# A holographic multi-baryon system by dilute gas approximation

九州大学 理学府 素粒子理論研究室 田港 朝貴
E-mail: taminato@higgs.phys.kyushu-u.ac.jp

## 1　はじめに

有限密度系での QCD の振る舞いは、閉じ込め/非閉じ込め相転移やカイラル対称性の回復といった高温領域で示唆される相転移のみならず、バリオンの気/液相転移やカラー超伝導相といった多彩な相構造を持つ事が期待されている。しかしその一方で、有限密度系を格子 QCD を用いて第一原理的に解析しようとした場合、いわゆる符号問題のためその実行が非常に困難であり、有限密度における QCD 相構造の詳細は未だ謎に包まれている。

近年、超弦理論で予想されている AdS/CFT 対応あるいはゲージ/重力対応により、ある種の強結合ゲージ理論の微視的な振る舞いを重力理論や超弦理論の解析力学に置き換えて解析する事が可能となり、ハドロン物理や物性物理などへの応用が数多くなされている。

酒井-杉本模型 [1] は、ある空間 1 方向が $S^1$ コンパクト化している $N_c$ 枚重なった D4 ブレーン*によって与えられる曲がった背景時空上に、$N_f$ 枚重なった D8/反 D8 ブレーンを埋め込む事で構成される、ゲージ/重力対応の一つの模型である。酒井-杉本模型は QCD の低エネルギー領域におけるカラーの閉じ込めとカイラル対称性の自発的破れを実現しており、さらに、メソンの質量を 2 個のパラメタを与える事で準定量的に導く事が出来る。このように酒井-杉本模型を用いる事により、カラーの数がラージ $N_c$ と実際の QCD とは異なるにも関わらず、数多くのハドロンの非摂動的振る舞いが D ブレーンの有効作用の運動方程式を解く事で与えられる。

さらに、酒井-杉本模型は有限温度系や有限密度系への拡張も可能である。特に、有限温度系への拡張による解析では、QGP の物理やクォークの閉じ込め/非閉じ込め相転移、カイラル対称性、meson melting などが議論されている。ところがその一方で、有限密度系への十分満足のいく拡張は未だ成されていないようである。

本稿では、ゲージ/重力対応の観点から、有限密度 QCD に対する一つの模型を提案する。我々は、インスタントンの dilute gas 近似という一種の平均場近似を行う事でバリオン数密度を導入する。以下では、この dilute gas 近似模型を紹介し、模型が定性的に有効である事をハドロン相内で示唆されるバリオンの気/液相転移を見る事で確かめたいと思う。

## 2　Dilute gas 近似を用いた有限密度ホログラフィック QCD

酒井杉本模型では主に、$N_c$ 枚重なった D4 ブレーン解が作る背景時空上に埋め込んだ $N_f$ 枚 D8/$\overline{\text{D8}}$ ブレーンのダイナミクスを解析する。D8/$\overline{\text{D8}}$ ブレーンの induced metric は次のように与えられる†。

$$ds_8^2 = \frac{\lambda l_s^2}{3}\left(\frac{4}{9}k^{1/2}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + \frac{4}{9}k^{-5/6}\left(1 + k^{1/3}z^2\tau'(z)^2\right)dz^2 + k^{1/6}d\Omega_4^2\right) \tag{1}$$

*D$p$ ブレーンとは、超弦理論の枠組みにおける $p$ 次元空間に広がったオブジェクトであり、$N$ 枚重なった D$p$ ブレーン上では U($N$) の $p+1$ 次元時空のゲージ理論が成り立つ事が知られている。

†係数の notation については文献 [2] を参照。

ここで、$k=1+z^2$。$\tau(z)$ は D8 ブレーンが余剰次元 $z$ に沿ってどのような埋め込み方をするかを表す profile function であり、一般には D8 ブレーンの有効作用である Dirac-Born-Infeld(DBI) 作用に induced metric を代入し、その運動方程式を解く必要がある。また、$\tau$ は $S^1$ コンパクト化された空間方向であり、今の notation では周期 $2\pi$ を持つ。

さて、バリオン数密度を導入するにはソースである化学ポテンシャルを理論に取り入れる必要がある。$N_f=2$ の場合、D8 ブレーンは U(2)=U(1)×SU(2) のゲージ場を含む。ゲージ/重力対応の辞書によると、U(1) ゲージ場 $A_0$ は化学ポテンシャル $\mu$ とバリオン数密度の期待値 $\bar{n}$ を次のような形で与える [3];

$$A_0(z)=\mu+\frac{\bar{n}}{z}+\cdots, \quad z\to\infty. \tag{2}$$

一方、SU(2) ゲージ場の定常なインスタントン解はバリオンに対応する。このインスタントン解の場の強さ $F_{mn}$ を

$$\begin{aligned} F_{ij} &= Q(\xi^m,\rho)\epsilon_{ija}\tau^a, & (3)\\ F_{zi} &= Q(\xi^m,\rho)\tau^i & (4) \end{aligned}$$

とおく [4]。ここで $i,j=1,2,3$ であり、$\xi^m(m,n=1,2,3,z)$ はインスタントンの位置、$\rho$ はインスタントンサイズ、$\tau^a$ はパウリ行列である。酒井-杉本模型では、Chern-Simons 項がバリオン数密度のソース項に対応する [5];

$$S_{CS}\propto\int d^4x dz A_0 \mathrm{Tr}(F_{mn}F_{pq}) \tag{5}$$

あとは、D8 ブレーンの有効作用である DBI 作用と CS 項から $\tau(z)$、$A_0(z)$、$F_{mn}$ に関する運動方程式を解けばいい。しかし、曲がった時空におけるインスタントン解を求めるのは非常に難しい。そこで、我々は [2] で議論されている平坦な時空に近似したときに得られるインスタントン解を試行関数として用いる事にする;

$$Q(\xi^m,\rho)=\frac{2\rho^2}{\left((\xi^m-x^m)^2+\rho^2\right)^2}. \tag{6}$$

この関数は元の運動方程式の解ではないが、ここでは作用を最小にさせる $\rho$ を与える事で近似的な解であるとみなす。また、バリオン数密度を導入するため、次のように $N_I$ 個のインスタントンを平均場近似で与える;

$$Q^2=\sum_i^{N_I}\frac{4\rho^4}{\left((\xi_i^m-x^m)^2+\rho^2\right)^4} \tag{7}$$

ここで、このインスタントンが $z=0$ かつ 3 次元空間上で無数に薄くかつお互いに独立して存在している (dilute gas 近似と呼ぶ) と仮定する事で、インスタントンの位置依存性が近似的に無視できる事が期待される。すると、次のような作用が与えられる。

$$S=S_{DBI}+S_{CS}=-2\kappa V_3\int dt dz L, \tag{8}$$

$$L=k^{5/6}\sqrt{k^{-1/3}-\frac{9}{4}(2\pi\alpha')^2A_0'(z)^2}\left(1+\frac{27}{8}nq^2\left(k^{-1}+k^{1/3}\right)\right)-\frac{3N_c}{4\pi^2(2\pi\alpha')^2\kappa}A_0(z)nq^2 \tag{9}$$

ここで、$V_3$ は 3 次元空間の体積であり、$n$ は $V_3$ あたりのインスタントンの密度を表す;

$$n=\frac{N_I}{V_3}, \qquad q^2=\frac{\pi^2}{2}\frac{\rho^4}{(z^2+\rho^2)^{5/2}}. \tag{10}$$

## 3　結果: 化学ポテンシャルとバリオン数密度の関係

次に、各 $\mu$ に対する $\tau(z)$ と $A_0(z)$ についての運動方程式を解き、(2) からバリオン数密度の期待値を読み取る。その詳細は省くが、運動方程式の解から Fig. 1 が得られる。これは真空からバリオン生成相への 1 次相転移を示しており、ハドロン相内で示唆されるバリオンの気/液相転移に対応するものであると考えられる。この振る舞いは [5] の模型では得られていない。

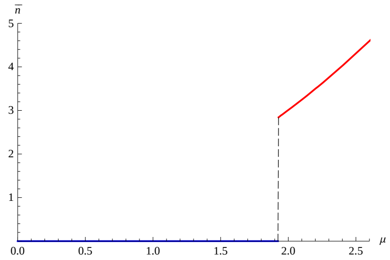


Fig. 1: 化学ポテンシャル $\mu$ とバリオン数密度 $\bar{n}$ の関係

## 4　まとめと今後の課題·展望

本稿では、酒井-杉本模型にインスタントンの dilute gas 近似を用いることで有限密度系への拡張を行なった。すると、バリオンの気/液相転移に対応する 1 次相転移が示された。しかし、dilute gas 近似の妥当性や、何故 1 次相転移が起こったのか、という点についての答えは明確にはわかっておらず、今後明らかにしていきたいと考えている。

この模型を用いた展望としては、インスタントンのサイズをバリオンの大きさと見なした時に、その化学ポテンシャル依存性を調べることで、有限密度における閉じ込め/非閉じ込め相転移や Quarkyonic 相への相転移などを議論できれば面白いと考えている。また、この模型を有限温度系へ拡張し、カイラル相転移などを調べるのも興味深い。

## 参考文献


[1] T. Sakai and S. Sugimoto, “Low energy hadron physics in holographic QCD,” Prog. Theor. Phys. **113**, 843 (2005) [hep-th/0412141].

[2] H. Hata, T. Sakai, S. Sugimoto and S. Yamato, “Baryons from instantons in holographic QCD,” Prog. Theor. Phys. **117**, 1157 (2007) [hep-th/0701280 [HEP-TH]].

[3] N. Horigome and Y. Tanii, “Holographic chiral phase transition with chemical potential,” JHEP **0701**, 072 (2007) [hep-th/0608198].

[4] インスタントンを用いた解析は次の論文でも議論されている: M. Rozali, H. -H. Shieh, M. Van Raamsdonk and J. Wu, “Cold Nuclear Matter In Holographic QCD,” JHEP **0801**, 053 (2008) [arXiv:0708.1322 [hep-th]].

[5] O. Bergman, G. Lifschytz and M. Lippert, “Holographic Nuclear Physics,” JHEP **0711**, 056 (2007) [arXiv:0708.0326 [hep-th]].