

# 非平衡相転移・非平衡臨界点の AdS/CFT 対応による解析<sup>1</sup>

京都大学大学院理学研究科 中村 真

E-mail: nakamura@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

## Introduction

非平衡統計物理学は現代物理学のフロンティアの一つである。特に、平衡から離れた線形応答領域を超えた系の記述に関しては、まだ未知の部分が多い。本研究では、保存電荷の非線形伝導という非平衡物理学の問題に AdS/CFT 対応を応用し、非平衡系のみで観測される非平衡相転移および非平衡臨界点で、新しいタイプのもを発見した [1]。本稿では結果の概要を報告する。

AdS/CFT 対応とは、あるクラスの強結合量子ゲージ理論を古典重力理論にマップする枠組みである。この対応を用いると、ゲージ理論側の非摂動的解析を重力理論を用いて行うことが可能となり、QCD や物性系への応用に向けた研究がなされている。特に、物性物理学への応用上注目すべき点は、多自由度系の扱いが簡略化され得る点であろう。AdS/CFT 対応を用いてゲージ粒子の多自由度系を重力理論にマップすると、巨視的物理量の従う関係式が、重力理論の古典力学の結果として容易に得られる場合がある。また重力理論という異なる描像に移ることで、統計系に対する新たな視点が得られる場合もある。本研究では、このような AdS/CFT 対応の特徴を、平衡から離れたゲージ粒子系の解析に応用する。

非平衡系は大きく二つに分類することが出来る。一つは時間に依存する系であり、もう一つは非平衡だが時間には依存しない非平衡定常系である。扱いやすさの観点から、ここでは非平衡定常系の物理学について考える。非平衡定常系の代表的な例としては、電場と平行な方向に定常電流の流れる系（例えばヒーターなど）がある。ここではこの系を「着目系」と呼ぶ。着目系では定常電流により絶えず熱が生成されており、非平衡にドライブされている。このままでは着目系を定常に保つことはできないが、熱生成と同じ割合で熱を外部環境（熱浴）に逃がすことで熱の収支をバランスさせると、マクロ変数が時間変化しない非平衡定常状態を実現することができる。熱浴の自由度、つまり熱浴の比熱は十分大きくとり、着目系からの熱流入に関わらず熱浴の温度は一定値を保つものとする。

このようにして実現される電流駆動型の非平衡定常系において、着目系にかかる電場 ( $E$ ) の値を電流密度 ( $J$ ) の関数として調べた場合、どのような振る舞いが見られるだろうか。  $J$  や  $E$  が十分微小な領域では、電気伝導度 ( $\sigma = J/E$ ) は  $E$  や  $J$  によらない定数であり、線形応答理論により記述される。しかし、線形応答領域を超えると  $\sigma$  は定数ではなくなり、系によっては非常に豊かな振る舞いをする。本研究では、下記で述べるゲージ理論系について、保存電荷の非線形電気伝導度の振る舞いを解析し、着目系が示す非平衡相転移について AdS/CFT 対応を用いて調べた。

## 微視的理論

ここでは、AdS/CFT 対応の成立が詳細に調べられている「3+1 次元強結合 large- $N_c$   $SU(N_c)$   $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論に  $\mathcal{N} = 2$  ハイパー多重項を加えた理論の強結合極限」(この系は非閉じ込め相にある) を扱うことにする。大雑把には、「 $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論」の部分は QCD のグルーオン自由度に、「 $\mathcal{N} = 2$  ハイパー多重項」はクォーク・反クォークの自由度に対応する。さらに物性系とのアナロジーを用いれば、この「グルーオン」は物性系のフォノンに、「クォーク・反

<sup>1</sup>本研究は科学研究費・挑戦的萌芽研究「AdS/CFT 対応による非平衡定常物理学への新アプローチ」(課題番号 23654132、研究代表者：中村真)および科学研究費・新学術領域研究「多彩なフレーバーで探る新しいハドロン存在形態の包括的研究」(領域番号 2104、研究代表者：飯嶋 徹)の補助を受けて行われた。

クォーク」は物性系における電子と正孔に例えることができる。ここで考える「電流」は、系の保存電荷であるクォーク電荷の電流であり、「電場」とはクォーク電荷に作用する外力である。

この系での着目系はクォーク系 ( $N = 2$  ハイパー多重項のなす部分系) であり、グルーオン系 ( $N = 4$  超対称ゲージ理論のなす部分系) は熱浴の役割を果たす。なぜならば、非閉じ込め相ではグルーオン系の自由度がクォーク系の自由度の  $O(N_c)$  倍となるため、large- $N_c$  の極限で、グルーオン系の自由度はクォーク系のそれを凌駕し、グルーオン系の比熱は無量大であるとして良い。このためグルーオン系はクォーク系に対する良い熱浴として振る舞い、電流が生成する熱を吸収する。この理論は AdS/CFT 対応を用いて保存電荷 (ここではクォーク電荷) の非線形伝導度が計算可能な、最も単純な理論の一つである。

このような超対称ゲージ理論のクォーク電荷の伝導を調べることは、現実的ではないと感じる読者もおられるかも知れない。しかし、必ずしもそうではないと筆者は考えている。本研究で問題としているのは、「熱浴と相互作用した、強相関する荷電粒子の多体系」が示す巨視的な非線形・非平衡現象であり、伝導度の値などの具体的な物性値の計算が目的ではない。むしろ、系の微視的な詳細によらず成立する統計的な振る舞いを、非平衡定常系において見出すのが目的である。系の微視的な詳細によらず、広い範囲の系において共通に成立することが期待できる現象の一つに相転移現象がある。そのためここでは非平衡系の相転移に主眼をおく。

このような考えのもと、本研究では、この理論のクォーク電荷に作用する外部電場を  $E$ 、クォーク電荷の電流密度を  $J$  として、この系が示す電気伝導度  $\sigma$  の振る舞いを非線形領域において調べた。なお、単位系としては自然単位系を用い、計算に現れる係数を単純化するために、理論の 't Hooft 結合は、 $(2\pi)^2/2$ 、 $N_c = 40$ 、また current quark 質量は 1 とした。これらの具体的な値は便宜上の選択であり、結果として着目するのは以下で見られる相転移の振る舞いと臨界現象である。

## 結果と展望

図 1 は得られた  $J$ - $E$  曲線と、その熱浴の温度  $T$  への依存性の例を示す。ここで、非平衡系であるため着目系に温度の概念があるかどうかは問わず、「温度」とは熱浴の温度を指すことにする。 $T < T_c$  では、微分伝導度  $\partial J/\partial E$  が負の領域から正の領域へとスムーズに変化するクロスオーバー (A) となっているが、 $T > T_c$  では  $J$  の増大により微分伝導度の値 (および符号) が C、D において不連続な飛びを示す。ここでは電気伝導度  $\sigma = J/E$  も不連続に変化する。また  $T = T_c$  では  $\sigma$  は連続的に変化するが、微分伝導度は B において低電流密度側で発散し、不連続な振る舞いを示す。いずれも  $J \cdot E > 0$  の非平衡状態で見られる現象であり、 $T = T_c$  の B での振る舞いを非平衡二次相転移 (転移が見られる点を非平衡臨界点)、 $T > T_c$  での C、D での振る舞いを非平衡一次相転移と呼ぶことにする。転移点は、重力側の古典 Hamiltonian の大小により決定した [1]。

図 2 はこれらの非平衡相転移に関連する相図である。NDC は負の微分伝導度、PDC は正の微分伝導度の領域を表す。実線は非平衡一次相転移を表し、実線の端点に非平衡臨界点 (CP) が位置している。横軸は密度等の平衡系の物理量ではなく、非平衡系で本質的な電流密度となっていることに注意されたい。

また、非平衡臨界点で見られる臨界現象の例を図 3 および図 4 で示す。図 2 の相図は、非平衡系のものである点を除けば、相構造は平衡系の気体・液体相転移や金属・絶縁体間の Mott 転移に類似している。そこでこれらの平衡相転移の場合を参考に、我々の非平衡相転移における臨界指数を以下のように定義する：

$$\sigma_{\text{PDC}} - \sigma_{\text{NDC}} \propto |T - T_c|^\beta, \quad (\sigma - \sigma_c)|_{T=T_c} \propto |J - J_c|^{1/\tilde{\delta}} \quad (\text{for } J > J_c). \quad (1)$$

ここで  $\beta$  の定義式の左辺は一次相転移線上に沿った伝導度の飛びを表し、 $\tilde{\delta}$  の定義式は  $T = T_c$  の線上で、臨界点を与える電流密度  $J = J_c$  に向かって  $J > J_c$  側から近づいた際の伝導度の振る舞

い(ただし、臨界点での電気伝導度を  $\sigma_c$  とする)を表現している。これらは平衡相転移の場合の臨界指数  $\beta$ 、 $\delta$  に類似しているが、特にここでの  $\tilde{\delta}$  は電流密度という本質的に非平衡系の物理量を用いて定義されている。図3および図4ではいずれも数値誤差の範囲でスケーリングが確認でき、臨界現象の存在を示している。

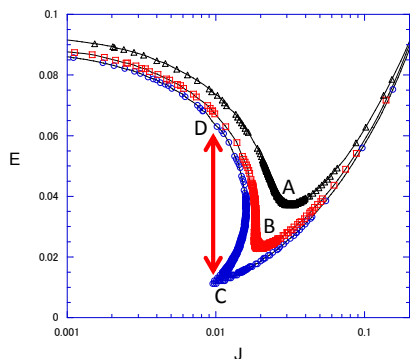


図 1:  $J$ - $E$  特性。三角:  $T = 0.34337 < T_c$ 、四角:  $T = 0.34365 \equiv T_c$ 、丸:  $T = 0.34379 > T_c$ 。

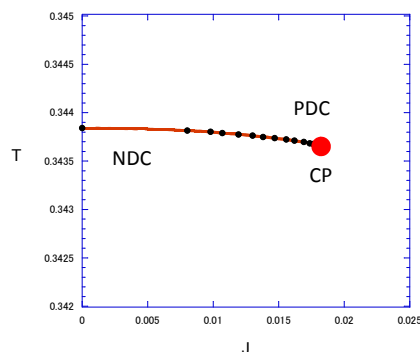


図 2: 非平衡相転移の相図。

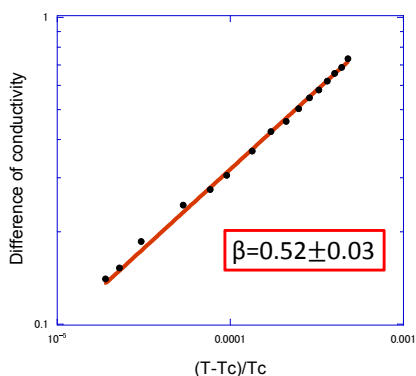


図 3: 臨界指数  $\beta$ 。

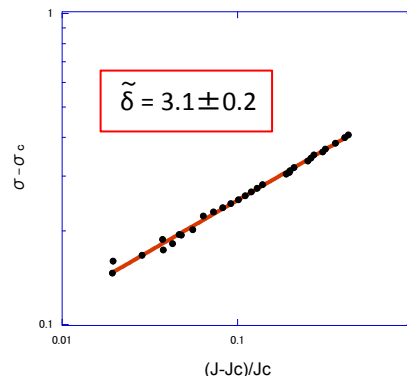


図 4: 臨界指数  $\tilde{\delta}$ 。

非平衡相転移・非平衡臨界点そのものは以前から知られていたが、ここで見られたような電流密度をコントロールパラメータとする電流駆動型での非平衡相転移・非平衡臨界点は筆者が調べた範囲では理論的にも実験的にも知られていない。このように AdS/CFT 対応は、平衡から離れた多自由度系の巨視的な振る舞いについて、少なくとも計算可能な枠組みの例を提供し、未知の領域における新奇現象の理論的探索を可能にする。この枠組みを利用することで、従来手法とは異なる新しい視点からの非平衡物理学の研究が可能となることが期待される。なお、紙数の都合で計算手法やフォーマリズムの詳細を述べる事が出来なかった。詳細は文献 [1] や、そこで引用されている文献を参考にして頂きたいが、この記事を読まれて興味を持たれた方々は遠慮なくコンタクト頂ければ幸いです。

参考文献：

[1] S. Nakamura, "Nonequilibrium Phase Transitions and a Nonequilibrium Critical Point from Anti-de Sitter Space and Conformal Field Theory Correspondence," Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 120602, arXiv:1204.1971 [hep-th].