

強磁場中における真空複屈折の詳細解析とその応用に向けて

服部 恒一^{a,b1}, 板倉 数記^{a2}

^a 高エネルギー加速器研究機構, ^b 延世大³ 学校

本講演は最近の論文 [1] に基づいている。本研究の詳細な背景と解析的、数値的計算結果については、そちらを参照して頂きたい。

1 高強度外部電磁場中の量子電磁気学

量子電磁気学においては、理論に現れる結合定数が小さいために摂動展開が良く機能し、実験との詳細な比較が成されてきた事が良く知られている。そのため、理論と実験の両面で最も良く理解が進んでいるゲージ理論であると言える。しかし一方で、高強度外部電磁場中でおこり得る量子電磁気学的な現象は、良く知られている通常の真空中での現象とは質的に異なる可能性が古くから指摘されている。その歴史は 1936 年の W. Heisenberg と H. Euler による論文から始まり、以後 1951 年の J. Schwinger の論文などでその基礎がつけられた。それらの計算の動機は、高強度外部電磁場中で量子電磁気学の通常の摂動展開が破綻する、という推察に基づくものである。

図 1 は外場中での電子の伝搬関数を示している。外場を表す外線を一本付け足すごとに、ダイアグラムは $O(|eB|/m^2)$ のオーダーのファクターを得るため⁴、 n 本の外線を持つダイアグラムは $O((|eB|/m^2)^n)$ のオーダーであることがわかる。従って、もし外部電場 E あるいは外部磁場 B が臨界強度 $E_c, B_c \equiv m^2/|e|$ に達すると、無限個のダイアグラムが同等に寄与するために摂動展開が破綻するのである。ここで、 e と m はそれぞれ素電荷と電子質量である。一本の線の両端を繋げて「輪」にしたものは有効ラグランジンを表すダイアグラムになるが、無限次までの寄与をすべて取り入れたものは、現在 Euler-Heisenberg ラグランジアンとして知られており、臨界電場中では実粒子の対生成により真空が不安定になることが上述の論文で示された。無限次まで再足し上げをする事によって、この現象は非摂動的、かつ外場に対して非線形な振舞いを示す。このような高強度外部電磁場中での物理は、通常の量子電磁気学と区別して「非線形量子電磁気学」と呼ばれている。J. Schwinger はより系統的な計算手法の基礎として、無限次まで再足し上げされたフェルミオン伝搬関数 (図 1) をコンパクトな形に書き下す方法を “proper-time method” によって確立した。

2 相対論的重イオン衝突における高強度磁場

上述のように非線形量子電磁気学の理論研究は古くから知られているが、未だかつて実験、及び観測においてその効果が実際に確かめられた事はない。それは臨界電磁場の強度

¹khattori@yonsei.ac.kr

²kazunori.itakura@kek.jp

³現所属

⁴これは磁場 B の場合であるが、電場 E についても同様のカウンティングが議論できる。

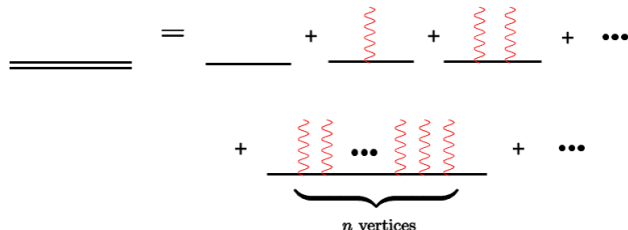


図 1: 高強度外部電磁場中でのフェルミオン伝搬関数: 強度が臨界電磁場に近づくとき、無限次までの再足し上げが必要となる。

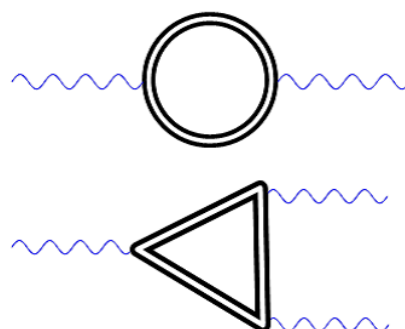


図 2: 高強度外部電磁場中での真空偏極テンソルと光子分裂ダイアグラム

が非常に大きいため、極限的な状況を必要とするからである。上述の臨界磁場 B_c の強度は 10^{13} Gauss 程度であり、これまでに実験室で実現された定常磁場に比べて 8 桁も大きく、非線形量子電磁気学の効果が顕著になる極限的な状況とはかけ離れている。

しかし近年、相対論的重イオン衝突イベントで非常に高強度の磁場が生成されている可能性が指摘され [2]、その強度を評価すると臨界磁場を最大で 4 桁も上回る事が知られている [3]。この高強度磁場は、「カイラル磁気効果」と名付けられた量子色力学的効果を実験で検出するための補佐的な存在として知られているが、非線形量子電磁気学的効果の側面にも注目し、高強度磁場を主役として生じる現象を検証してみるべきである。相対論的重イオン衝突では、非線形量子電磁気学的効果が歴史上初めて検証される可能性があるだけでなく、その効果が衝突時に生成されるクォーク・グルーオンプラズマの性質を解き明かす上で重要になる可能性がある。直接光子やレプトン対などの電磁気学的プローブはこの量子色力学的プラズマからいち早く抜け出すため、その直接的情報を豊富に含んでいる事が期待されているが、これ程に高強度の磁場が存在すれば、プローブ粒子と高強度磁場との相互作用を取り入れる事が、理論と実験の比較の上で必要になるはずである。これまでも、いくつかの現象論的研究がある [4, 5]。

他にも、通常の中性子星よりもさらに高強度の磁場を持つ天体「マグネター」の存在や [6]、臨界電磁場への到達を目指す高強度レーザー施設の建設が注目されている [7]。高強度場中の物理に関する総合的な会議が高エネルギー加速器研究機構で開かれ、その会議録がまとめられている [8]。また、相対論的重イオン衝突で現れるカラー電磁場の物理も含む最近の解説記事が、次の文献で得られる [9]。

臨界電磁場への到達が現実のものとなりつつある今、従来の理論研究よりもさらに一歩踏み込んだ詳細な理論解析が必要である。

3 高強度磁場中での真空複屈折

再足し上げたフェルミオンの伝搬関数が proper-time method によって得られれば、通常のファイマンルール中の自由伝搬関数をこれで置き換える事によって、非線形量子力学における素過程のダイアグラムを形式的に書き下す事ができる。特に光子の伝搬に限れば、図 2 に示す真空偏極テンソルと、さらにもう一本光子の外線を加えた三点関数が最も基本



図 3: 方解石中での複屈折: 入射光に対する電子の応答が異方的で、屈折率が偏光方向に依存する。二つの偏光成分に対する屈折角の違いにより、光路が分裂することで像が二重に見える。

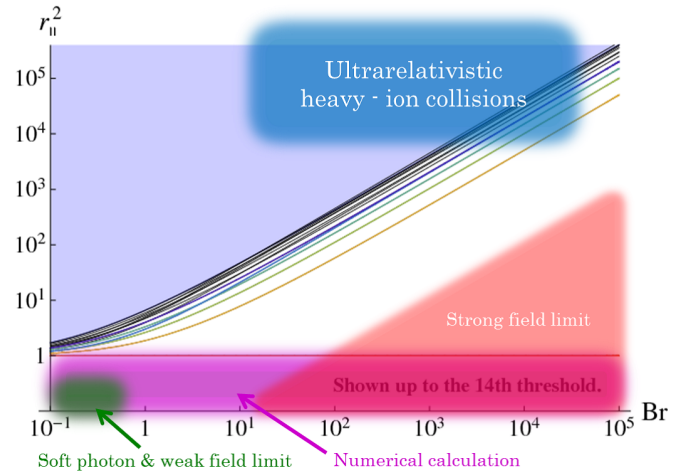


図 4: 外部磁場中での光子崩壊の閾値: フェルミオン粒子・反粒子ペアのランダウレベル上に光子崩壊の閾値が現れる。半透明に色づけされた領域は、これまでに得られている真空偏極テンソルの理論解析と、相対論的重イオン衝突実験における典型的なスケールの領域を表している。

的なものである。フェルミオン伝搬関数で構成される内線は、図 1 の再足し上げた伝搬関数を表している。後者の三点関数に注目すれば、非線形量子力学で起こる現象が、通常の真空中と質的に異なる事が直ちにわかる。このダイアグラムは 1 光子から 2 光子への分裂(あるいは、その逆過程として 2 光子から 1 光子への結合)を表しているが、このような奇数本の外線を持つ過程は通常の真空中では Furry の定理によって禁止されている。しかし、外場中では偶数本の外線を持つダイアグラムが寄与するため、通常の真空中とは異なり光子の分裂・結合が起こる。

真空偏極の効果はダイアグラムからだけではわかりにくい、外部磁場によってローレンツ対称性が破れる事に注目すれば、その効果を推察できる。ローレンツ対称性が陽に破れれば、光速は通常の真空とは異なり、さらに磁場の存在が系の特別な方向を与えるため、光子の屈折率は異方的、かつ偏光方向にも依存するようになる。この現象は物質中での「複屈折」に似ているため、「真空複屈折」と呼ばれている。図 3 は方解石の名で知られている鉍石中での複屈折を写したものである。結晶中のイオンに極性があれば、入射光に対する電子の応答が偏光方向に依存し、従って屈折率も偏光方向に対する依存性を持つ。二つの偏光成分が屈折角の違いによって異なる光路を通るために、図 3 のような二重の像が見られる。また、外場中では実光子に対しても真空偏極テンソルが虚部を持つ事が可能で、これは実光子からフェルミオン粒子・反粒子ペアへの崩壊を示している。相対論的重イオン衝突時に高強度磁場の存在の元でプラズマから放出される光子に対しても、これら外部磁場中で特有の光子の性質を考慮する必要があるだろう。

4 解析的手法による真空偏極テンソルの計算

これら図2に示されたダイアグラムを、proper-time method によって一見してコンパクトな形に形式的に書き下せたとしても、実際には非常に複雑な積分形の表式でしかない(詳細な表式は論文[1]とその引用文献を参照のこと)。それ故、これまでの理論研究は、限られた条件の元での近似計算に終わっていた。図4では、これまでに真空偏極テンソルの理論解析が得られているパラメータ領域まとめた。ここで重要な無次元量は、入射光子の縦運動量 $r_{\parallel}^2 = (\omega^2 - p_z^2)/(4m^2)$ (磁場の向きを z 方向に取っている) と、外部磁場の強度 $B_r = B/B_c$ である。相対論的重イオン衝突実験における典型的なスケールとの比較から、従来の理論解析のみでは不十分で、それを越えるものが必要であることがわかる。

解析の主な困難は、真空偏極テンソルが二重積分で書かれており、その被積分関数が非常に複雑なかたちをしていることによる。また、激しい振動的振舞いをするため、数値積分による解析も限られた領域でしか実行できていなかった。今回我々は、被積分関数を二重の無限和のかたちに展開することで、この二重積分を解析的に実行した。さらに、光子からフェルオン粒子・反粒子ペアへの崩壊が起こる運動学的条件(真空偏極テンソルが虚部を持つ条件)を調べると、二重和の二つの指数がフェルミオンペアのランダウ準位を表している事がわかった。つまり、光子の縦運動量 r_{\parallel}^2 がランダウ準位より大きくなる事が崩壊の条件で、縦運動量が大きくなるにつれて、指数が小さい項から順に複素数になることがわかった。始め、二重積分を行うための数学的手法として無限二重和への展開を導入したが、後に「ランダウ準位に対する足し上げ」という物理的解釈を与える事ができた。また、和の第一項目は、以前から知られていた最低ランダウ準位(図4中の“strong field limit”)での表式と完全に一致する事も確認できた。

5 展望

図4中の曲線は、ランダウ準位上に存在する閾値の位置を表している⁵。本研究における真空偏極テンソルの解析的な計算により、多くのランダウ準位が関与する相対論的重イオン衝突への応用の可能性が開けた。今後の現象論的な研究により、非線形量子電磁気学と相対論的重イオン衝突の物理において、相補的に理解が進むことが期待できる。

参考文献

- [1] K. Hattori and K. Itakura, “Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (I) Photon polarization tensor with all the Landau levels”, [hep-ph/1209.2663]; *ibid*, “Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (II) Complex refractive index in the lowest Landau level approximation”, in preparation.

⁵直ぐ上で述べた最低ランダウ準位の閾値は、 $r_{\parallel}^2 = 1$ (次元を持つ運動量では $q_{\parallel}^2 = 4m^2$) にあり、磁場の強度 B_r に依存しない。図4中の直線 $r_{\parallel}^2 = 1$ に対応する。

- [2] D. E. Kharzeev, L. D. McLerran, and H. J. Warringa, Nucl. Phys. A **803** (2008) 227-253.
- [3] V. Skokov, A. Y. Illarionov and V. Toneev, Int. J. Mod. Phys. A **24** (2009) 5925-5932; A. Bzdak and V. Skokov, “*Event-by-event fluctuations of magnetic and electric fields in heavy ion collisions*”, arXiv:hep-ph/1111.1949; W. T. Deng and X. G. Huang, Phys. Rev. C **85** (2012) 044907.
- [4] K. Tuchin, Phys. Rev. C **82** (2010) 034904 [arXiv:1006.3051 [nucl-th]], *ibid.* Phys. Rev. C **83** (2011) 017901 [arXiv:1008.1604 [nucl-th]], *ibid.* “*Electromagnetic radiation by quark-gluon plasma in magnetic field,*” arXiv:1206.0485 [hep-ph].
- [5] K. Itakura and K. Hattori, “*Effects of extremely strong magnetic field on photon HBT interferometry*”, nucl-th/1206.3022.
- [6] C. Thompson and R. C. Duncan, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **275** (1995) 255, *ibid.* Astrophys. J. **473** (1996) 322; A. K. Harding and D. Lai, Rept. Prog. Phys. **69** (2006) 2631 [astro-ph/0606674].
- [7] Euro. Phys. J. D, Volume 55, Number 2 / November 2009 “*Topical issue on Fundamental physics and ultra-high laser fields*”.
- [8] K. Itakura, et al. (eds) “*Proceedings of International Conference on Physics in Intense Fields (PIF2010)*,” 24-26 November 2010, KEK, Tsukuba, Japan, available from <http://ccdb5fs.kek.jp/tiff/2010/1025/1025013.pdf>
- [9] 板倉数記、原子核研究 第57巻1号 2012年 pp. 46.