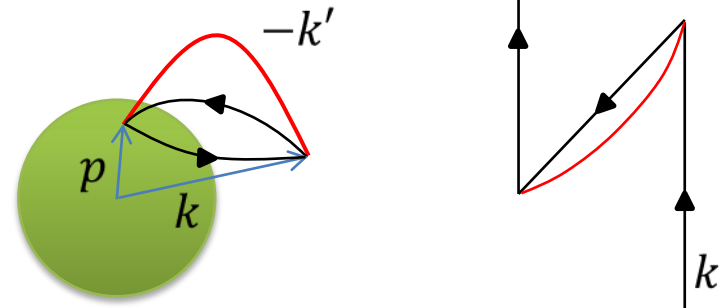
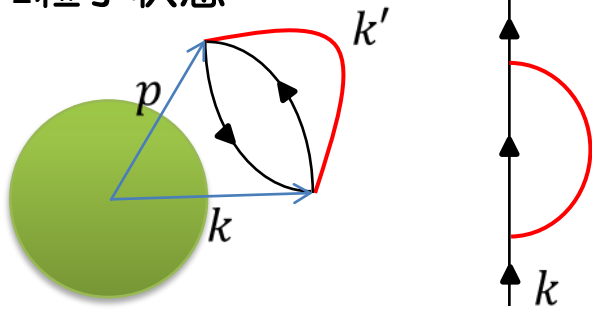


# 自己エネルギー

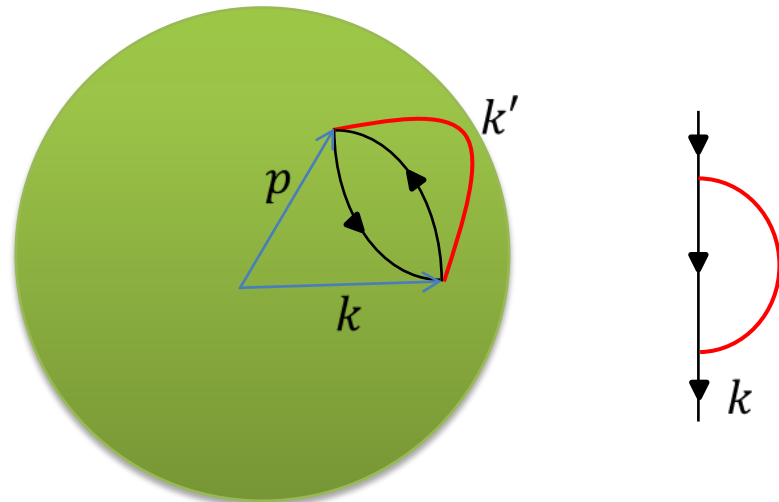
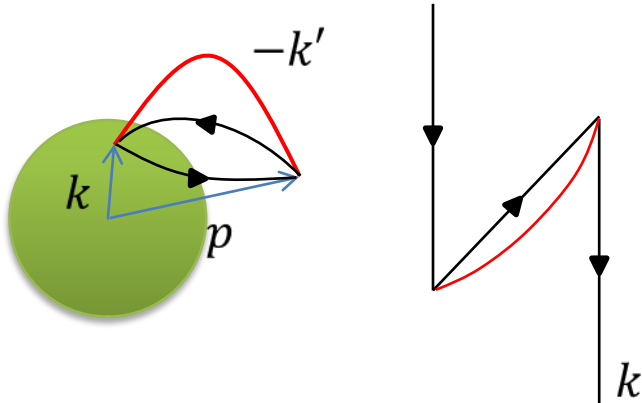
plasmon pole近似による自己エネルギー

$$\Sigma^R(k, \omega) = \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \frac{\omega_{pl}^2 V(k')}{2\omega(k')} \left[ \frac{\theta(|\mathbf{p}| - k_F)}{\omega - E_p - \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\theta(k_F - |\mathbf{p}|)}{\omega - E_p + \omega(k') + i\epsilon} \right] \quad \begin{matrix} (\mathbf{p} = \mathbf{k} - \mathbf{k}') \\ (E_p = p^2/2m) \end{matrix}$$

N+1粒子状態



N-1粒子状態

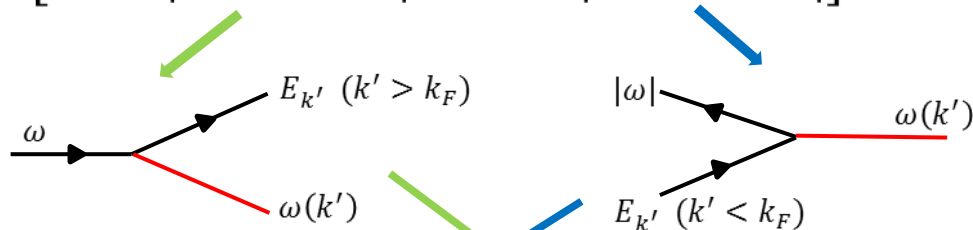


# 自己エネルギー

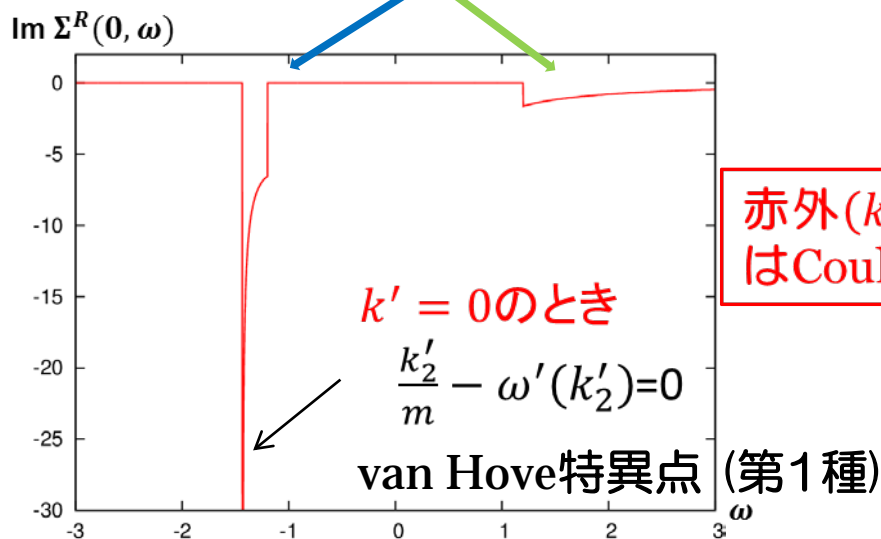
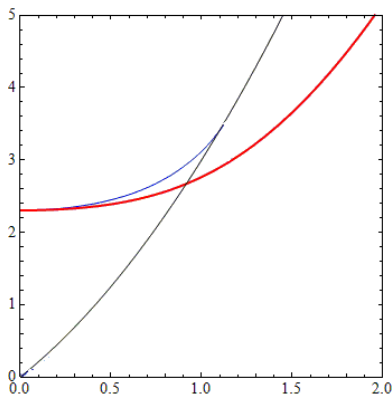
plasmon pole近似による自己エネルギー虚部

$$\text{Im } \Sigma^R(\mathbf{k} = \mathbf{0}, \omega) = -e^2 \omega_{\text{pl}}^2 \left[ \int_{k_F}^{\infty} \frac{dk'}{\omega(k')} \delta(\omega - E_{k'} - \omega(k')) + \int_0^{k_F} \frac{dk'}{\omega(k')} \delta(\omega - E_{k'} + \omega(k')) \right]$$

$$= -e^2 \omega_{\text{pl}}^2 \left[ \frac{\theta(k'_1 - k_F)}{\omega(k'_1) \left| \frac{k'_1}{m} + \omega'(k'_1) \right|} + \frac{\theta(k_F - k'_2)}{\omega(k'_2) \left| \frac{k'_2}{m} - \omega'(k'_2) \right|} \right] \quad \omega'(0) = 0$$



plasmon pole  
近似1の場合



赤外( $k' = 0$ )での特異性はCoulomb相互作用から

$k' = 0$ のとき

$$\frac{k'_2}{m} - \omega'(k'_2) = 0$$

van Hove特異点 (第1種)

# HDL, HTL極限のplasmino

- 1-loop ( $g \ll 1$ ) + HDL, HDL approx. ( $p, \omega, m \ll \mu, T$ )

$$\Sigma(p, \omega) = \text{[Feynman diagram: a loop with a wavy line and two fermion lines with arrows]}$$

媒質効果の質量

$$m_T \sim gT, g\mu$$

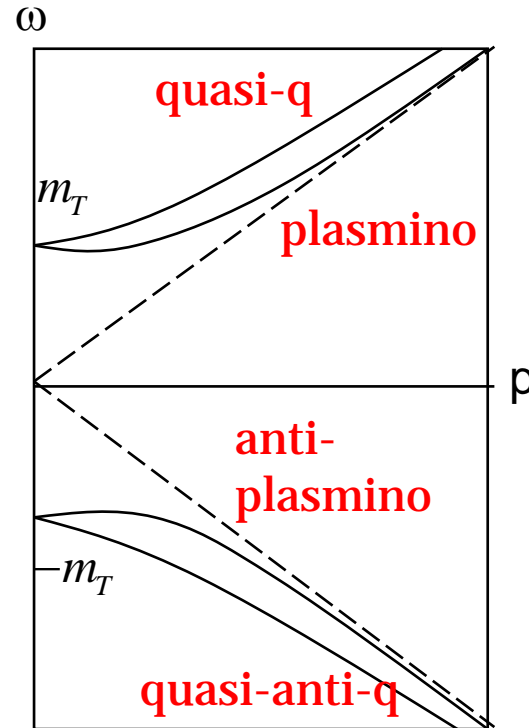
分散則

粒子セクター

$$\omega = E_q, -E_{plsmo}$$

反粒子セクター

$$\omega = -E_q, E_{plsmo}$$



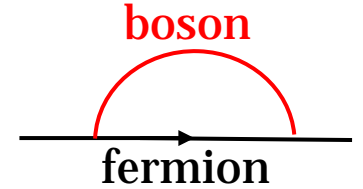
≈



# plasmino

## 湯川模型

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2) - g \bar{\psi} \phi \psi$$



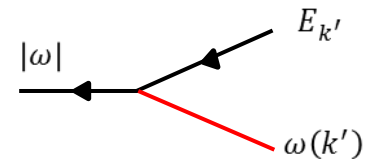
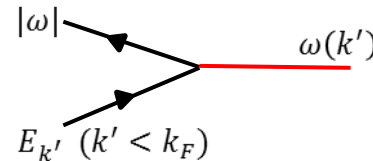
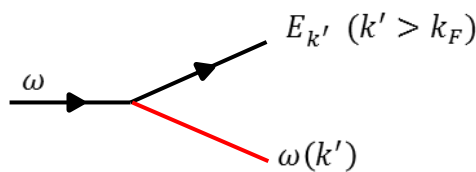
**coupling  $g$ , fermion  $m_F = 0$ , boson  $m_B = m$ , on-shell renorm.**

$$\Sigma^R(k, \omega) = g^2 \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega(k')} \left[ \frac{\Lambda_+(p)\theta(|p| - k_F)}{\omega - E_p - \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\Lambda_+(p)\theta(k_F - |p|)}{\omega - E_p + \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\Lambda_-(p)}{\omega + E_p + \omega(k') + i\epsilon} \right] \gamma^0$$

$$E_p = p, \omega(k') = \sqrt{k'^2 + m^2} \quad (p = k - k')$$

cf. 
$$\Sigma^R(k, \omega) = \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{\omega_{pl}^2 V(k')}{2\omega(k')} \left[ \frac{\theta(|p| - k_F)}{\omega - E_p - \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\theta(k_F - |p|)}{\omega - E_p + \omega(k') + i\epsilon} \right]$$

$$\text{Im } \Sigma_0^R(k=0, \omega) = -\frac{g^2}{8\pi} \left[ \int_\mu^\infty \frac{dq q^2}{\omega(k')} \delta(\omega - E_q - \omega(k')) + \int_0^\mu \frac{dq q^2}{\omega(k')} \delta(\omega - E_q + \omega(k')) + \int_0^\infty \frac{dq q^2}{\omega(k')} \delta(\omega + E_q + \omega(k')) \right]$$



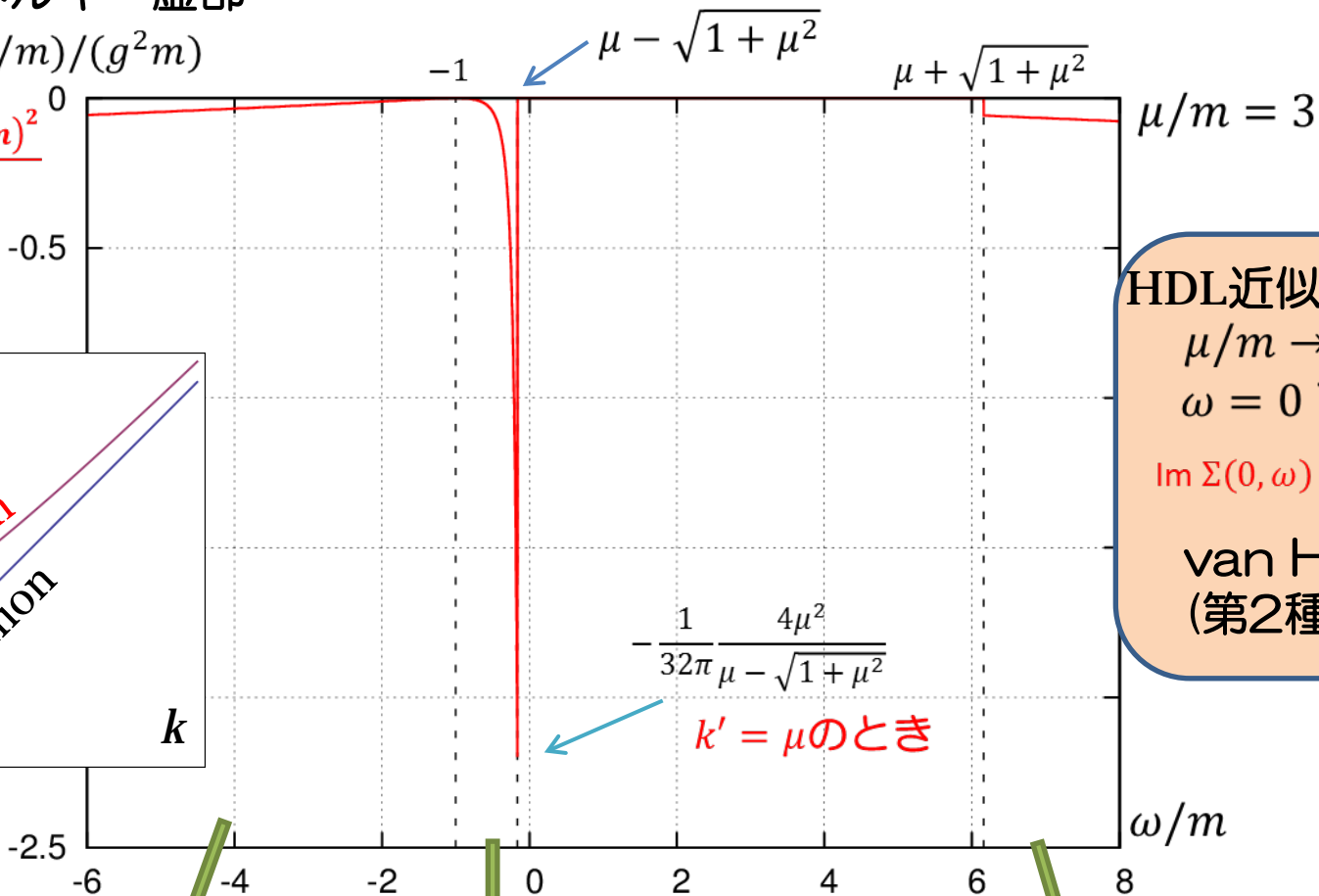
$$= -\frac{g^2}{32\pi} \frac{(\omega^2 - m^2)^2}{|\omega|^3} \quad (\omega \leq \mu - \sqrt{\mu^2 + m^2} \text{ or } \mu + \sqrt{\mu^2 + m^2} \leq \omega)$$

# plasmino

自己エネルギー虚部

$$\text{Im } \Sigma(0, \omega/m)/(g^2 m)$$

$$-\frac{1}{32\pi} \frac{(\omega^2 - m)^2}{|\omega|^3}$$



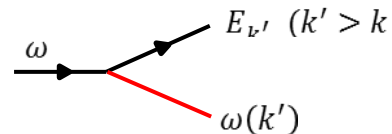
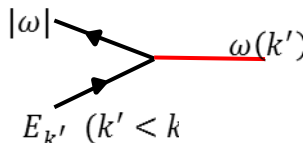
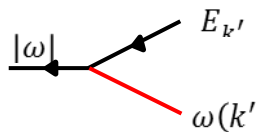
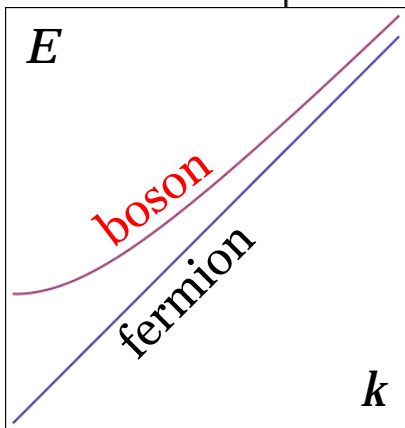
HDL近似

$$\mu/m \rightarrow \infty$$

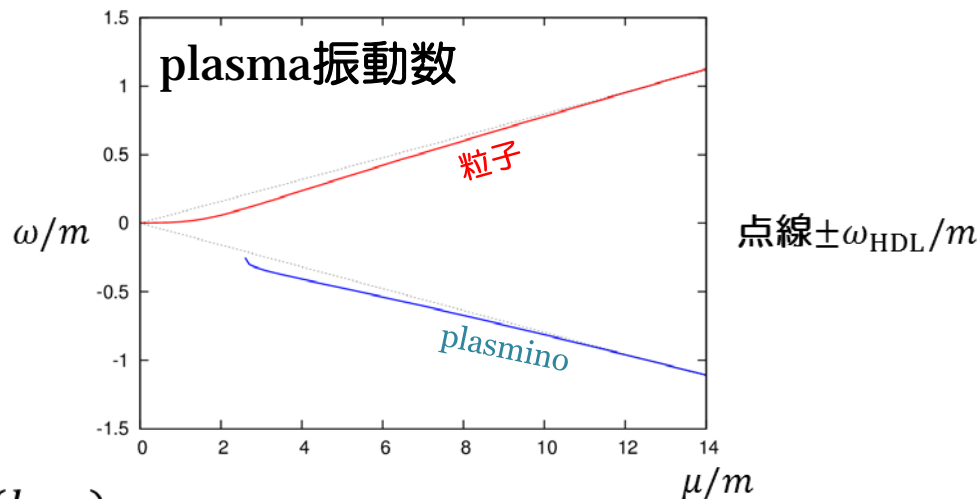
$\omega = 0$  で発散

$$\text{Im } \Sigma(0, \omega) = -\frac{|\omega|}{32\pi} - \frac{\mu^2}{16\pi} \delta(\omega)$$

van Hove特異点  
(第2種)



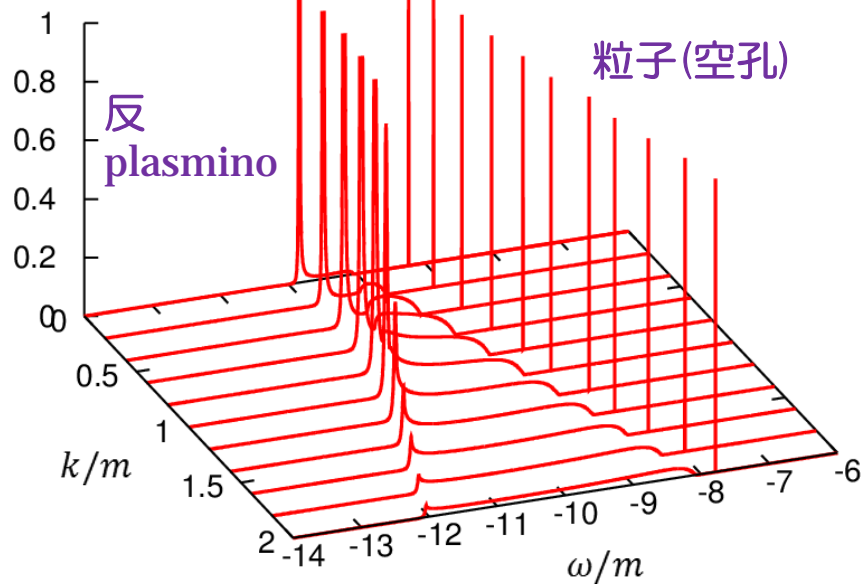
# plasmino



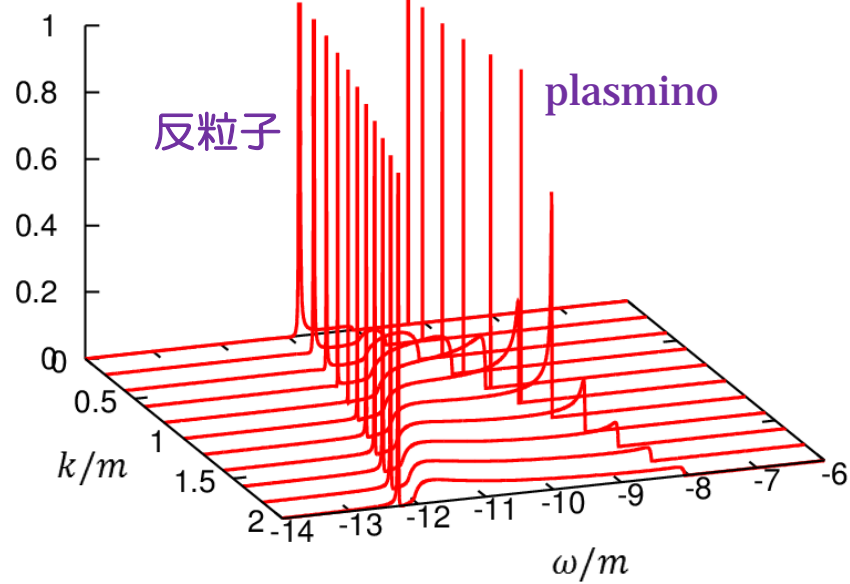
スペクトル関数 $A(k, \omega)m$

$g = 1, \mu/m = 10$

粒子



反粒子

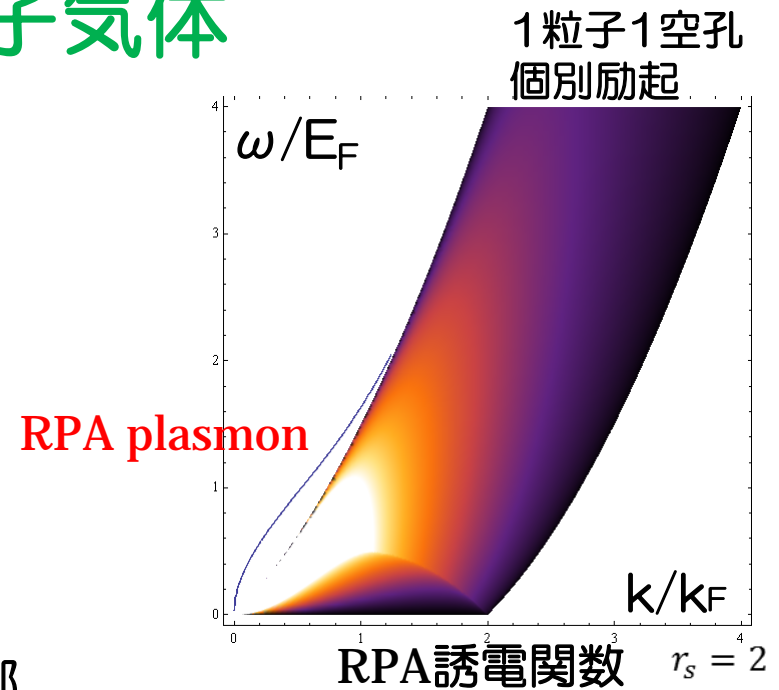


# 2次元電子気体

3次元との違い

クーロンポテンシャル  $V(k) \sim \frac{1}{k}$

plasmon 分散則  $\omega_{pl}^2(k) \sim k$  ( $k \sim 0$ )



plasmon pole近似による自己エネルギー虚部

$$\Sigma^R(k, \omega) = \int \frac{d^2k'}{(2\pi)^2} \frac{\omega_{pl}^2(k')V(k')}{2\omega(k')} \left[ \frac{\theta(|p| - k_F)}{\omega - E_p - \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\theta(k_F - |p|)}{\omega - E_p + \omega(k') + i\epsilon} \right]$$

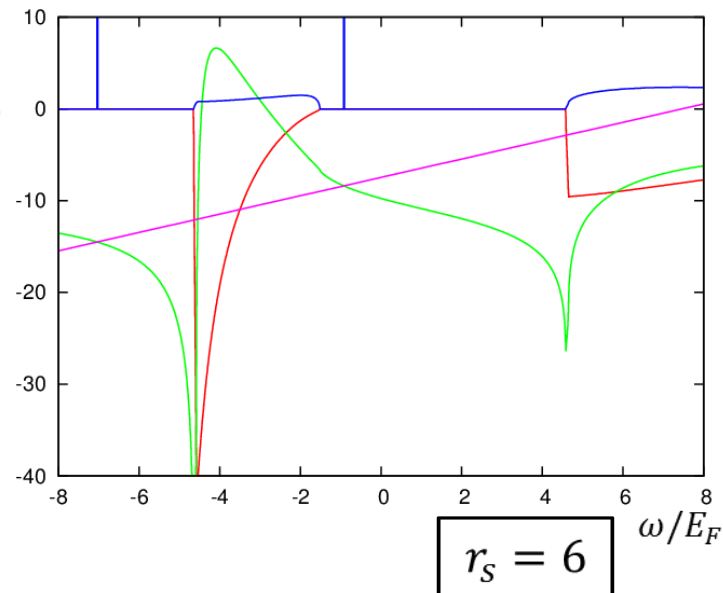
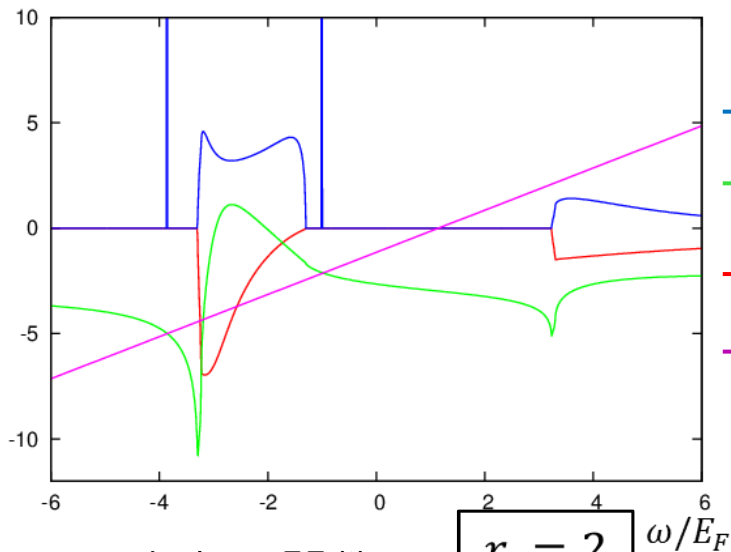
$$\text{Im } \Sigma(k = 0, \omega) \sim \int_{k_F}^{\infty} dk' \sqrt{k'} \delta(\omega - E_{k'} - \omega(k')) + \int_0^{k_F} dk' \sqrt{k'} \delta(\omega - E_{k'} + \omega(k'))$$

$$\sim \frac{\sqrt{k'_1} \theta(k'_1 - k_F)}{|E'_{k_1} + \omega'(k'_1)|} + \frac{\sqrt{k'_2} \theta(k_F - k'_2)}{|E'_{k_2} - \omega'(k'_2)|}$$

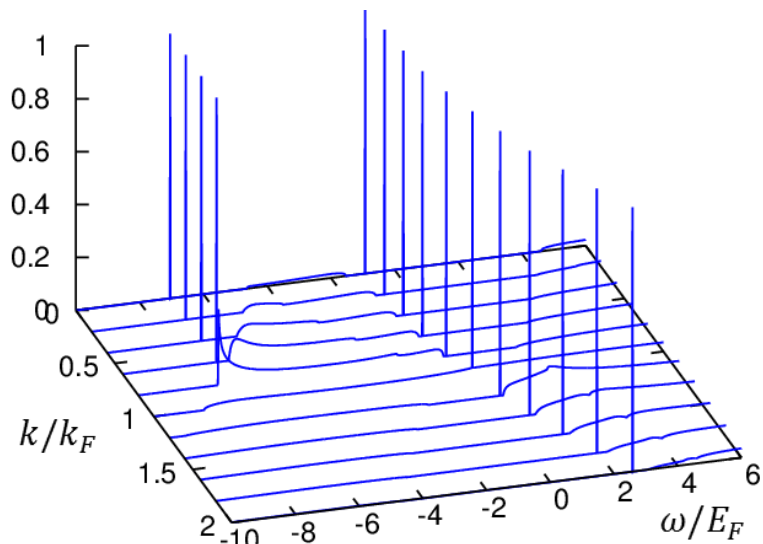
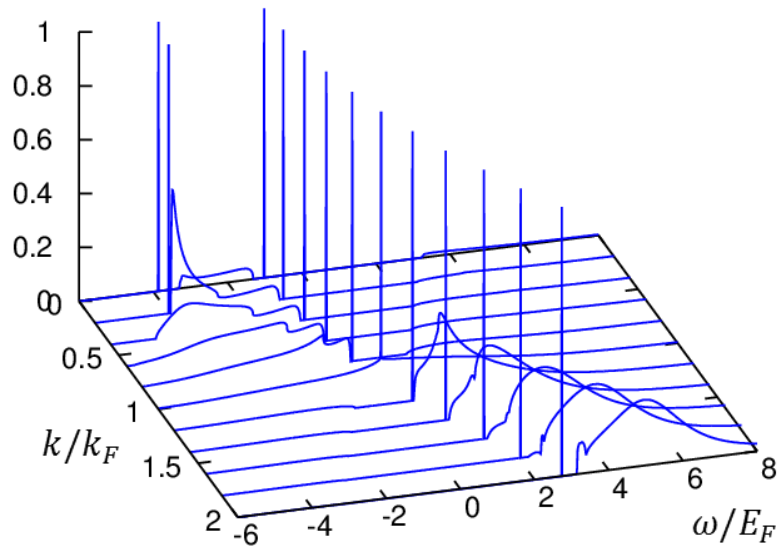
$$E_k = \frac{k^2}{2m}$$

# 2次元電子気体

自己エネルギー  $\Sigma^R$  とスペクトル関数



スペクトル関数



# グラフェン

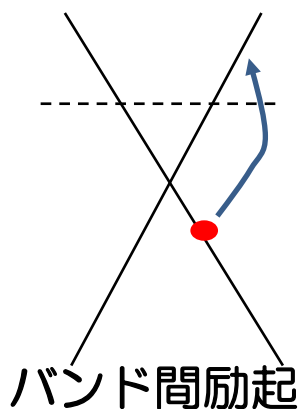
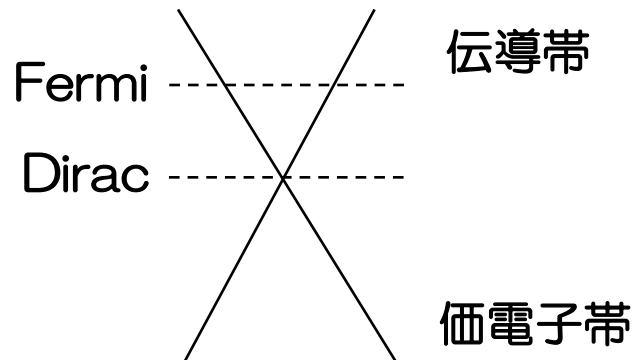
## 2次元電子気体との違い

ゼロ質量ディラック粒子  $E = vp$   
(フェルミ速度  $v \sim c/300$ )

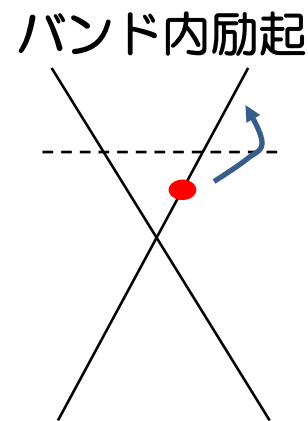
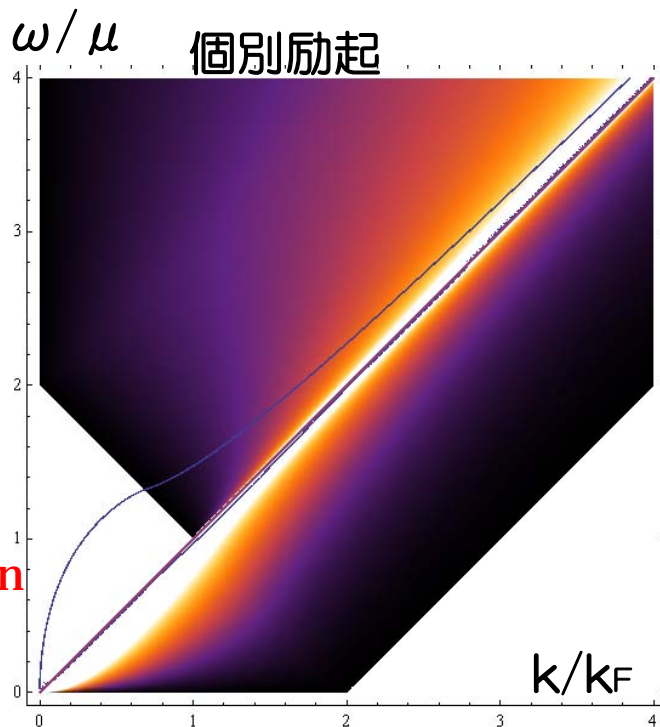
doped graphene

Dirac point  $\neq$  Fermi energy

RPA誘電関数



RPA plasmon

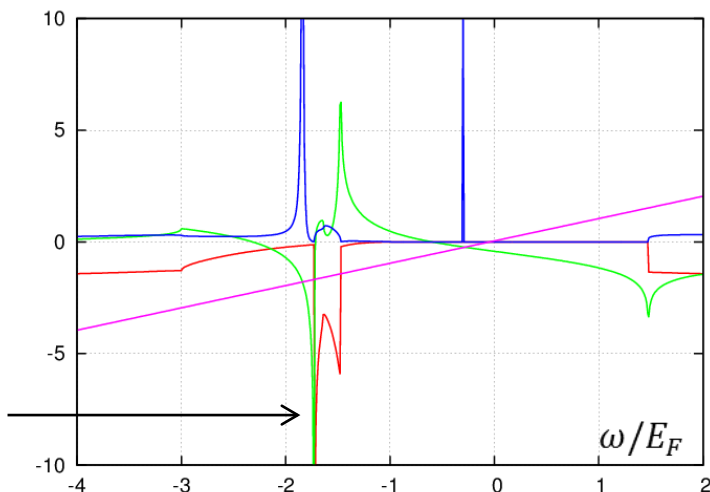


# グラフェン

plasmon pole approx

$$\Sigma^R(k, \omega) = \int \frac{d^2k'}{(2\pi)^2} \frac{\omega_{pl}^2(k')V(k')\gamma_0}{2\omega(k')} \left[ \frac{\Lambda_+(p)\theta(|p| - k_F)}{\omega - E_p - \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\Lambda_+(p)\theta(k_F - |p|)}{\omega - E_p + \omega(k') + i\epsilon} + \frac{\Lambda_-(p)}{\omega + E_p + \omega(k') + i\epsilon} \right]$$

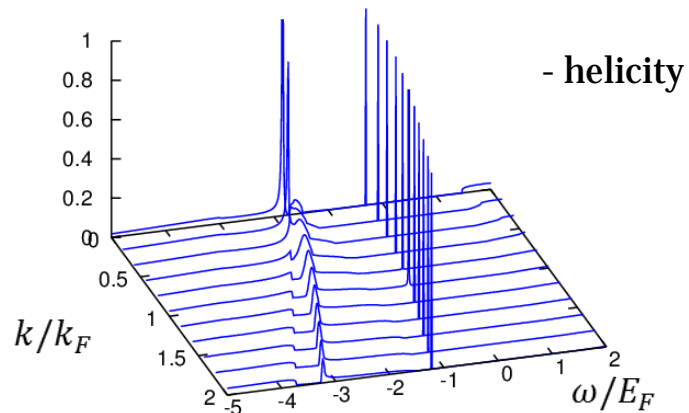
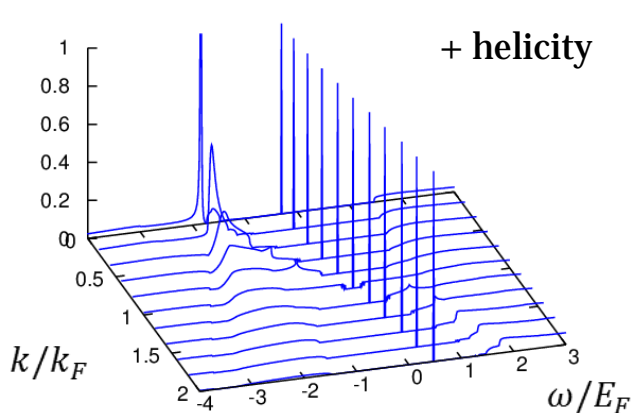
van Hove  
特異点(第2種)



— spect func(x10)  
—  $\text{Re } \Sigma^R(0, \omega)$   
—  $\text{Im } \Sigma^R(0, \omega)$   
—  $\omega + \mu$   
( $E_F$  unit)

用いたパラメータ  
キャリア密度  
 $n = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$   
電子速度  
 $\gamma = 6.46 \text{ eV} \cdot \text{\AA}$   
格子誘電定数( $\text{SiO}_2$ 基板)  
 $\epsilon = 2.4$

スペクトル  
関数



# まとめ

**plasmaron**: 電子 (fermion) と RPA plasmon (boson) との結合によって生成される fermion 型励起

**plasmino**: 媒質中で fermion と boson の結合によって生成される fermion 型励起

## 共通点

fermi sea の空孔と boson との結合状態密度が大きくなることで、1空孔状態と、1空孔1boson状態との共鳴が起こる。これにより single fermion スペクトルに現れる新たな励起モードである。

$$\text{plasmaron} = (\text{anti}) \text{ plasmino}$$

## 相違点

状態密度が大きくなるのは、

**plasmaron**: fermi sea の底の空孔と boson が結合する場合  
Coulomb 相互作用による赤外での特異性による

**plasmino**: fermi 面直下の空孔と boson が結合する場合  
速さの一致。

**HDL**: Fermi sea のあらゆる空孔との結合状態密度が発散

ただし、これらは空間次元や相互作用の性質によって変わる。