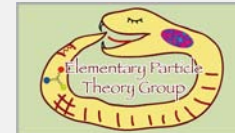


A holographic multi-baryon system by dilute gas approximation

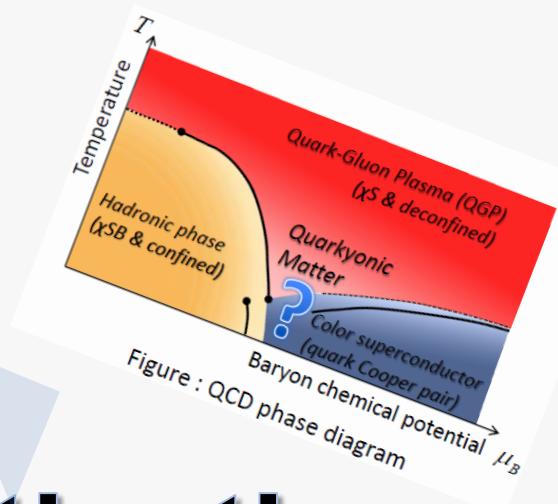
田港 朝貴 九州大学 素粒子理論研究室



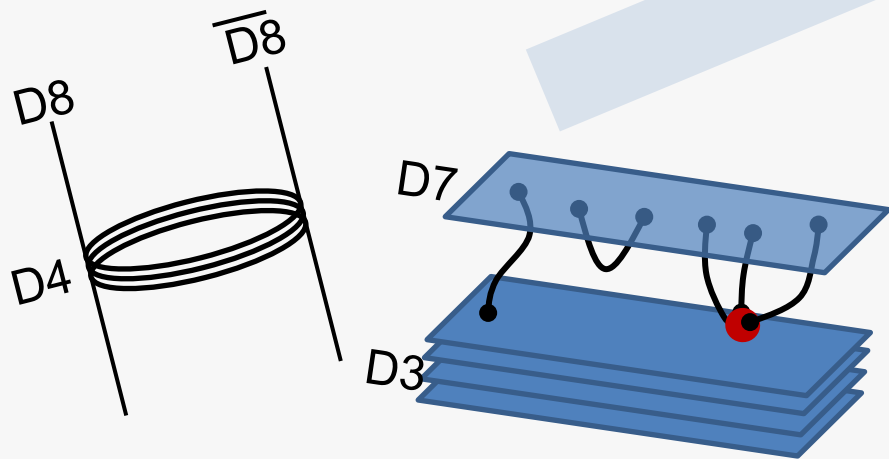
共同研究者:

郷六一生(福工大)、久保幸貴(九大)、橘基(佐賀大)、豊田文彦(近大)

Part I



Introduction & Motivation



■ 動機と興味：

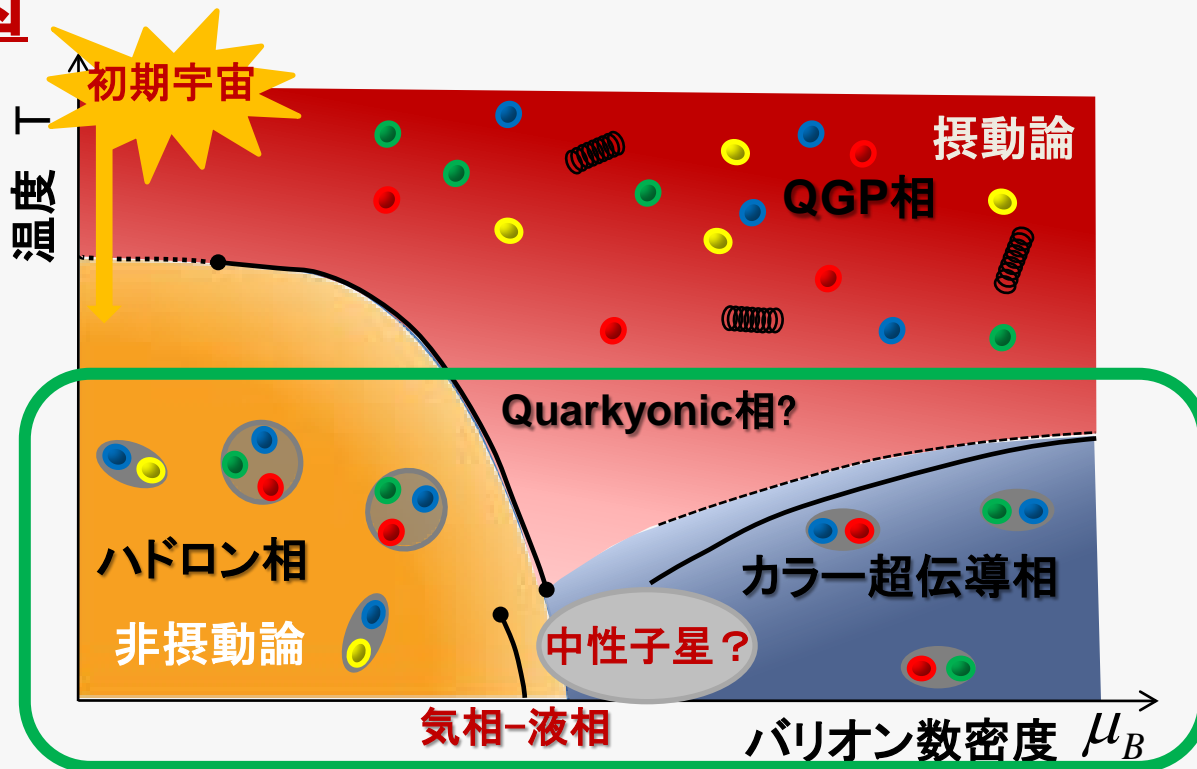
ゲージ/重力対応を用いて
有限密度QCDをどこまで理解できるか？

■ 今回やった事：

酒井-杉本模型に、インスタントン解としての
のバリオンに**dilute gas近似**を行う事で
有限密度系に拡張しました

 **バリオンの気相-液相の一次相転移**

QCD相図



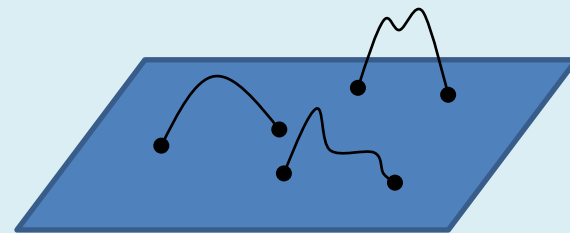
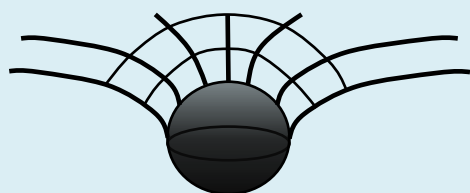
- **有限密度**領域はまだまだ**未知**(**非摂動領域**かつ**実験も困難**)
- 格子シミュレーションでは**符号問題**により有限密度の解析は困難

有限密度系への提案：**ゲージ/重力対応**を使ってみてはどうか？

ゲージ/重力対応

cf) AdS/CFT対応 (1998年頃)
[Maldacena, Gubser-Klebanov-Polyakov, Witten, etc.]

d+1次元 (超)重力理論
(10次元超弦理論)



d次元 強結合ゲージ理論

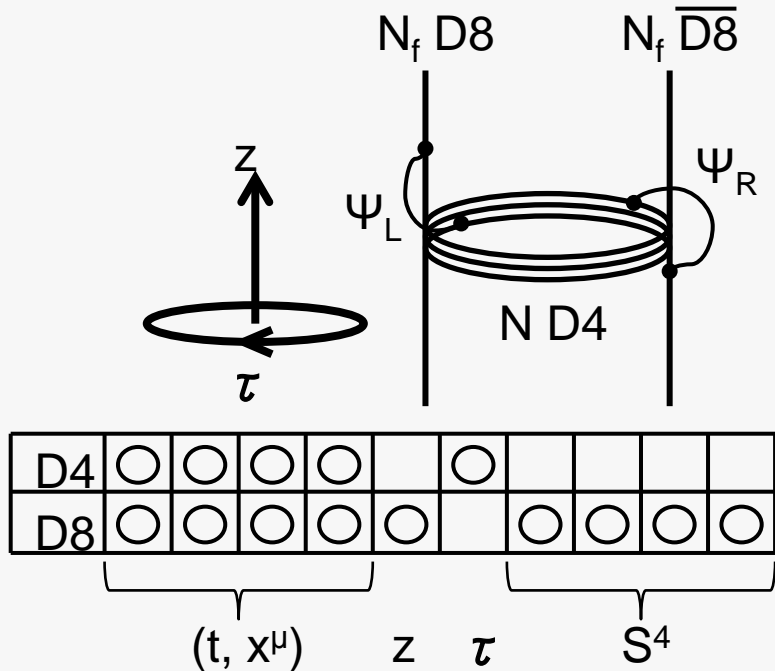
ゲージ/重力対応はQCDや物性物理の強相関電子系などの
強結合ゲージ理論のトイモデル



ラーゼンN...重力側は古典的だが、ゲージ理論のゲージ対称性SU(N)
ラーゼンλ...ゲージ理論は強結合だが、質量スペクトラムのスケール大

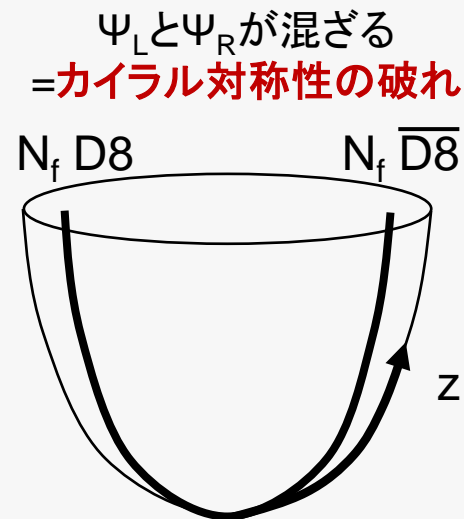
酒井-杉本模型 [Sakai-Sugimoto, hep-th/0412141]

- **閉じ込めかつカイラル対称性の破れ**を実現したQCDのトイモデル
- **Skyrme模型** (ラージN QCDの模型[60年代Skyrme,70年代Witten])と類似
- メソンの質量が**10~30%程度**で一致

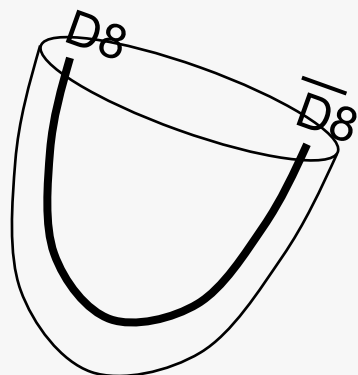


$N \gg N_f$
 decoupling limit
 low energy limit
 [Witten, hep-th/9803131]

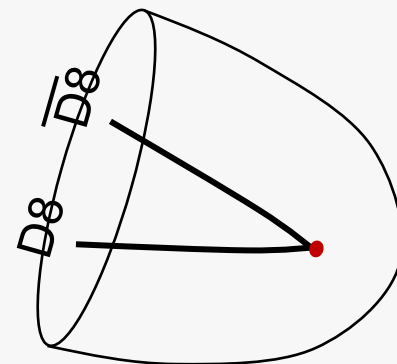
Witten時空



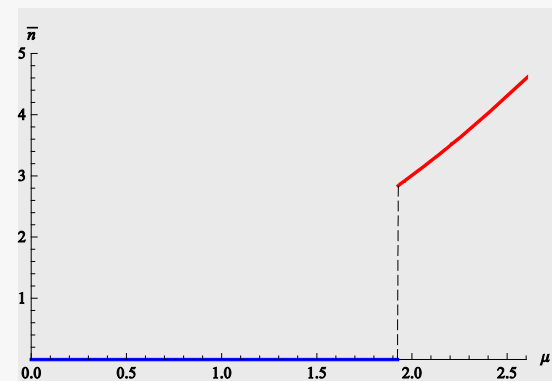
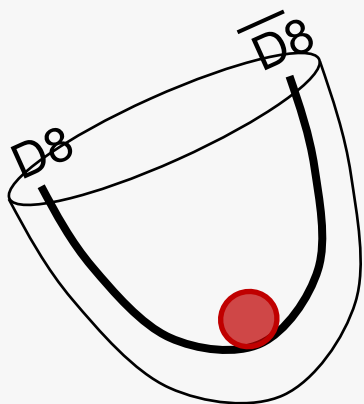
$z=0$ のホライズンにカラーを持つ粒子は吸い込まれる
 =カラーの閉じ込め



Part II



有限密度ホログラフィックQCD



※以下、簡単のため**ゼロ温度**、 $N_f=2$ とする

化学ポテンシャルの導入

[Kim-Sin-Zahed, hep-th/0608046]
[Horigome-Tanii, hep-th/0608198], etc.

D8ブレーン上のU(1)ゲージ場 \leftrightarrow 化学ポテンシャルとバリオン数密度

GKP-Witten関係式より

$$A_0(z) = \mu + \frac{n}{z} + \dots \quad (z \rightarrow \infty)$$

μ 化学ポテンシャル (non-normalizable mode、外場)

n バリオン数密度 (normalizable mode、期待値 $\langle \Psi^\dagger \Psi \rangle$)

しかし、単純に A_0 をDBI作用に導入しただけでは $n=0$ となる。

[Horigome-Tanii, hep-th/0608198]

有限密度の拡張

[Bergman-Lifschytz-Lippert, hep-th/0708.0326]

↪ バリオン数密度を導入するにはそのソース項が必要
↪ ソース項としてChern-Simons項を導入

$$S_{D8} = S_{DBI} + S_{CS}$$

$$S_{CS} = T_8 \int e^{2\pi\alpha'F} \wedge \sum_p C_{p+1} \propto \int A_0 \text{tr} F^2$$

問題点： Fの形をどうやって決めるか？

状況1: バリオンはS⁴に巻き付いたD4ブレーンで与えられる [Bergman, et al]

状況2: バリオンはD8ブレーン上のSU(2) インスタントンで与えられる

Dilute gas近似

[Ghoroku-Kubo-Tachibana-T.T-Toyoda,
in preparation]

SU(2) “インスタントン”としてバリオンを導入

(cf) [Hata-Sakai-Sugimoto-Yamato, hep-th/0701280]

$$F_{ij} = \frac{2\rho^2}{\left(\left(\xi^m - x^m\right)^2 + \rho^2\right)^2} \varepsilon_{ija} \tau^a \quad F_{zi} = \frac{2\rho^2}{\left(\left(\xi^m - x^m\right)^2 + \rho^2\right)^2} \tau^i$$

“インスタントン”サイズは変分原理を満たすように決める

SU(2) “インスタントン”のdilute gas近似でバリオン数密度を導入

$$\text{tr}F^2 \propto \frac{\rho^4}{\left(\left(\xi^m - x^m\right)^2 + \rho^2\right)^{5/2}} n$$

バリオンの個数(平均場近似)

解析内容

[Ghoroku-Kubo-Tachibana-T.T-Toyoda,
in preparation]

$$ds_8^2 = \frac{\lambda_s^2}{3} \left(\frac{4}{9} k^{1/2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{4}{9} k^{-5/6} \left(1 + k^{1/3} z^2 \tau'(z)^2 \right) dz^2 + k^{1/6} d\Omega_4^2 \right)$$

$$L_Q = L_{DBI} + L_{CS}$$

Fを代入して変形したもの

$$L_Q = k^{5/6} \sqrt{g(\tau', z) - \left(\frac{27\pi}{2\lambda} \right)^2 A_0'(z)^2 Q_2} - \left(\frac{27}{2} \right)^2 \frac{\pi}{\lambda} A_0(z) n \bar{q}^2$$

$$g(\tau', z) = k^{-1/3} + z^2 \tau'(z)^2$$

$$Q_2 = 1 + \frac{27}{8} n \bar{q}^2 (k^{-1} + g(\tau', z))^{-1}$$

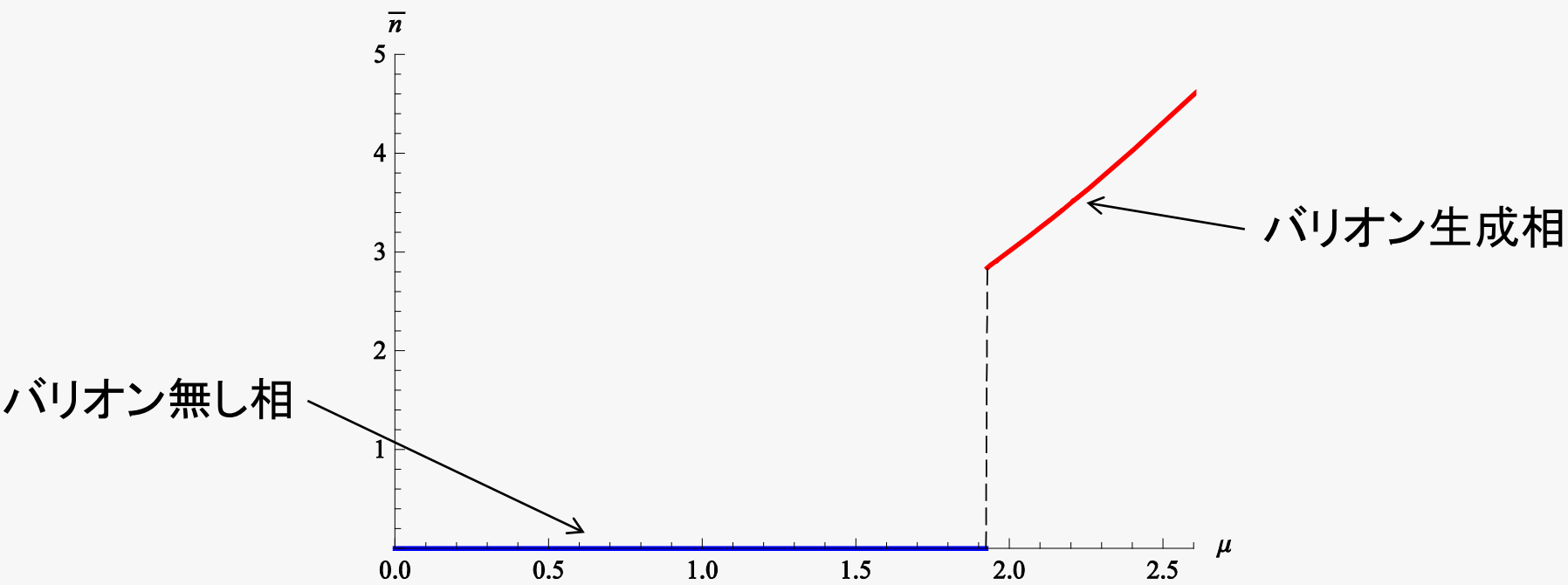
計算する内容

- (1) τ と A_0 に関する運動方程式を解く (D8ブレーンが滑らかになる初期条件を課す)
- (2) 解を作用に代入して各 n に対するエネルギーと A_0 を調べる

ex) $E(n) - E(0) > 0$ ならバリオン無し、 $E(n) - E(0) < 0$ ならバリオン相、 $E(n) - E(0) = 0$ は相転移点

化学ポテンシャルとバリオン数密度

[Ghoroku-Kubo-Tachibana-T.T-Toyoda,
in preparation]



バリオン生成相への一次相転移(気相-液相相転移)が見られた！

Part III

まとめと今後の展望

まとめ

酒井-杉本模型に、インスタントン解としてのバリオンに **dilute gas** 近似を行う事で有限密度系に拡張しました

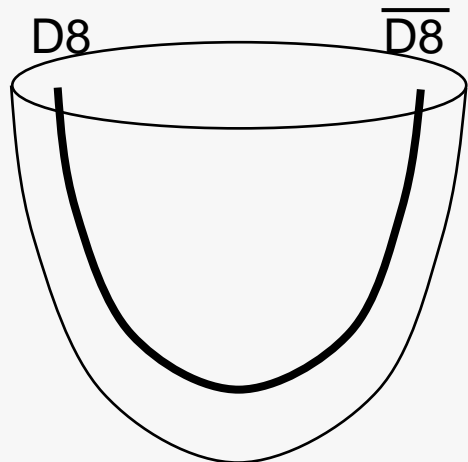
 **バリオンの気相-液相の一次相転移**

今後の展望

- 定量的な比較
- カイラル相転移 (open Willson lineのアプローチ)
- **有限温度系**への拡張
- **DKS模型**などへ他の模型への適用
- **Quarkyonic相**や**カラー超伝導相**??
(dilute gas近似の妥当性あるいは近似の解消)

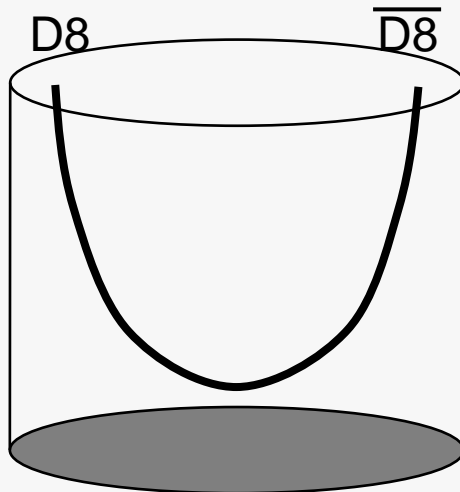
Appendix

例)有限温度系



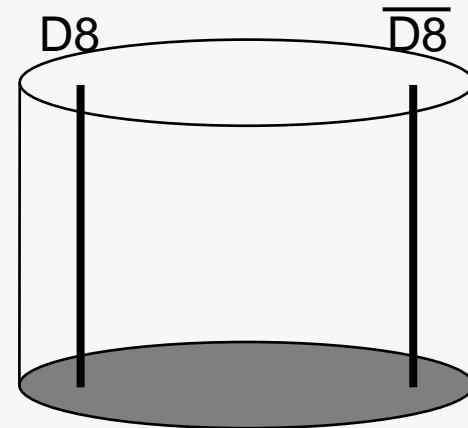
Tがゼロ
(Witten時空)

閉じ込め
カイラル対称性の破れ



Tが小
(Witten-BH時空)

非閉じ込め
カイラル対称性の破れ



Tが大
(Witten-BH時空)

非閉じ込め
カイラル対称性

割りと自然な問 : それでは有限密度の時はどうなっているのか？

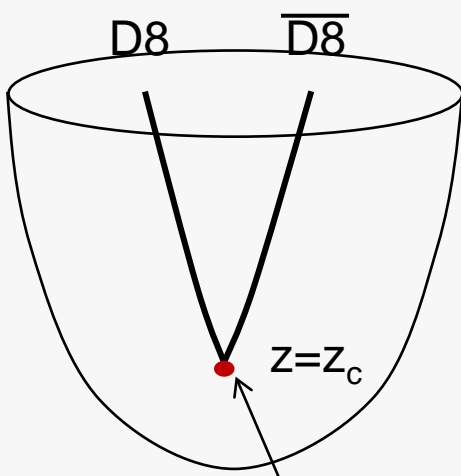
一つの拡張の仕方

[Bergman-Lifschytz-Lippert, hep-th/0708.0326]

S⁴に巻き付いたD4ブレーンとして“点状”のバリオンを導入

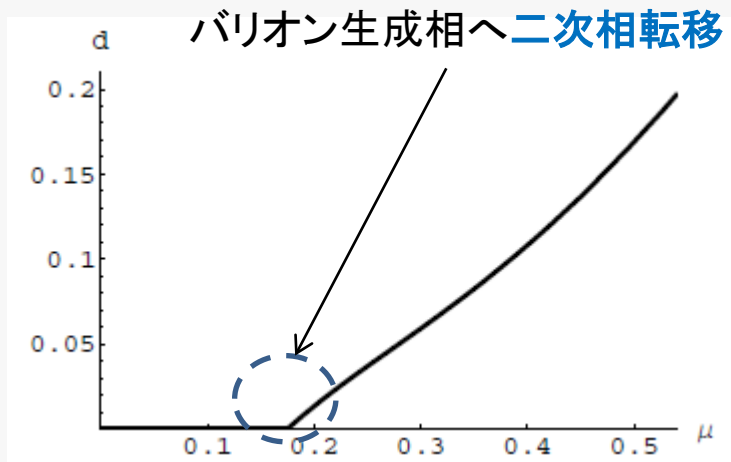
$$trF^2 \propto n\delta(z - z_c)$$

↑
バリオンの個数(平均場近似)



“点状”バリオン

D8ブレーンはカスプを持つ



図はhep-th/0708.0326より

気相-液相相転移のはずなので
期待されている結果と違う(一次相転移が欲しい)

解析方法(1)

作用

$$S = S_{DBI} + S_{CS} = -2\kappa V_3 \int dt dz L_Q$$

$$L_Q = k^{5/6} \sqrt{g(\tau', z) - \left(\frac{27\pi}{2\lambda}\right)^2 A_0'(z)^2 Q_2} - \left(\frac{27}{2}\right)^2 \frac{\pi}{\lambda} A_0(z) n \bar{q}^2$$

$$g(\tau', z) = k^{-1/3} + z^2 \tau'(z)^2$$

$$Q_2 = 1 + \frac{27}{8} n \bar{q}^2 (k^{-1} + g(\tau', z)^{-1})$$

E.O.M

$$\partial_z \left(\frac{A_0'(z) k^{5/6}}{\sqrt{g - \alpha A_0'(z)^2}} Q_2 \right) = \frac{\lambda}{\pi} n \bar{q}^2$$

$$\partial_z \left(\frac{k^{5/6} z^2 \tau'(z)}{\sqrt{g - \alpha A_0'(z)^2}} Q_2 - \frac{27}{4} n \bar{q}^2 k^{5/6} \sqrt{g - \alpha A_0'(z)^2} \frac{z^2 \tau'(z)}{g^2} \right) = 0$$

D_2 : 積分定数

解のansatz (τ が滑らかになる条件)

$$\tau'(z_0) = \infty$$



$$D_2^2 = z^2 \left(\alpha \tilde{d}^2 + \left(1 + \frac{27}{8} n \bar{q}^2 k^{-1} \right)^2 k^{5/3} \right) \Big|_{z=z_0}$$

解析方法(2)

滑らかなD8ブレーン解(U-shape解)に課す条件
(境界の場の理論を変えないための条件)

$$\tau(\infty) = \text{const.} \quad \dots \quad (*)$$

τ の底の位置 : $z=z_0$

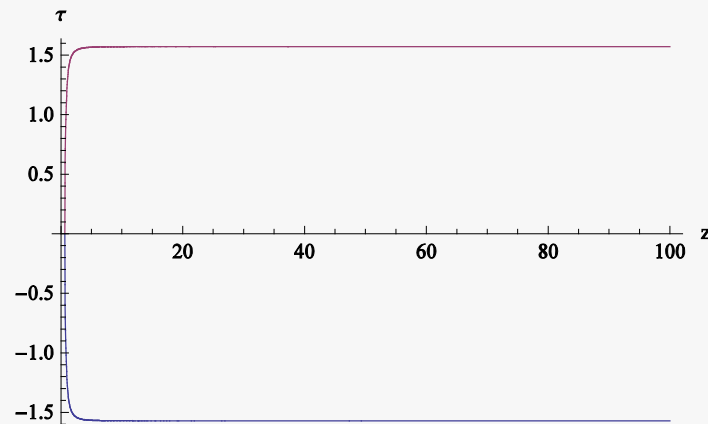
ex) $z=z_0$ かつ $n=0$ のときは

$$\tau(\infty) = \frac{\pi}{2} \quad (\tau \text{ の周期は } 2\pi \text{ なのでD8とD8は向かい合っている})$$

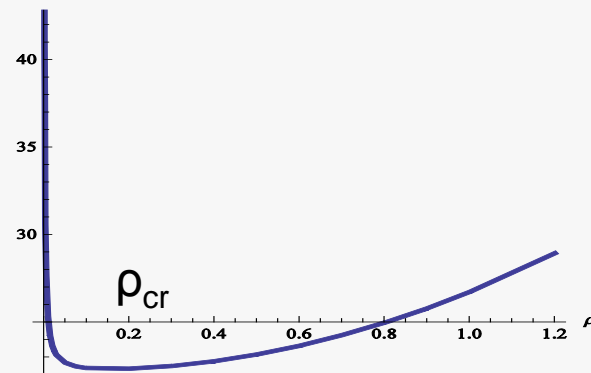
インプットパラメタ : (z_0, n, ρ)

※変分原理を満たすように ρ に関して
エネルギーが極値となる ρ_{cr} を探す。

※条件(*)を満たす $(z_0, n, \rho_{\text{cr}})$ の組み
合わせは一意に決まる。



$E(n=0.0001, z_0=0.001) - E(0,0)$



解析方法(3)

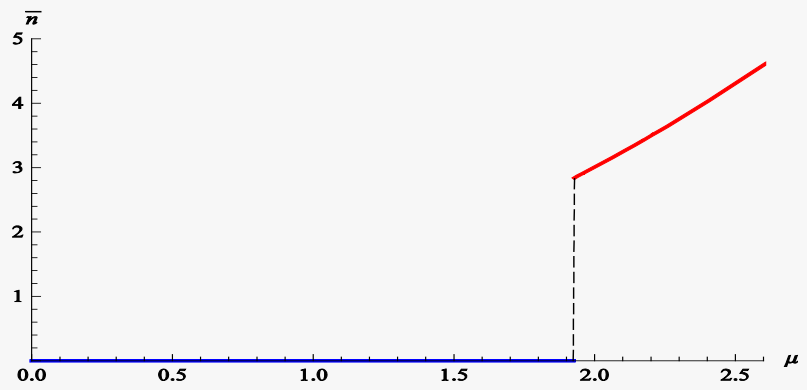
(z_0, n, ρ_{cr}) が決まれば系のエネルギー $E(n)$ が求まる。

- (A) $E(n)-E(0)>0$ ならバリオン無し
- (B) $E(n)-E(0)<0$ ならバリオン相
- (C) $E(n)-E(0)=0$ は相転移点

バリオン相での解 A_0 の振る舞いから化学ポテンシャルとバリオン数密度を決める

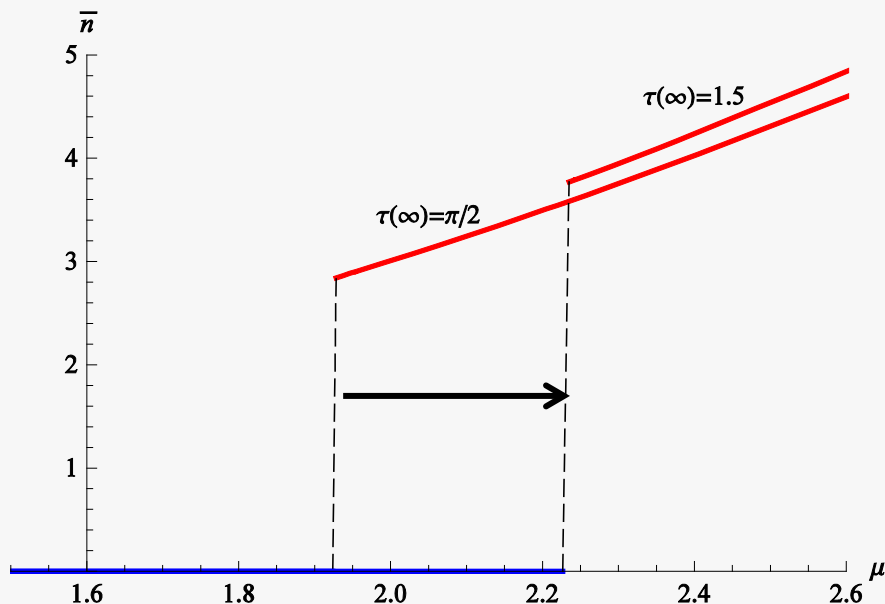
$$A_0(z) = \mu + \frac{n}{z} + \dots \quad (z \rightarrow \infty)$$

結果(1)



結果(2)

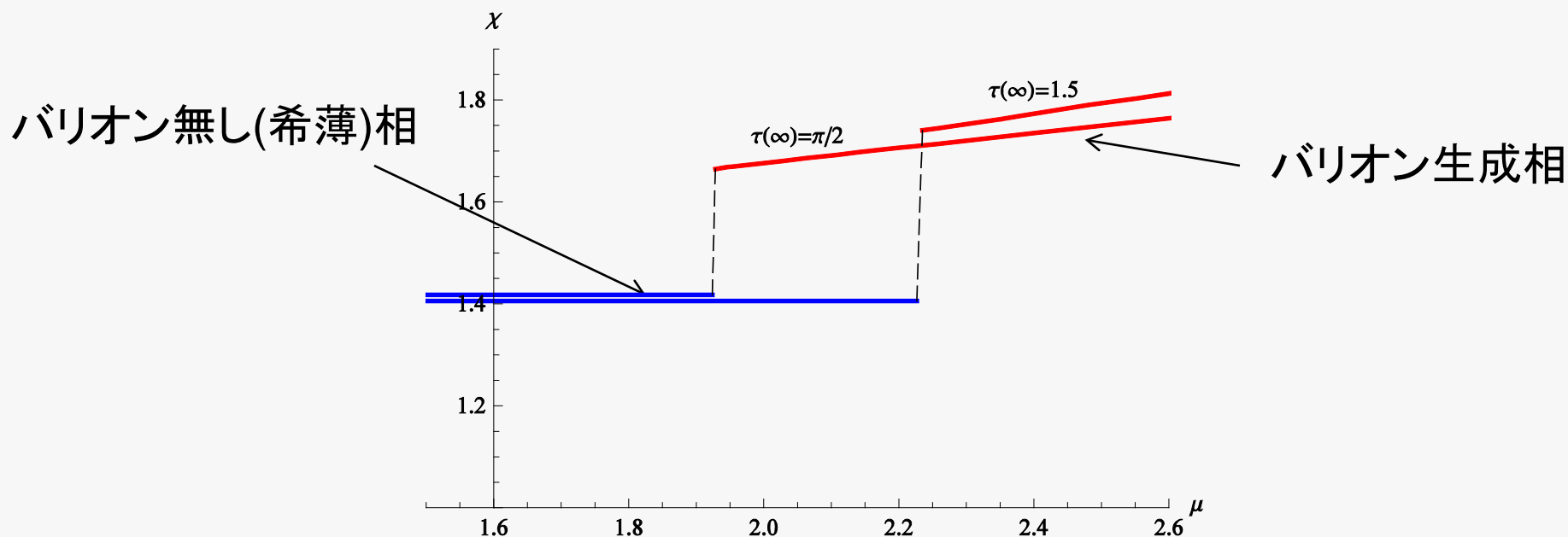
$\tau(\infty) < \frac{\pi}{2}$ の場合



理論のZ₂対称性を破ったためバリオンの質量が重くなった？

化学ポテンシャルとカイラル凝縮 [preliminary]

[Ghoroku-Kubo-Tachibana-T.T-Toyoda,
in preparation]



一次相転移が見られるが、高密度でカイラル凝縮は増えていく...
(定義が悪い? regularizationの仕方で解消?)