

テンソル力のあるフェルミ液体の繰り込み群による解析

東京大学大学院理学系研究科 谷崎佑弥*

この発表は、理研の初田哲男氏との共同研究に基づくものである。

1 Introduction

双極子間相互作用のある多体フェルミ系が現在注目を集めてきている。フェッシュバハ共鳴を用いた接触相互作用のコントロールにより、冷却原子気体の分野は BCS-BEC crossover の理想的な環境として注目されてきた。その一方で、電気双極子モーメントの大きい分子や磁気双極子の大きな原子を用いることで、双極子間相互作用が支配的な多体系を作る試みも理論・実験の双方から研究されてきた。特にフェルミ系に注目してみると、今年になり Dy161（磁気双極子モーメントが Bohr magneton の約 10 倍の原子）のフェルミガスを冷却しフェルミ縮退が実現された [1]。今後、実験の進展により双極子相互作用が支配的な系における超流動など多体系の性質が明らかにされると期待される。また、この系は中性子星内部の高密度核物質と相互作用の形が類似しており、これまで直接検証のできなかった中性子超流動の性質をシミュレートできる可能性がある。

双極子相互作用のあるフェルミ多体系に対して様々な立場から、特に強結合領域での相を変分計算に基づいて研究されてきている [2,3]。また平均場近似を用いた計算により、強結合領域での変分計算で予言されるより早くフェルミ液体の記述が破綻することが指摘されている [4]。本研究では、弱結合領域からはじめて instability の形を仮定せずにフェルミ液体に対する instability をくりこみ群の立場から議論する。

2 Formalism

Wilson 流のくりこみ群を用いてフェルミ液体がフェルミ多体系の universality class であることを理解しようとする試み [5] によれば、多くの coupling が irrelevant であり free Fermi gas にくりこみ群の flow が流れることが Fermi liquid description を正当化している。いくつかの例外は、相互作用が強くて Pomeranchuk instability に抵触する場合や Fermi surface で引力が働き Cooper instability が起こる場合で、対応する effective couplings が marginally relevant になる。

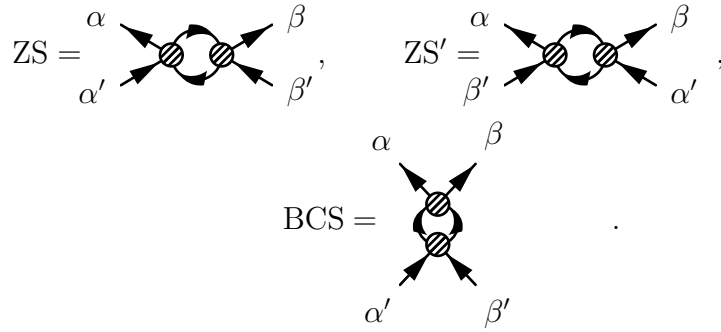
*E-mail:tanizaki@nt.phys.s.u-tokyo.ac.jp

Fermi surface の近くでは、作用のうちの kinetic term に対応する部分は

$$S_o = \frac{k_F^2}{2\pi^2\beta} \sum_{\omega_n} \int_{-\Lambda_o}^{\Lambda_o} dl \int \frac{d^2\hat{\mathbf{k}}}{4\pi} \psi^\dagger(k)[i\omega_n + v_F l]\psi(k)$$

と書くことができる。ここで、 k_F はフェルミ運動量、 β は逆温度、 ω_n はフェルミオンの Matsubara frequencies、 ψ, ψ^\dagger は spin 1/2 のフェルミオン場である。decimation と rescaling により S_o が不変であるようにすることで、field の scaling dimension を定めることができ、これを用いることで各相互作用の振る舞いを定めることができる。この時、Landau channel と BCS channel と呼ばれる特殊な momentum configuration の 4 点相互作用のみが marginal となり、そのほか全ての相互作用は irrelevant に分類される。

以上の tree level の議論に基づいて、1-loop level での scaling の補正を marginal coupling に対して行う。irrelevance に則って 6 点以上の相互作用を無視した時に、4 点相互作用の 1-loop 補正は次の三つのファインマン・ダイアグラムからなる：



ここで、low-energy excitation 以外は既に integrate out されているので、外線及び内線の運動量は Fermi surface の付近に制限されている。これにより、例えば BCS channel (incident particles の運動量が \mathbf{k} と $-\mathbf{k}$ とフェルミ面の反対の点にある) に効く 1-loop 補正は BCS diagram のみである。BCS channel に絞って議論すると、上の解析に基づいて leading contribution 飲みを取り出せば、

$$\Lambda \partial_\Lambda V_{\beta'\alpha'}^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Big|_{\text{BCS}} = \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{\beta}{2} v_F \Lambda\right) \int \frac{d^2\hat{\mathbf{k}}''}{4\pi} V_{\delta\gamma}^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'') V_{\beta'\alpha'}^{\gamma\delta}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}')$$

という flow equation を得ることができる。ここで、 α などは spin indices、 \mathbf{k} などは出てきた粒子の運動量を表し、' がついているときは入ってくる粒子のものを表すとする。

3 Result

今回得られた flow equation を積分して、

$$\mathbf{V}(\Lambda) = \mathbf{V}_o \left(\mathbf{1} + \mathbf{V}_o \int_\Lambda^{\Lambda_o} \frac{d\Lambda'}{\Lambda'} \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{\beta}{2} v_F \Lambda'\right) \right)^{-1}$$

を得る。これは、random phase approximation から導かれる表式であり、くりこみ群の範囲内でそれに相当する近似を導くことができた。また、今回は議論しなかった Landau

channel に相当する部分を計算すると、平均場近似で得られた Fermi liquid 自体の不安定性 [4] も導くことができることが分かった。

V_o は bare coupling に対応する行列なので、bare action から読み取ることができ、dipole-dipole interaction に対しては、全角運動量 J, J_z 、軌道角運動量 L 、合成スピン S で行列要素を書くと

$$\begin{aligned} \Gamma_{LS, L'S'}^{JJ_z, J'J'_z} &= -(-)^{S+J} \delta_{JJ'} \delta_{J_z J'_z} \frac{3}{2} \gamma^2 s(s+1)(2s+1) \\ &\times \sqrt{(2L+1)(2L'+1)(2S+1)(2S'+1)} \begin{Bmatrix} S' & S & 2 \\ L & L' & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} S & s & s \\ S' & s & s \\ 2 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \\ &\times \left[(H_L + H_{L'}) C_{10,10}^{20} C_{L'0,L0}^{20} + (-)^L 10 \sum_l H_l C_{L0,10}^{l0} C_{L'0,10}^{l0} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ L & L' & l \end{Bmatrix} \right]. \end{aligned}$$

これより、引力的な contact interaction が支配的な時は 1S_0 の channel に superfluid instability があり、dipole-dipole interaction が支配的な時は 3P_1 の superfluid が出るのがわかった。特に、 3P_1 superfluid は他の系では見られたことのないもので、dipole-dipole interaction 特有のものであるといえる。

参考文献

- [1] M. Lu, N.Q. Burdick, and B.L. Lev. “Quantum degenerate dipolar Fermi gas”. *Physical Review Letters*, 108(21):215301, 2012.
- [2] B.M. Fregoso and E. Fradkin. “Ferronematic ground state of the dilute dipolar Fermi gas”. *Physical review letters*, 103(20):205301, 2009.
- [3] K. Maeda, T. Hatsuda, and G. Baym. “Meson condensation analogs in ultracold atomic and molecular dipolar gases”. *arXiv preprint arXiv:1205.1086*, 2012.
- [4] T. Sogo, M. Urban, P. Schuck, and T. Miyakawa. “Spontaneous generation of spin-orbit coupling in magnetic dipolar Fermi gases”. *Phys. Rev. A*, 85:031601, Mar 2012.
- [5] R. Shankar. “Renormalization-group approach to interacting fermions”. *Reviews of Modern Physics*, 66(1):129, 1994.