

Effects of fluctuations for QCD phase diagram with isospin chemical potential

上門和彦 京都大学基礎物理学研究所

1 序

本講演では共同研究 [1] に基づき、汎関数くりこみ群方程式を用いて 2-flavor, 3-color QCD の有限アイソスピン化学ポテンシャルの相構造について解析した結果について報告を行う。

強い力を記述する量子色力学 (QCD) は有限温度、有限バリオン密度で様々な相構造を持つことが予見されており、QCD 相図の研究は理論的実験的両面から進められている。格子 QCD は第一原理から QCD 相図を研究可能な強力な手法である。しかしながら有限バリオン密度においては、フェルミオンの行列式が複素数になる符号問題があり未だに低温、高化学ポテンシャル ($\mu \gg T$) は到達不可能な領域である。このために有限バリオン密度の相構造を研究するためには、Nambu-Jona-Lasinion (NJL) 模型やクオークメソン (QM) 模型などのような、QCD の低エネルギーの励起モードで構成された有効模型が用いられる。

有限の化学ポテンシャルに対しても符号問題が生じない状況も存在する。そのような系に対して有効模型を構成し相構造を調べ格子 QCD の結果と比較することで、有効模型の信頼性を議論することが可能となる。本研究ではいくつか提案されている符号問題がない系のうち、アイソスピン化学ポテンシャルが有限の 3-color、2-flavor の QCD [2] について QM 模型を一般化した有効模型を構成し相構造を議論する。アイソスピン化学ポテンシャル (μ_I) は u クオークと d クオークの化学ポテンシャルの差として定義される。

$$\begin{aligned}\mu_u &= \mu + \mu_I \\ \mu_d &= \mu - \mu_I\end{aligned}\tag{1}$$

この系の面白い特徴として Silver Blaze と呼ばれるゼロ温度での特別な振る舞いが知られている [3]。ゼロ温度、ゼロクオーク化学ポテンシャルにおいて μ_I を増加させていった場合、通常のハドロン相から、パイオン凝縮相への二次相転移が起こる。Silver Blaze とは転移が起こる μ_I が真空のパイオンの質量の半分と一致するという特徴である。これらは QCD が厳密に持つ性質のため、有効模型を構成した場合にその模型は Silver Blaze 関係を満たさなければならない。

一般に相構造を調べるためには、有効ポテンシャルを系のラグランジアンから計算することが必要になる。有効ポテンシャルを計算するためにしばしば場の期待値の周りのゆらぎを無視する平均場近似が用いられる。この近似は二次相転移点近傍や強いクロスオーバー相転移点の近傍では、ゆらぎの効果が大きくなることから、破綻することが知られておりこれらを超えた計算手法が必要である。本研究では平均場近似を超えて、ゆらぎの効果を取り込むために汎関数くりこみ群 (FRG) 方程式 [4] を用いる。FRG 方程式は有効ポテンシャルの計算方法の一つであり、スケール依存した有効作用に対する汎関数微分方程式として構成されている。FRG 方程式を以下で説明する近似のもとで解くことで、ゆらぎの効果を取り入れた有効ポテンシャルの計算を行う。

2 定式化

本研究の出発点となるのは有限温度、有限バリオン密度中でのカイラル対称性を記述するのに用いられるクオークメソン (QM) 模型である。QM 模型はクオーク、シグマメソン、パイメソンで構成されており、有限アイソスピン化学ポテンシャルに拡張された QM 模型のラグランジアンは

以下のように与えられる

$$\mathcal{L}_{QM+\mu_I} = \psi S_0^{-1} \bar{\psi} + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \pi_0)^2 + U(\rho^2, d^2) - c\sigma + \frac{1}{2}((\partial_\mu + 2\mu_I \delta_\mu^0)\pi_+ (\partial_\mu - 2\mu_I \delta_\mu^0)\pi_-). \quad (2)$$

有限のアイソスピン化学ポテンシャルの場合にはメソン場 $\sigma, \vec{\pi}$ のうち σ と π_+ の期待値がゼロでない可能性がありこれらを変数として有効ポテンシャル $U(\sigma, \pi_+)$ を計算しなければならない。

与えられた有効模型に対して有効ポテンシャルとメソンの2点関数を計算するために汎関数くりこみ群 (FRG) 方程式を用いる。FRG 方程式はスケールに依存した有効作用 Γ_k のスケール依存性を記述し、汎関数微分方程式で与えられる。Fig. 1(a) と Fig.1(b) は有効作用とメソンの2点関

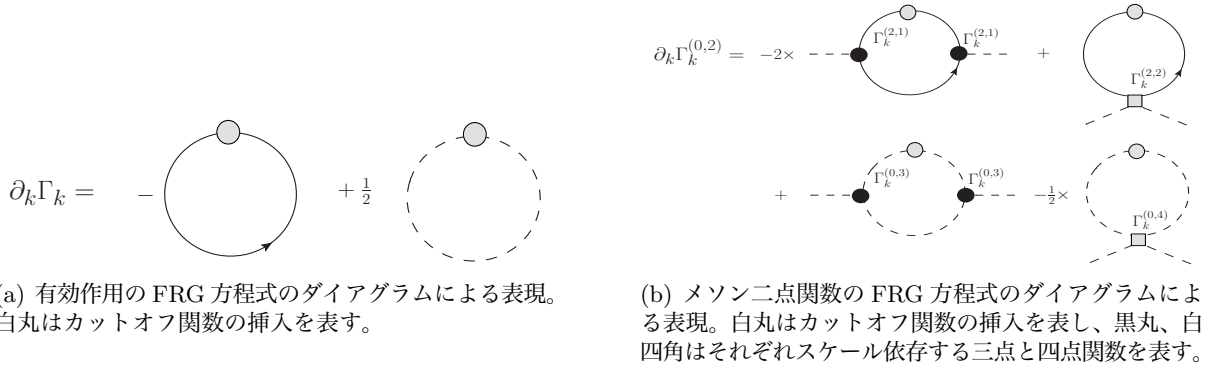


Figure 1: FRG 方程式のダイアグラムによる表現

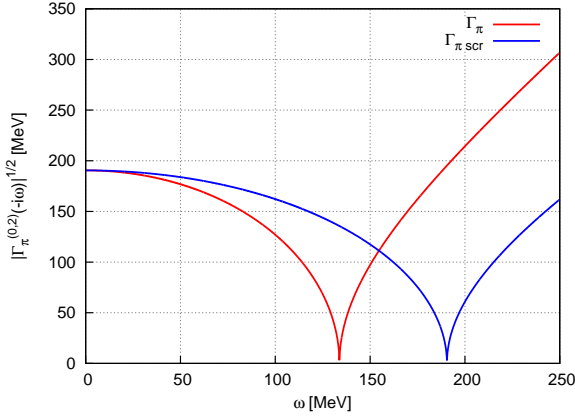
数の汎関数くりこみ群方程式のダイアグラムによる表現である。これらの方程式の特徴は有効作用の方程式には二点関数（の逆）が、二点関数の方程式には三点と四点関数が現れていることである。一般にFRG方程式を解くためには無限個の連立汎関数微分方程式を解かなければならず、不可能である。そのため本研究では有効ポテンシャルとメソン二点関数を解くためにローカルポテンシャル近似 (LPA) と呼ばれる近似を用いる。LPA では有効作用の形をスケール依存する有効ポテンシャルと運動項で書けると仮定して以下のように近似する、

$$\Gamma_k^{\text{LPA}}[\rho^2, d^2] = T \sum_n \int d^3x \mathcal{L}_{QM+\mu_I}|_{U \rightarrow U_k(\rho^2, d^2)}. \quad (3)$$

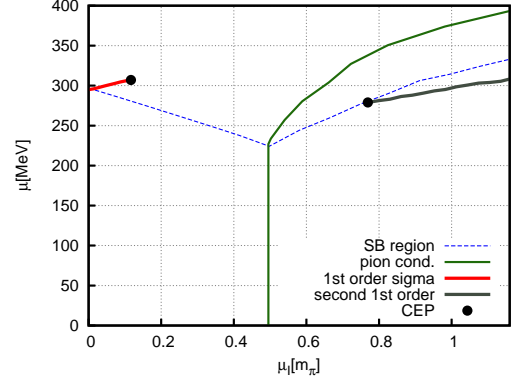
このLPA有効作用をFRG方程式に代入することで、有効ポテンシャルとメソン二点関数までで閉じた方程式を得ることができる。得られた有効ポテンシャルとメソン二点関数の方程式をオーダーパラメータ (σ, π_+) のグリッドに分割して解くことで有効ポテンシャルとメソン二点関数を得る。

3 結果

ここではゼロ温度の場合について数値計算を行なって得られた結果について説明する。まず Fig. 2(a) は真空 ($\mu = \mu_I = 0$) でのパイオン二点関数 $\Gamma_\pi^{(0,2)}(\omega)$ のFRG方程式による解である。赤線は二点関数のFRG方程式をモーメント依存まで含めて解いた解を示し、青線は有効ポテンシャルの曲率を用いて定義した $\Gamma_{\pi_{scr}} \equiv -\omega^2 + 2 \frac{\partial U}{\partial \sigma^2}$ を表す。赤線のパイオン二点関数がゼロとなる133[MeV]がパイオンのポール質量に対応しており、青線のパイオン二点関数がゼロとなる訳188[MeV]が有効ポテンシャルの曲率による質量に対応している。これまでの多くの先行研究では、後者の有効ポテンシャルの曲率によりパイオンの質量が定義されており、我々が計算した二点関数のポールによる質量とは30%ほどの違いがあることがわかる。



(a) $\mu = \mu_I = 0$ でのパイオン 2 点関数



(b) μ - μ_I 平面での相図。赤い実線はカイラルの一次相転移を示す。緑の点線はパイオン凝縮相への 2 次相転移を表し、緑の実線は 1 次相転移を表す。

Figure 2: $T = 0$ での計算結果

一方で有効ポテンシャルの計算からパイオン凝縮相への相転移の起こる μ_I^c を見積もることが可能である。Silver Blaze 関係は μ_I^c とパイオン質量の関係を示すものであり、ポテンシャルの情報からどちらの質量を用いるべきか決めることができる。その値は $2\mu_I^c = 136.6[\text{MeV}]$ であり、この結果は二点関数のポールを用いた質量の定義と 3% しか変わらず、パイオンの質量の定義に曲率質量ではなくポール質量を用いなければならないことを示している。

Fig. 2(b) は $T = 0$ での相構造を μ - μ_I 平面に図示したものである。赤の実線は一次のカイラル相転移を表しており、この線上で低い μ 側のハドロン相から高い μ の QGP 相へ相転移が起こる。緑の実線はパイオン凝縮相と通常相との二次相転移を表しており、 μ_I が高い側にパイオン凝縮相 ($\pi_+ \neq 0$) が現れる。パイオン凝縮相が起こる μ_I は Silver Blaze の議論と一致しており、低い μ の領域では、ポール質量から決めたパイオン質量と $\mu_I = 2M_\pi$ の関係を満足している。

青の点線は与えられた μ_I でのクォーク質量 $M_q(\mu_I)$ を表している。 μ_I を固定して μ を増加させていった場合、この青い線の内側では真空は安定であり二次相転移は起こり得ない。そのため一次相転移が起こりクォークの質量が変わらない限り、クォークを励起させることができず、青の線を超えるまでは $\mu = 0$ と同じ状態 (圧力一定、ゼロバリオン密度) が続く。青の線を超えたところでクォークが励起され始め、バリオン密度が有限となる。高い μ_I 側にある黒い実線はパイオン凝縮相中での一次相転移を示しており、一次相転移によってクォークの質量が減少し黒線よりも高い μ ではバリオン密度が有限となる。

以上のように我々は汎関数くりこみ群方程式を有効模型に適用し、アイソスピン化学ポテンシャルが有限の場合の QCD の相構造を調べた。二点関数のポールを用いてパイオンの質量を定義することで、QCD の持つ Silver Blaze と呼ばれる関係を満足できることを示した。

References

- [1] K. Kamikado, N. Strodthoff, L. von Smekal and J. Wambach, arXiv:1207.0400 [hep-ph].
- [2] D. T. Son and M. A. Stephanov, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 592.
- [3] T. D. Cohen, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 222001;
- [4] C. Wetterich, Phys. Lett. B **301** (1993) 90.