

Bose凝縮体ソリトン束縛状態と輻射成分との 運動量空間における干渉について

arXiv:1203.5907 [cond-mat.quant-gas] (to appear in JPSJ)

峰 真如（早大本庄学院）

共同研究者

藤嶋 浩史（キヤノン光技研）

奥村 雅彦（原子力機構システム計算科学センター, 理研）

矢嶋 徹（宇都宮大学）

- ・物理系としてのBEC
- ・NLSEソリトンモデル実現の場として着目
- ・数値計算
- ・実験面から
- ・まとめ

中性原子 Bose-Einstein凝縮 (BEC)

物理系

トラップポテンシャル

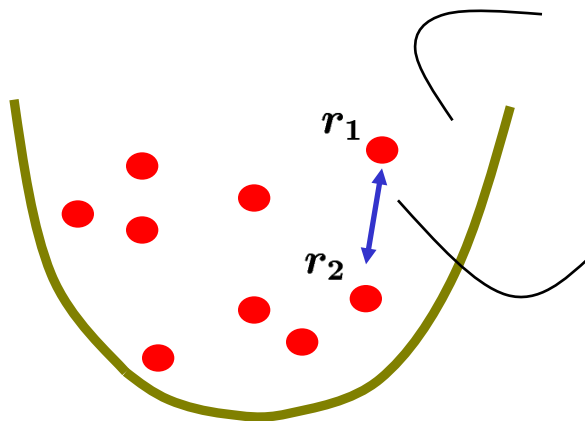
$$V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

原子間ポテンシャル

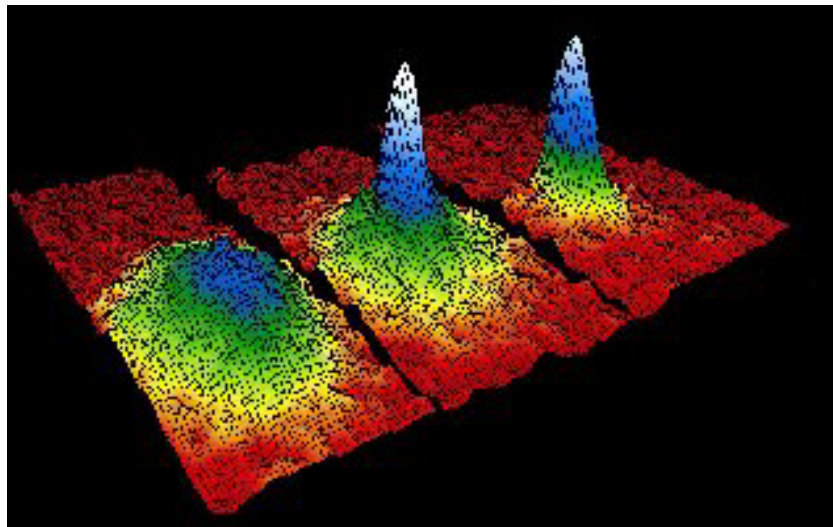
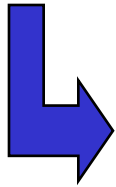
$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = g\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

$$na^3 \ll 1$$

n : 粒子数密度
 a : 散乱長



冷却



高温



低温

中性原子BECの特徴

- Rb, Na などのアルカリ原子が主
- 粒子数: $10^3 \sim 10^6$ 以上
- 大きさ: $\sim \mu\text{m}$
- 転移温度: $\sim \mu\text{K}$

<http://spot.colorado.edu/~cwieman/>

基礎理論のテストの場としてのBEC

BEC系の利点

- ・相互作用が小さい
- ・制御可能性に富む(トラップ、温度、相互作用の大きさ)



検証

- ・非平衡理論
- ・有限温度の場の理論
- ・量子力学基礎論
- ・量子情報理論
- ・etc...

さらに...

「並進対称性がないシステムでの物理」というチャレンジ

有限温度への拡張... 今後(平均場近似)

非線形Schrödinger方程式 (NLSE)

$\psi = \psi(x, t)$ に対して

$$i\psi_t = -\frac{1}{2}\psi_{xx} - |\psi|^2\psi$$

NLSEが現れる物理系の例:

- ・光ファイバー通信
- ・中性原子BEC系

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - g_{1D}|\psi|^2\psi$$

非線形Schrödinger方程式 (NLSE)

$$i\psi_t = -\frac{1}{2}\psi_{xx} - |\psi|^2\psi \quad \text{の性質}$$

1. M - ソリトン束縛状態の存在

$$\psi(x, 0) = M \operatorname{sech}(x), \quad M \text{ は正の整数}$$

2. M - ソリトン束縛状態からずれた初期状態の場合

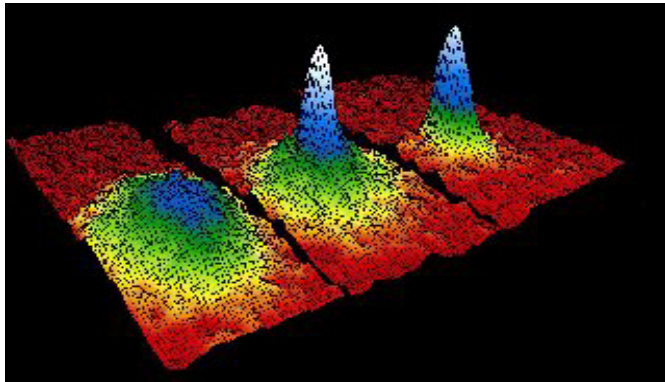
(ある条件のもとで)

ソリトン束縛状態 + “radiation”

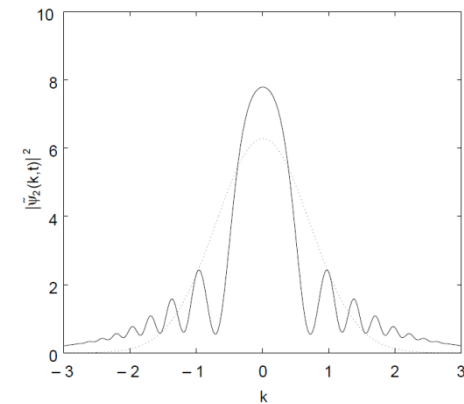
J. Satsuma and N. Yajima:
Prog. Theor. Phys. Suppl.
55 (1974) 284.

いまだ観測されたことがない
(“radiation” が小振幅なため)

BEC系
→運動量分布が見られる
(Time of Flight 法)



Soliton と “radiation” は
運動量空間で干渉パターンを
示す (本講演で示す)



- ・BEC系で運動量分布を見たときに干渉パターンを見ることで “radiation” を間接的にみる
- ・実験で実現可能なパラメータを示す

ソリトン解と非ソリトン解

非線形Schrödinger方程式 (NLSE)

$$i\psi_t = -\frac{1}{2}\psi_{xx} - |\psi|^2\psi$$

○ $\psi_1(x, 0) = 2\text{sech}(x)$: 2ソリトン解

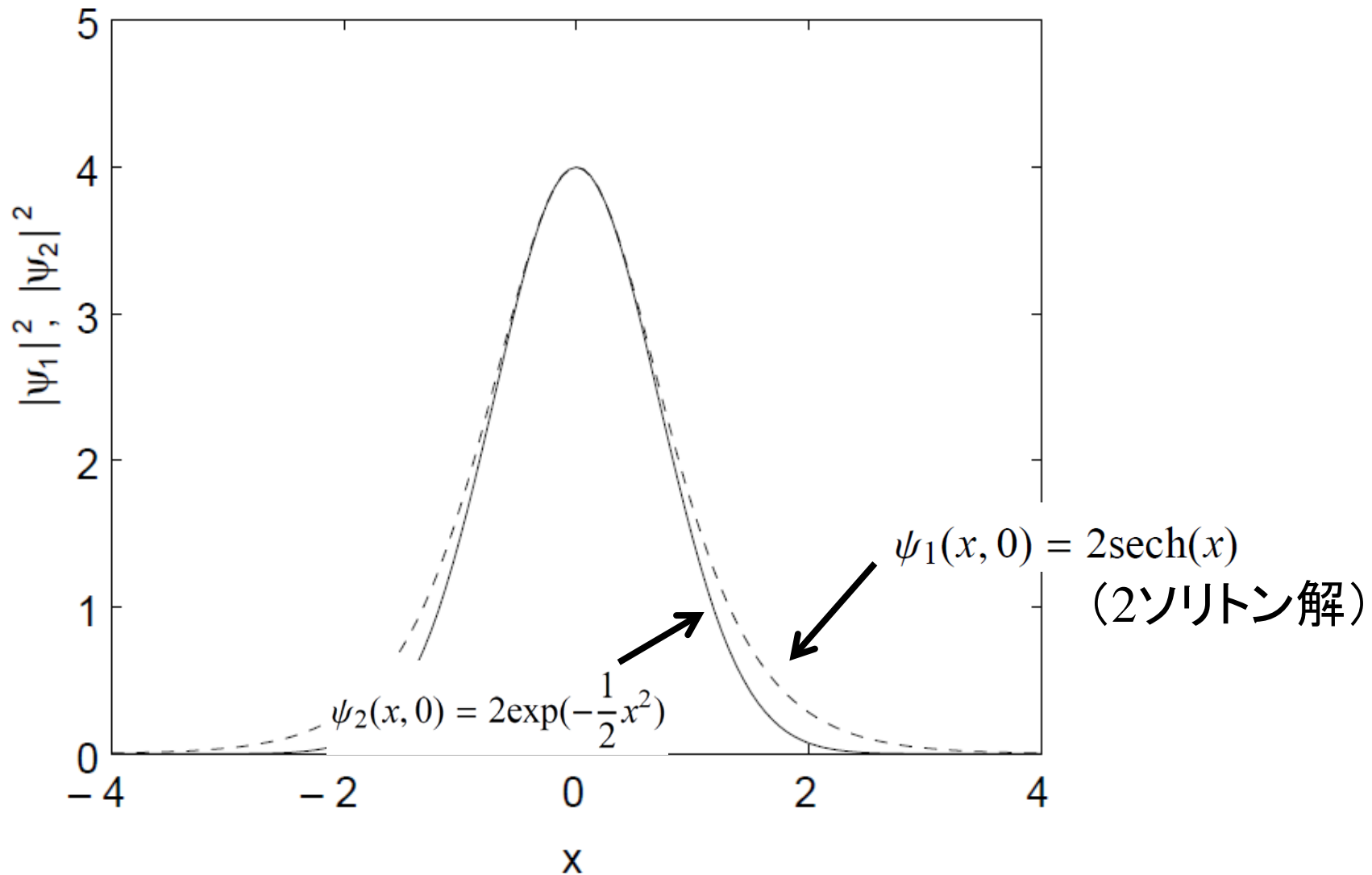
→
$$\psi_1(x, t) = 4\exp\left(-\frac{it}{2}\right) \frac{\cosh(3x) + 3\exp(-4it)\cosh(x)}{\cosh(4x) + 4\cosh(2x) + 3\cos(4t)}$$

○ $\psi_2(x, 0) = 2\exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$: 非ソリトン解

→ 数値計算

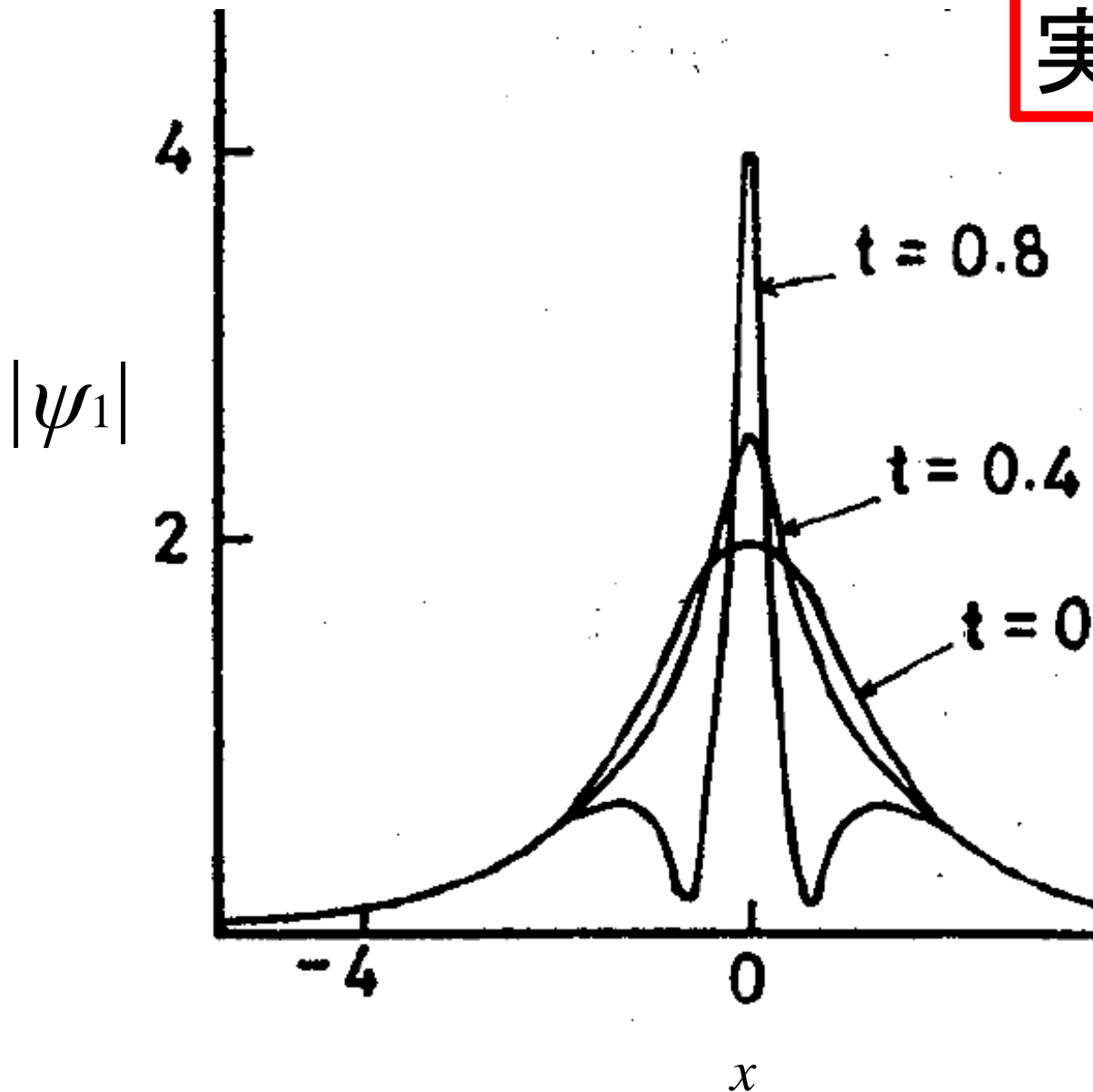
2つの初期状態

実空間



ソリトン解 $\psi_1(x, 0) = 2\text{sech}(x)$ の時間発展

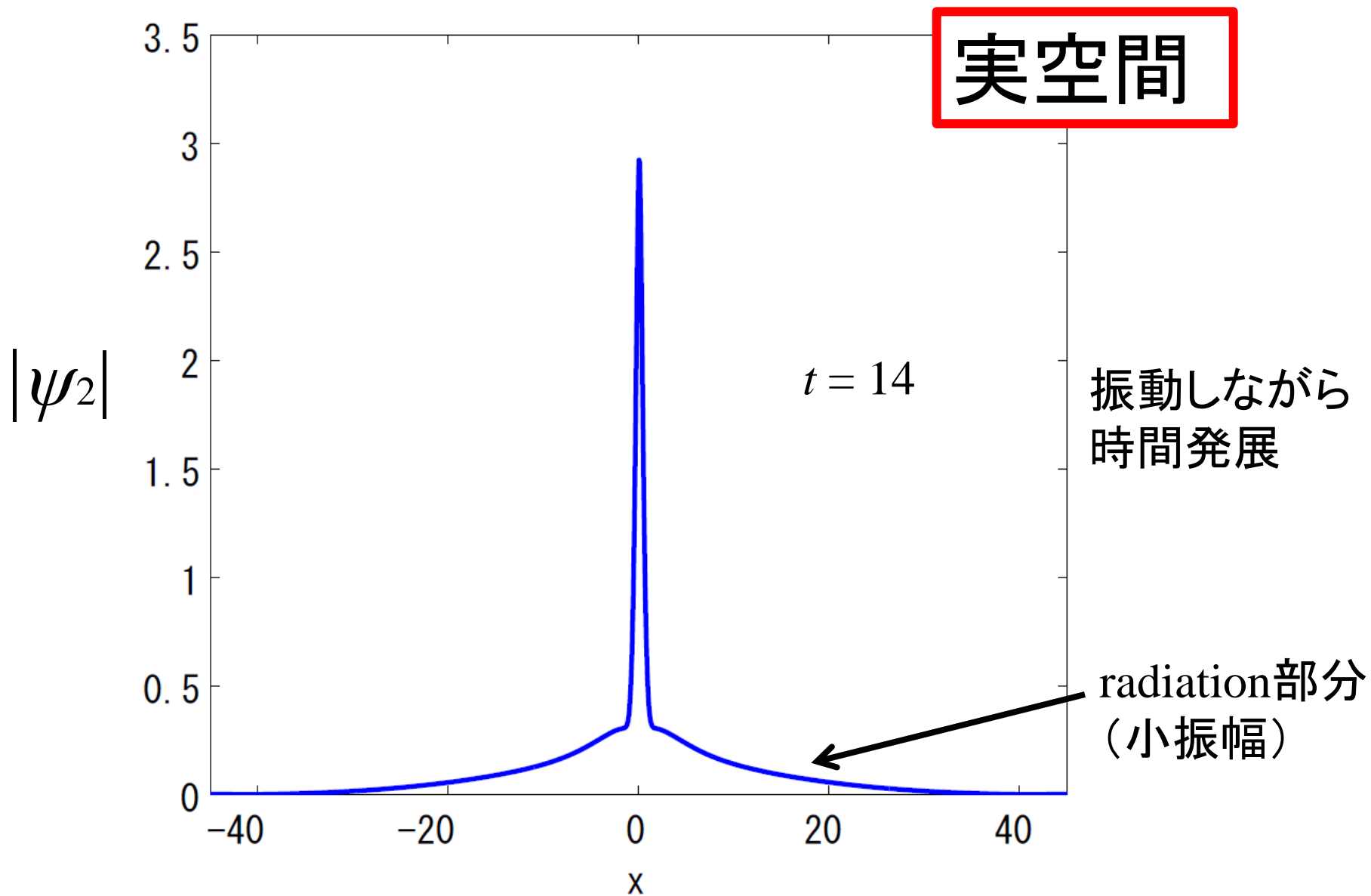
実空間



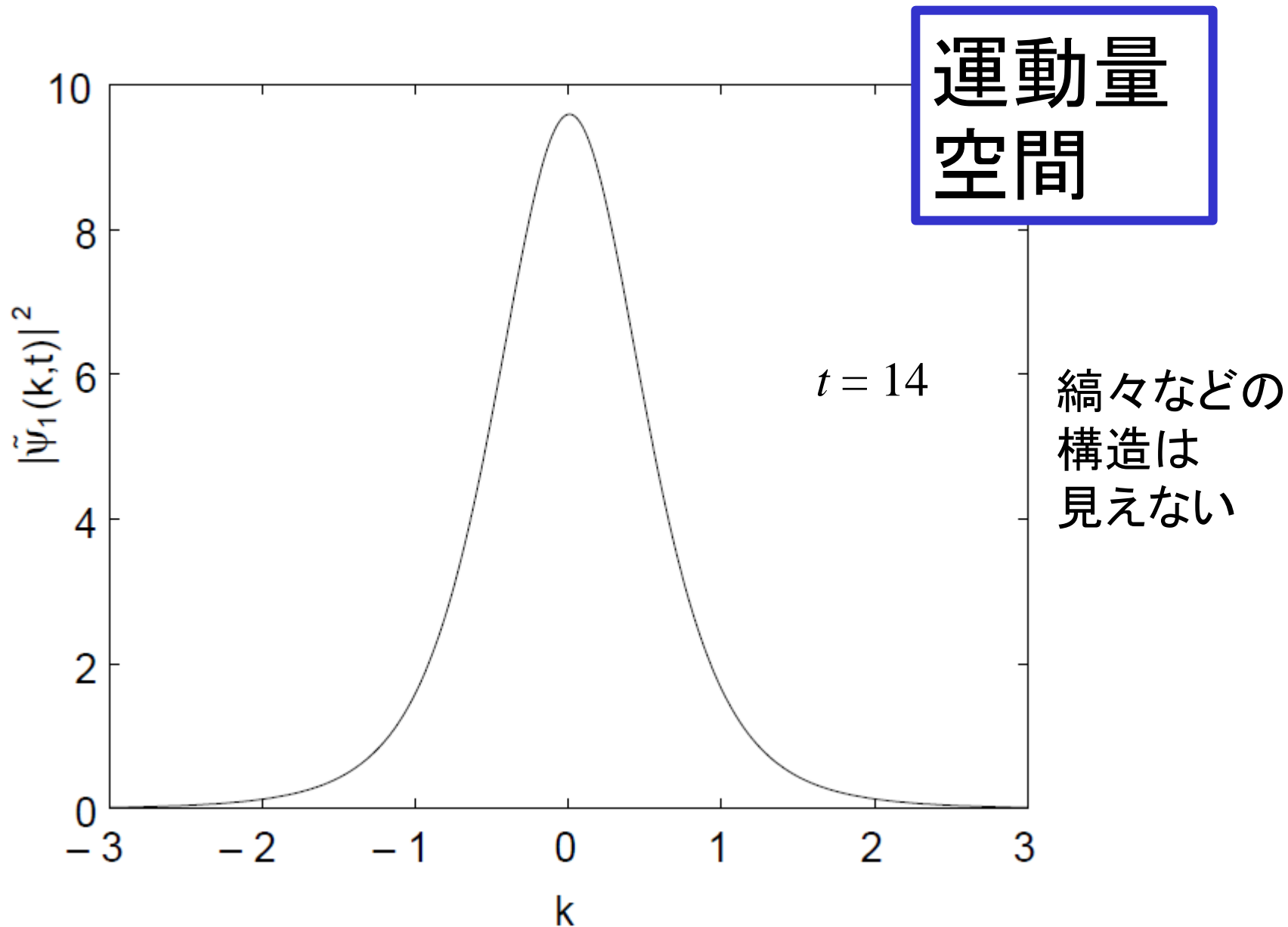
振動しながら
時間発展

J. Satsuma and N. Yajima:
Prog. Theor. Phys. Suppl.
55 (1974) 284.

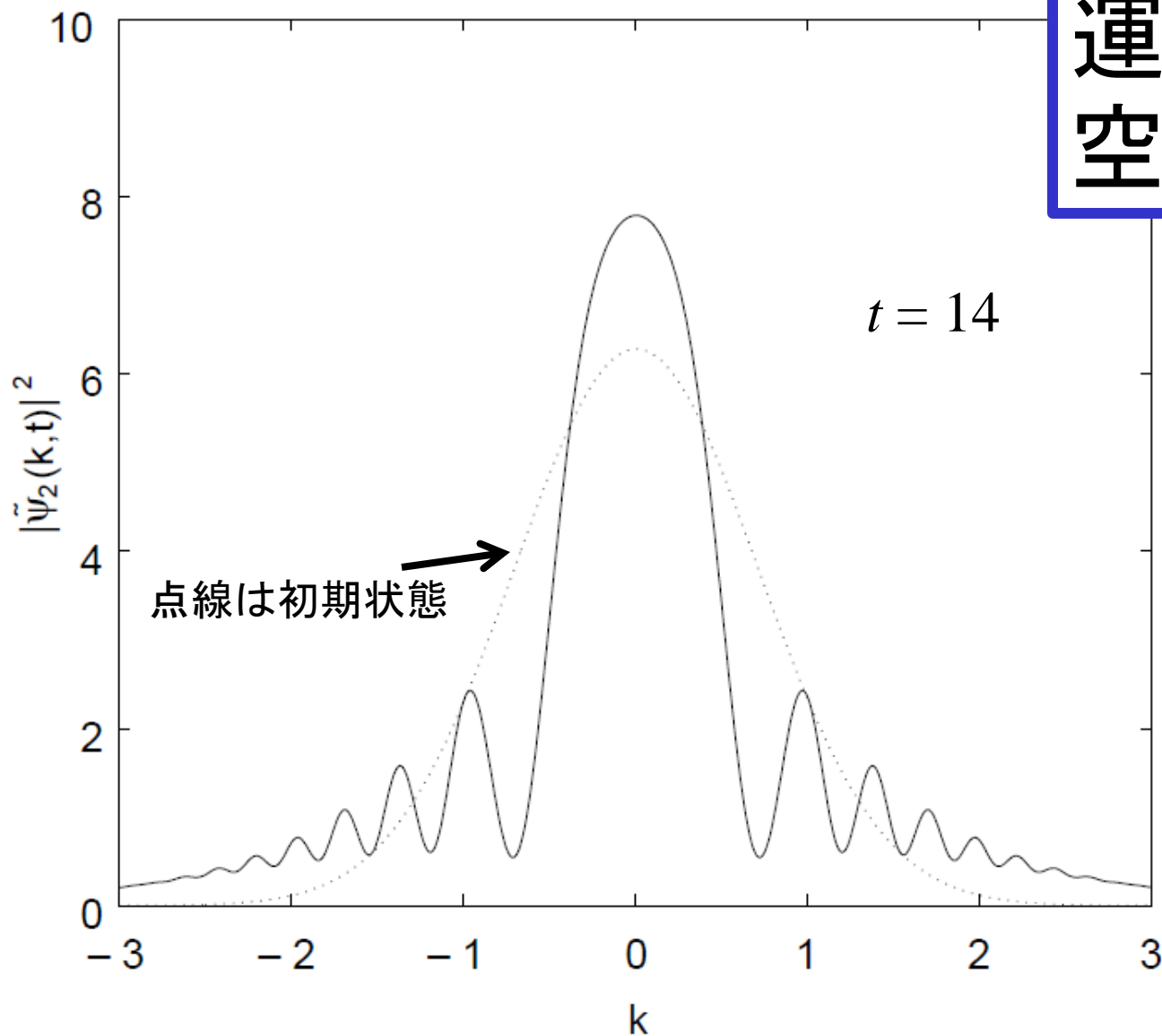
非ソリトン解 $\psi_2(x, 0) = 2\exp(-\frac{1}{2}x^2)$ の時間発展



ソリトン解 $\psi_1(x, 0) = 2\text{sech}(x)$ の時間発展



非ソリトン解 $\psi_2(x, 0) = 2\exp(-\frac{1}{2}x^2)$ の時間発展



干渉縞が
見える

↑
これをTOF法で
見ればよい

定性的な説明

縞々の構造 → Soliton と radiation との干渉縞と考えられる

実際に

$$\psi_{\text{sol}}(x, t) = e^{-\frac{1}{2}x^2} (3 + \cos(4t))$$

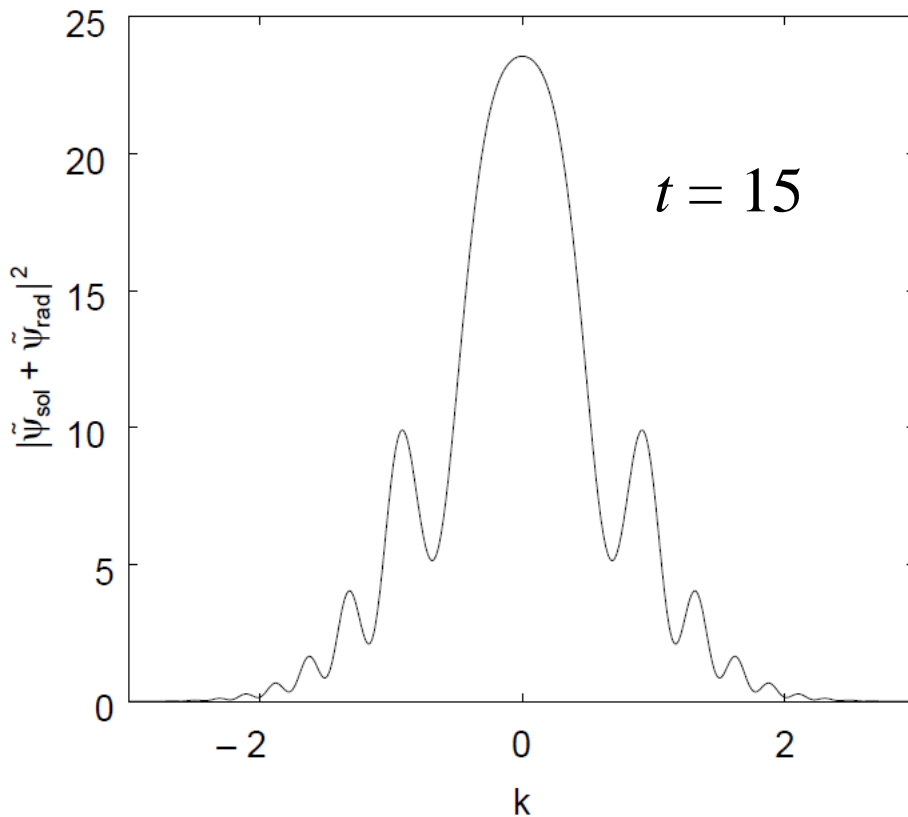
$$\psi_{\text{rad}}(x, t) = \int \tilde{f}(k) e^{-\frac{i}{2}k^2 t} e^{ikx} dk$$

としたとき

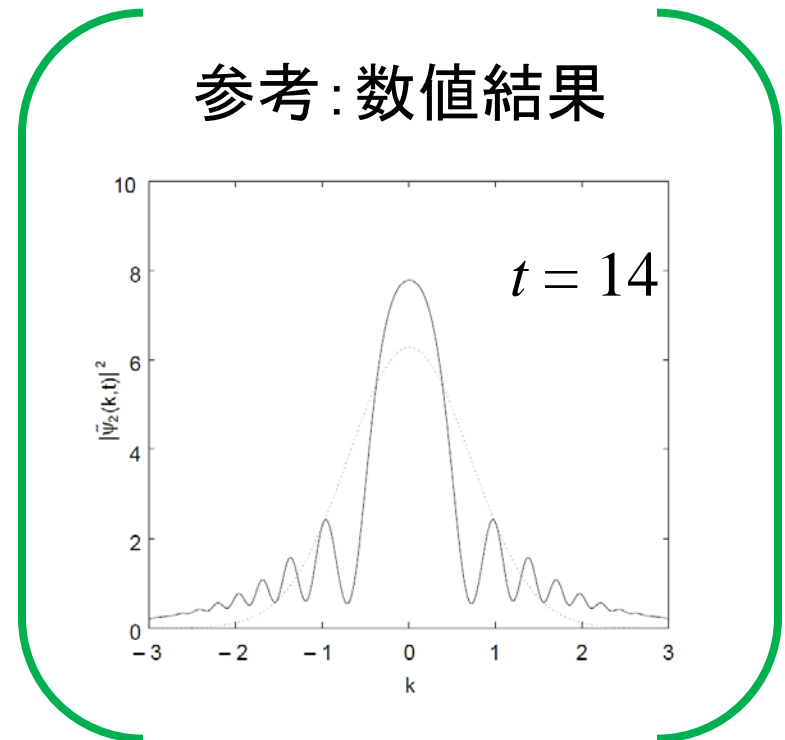
$$\begin{aligned} & |\tilde{\psi}_{\text{sol}} + \tilde{\psi}_{\text{rad}}|^2 \\ &= (3 + \cos(4t))^2 e^{-k^2} + \tilde{f}^2(k) \\ &\quad + 2(3 + \cos(4t)) \tilde{f}(k) e^{-\frac{1}{2}k^2} \cos\left(\frac{1}{2}k^2 t\right) \end{aligned}$$

k 空間での振動！

$$|\tilde{\psi}_{\text{sol}} + \tilde{\psi}_{\text{rad}}|^2 = (3 + \cos(4t))^2 e^{-k^2} + \tilde{f}^2(k) + 2(3 + \cos(4t))\tilde{f}(k)e^{-\frac{1}{2}k^2} \cos\left(\frac{1}{2}k^2 t\right)$$



$\tilde{f}(k)$ は $e^{-\frac{1}{2}k^2}$ とした



初期状態の用意 (BEC 実験面から)

$$\psi_2(x, 0) = 2\exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$$



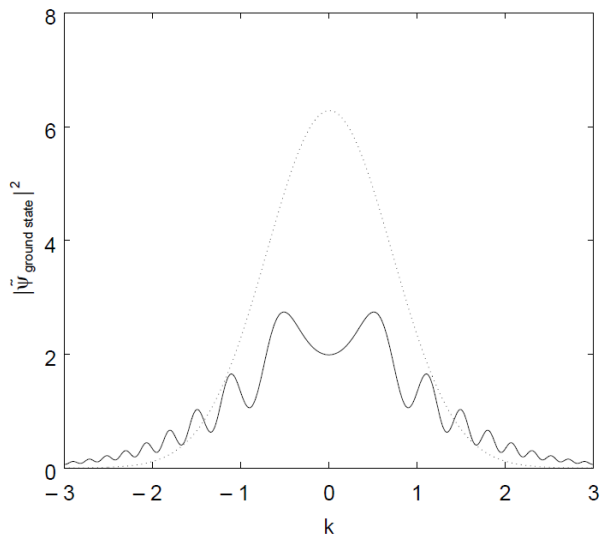
- 粒子間相互作用なし
- quadratic trap

として準備 (そのあと相互作用)



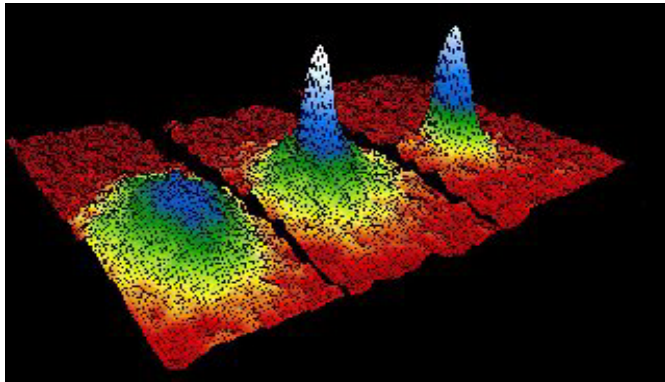
- 粒子間相互作用あり
- quadratic trap

の基底状態として準備しても...

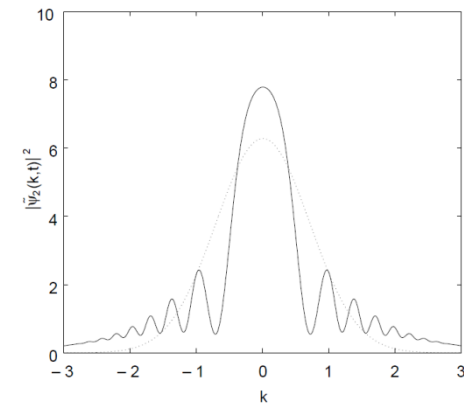


干渉縞は出現する

BEC系
→運動量分布が見られる
(Time of Flight 法)



Soliton と “radiation” は
運動量空間で干渉パターンを
示す



観測

〔実験パラメータに関する詳細な議論は以下:〕

Fujishima, et al., arXiv:1203.5907 [cond-mat.quant-gas]
(to appear in JPSJ)