

## シンポジウム報告

### 日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

日程: 2012年11月2日(金)、3日(土)

場所: 京都産業大学 むすびわざ館 3-B 教室

#### 概要

第2回日大理工・益川塾連携素粒子物理学シンポジウムが、日本大学理工学部物理学素粒子論研究室と京都産業大学益川塾の連携の下、上記の日時・場所において開催された。本シンポジウムは、私立大学が連携して素粒子物理学に関する研究交流を図ることを目的としている。昨年度に開催された第1回シンポジウムに引き続き、「素粒子と時空」および「現象から探る素粒子」の2つをテーマとして企画され、計15件の講演が行われた。講演は場の量子論から素粒子現象論にわたる理論に関するものが中心であるが、最新のLHC実験の成果や暗黒物質、さらにはKamLAND-Zenの現状と今後の展望に関するレビュー講演も含め、幅広い内容であった。日本大学と京都産業大学を中心に、東京大学、カブリ数物連携宇宙研究機構(KIPMU)、京都大学、東北大学、大阪大学、理化学研究所、立命館大学、国土館大学、摂南大学、近畿大学、京都府立医科大学などから40名が参加し、大変に有意義なシンポジウムとなった。なお、本シンポジウムは、京都産業大学の援助を受けて開催された。

#### 世話人

益川 敏英 (京都産業大学 益川塾)

曾我見 郁夫 (京都産業大学 益川塾)

梅津 光一郎 (京都産業大学 益川塾)

仲 滋文 (日本大学 理工学部)

出口 真一 (日本大学 理工学部)

二瓶 武史 (日本大学 理工学部)

# 日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

-CST & MISC Joint Symposium on Particle Physics-

## □ 開催日・開催場所

日時：平成 24 年 11 月 2 日（金），11 月 3 日（土）

場所：京都産業大学 むすびわざ館 3 階 3-B 教室

## □ プログラム

11 月 2 日（金曜日）

### 素粒子と時空・現象から探る素粒子

時 間	進 行		内 容
13:00	受付開始		むすびわざ館 3 階 3-B 教室 入口
13:30-13:40	挨拶	益川 敏英 (益川塾)	
13:40-13:45	案内	主催者	シンポジウムに関する連絡事項
13:45-14:15	講演	曾我見 郁夫 (益川塾)	多重スピノール場に基づく標準模型の拡大
14:15-15:15	講演	松本 重貴 (KIPMU)	暗黒物質現象論の現状
15:15-15:45	講演	二瓶 武史 (日大理工)	ミニマル超対称模型における幾つかの話題
15:45-16:15	休憩		
16:15-17:15	講演	小林 富雄 (ICEPP)	LHC の成果と展望 ～新粒子発見、ヒッグス粒子か？～
17:15-17:45	講演	仲 滋文 (日大理工)	Non-Local vs. Non-Commutative
18:00	懇親会		むすびわざ館 1 階 カフェ「KSUKSU」

11 月 3 日（土曜日）

### 素粒子と時空・現象から探る素粒子

時 間	進 行		内 容
10:00-10:30	講演	福山 武志 (益川塾)	LHC と SO(10) GUT
10:30-11:00	講演	松崎 真也 (益川塾)	125GeV Techni-dilaton at the LHC
11:00-11:30	講演	荒木 威 (益川塾)	第 1, 2 世代フェルミオン間の質量縮退から探る世代構造の謎
11:30-12:00	講演	小出 義夫 (益川塾)	逆階層質量をもったファミリー・ゲージ・ボゾンの現象論
12:00-13:30	昼食		むすびわざ館 1 階 カフェ「KSUKSU」 (申込者のみ)
13:30-14:00	講演	高杉 英一 (益川塾)	二重ベータ崩壊の展望
14:00-15:00	講演	井上 邦雄 (RCNS)	KamLAND-Zen の現状と将来
15:00-15:30	休憩		
15:30-16:00	講演	植松 恒夫 (益川塾)	Axial anomaly and two-photon processes
16:00-16:30	講演	三輪 光嗣 (日大理工)	ウィルソンループを用いた AdS/CFT 対応の検証
16:30-17:15	講演	藤川 和男 (理研)	CPT breaking and neutrino antineutrino mass splitting in the Standard Model
17:15-17:45	講演	出口 真一 (日大理工)	A twistor formulation of massive particles
17:45	案内	主催者	シンポジウムに関する連絡事項

## 多重スピノール場による標準模型の拡張

京都産業大学 益川塾

曾我見 郁夫

電弱対称性とカラー対称性をもつ基本フェルミオン（クォーク、レプトン）は、“繰り返し家族構造”を形成して存在する。そのように多様なスペクトルを総体として記述するために、ディラック代数  $A_\gamma$  の元の三重テンソル積から成る代数  $A_T$  を導入し、その代数の上に多重スピノール場の理論 [1] を構築する。以下、代数  $A_T$  を三連代数、多重スピノール場を三連場とよぶ。

三連代数は、互いに可換な三つの部分代数に分解される。その一つは、基本フェルミオンの外部特性を規定するもので外部代数とよばれる。他の二つは、基本フェルミオンのカラー自由度と家族構造を特徴付けるもので内部代数と名付けられる。これら三つの部分代数は、テンソル積を構成するディラック代数  $A_\gamma$  の要素の順序を替える置換群  $S_3$  の作用の下で閉じている。外部代数は、ディラック代数  $A_\gamma$  と同型であり、すべての元が個々に置換群  $S_3$  の作用に対して不変である。カラーと家族の自由度に関係する内部代数は、リー代数  $\mathfrak{su}(4)$  の構造をもち、置換群  $S_3$  の下で閉じた  $\mathfrak{su}(3) + \mathfrak{su}(1)$  の微細構造をもつ。

このような三連代数  $A_T$  の構造を反映し、三連場はローレンツ群の可約表現としてスピン  $\frac{1}{2}$  の 16 個の成分場を含む。それらは 4 組のカラーと 4 組の家族の自由度をもち、「3 モード + 1 モード」の微細構造を形成する。すなわち、三連場は「3 色 + 無色」のモードから成る「3 家族 + 付加的な 1 家族」のフェルミオンを含む。今後は、3 家族をトリオ、そして付加的な 1 家族をソロと名付けることにする。ソロ部分の出現は、この多重スピノール場理論のユニークな特性である。

この形式に電弱対称性を盛り込むためには、左手三連場と右手三連場をそれぞれ二組づつ含む“二層の場”が必要となる。前者を L-場、後者を R-場と名付ける。そして、L-場と R-場のトリオ部分は、それぞれ電弱  $SU_L(2)$  対称群の左手二重項と右手一重項を形成すると要請する。電弱ハイパー荷  $Y$  はトリオ部分の各家族でアノマリーが相殺するように割り当てられる。

現在までに実験で存在が確認されている基本フェルミオンは、通常のトリオ部分のクォークとレプトンに限られている。したがって、三連場のソロ部分のフェルミオンは、標準模型の対称群  $G = SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$  のゲージ場とは相互作用してはならない。そこで、“左右の捻じれたゲージ対称群  $SU_R(2)$ ”が存在するとし、R-場とL-場のソロ部分は、それぞれ、その群の右手二重項と一重項を形成すると要請する。そして、新しいゲージ群  $U_{Y_*}(1)$  のハイパー荷  $Y_*$  は、アノマリーが相殺されるように指定される。

カラー対称性  $SU_c(3)$  に基づく通常の閉じ込め機構をトリオ部分とソロ部分に適用すると、 $SU_L(2) \times U_Y(1)$  および  $SU_R(2) \times U_{Y_*}(1)$  の量子数を併せもつ特異なハドロンが存在することになる。しかし、現時点では、そのようなハドロンは観測されていない。したがって、ソロ部分のクォークは“新たなカラー対称群  $SU_{c^*}(3)$ ”のゲージ場によって閉じ込められると見なさなければならない。これらの要請から、我々は次のような物理描像に導かれる。すなわち、三連場のトリオ部分はバリオン物質から成る明世界を生み出すのに対し、ソロ部分のフェルミオンとゲージ対称性  $G_* = SU_{c^*}(3) \times SU_R(2) \times U_{Y_*}(1)$  に関わるボーズ場は、暗黒物質を含む暗世界を創出する。

ゲージ群  $G \times G_*$  の基本表現は、三連場のカイラル成分を用いて2層場として構成される。左手カイラル成分からのみ成るL場を  $\Psi_L$ 、右手カイラル成分のみから成るR場を  $\Psi_R$  と表す。L場  $\Psi_L$  は、 $SU_L(2)$  の2重項のトリオ部分と  $SU_R(2)$  の1重項のソロ部分を含む。また、R場  $\Psi_R$  には、 $SU_L(2)$  の1重項のトリオ部分と  $SU_R(2)$  の2重項のソロ部分が存在する。

こうして、 $G \times G_*$  の基本表現であるL場  $\Psi_L$  とR場  $\Psi_R$  は

$$\Psi_L = {}^t \begin{pmatrix} \Psi_{(t)} & U_{(s)} \\ & D_{(s)} \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_R = {}^t \begin{pmatrix} U_{(t)} & \Psi_{(s)} \\ D_{(t)} & \end{pmatrix}_R \quad (1)$$

と与えられる。ここで、 $\Psi$  と  $U$  と  $D$  は2重項とアップ1重項とダウン1重項を表し、転置記号  $t$  は家族の番号を横方向に並べて表記することを示す。通常のコークとレプトンはトリオ部分の成分場によって表現される。ソロ部分の成分場が表す新しい粒子の名称は、コークは  $u_*$  および  $d_*$ 、レプトンは  $\nu_*$  および  $e_*$  とする。その結果、L場  $\Psi_L$  のコーク部分とレプトン部分は

$$\Psi_{(t)}^{(q)} = {}^t \begin{pmatrix} u & c & t \\ d & s & b \end{pmatrix}_L, \quad U_{(s)}^{(q)} = (u_*)_L, \quad D_{(s)}^{(q)} = (d_*)_L \quad (2)$$

および

$$\Psi_{(t)}^{(\ell)} = {}^t \begin{pmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e & \mu & \tau \end{pmatrix}_L, \quad U_{(s)}^{(\ell)} = (\nu_*)_L, \quad D_{(s)}^{(\ell)} = (e_*)_L \quad (3)$$

となる。同様に、R場  $\Psi_R$  のコーク部分とレプトン部分は

$$U_{(t)}^{(q)} = {}^t (u \ c \ t)_R, \quad D_{(t)}^{(q)} = {}^t (d \ s \ b)_R, \quad \Psi_{(s)}^{(q)} = \begin{pmatrix} u_* \\ d_* \end{pmatrix}_R \quad (4)$$

および

$$U_{(t)}^{(\ell)} = {}^t (\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)_R, \quad D_{(t)}^{(\ell)} = {}^t (e \ \mu \ \tau)_R, \quad \Psi_{(s)}^{(\ell)} = \begin{pmatrix} \nu_* \\ e_* \end{pmatrix}_R \quad (5)$$

となる。

このような考えが妥当な物理描像として受け入れられるためには、二つの世界がどのように相互作用し合うかを明らかにしなければならない。実は、そのような相互作用は、我々の左右揃いれをもつ理論に自然な形で埋め込むことができる。すなわち、『R場のトリオ成分である右手一重項』と『L場のソロ成分である左手一重項』で相互作用項を構成することができる。これらの一重項を結び付けトリオとソロを変換する演算子が存在し、ハイパー荷  $Y$  と  $Y_*$  を保存するように新たなスカラー場を導入することが可能である。その結果、明世界と暗世界を結ぶ弱い相互作用のチャンネルが開かれる。

この理論形式では、二つの世界は共通の初期インフレーション期を経由した後、弱い相関を保ちつつ再加熱後の熱史を辿ることになる。群  $G$  と  $G_*$  の同型性から、捻じれた対称性  $SU_R(2) \times U_{Y_*}(1)$  もワインバーグ・サラム (WS) 機構で破られると仮定する。したがって、対称性  $G_*$  は或るス

ケール  $\Lambda_*$  で破られて、低エネルギーの対称性  $SU_{c_*}(3) \times U_{Q_*}(1)$  に退化し、WS理論と同じ数のボーズ粒子が生成される。ここで、 $Q_*$  は電荷と類似の量子数である。ベクトル粒子と付加的なヒッグス粒子の質量は、パラメーター  $\Lambda_*$  の値に依存する。この理論では、通常の電磁場と同様に、 $Q_*$  荷と相互作用をする質量をもたない場が低エネルギー領域でも存在することになる。

この報告では、暗黒物質の生成に関する最も簡単なシナリオについて述べる。まず、ソロ部分の一つの家族のみを含むことに着目し、そのクォークモードの  $u_*$  または  $d_*$  が暗黒物質の構成粒子であると仮定する。 $SU_R(2) \times U_{Y_*}(1)$  対称性が自発的に破れた後、これらの粒子が明世界の  $u$  と  $d$  クォークのように非常に近い質量をもつ場合は、暗世界も我々の明世界と同じような複雑な進化を遂げることになる。しかし、重力レンズ効果の観測が示すように、バリオン的な物質に比べて、暗黒物質の分布はより単調であると推定されている。そこで、ここでは、明世界の  $t$  と  $b$  のように、 $u_*$  の質量  $m_{u_*}$  が  $d_*$  の質量  $m_{d_*}$  より十分に大きい場合を想定し、条件式

$$m_{u_*} \gg m_{d_*} + m_{e_*} \quad (6)$$

が成り立つとしよう。ここで、 $m_{e_*}$  は  $e_*$  レプトンの質量である。この場合、一方向きの反応

$$u_* \rightarrow d_* + \bar{e}_* + \nu_* \quad (7)$$

が進行して  $u_*$  は消滅し、 $d_*$  が暗世界の殆んど唯一のクォーク成分となる。そのため、 $SU_{c_*}(3)$  のゲージ相互作用の閉じ込めによって形成されるハドロン $_*$  は

$$\Delta_*^- = [d_* d_* d_*] = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{ijk} d_*^i d_*^j d_*^k \quad (8)$$

に限定される。すなわち、暗世界のハドロン $_*$  はスピン角運動量  $\frac{3}{2}$  の  $\Delta_*^-$  粒子のみとなる。その結果、存在が許される原子 $_*$  と分子 $_*$  は

$$\bar{H}_* = (\Delta_*^- + \bar{e}_*), \quad (\bar{H}_*)_2 = \bar{H}_* \bar{H}_* \quad (9)$$

に限られてしまう。これらの原子 $_*$  と分子 $_*$ 、およびニュートリノ $_*$   $\nu_*$  と光子 $_*$   $\nu_*$  が、単調な暗世界の主要物質であり、 $(\bar{H}_*)_2$  と  $\bar{H}_*$  が暗黒物質の候補となる。クォーク数の保存則を考慮すると、「インフレーション後の再加熱初期に於ける暗と明の世界でのクォーク種の比」と「現宇宙でのバリオン物質と暗黒物質の存在比」から

$$2m_{\Delta_*^-} : 6m_N = 23 : 4 \Rightarrow m_{\Delta_*^-} = \frac{3 \times 23}{4} m_N \quad (10)$$

が成り立つ。ここで、 $m_N \simeq 0.94 \text{ GeV}$  は核子の質量である。その結果、 $\Delta_*^-$  ハドロン $_*$  の質量の上限值は  $m_{\Delta_*^-} \simeq 16 \text{ GeV}$  と評価することができる。

## References

- [1] I. S. Sogami, Journal of Physics: Conference Series 343 (2012) 012113 doi:10.1088/1742-6596/343/1/012113

# Current Status of Dark Matter Phenomenology

Shigeki Matsumoto

*Kavli IPMU, University of Tokyo*

## 1 Introduction

The dark matter problem is now considered as the most outstanding problem in particle physics, cosmology and astrophysics. Though the nature of dark matter is still unknown and the problem is not resolved yet, we now have two important hints for those. One is from theoretical consideration about why dark matter is so stable, equivalently about which symmetry guarantees the stability of dark matter. One of the promising candidate is the gauged  $U(1)_{B-L}$  symmetry [1]. Suppose that the symmetry is broken by some scalar field with the  $B-L$  charge of two at some high scale, as inferred from the seesaw mechanism [2]-[4] as well as the successful leptogenesis scenario [5]. Then, a residual  $Z_2$  symmetry remains. Interestingly, because standard model (SM) contains only fermions with odd  $B-L$  charges and bosons with even  $B-L$  charges, the stability of dark matter is guaranteed when it is a fermion which does not carry the  $B-L$  charge. This consideration is well matched to supersymmetry (SUSY), because it predicts the neutralino (a fermion without  $B-L$  charge) and this  $Z_2$  symmetry coincides with the R-parity.

Another hint comes from the recent great discovery of the higgs bosons achieved by the ATLAS and CMS collaborations of the large hadron collider (LHC) experiment [13, 7]. Thanks to these collaborations, the higgs mass has also been determined to be about 126 GeV, which gives precious implication to physics beyond the SM. The discovery of the light higgs boson seems to indicate that new physics behind the SM is not strong physics predicting a composite higgs boson but weak physics predicting an elementary one. As far as we know, SUSY is the best scenario predicting an elementary higgs boson with solving (or relaxing) the gauge hierarchy problem between the Planck scale and electroweak scale. As a result, the neutralino is currently regarded as a leading candidate for dark matter particle. Therefore, we discuss this possibility in this talk with focusing on its theoretical and phenomenological aspects.

## 2 High scale SUSY scenario

The minimal supersymmetric standard model (MSSM) predicts three kinds of the neutralino; bino-, wino-, and higgsino-like neutralinos. Before the discovery of the higgs boson, the bino- and higgsino-like neutralinos are mainly discussed as a candidate for dark matter. On the other hand, the wino-like neutralino attracts interest after the discovery of the higgs boson. The reason is

the following. The higgs mass of 126 GeV is slightly heavier than expected within the MSSM, and it indicates that there must be large radiative corrections to the higgs quartic coupling to increase the higgs mass [8]-[10]. When the left-right mixing of the stops is negligible and  $\tan\beta$  is  $\mathcal{O}(1)$ , the typical scale of sparticles becomes  $\mathcal{O}(100)$  TeV [11], which is very attractive from the viewpoint of the SUSY-flavor/CP problems. On the other hand, if the lightest neutralino is also as heavy as 100 TeV, we have a trouble in its cosmology; the dark matter is over-produced in the early universe due to its suppressed annihilation cross section.

Interestingly, this problem is naturally solved if we consider the SUSY breaking scenario in a minimal framework and assume that the breaking is mediated by the gravity interaction (and those suppressed by the Planck scale). Suppose that if SUSY is broken at some hidden sector by the field  $Z$  which is charged under some symmetry. Then, all sparticles except gauginos acquire their masses of the order of the gravitino mass, namely  $m_{3/2} \simeq 100$  TeV, through the supergravity interaction at tree level. On the other hand, since  $Z$  is charged under some symmetry, there is no tree-level contribution to the gaugino masses. In fact, the anomaly mediated contribution is the dominant one to the gaugino masses, which is suppressed by one-loop factor [12]-[14]. As a result, gaugino masses turn out to be about 1 TeV, which is the scale that the weakly interacting massive particle (WIMP) requires. Because of the anomaly mediated contribution, the neutral wino is the lightest supersymmetric particle (LSP) in the most of the parameter region. It is also worth noting that  $\tan\beta$  is predicted to be  $\mathcal{O}(1)$  and the  $A$  terms of sfermions, which are responsible for their left-right mixings, are suppressed in this scenario. The scenario of this kind is called the high scale SUSY and recently attracts much attention. For example, the Pure Gravity Mediation model [15, 16] is one of the concrete examples of the scenario.

### 3 Wino dark matter

Here, we discuss some phenomenological aspects of the neutral wino-like dark matter. In the high scale SUSY scenario, the dark matter becomes almost the pure neutral wino. It is therefore well known that both lower and upper limits on its mass ( $m_{\text{DM}}$ ) exist; the lower limit was obtained by the LEP experiment as  $m_{\text{DM}} \gtrsim 94$  GeV, while the upper limit is from the WMAP experiment as  $m_{\text{DM}} \lesssim 2.7$  TeV, both at 95% confidence level. Since the wino dark matter couples to SM particles only through the  $SU(2)_L$  gauge interaction, meaning it does not have a direct interaction to the higgs boson, the scattering cross section between the dark matter and a nucleon is very suppressed. It is thus not easy to detect the wino dark matter in direct detection experiments especially when its mass is larger than about 500 GeV [17].

On the other hand, because of the  $SU(2)_L$  gauge interaction, the neutral wino dark matter has a large annihilation cross section. Furthermore, the cross section is boosted thanks to the non-

perturbative effect called the Sommerfeld enhancement when it is heavier than 500 GeV [18]-[20]. As a result, indirect detection experiments of dark matter will play an important role to detect the dark matter in near future. In fact, the indirect detection experiment utilizing anti-protons at the AMS-02 experiment can cover the wino dark matter up to 2.7 TeV mass [16, 21]. It has also pointed out that the 2.7 TeV wino dark matter can also be detected at the indirect detection experiment observing gamma-rays from milky-way satellites such as the Fermi-LAT experiment when the uncertainties of the dark matter density inside the satellites is reduced [22].

The neutral wino dark matter will be also detected at the LHC experiment unless its mass does not exceed about 500 GeV. In particular, if the gluino mass is within the accessible range of the experiment, say less than 2 TeV, the wino will be produced via the decay of the gluino [16, 23]. Another interesting possibility to detect the wino dark matter comes from the use of the disappearing track analysis at the direct production of the dark matter through the electroweak interaction. Since the almost pure neutral wino is highly degenerated with its charged  $SU(2)_L$  partner, the charged wino, in mass. The charge wino decays into the neutral one by emitting a soft pion with the decay length of about 7 cm because of the tiny mass difference between the neutral and charged winos. Once the charged wino is produced, it travels about 7 cm and decays inside an inner detector. Since the decay products are hardly detected at the LHC detector, the signal is observed as a disappearing track caused by the chargino. Using this analysis, the wino mass is now limited as  $m_{DM} \gtrsim 100$  GeV with  $5 \text{ fb}^{-1}$  data at 7 TeV run [24]. It is expected that the wino mass less than 500 GeV will be covered in near future using this analysis.

## 4 Summary

Because of the discovery of the higgs boson at the LHC experiment, the neutral wino dark matter now attracts more attentions than before in the framework of the high scale SUSY scenario. On the other hand, in this scenario, almost all sparticles are too heavy to be accessed at current and near future experiments. It is therefore mandatory to carefully consider what kind of experiments/observations enables us to detect the wino dark matter. This detection is nothing but the first step toward the deep understanding of physics beyond the SM.

## References

- [1] M. Ibe, S. Matsumoto and T. T. Yanagida, Phys. Lett. B **708**, 112 (2012).
- [2] T. Yanagida, in Proceedings of the Workshop on Unified Theories and Baryon Number in the Universe, eds. O. Sawada and A. Sugamoto (KEK report 79-18, 1979).
- [3] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, in Sanibel Symposium, Palm Coast, Fla., Feb 1979.



- [4] P. Minkowski, Phys. Lett. B **67**, 421 (1977).
- [5] M. Fukugita and T. Yanagida, Phys. Lett. **B174** (1986) 45.
- [6] <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic>.
- [7] <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/PhysicsResults>.
- [8] Y. Okada, M. Yamaguchi and T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **85**, 1 (1991).
- [9] J. R. Ellis, G. Ridolfi and F. Zwirner, Phys. Lett. B **257**, 83 (1991).
- [10] H. E. Haber and R. Hempfling, Phys. Rev. Lett. **66**, 1815 (1991).
- [11] A. Arvanitaki, N. Craig, S. Dimopoulos and G. Villadoro, arXiv:1210.0555 [hep-ph].
- [12] G. F. Giudice, M. A. Luty, H. Murayama and R. Rattazzi, JHEP **9812**, 027 (1998).
- [13] L. Randall and R. Sundrum, Nucl. Phys. B **557**, 79 (1999).
- [14] M. Dine and D. MacIntire, Phys. Rev. D **46**, 2594 (1992).
- [15] M. Ibe and T. T. Yanagida, Phys. Lett. B **709**, 374 (2012).
- [16] M. Ibe, S. Matsumoto and T. T. Yanagida, Phys. Rev. D **85**, 095011 (2012).
- [17] J. Hisano, K. Ishiwata and N. Nagata, arXiv:1210.5985 [hep-ph].
- [18] J. Hisano, S. Matsumoto and M. M. Nojiri, Phys. Rev. Lett. **92**, 031303 (2004).
- [19] J. Hisano, S. Matsumoto, M. M. Nojiri and O. Saito, Phys. Rev. D **71**, 063528 (2005).
- [20] A. Hryczuk and R. Iengo, JHEP **1201**, 163 (2012) [Erratum-ibid. **1206**, 137 (2012)].
- [21] L. J. Hall, Y. Nomura and S. Shirai, arXiv:1210.2395 [hep-ph].
- [22] B. Bhattacharjee, K. Ichikawa, M. Ibe, K. Nishiyama and M. M. Nojiri, in preparation.
- [23] B. Bhattacharjee, B. Feldstein, M. Ibe, S. Matsumoto and T. T. Yanagida, arXiv:1207.5453 [hep-ph].
- [24] [ATLAS Collaboration], arXiv:1210.2852 [hep-ex].

## ミニマル超対称模型における幾つかの話題

日本大学 理工学部

二瓶 武史

ミニマル超対称模型において、フレーバー混合や CP 対称性の破れに関わる幾つかの話題を議論した。一般的なミニマル超対称模型 (pMSSM) では、超対称セクターは多くの自由パラメータを含むが、制限された模型 (CMSSM) では、超対称セクターの相互作用は少ないパラメータ (普遍スカラー質量  $m_0$ , 普遍ゲージノ質量  $m_{1/2}$ , スカラー 3 点結合係数  $A$ , 2 つのヒッグスの真空期待値の比  $\tan \beta$ ) で決定される。また、CMSSM を大統一模型に埋め込んだ最も簡単な模型がミニマル超対称 SU(5) 大統一理論 (MSGUT) である。

まず、LHC 実験からの制限を議論した。LHC 実験で超対称粒子が見つかっていないことから、CMSSM のパラメータに強い制限が課されている [1]。また、LHC 実験から、ヒッグスと見られる粒子の質量が次のように決定された [2]。

$$m_H = 126 \pm 0.8 \text{ GeV}$$

CMSSM では樹木レベルでヒッグスは Z ボソンより軽くなってしまうが、ループ効果によって Z ボソンより重くなる事が出来る [3]。上の実験値を説明するには大きな輻射補正が要求され、それを実現するにはスクォーク質量を 10 TeV 程度と大きく取ったり、3 点結合係数を  $A \sim 2m_0$  と大きく取ったりしなければならない [4]。

次に、グルイーノ結合におけるフレーバー混合を議論した。クォークはグルイーノを放出してスクォークに変化するが、その際のフレーバー混合は繰り込み群を用いて量子補正を取り入れることで求められる。 $\tan \beta$  が小さい場合を考えると、トップクォークの湯川結合に対してボトムクォークのそれは無視できる。この時、トップの湯川結合による輻射補正のため、左巻きアップ型スクォーク  $\tilde{u}_{Li}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 左巻きダウン型スクォーク  $\tilde{d}_{Li}$  は共に左巻きアップ型クォーク  $u_{Li}$  と同じ基底で質量行列が対角化される。一方、左巻きダウン型クォーク  $d_{Li}$  と  $u_{Li}$  との対角化のずれが小林・益川行列  $V_{KM}$  なので、グルイーノ ( $\tilde{g}$ ) の相互作用におけるフレーバー混合行列は、次のようになる。

$$V_{\tilde{g}\tilde{u}_L u_L} \sim \mathbf{1}, \quad V_{\tilde{g}\tilde{d}_L d_L} \sim V_{KM}$$

$\tan \beta$  が大きい場合には、この結果から  $V_{KM}$  程度のずれが生じてくる [5]。このような超対称版の小林・益川行列とでも呼ぶべき混合行列は、フレーバー混合過程の計算を行う際に重要となる。もちろん、質量固有状態を得るには、さらにスクォークの右巻き・左巻き混合の効果も取り入れる必要がある。

続いて、MSGUT における陽子崩壊を議論した。超対称模型では、重いカラー 3 重項ヒッグスの質量  $M_C$  で抑制された次元 5 の演算子  $\frac{1}{M_C} \tilde{q}\tilde{q}q\ell$  ( $q$  はクォーク,  $\ell$  はレプトン,  $\tilde{q}$  はスクォーク) が陽子崩壊に支配的な寄与を与える。バリオン数を破る次元 5 の演算子は LLLL 型と RRRR 型の 2 種類に分類され、いずれも同程度の寄与を与える。次元 5 の演算子はカラー反対称テンソル  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$

を含むため、フレーバーを混合する。従って、この模型における陽子の主要な崩壊モードは、第2, 第3世代の粒子を含む  $p \rightarrow K^+\bar{\nu}_\mu, K^+\bar{\nu}_\tau$  となる。これらのモードの崩壊が観測されていないことから課せられる制限は、次の不等式で与えられる [6]。

$$\left(\frac{M_C}{8.2 \times 10^{15} \text{GeV}}\right) \gtrsim \left(\frac{\tau^{\text{exp}}(p \rightarrow K^+\bar{\nu})}{3.9 \times 10^{33} \text{years}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\beta_p}{0.014 \text{GeV}^3}\right) \left(\frac{100 \text{TeV}}{m_{\tilde{f}}}\right)$$

ここで、SuperKamiokande 実験から得られた部分寿命の下限値が  $3.9 \times 10^{33} \text{yrs}$  [7], 格子計算によるハドロンの行列要素の大きさのパラメータ  $\beta_p$  の中心値が  $0.014 \text{GeV}^3$  [8], ゲージ結合定数の統一が起こるためのカラー3重項ヒッグスの質量  $M_C$  への制限が  $2 \times 10^{14} \text{GeV} \lesssim M_C \lesssim 5 \times 10^{15} \text{GeV}$  (90% CL) [9] であることを考慮すると、現在の実験的制限を満たすためのスフェルミオン質量の下限値が次のように得られる。

$$m_{\tilde{f}} \gtrsim 100 \text{TeV}$$

また、超対称パラメータに CP の破れがある場合にも、陽子崩壊の寿命は高々因子2程度しか変化しないことが示されている [10]。

最後に、超対称セクターにおける CP の破れが暗黒物質の対消滅にどのような効果を与えるかを議論した。ここでは、pMSSM においてヒッグシーノ質量  $\mu$  とスカラー3点結合係数  $A$  が CP を破る複素位相を持つ場合を考える。

$$\mu = |\mu|e^{i\theta_\mu}, \quad A = |A|e^{i\theta_A}$$

スフェルミオンが 1 TeV 程度より重い場合には、大きな複素位相があつたとしても、中性子や電子などの電気双極子モーメントの実験と矛盾しない。超対称パラメータに CP の破れがある場合には、量子効果によってヒッグスセクターにスカラー・擬スカラー混合が生じることが知られている [11]。この効果を考慮して、ニュートラリーノが暗黒物質である場合に、非相対論的な速度での暗黒物質の対消滅断面積と残存量  $\Omega h^2$  を評価した。ニュートラリーノがビーノ的  $\chi \sim \tilde{B}$  である場合 (ただし、 $\chi$  はトップクォークより軽い W ボソンより重いとする) の非相対論的断面積では、CP の破れがなければ  $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$  の寄与が支配的であるが、CP の破れの効果によって  $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$  の寄与が支配的となる場合もある。また、CP の破れによって残存量が抑制されることで、観測値  $\Omega h^2 \sim 0.11$  を満たすようになる場合もあることが示された [12]。

## References

- [1] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B710 (2012) 67 [arXiv:1109.6572], CMS Collaboration, Phys. Rev. Lett. 107 (2011) 221804 [arXiv:1109.2352].
- [2] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B716 (2012) 1 [arXiv:1207.7214], CMS Collaboration, Phys. Lett. B716 (2012) 30 [arXiv:1207.7235].

- [3] Y. Okada, M. Yamaguchi, T. Yanagida, *Prog. Theor. Phys.* 85 (1991) 1.
- [4] H. Baer et al., arXiv:1210.3019.
- [5] A. Bouquet, J. Kaplan, C.A. Savoy, *Phys. Lett. B*148 (1984) 69, T. Goto, T. Nihei, J. Arafune, *Phys. Rev. D*52 (1995) 505 [hep-ph/9404349].
- [6] T. Goto, T. Nihei, *Phys. Rev. D*59 (1999) 115009 [hep-ph/9808255]; T. Goto, T. Nihei, *Supersymmetry, Supergravity and Superstring* (Eds J.E. Kim, C. Lee), Singapore, World Scientific (2000) 216 [hep-ph/9909251].
- [7] K. Abe et al., arXiv:1109.3262.
- [8] JLQCD Collaboration (S. Aoki et al.), *Phys. Rev. D*62 (2000) 014506.
- [9] H. Murayama, A. Pierce, *Phys. Rev. D*65 (2002) 055009 [hep-ph/0108104].
- [10] T. Ibrahim, P. Nath, *Phys. Rev. D*62 (2000) 095001 [hep-ph/0004098].
- [11] A. Pilaftsis, *Phys. Lett. B* 435 (1998) 88 [hep-ph/9805373].
- [12] T. Nihei, *Phys. Rev. D*73 (2006) 035005 [hep-ph/0508285].

## LHCの成果と展望：新粒子発見、ヒッグス粒子か？

東京大学 素粒子物理国際研究センター

小林 富雄

世界最高となるエネルギー 7TeV での運転を 2010 年 3 月に開始した CERN の陽子陽子衝突型加速器 LHC は、予想以上に順調な運転を続け、2012 年 4 月からは衝突エネルギーを 8TeV に高めた運転を行っている。2011 年 12 月の時点で見えていた「ヒッグス粒子」らしき新粒子の兆候が、2012 年 7 月には確かなものとなり、発見の発表となった。今後、この新粒子の性質を詳しく調べ、標準理論が予測するヒッグス粒子と同定できるかどうかという方向に研究は進んでゆく。また、標準理論を超える新粒子や現象が見えてくる可能性も期待されている。

2011 年秋に至るまでの状況については、同年 10 月に開催された日大理工・益川塾連携：素粒子物理学シンポジウムでの講演とプロシーディングを参照されたい。この講演では、LHC 加速器や実験、新粒子についての研究などの最新状況と将来展望について述べる。

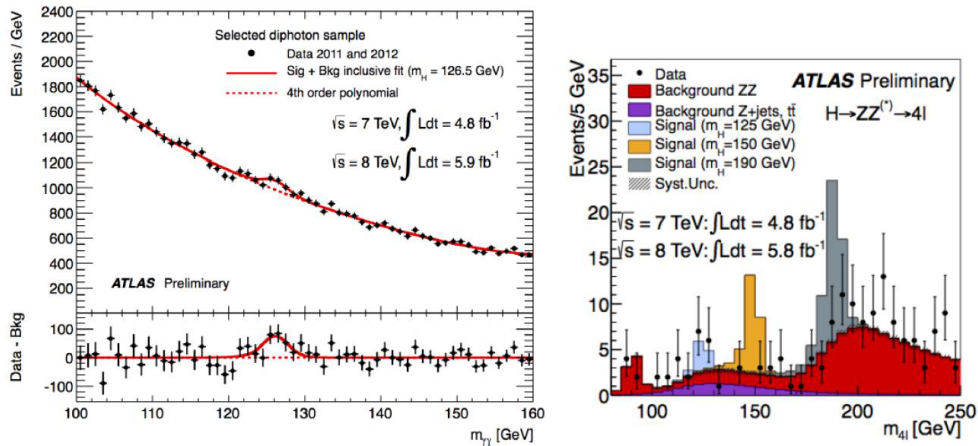
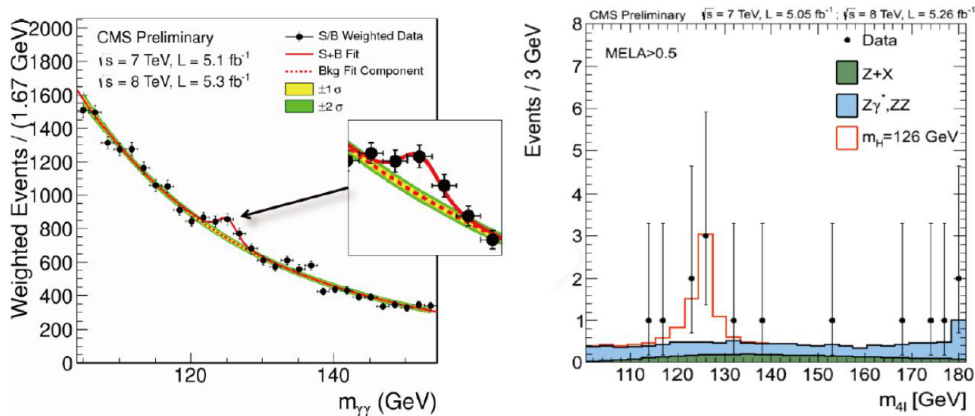
### 1 LHC 加速器と ATLAS/CMS 実験

2011 年末までに ATLAS/CMS 両実験は、衝突エネルギー 7TeV の運転で、それぞれ約  $5\text{fb}^{-1}$  のデータを収集した。これらを解析し、12 月にはヒッグス粒子探索に関する結果発表を行った。もし標準理論のヒッグス粒子が存在するとすれば、その質量は 116 から 130GeV の領域 (ATLAS 実験)、115 から 127 GeV の領域 (CMS 実験) にありそうだという、興味をそそるヒントが出てきた。しかし、まだ発見というまでには至らなかった。

2012 年 4 月から LHC は衝突エネルギーを 8TeV に高めた運転を行い、当初予想を上回る性能を上げ、最大ルミノシティは  $7.7 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  を記録し、積分ルミノシティも順調な伸びを見せた (10 月末で約  $18\text{fb}^{-1}$ )。しかし、その結果、30 を超える陽子陽子衝突が 1 回の陽子バンチ衝突当たりに見られるようになり、実験環境は一段と厳しくなったものの、粒子検出・測定性能を落とすことなくデータ収集を行うことができた。

### 2 ヒッグス粒子探索

2012 年 4 月から LHC は衝突エネルギーを 8TeV に上げて運転を行い、6 月までに約  $6\text{fb}^{-1}$  の積分ルミノシティを達成した。ATLAS、CMS 両実験とも、ここまでのデータを解析し、昨年までの結果と合わせて、国際会議 ICHEP (7 月 4 日 - 11 日、メルボルン) で発表し、7 月末に論文投稿した [1, 2]。両実験ともに、 $\gamma\gamma$  チャンネルおよび 4 レプトンチャンネルにおいてクリアなピークが観測された (Figure 1, 2)。

Figure 1: ATLAS 実験による  $\gamma\gamma$  不変質量分布 (左図) と 4 レプトン不変質量分布 (右図)Figure 2: CMS 実験による  $\gamma\gamma$  不変質量分布 (左図) と 4 レプトン不変質量分布 (右図)

$\gamma\gamma$  や 4 レプトンチャンネルに加えて  $WW(\rightarrow l\nu l\nu)$ 、 $bb$ 、 $\tau\tau$  チャンネルも合わせた信号の significance は ATLAS、CMS それぞれ  $5.9\sigma$ 、 $4.9\sigma$  であり、新粒子 (ボソン) の発見は確実となった (Figure 3)。この新粒子の質量は、ATLAS の測定値は  $126.0 \pm 0.4$  (stat)  $\pm 0.4$  (sys) GeV、CMS は  $125.3 \pm 0.6$  GeV であり、誤差の範囲でよい一致を示している。

この解析に用いられた 5 つのチャンネルに対し、断面積が測定され、標準理論ヒッグス粒子を仮定した場合との比 (signal strength) が求められた (Figure 4)。誤差はまだ大きいですが、標準理論の予想値と consistent であると言える。今後この測定の精度を上げることは、この粒子のスピンやパリティの決定と共に、この新粒子が標準理論に含まれるヒッグス粒子であるかどうか決定する上で、極めて重要である。

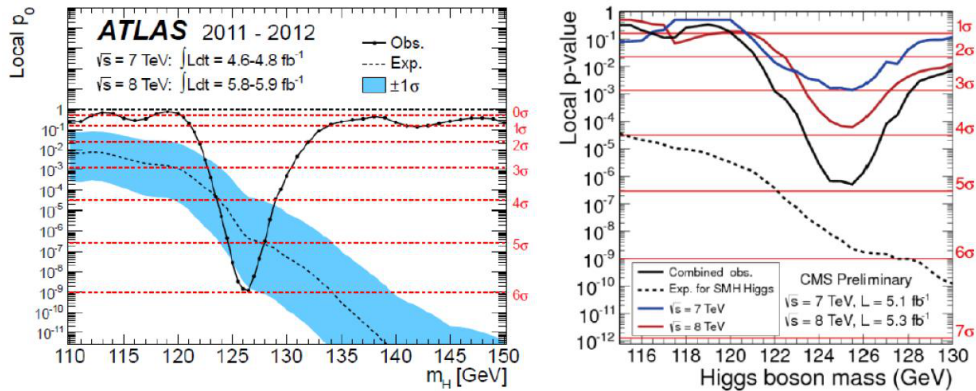


Figure 3: 実線はバックグラウンドのみから期待される確率 (local p-value) で、左図は ATLAS 実験、右図は CMS 実験の結果。破線は標準理論ヒッグス粒子が存在するとき期待される local p-value。

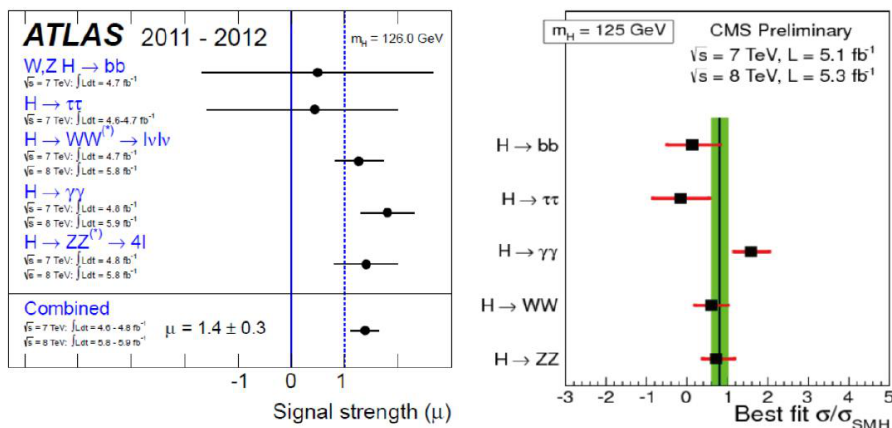


Figure 4: 標準理論ヒッグス粒子質量の制限 (95% CL)

ヒッグス粒子の質量は、標準理論の中では自由パラメータではあるが、真空の安定性の議論などから、ヒッグス粒子とトップクォークの質量についての理論的制限が与えられている。これによると、現在のそれぞれの質量値は、真空が準安定状態にあることを示し、標準理論は約  $10^{12}$  GeV より高エネルギーでは破綻することになる。ただ測定誤差を入れると、これがプランクスケールにまで伸びる可能性もあり、非常に興味深い理論的示唆を与える。

### 3 超対称性の探索

標準理論を超える可能性の中でもっとも有力視されてきたのが超対称性理論である。階層性問題や宇宙の暗黒物質の観測などから、LHCで超対称性粒子が発見される期待がもたれていた。しかしながら現在に至るまでその兆候は見つかっていない。その最も単純なモデルであるMSUGRA/CMSSMでは、Figure 5 (左図) に示されるパラメータ領域が2011年のデータにより棄却されている。これは、squarkの質量は約1.4TeV以上、gluinoは約900GeV以上であることを示している。これにより単純な超対称性モデルで、階層性や暗黒物質の問題を解決するパラメータ領域は非常にせばめられてきたが、まだstopなどの特別な粒子のみが軽く、他の超対称性粒子は非常に重いとするモデルもあり、LHCでstopに特化して探索する解析も行われている。Figure 5 (右図) はその一例であるが、今後このような特徴あるチャンネルの探索が重要性を増してくると考えられる。

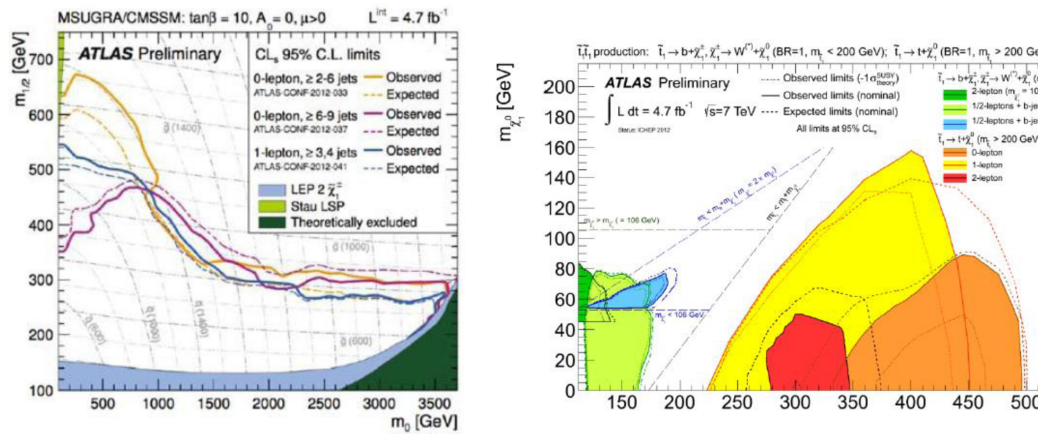


Figure 5: 左図は超対称性モデル (MSUGRA/CMSSM) の  $(m_{1/2}, m_0)$  面での95%CL棄却領域。 $\tan\beta = 10$ ,  $A_0 = 0$ ,  $\mu > 0$ とした。右図は軽いほうのstop探索結果のまとめであり、stopとneutralinoの質量の棄却領域が示されている。どちらの結果もATLAS実験の2011年までのデータを用いたものである。

前項のヒッグス粒子とみられる新粒子も、超対称性について重要な制限を与える。超対称性モデルは最低でも5つのヒッグス粒子の存在を预言するが、そのうち最も軽いものは最低次では $Z_0$ 粒子より軽いはずである。これが輻射補正により、多少重くなる可能性はあるものの、120GeV ~ 130GeVを超えるとnaturalnessにも抵触し、厳しくなってくる。実際、mGMSBモデルやmAMSBモデルなどほぼ棄却されそうな状態に近付いている。

### References

- [1] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B **716** (2012) 1-29.
- [2] CMS Collaboration, Phys. Lett. B **716** (2012) 30-61.



# Non-Local vs. Non-Commutative

- Non-Local Fields and Modified  $\kappa$ -Minkowski Spacetime -

日本大学 理工学部

仲 滋文

## 1 はじめに

本シンポジウムは、昨年に引き続いて私学連携の主旨の下に開催された第2回の素粒子物理学シンポジウムで、「素粒子と時空・現象から探る素粒子」を主題に掲げている。この主題の一つである「素粒子と時空」は、歴史的には1960年代から80年代にかけて開催された基礎物理学研究所の「時空記述研究会」や、これと足並みを揃える形で開催された「日大研究会」で活発に取り上げられたが、今回の内容は、このような主題に現代的な視点を与える狙いを持った話題を提供するものであり、第1回のシンポジウムの発表を補完するものである。

さて、表題にある Non-Local Fields は、素粒子を時空に拡がった“ extended object ”と考える理論形式として、湯川先生 [1] が後半生で追及した方向であるが、現在の素粒子理論の基礎となる考え方から遠く離れて見えるため、過去のものと思われがちである。しかし実際には、弦模型が契機となった余剰次元を伴う広い時空概念の中で、素粒子を拡がりを持つ連続体と結び付けて考えることは自然になされている。現在では、(Fig.1) のような brane と string の非局所的な配位のある素粒子理論に、何の違和感も持たれない。しかし、湯川先生の考えていた拡がり (Fig.2) のような4次元時空内の配位であり、余剰次元は考えていない。またこのような余剰次元の導入が4次元時空にある種の非可換構造をもたらすことも知られている。brane から余剰次元の方向に伸びる弦と反対称場との相互作用は、弦の端点に  $[x_\mu, x_\nu] = i\kappa^{-2}\theta_{\mu\nu}$  のような非可換性をもたらす。これは、可換時空の場に非局所性を与える積  $f(x) \star g(x) = e^{\frac{i}{2}\kappa^{-2}\theta_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu} f(x)g(x') \Big|_{x=x'}$  の導入と同等である。以下は、前回のシンポジウムのに引き続き、 $\kappa$ -Minkowski 時空と呼ばれる非可換構造を持つ時空模型に結びついた、4次元 Minkowski 時空の非局場理論の特徴について調べたものである。

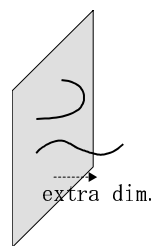


Fig. 1

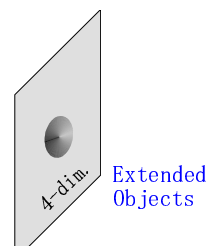


Fig. 2

## 2 非局所と非可換

湯川先生が目指した素粒子の非局所場理論の狙いは、拡がりと言う立場から素粒子の内部量子数を自然に理解し、局所場理論に固有の発散の問題も解消しようという点にあった。ただし、そのような拡がりを導入する指導原理があまりにも少なく、1948年に試みられた最初の論文では、正準変数対“ $p, x$ に同形の方程式を要求する”Bornの双対生の考え方を頼りに、Klein-Gordon方程式を

$$\begin{array}{ccc}
 \left[ \begin{array}{l} [p^\mu, [p_\mu, U]] - m^2 U = 0 \\ [x^\mu, [x_\mu, U]] + \lambda^2 U = 0 \\ [p^\mu, [x_\mu, U]] = 0 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \Phi(X, \bar{x}) = \langle x' | U | x'' \rangle \\ \longleftrightarrow \\ X = \frac{x' + x''}{2} \\ \bar{x} = x' - x'' \end{array} & \left. \begin{array}{l} (P^\mu P_\mu - m^2)\Phi = 0 \\ (\bar{x}^\mu \bar{x}_\mu + \lambda^2)\Phi = 0 \\ P^\mu \bar{x}_\mu \Phi = 0 \end{array} \right\} \quad (1)
 \end{array}$$

と拡張し、2点に依存する $\Phi$ を bi-local field と呼んだ。ここで、 $U$ が $x$ のみの関数である局所場とすれば、通常の時空では $[p^\mu, [p_\mu, U]] = -\partial^\mu \partial_\mu U$ および $[x^\mu, [x_\mu, U]] = 0$ となり、Klein-Gordon方程式は導かれても拡がりの定数は $\lambda = 0$ となる。 $U$ が $x$ 表示で対角形にならず、 $\langle x' | U | x'' \rangle$ のような行列場 (bi-local 場) を導くためには、 $U$ は $(x, p)$ の関数であるか、時空座標自体が $x^\mu x^\nu \neq x^\nu x^\mu$ のような非可換性を持つ必要がある。湯川先生は前者の立場、即ち時空は可換な連続多様体であり、その上の $U$ 場が行列場となる方向を探った。

一方、湯川先生の bi-local 理論と同時期の1947年に、H.S. Snyder[2]による時空の非可換性と拡がりの定数が結びついた時空模型：Quantized Space-Time が登場している。Snyderは、5次元 Minkowski 時空上の双局面を形成する4次元 deSitter 時空

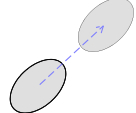
$$dS_4 : (y^0)^2 - (y^1)^2 - (y^2)^2 - (y^3)^2 - (y^4)^2 = -\kappa^2 \quad (2)$$

から出発し、 $M_{AB}$ を $y^C$ , ( $A, B, C = 0, 1, 2, 3, 4$ )のローレンツ変換の生成子として $[x_\mu, x_\nu] = i\kappa^{-2} M_{\mu\nu}$ , ( $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ )の意味で時空座標の非可換性を導入した。Snyderの狙いは、湯川先生と同様に局所場理論の破綻を救おうと言うもので、

The problem of the interaction of matter and fields has not been satisfactorily solved to this date. The root of the trouble in present field theories seems to lie in the assumption of point interactions between matter fields. On the other hand, no relativistically invariant Hamiltonian theory is known for any form of interaction other than point interactions.

と述べている。Snyderの時空では運動量空間が $dS_4$ の構造をもつ曲がった空間であるため、非可換構造を可換な座標( $x^\mu$ )空間の有効理論として考えるときに、ある種の非局所場が導入される。一般に、非可換座標を可換座標の有効理論として表現しようとすると同じことが生じる。さて、湯川先生は弦模型の原型とも言えるべき bi-local 場の理論を出して見せたが、これは発散や素粒子の多様性と言った本来の狙いからは、はるかに遠いものであった[3]。湯川先生はより理想に近づ

くことを諦めず，おそらくは拡がりを持つ物体の運動の意味を考え抜くことだけを頼りに，20年後に空間的に広がった領域が時間的にも差分運動を行うことを表現する場の方程式に従う domain (素領域) [4] 模型を提唱し，協力者達と共に

$$\exp\left(\sum_{\alpha=1}^4 \lambda_{\alpha} \epsilon_{\mu}^{\alpha} \partial / \partial X_{\mu}\right) \Psi = \exp(-i\lambda S) \Psi \quad (3)$$


のような波動方程式を書き下した。この方程式は， $\Psi$  は  $\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \epsilon_{\mu}^{\alpha}$  だけ平行移動すると元の状態に戻ると言う波動方程式であるが，これ以上のことを展開する指導原理がなく，追隨する研究も少なかった。

一方，Snyder の非可換時空模型も，Yang[5] により時空に直接曲率を持ち込む解釈が付け加えられたものの，このような時空上の場の理論を組み立てることは容易ではなく，その後の発展は途絶えたかに見えた。しかし近年になり， $\kappa$  を Lorentz 群における光速  $c$  のような普遍定数として扱う Doubly Special Relativity(DDR)[6] の立場から再び非可換時空が取り上げられるようになり，この中で差分・微分型の波動方程式が自然に現われることになった。

### 3 $\kappa$ -Minkowski 時空

DDR は，交換関係

$$[x_i, x_j] = 0 \quad (i, j = 2, 2, 3), \quad [x_0, x_i] = -i\kappa^{-1} x_i \quad (4)$$

で特徴づけられる  $\kappa$ -Minkowski 時空で実現される対称性である。(4) は，空間回転では不変であるものの，Lorentz boost の下では不変とならない代数構造になっている。このような時空座標は，(2) の  $(y^A)$  空間における Lorentz 変換の生成子  $M_{\mu\nu}$  から  $x_0 = \kappa^{-1} M_{0,4}$ ,  $x_i = \kappa^{-1} (M_{i0} + M_{i4})$  として表現できるが，その交換関係は Snyder の場合と異なり，それ自体で  $\kappa$  を構造係数に含む Lie 代数の形に閉じている。この代数の下で， $\kappa$  を観測者に依存しない定数とする  $\kappa$ -Poincare 変換が成立する。まず， $\kappa$ -Minkowski 時空の平面波を演算子の順序を考慮して  $e_R(k) = e^{ik^i \hat{x}^i} e^{-ik^0 \hat{x}^0}$  と定義し，さらにその微分

$$de_R(k) = -i\kappa \{ dx_{\mu} \tilde{P}^{\mu}(k) + dx_4 (\tilde{P}^4(k) - 1) \} \quad (5)$$

により運動量  $P^A = \kappa \tilde{P}^A$ , ( $A = \mu, 4$ ) を定義する。 $e_R(k)$  は  $\{x^{\mu}\}$  上の平面波であるが， $dx^{\mu}$  に  $y^{\mu}$  と同じ変換性を仮定しているため，(5) の右辺には交換関係  $[\hat{x}_0, dx_0] = -i\kappa^{-1} dx_4$  を通して  $dx_4$  が現れる。 $\tilde{P}^A$  の形は，

$$\tilde{P}^i = e^{\tilde{k}^0} \tilde{k}^i, \quad \tilde{P}^0 = \frac{1}{2} e^{\tilde{k}^0} \tilde{k}^2 + \sinh(\tilde{k}^0), \quad \tilde{P}^4 = \frac{1}{2} e^{\tilde{k}^0} \tilde{k}^2 - \cosh(\tilde{k}^0) \quad (6)$$

であり,  $P^\mu P_\mu - P_4^2 = -\kappa^2$  を満たして  $\{P^A\}$  は  $dS_4$  のベクトルであることが確かめられる。 $P^A$  の 5 次元 Lorentz 変換は, 光速と共に  $\kappa$  不変にする。このとき,  $P^i, (i = 1, 2, 3)$  の回転は  $k^i$  の回転となるが, Lorentz boost は  $k^i$  の  $\kappa$ -Poincare 変換  $\delta_i \tilde{k}_j = \delta_{ij} \left( \frac{\tilde{k}^2}{2} + \frac{1-e^{-2\tilde{k}_0}}{2} \right) - \tilde{k}_i \tilde{k}_j, (k^i = \kappa \tilde{k}^i)$  となる。これらの変換の下で,  $C_1 = P_4$  および  $C_2 = P^\mu P_\mu$  は, それぞれ 1 次と 2 次の Casimir 不変量となる。そこで例えば,

$$2\kappa^2(\tilde{P}_4(k_\mu = i\partial_\mu) - 1)\Psi = m^2\Psi \quad (7)$$

は,  $\kappa$ -Poincare 不変な波動方程式となる。(7) は domain を想起させる微分・差分型の方程式であるものの, 湯川先生の想定する (3) と異なり Lorentz 対称性は破れている。Lorentz 対称な波動方程式を導く一つの考え方は, 背景空間の  $dS_4$  を反 deSitter 空間

$$AdS_{n+1}: y^{\hat{\mu}}y_{\hat{\mu}} + y^+y^- = \kappa^2, (\hat{\mu} = (\mu, a), a = 4, 5, \dots, n-1; y^\pm = y^{n+1} \pm y^n) \quad (8)$$

に改め,  $y^0$  と  $y^{n+1}$  の役割を入れ替えればよい。こうして非可換構造  $[x_{\hat{\mu}}, x_{\hat{\nu}}] = 0, [x_n, x_{\hat{\mu}}] = i\kappa^{-1}x_{\hat{\mu}}$  を持つ  $n$  次元時空が得られ, 積  $e_S(k) = e^{\frac{i}{2}k^-x^n} e^{-ik^{\hat{\mu}}x_{\hat{\mu}}} e^{\frac{i}{2}k^-x^n}$  で定義された平面波の微分から, (6) に類似した運動量ベクトル  $P^A, (A = \hat{\mu}, n, n+1)$  が得られる。(6) の空間回転を添字  $\mu \in \{A\}$  の Lorentz 変換に, また boost を  $\hat{\mu} \leftrightarrow n+1$  の変換に対応させると,  $P_n$  はこの変換の下で  $C_1$  不変量となる。さらに,  $k^- = -\frac{1}{\mu}k^{\hat{\mu}}k_{\hat{\mu}}, (\mu \lesssim \kappa)$  とおいて<sup>1</sup> $k^-$  を  $k^{\hat{\mu}}$  で書き換えると,  $C_1$  不変量から導かれる波動方程式は

$$\frac{1}{2}(1 + 2\kappa\mu^{-1})\kappa^{-2}G^{-1}(k^{\hat{\mu}})\Psi = \left[ \frac{1}{2}\tilde{k}^{\hat{\mu}}\tilde{k}_{\hat{\mu}} + \sinh\left(\frac{\kappa}{\mu}\tilde{k}^{\hat{\mu}}\tilde{k}_{\hat{\mu}}\right) - \frac{1}{2}\tilde{m}_0^2 \right] \Psi = 0 \quad (9)$$

となる。この方程式は, 明らかに  $d-1$  次元の Lorentz 変換の下で不変であり,  $a = 4, 5, \dots, n-1$  の次元をコンパクト化すると, 離散的な質量固有値を持つ (時間的な)4 次元運動量の解を導く。

## 4 場の理論?

波動方程式 (9) は, domain を想起させる微分・差分型であるが, 質量項自身に  $\sinh$  の引数として  $k^{\hat{\mu}}k_{\hat{\mu}}$  が含まれているため, ループ計算における伝播関数の収束特性は極めてよい [8]。 $\kappa$ -Minkowski 時空での場の理論の構成方法は, 必ずしも明確ではない。(7) を可換時空で表現された  $\kappa$ -Poincare 不変な自由場の方程式と考える場合, 場の相互作用にも対称性を反映させるために, 場の積にある種の  $\star$ -積を導入しなくてはならないが, その定義は一通りではなく, またその際に現われる高階微分が伝播関数の収束性を打ち消すこともある。

一方, (9) を非可換性を可換時空の有効理論として表現した自由場の方程式と考える場合, 要求される対称性は  $d-1$  次元の Lorentz 対称性であるため, 場の相互作用項は局所場の積の形で表すこ

<sup>1</sup> $\{y^A\}$  空間の Lorentz 変換の生成子  $M_{AB}$  を使うと  $x^n = 2M_{+-}$  であり, これに伴って  $k^A$  の  $k^-$  成分だけが残った形が  $e_S(k)$  である。 $r_S(k)$  では  $k^+$  が任意であるため,  $k$  を  $AdS_{n+1}$  の境界  $k^2 = 0$  に置くことは可能であり, この上で  $k^+ = \mu (= \text{const.})$  として共形対称性を破った形が (9) である [7]。

とができて、伝播関数は極めて強い収束性を示す。例えば、下図の外線のない loop ダイアグラムでは、Euclid 化した内線の運動量が  $\bar{k}^{\hat{\mu}} \ll \kappa$  の領域で  $G \sim (-\bar{k}^2 - m^2)^{-1}$ , ( $m^2 = m_0^2/(1 + 2\kappa\mu^{-1})$ ) となり、通常のスカラー場の loop を sharp cutoff 正則化した有限値となる。また、 $\bar{k}^{\hat{\mu}} \gg \kappa$  の領域では  $G \sim (1 + 2\kappa\mu^{-1})\kappa^{-2}e^{-\bar{k}^2/(\mu\kappa)}$  の Gaussian cutoff 正則化による有限値を与えて、全体として有限なダイアグラムとなる。

$$\times \text{ (circle) } \sim \underbrace{I(|k| < \kappa)}_{\text{finite}} + \underbrace{I(|k| \geq \kappa)}_{\sim \text{const.} \times (\mu\kappa)^{3/2}}$$

同様に、外線を持つ  $\phi^3$  型相互作用の自己エネルギーダイアグラムも、有限値となることが確かめられる。このような結果が、有限量の繰り込みとして理論の形式を保つことになるかどうか、また (9) を得るために、本来 (Fig.1) の形であった拡がりを、 $k^-$  を  $k^{\hat{\mu}}$  で書き換えて強引に (Fig.2) の形に持ち込んだことの正当性など、検討すべき課題は多い。しかし前回にも述べたように [7]、湯川先生の domain と Snyder の非可換時空は元々近い位置にあったようで、両者の考え方を現代的な立場から再検討する価値はあると言える。

## References

- [1] H.Yukawa, Prog. Theor. Phys. **3**(1948), 205.  
H.Yukawa, Phys. Rev. **77**(1950), 219.
- [2] H. Snyder, Phys. Rev. **71**(1947),38 .
- [3] T. Goto, S. Naka and K. Kamimura, *On the Bi-Local Model and String Model*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **67**(1979),69.
- [4] Y.Katayama and H. Yukawa, Prog. Theor. Phys. Suppl. **41**(1968),1.  
Y.Katayama, I. Umemura and H. Yukawa, Prog. Theor. Phys. Suppl. **41**(1968),22.
- [5] C.N.Yang, Phys. Rev. **72**(1947),874,APS
- [6] J. Kowalski-Glikman, *Introduction to Doubly Special Relativity*, Lect. Notes in Phys. **669**(2005), 131, [hep-th/0405273] ( 代表的な総合報告 )
- [7] 第 1 回のシンポジウムの報告“ 素粒子論研究 Vol.12(2012)No.2 ”で、今回省略した部分にも触れている ( 詳しくは論文を準備中です )
- [8] S. Naka and H. Toyoda, prog. Theor. Phys. **113**(2005), 645.

## SO(10) GUT in the LHC ERA.

Takeshi Fukuyama

*Department of Physics and R-GIRO, Ritsumeikan University and  
Maskawa Institute, Kyoto Sangyo University*

2012 is an epoch making era for particle physics. The discovery of a Higgs-like particle by the LHC is not only the completion of the Standard Model (SM) but also the opening of grand unified theory (GUT) as the precision science. We will explain its implications in this talk. SUSY GUT consists of three ingredients:

1. The structure of the Yukawa couplings of quarks-leptons, or equivalently, of the mass matrices of quarks-leptons including that of heavy right-handed neutrino.
2. The flow chart of gauge symmetry breaking from GUT gauge groups (SU(5), SO(10),  $E_6$  etc.) to the SM gauge group SU(3) $\times$ SU(2) $\times$ U(1).
3. The SUSY breaking mechanism like gravitation, gauge, anomaly mediations etc. and their initial conditions at GUT or at  $M_P$ .

GUT becomes the ‘‘Standard Model’’ of the next generation when these three conditions are satisfied consistently.

The SM is only concerned with (1). The MSSM and its versions like the NMSSM and nMSSM etc. deal with (1) and (3). (2) has been analyzed only by renormalizable minimal SO(10) GUT (minimal SO(10) GUT) since we can make unambiguously gauge invariant potential in that case.

In this short talk we do not argue on the details of minimal SO(10) model [1], only taking these three ingredients in our mind.

The discovery of a Higgs-like particle at the LHC is not only the last discovery of the SM particles but also gives stringent constraints on SUSY GUT especially on (3) mentioned above. We will study the impact of the recent LHC discoveries of Higgs-like object around  $m_h = 125$  GeV,  $h \rightarrow \gamma\gamma$ , SUSY search etc. in connection with SO(10) GUT models. Here the consistencies of the SUSY have been analyzed without considering the details of model but with the pattern of soft SUSY breaking.

One loop correction to the lightest Higgs mass in CMSSM is [2][3]

$$m_h^2 \approx M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{3}{4\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2} \left[ \ln \frac{M_S^2}{m_t^2} + \frac{X_t^2}{M_S^2} \left( 1 - \frac{X_t^2}{12M_S^2} \right) \right], \quad (1)$$

where

$$M_S = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}, \quad X_t = A_t - \mu \cot \beta, \quad v = 174 \text{ GeV} \quad (2)$$

with the trilinear Higgs-stop coupling constant  $A_t$ . For large  $\tan\beta$ , some negative corrections appear

$$\Delta m_h^2 \approx -\frac{h_b^4 v^2}{16\pi^2} \frac{\mu^4}{M_S^4} \quad (3)$$

from sbottom, and

$$\Delta m_h^2 \approx -\frac{h_\tau^4 v^2}{48\pi^2} \frac{\mu^4}{m_\tau^4} \quad (4)$$

from stau. Here the bottom Yukawa and the tau Yukawa are

$$h_b \approx \frac{m_b}{v \cos\beta(1 + \tan\beta\Delta h_b)}, \quad h_\tau \approx \frac{m_\tau}{v \cos\beta(1 + \tan\beta\Delta h_\tau)} \quad (5)$$

with one-loop corrections of  $\Delta h_b$  and  $\Delta h_\tau$ . Anyhow these corrections may be subdominant.

The recent review of SUSY search at LHC gives very severe constraint on CMSSM [4].

Here we set Higgs-like object around 125 GeV as the lightest Higgs  $h$ , and (1) indicates (a) rather large stop mass or (b) large  $A_t$ . (a) implies a large discrepancy between  $m_t$  and  $m_{\tilde{t}}$  and is in the inverse direction of that of original SUSY motivation, the loop cancellation in Higgs mass hierarchy. This large stop mass need large  $m_0$  or large  $M_{1/2}$  for gaugino mediation, which is very severe from the LHC [4]. We did not adopt the second choice since we set  $A_0 = 0$ . We will be back on this point later.

As a result, someone assert that CMSSM is strogly disfavored [5]. Here CMSSM is the MSSM with the universal boundary conditions,

$$\mathbf{m}_Q^2 = \mathbf{m}_u^2 = \mathbf{m}_d^2 = \mathbf{m}_L^2 = \mathbf{m}_e^2 = m_0^2 \mathbf{1}_3, \quad (6)$$

$$m_{H_u} = m_{H_d} = m_0, \quad (7)$$

$$\frac{M_3}{g_3^2} = \frac{M_2}{g_2^2} = \frac{M_1}{g_1^2} = \frac{M_{1/2}}{g_u^2}, \quad (8)$$

$$\mathbf{a}_u = A_0 \mathbf{Y}_u, \quad \mathbf{a}_d = A_0 \mathbf{Y}_d \quad \mathbf{a}_e = A_0 \mathbf{Y}_e. \quad (9)$$

If it is indeed the case, it should be considered very worrisome since our analyses of LFV, leptogenesis, sparticles mass spectra have been based on the universal boundary condition of CMSSM from (6) to (9). As we mentioned, these universal boundary conditions are natural except for (7) in the framework of SO(10) group. It is more natural that we relax (7) and take  $m_{H_u}$  and  $m_{H_d}$  as free parameters (NUHM1 or NUHM2). It is not obvious to us that it improves the problems [6]. Here we only point out that this may suppress sfermion masses since

$$16\pi^2 \frac{d}{dt} m_{\phi_i}^2 = - \sum_{a=1,2,3} 8C_a(i) g_a^2 |M_a|^2 + \frac{6}{5} Y_i g_i^2 S, \quad (10)$$

where

$$S \equiv Tr[Y_j m_{\phi_j}^2] = m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2 + Tr[\mathbf{m}_Q^2 - \mathbf{m}_L^2 - 2\mathbf{m}_u^2 + \mathbf{m}_d^2 + \mathbf{m}_e^2]. \quad (11)$$

Gaugino mediation which we adopted in 5D model makes the situation worse. This is because all matters get their masses from gaugino by RGE and gaugino mass must be unacceptably large. Also we may generalize (8): if the hidden sector field is not the singlet unlike

$$\mathcal{L} \sim \delta(y) \int d^2\theta \frac{X}{M_5^2} \text{tr}[\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha], \quad (12)$$

but, for instance, **54**-plet

$$\mathcal{L} = \int d^2\theta \frac{\Phi_{\alpha\beta}}{M_5} \mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}^\beta, \quad (13)$$

we have non-universal gaugino masses at GUT scale[7]

$$M_3 : M_2 : M_1 = 2 : -3 : -1 \quad (14)$$

in place of (8). So, even if we adopt CMSSM or minimally extend it, we must first construct the most suitable soft mass conditions ( $m_0, M_{1/2}, A_0, \tan\beta$  for CMSSM or  $m_0, M_{1/2}, A_0, \tan\beta, \mu, m_A$  for NUHM2 ) without singlet and with singlet (the next-to-minimal supersymmetric model (NMSSM) [8] and the nearly minimal supersymmetric model (nMSSM) [9] etc.) due to several SUSY breaking mechanism.

The most important advantage of our model is its high predictivity, and it contains some tensions among the upper bound of  $\mu \rightarrow e\gamma$ , electron EDM, and anomalous muon g-2 etc. [10]. This is remedied by non-zero A-term, which restricts SUSY breaking mechanisms.

One of the peculiar properties of our data fitting among others is large  $\tan\beta$ .  $Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$  is proportional to  $(\tan\beta)^6$  and served as the checking tool [11][12].

$$\begin{aligned} Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) &= 3.5 \times 10^{-5} \left[ \frac{\tan\beta}{50} \right]^6 \left[ \frac{\tau_{B_s}}{1.5ps} \right] \left[ \frac{F_{B_s}}{230MeV} \right]^2 \left[ \frac{|V_{ts}^{eff}|}{0.040} \right]^2 \\ &\times \frac{\bar{m}_t^4}{M_A^4} \frac{(16\pi^2)^2 \epsilon_Y^2}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan\beta)^2 (1 + \epsilon_0 \tan\beta)^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Also it should be remarked that there may be  $3\sigma$  deviation from the SM in  $h \rightarrow \gamma\gamma$  [13]. Its decay ratio is given by [14] [15]

$$\begin{aligned} \Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{G_F \alpha^2 m_h^3}{128 \sqrt{2} \pi^3} \left| \sum_f N_{cf} e_f^2 g_f^h A_f^h(\tau_f) + g_W^h A_W^h(\tau_W) \right. \\ &+ \left. g_{H^\pm}^h A_{H^\pm}^h(\tau_{H^\pm}) + \sum_{\tilde{\chi}^\pm} g_{\tilde{\chi}^\pm}^h A_{\tilde{\chi}^\pm}^h(\tau_{\tilde{\chi}^\pm}) + \sum N_{cf} e_f^2 g_{\tilde{f}}^h A_{\tilde{f}}^h(\tau_{\tilde{f}}) \right| \end{aligned} \quad (16)$$



where  $\tau_a \equiv (m_h/2m_a)^2$ .  $A_i$  ( $i$  specifies spin here) are defined by

$$A_1(\tau) = -[2\tau^2 + 3\tau + 3(2\tau - 1)g(\tau)]/\tau^2 \quad (17)$$

$$A_{1/2}(\tau) = 2[\tau + (\tau - 1)g(\tau)]/\tau^2 \quad (18)$$

$$A_0(\tau) = -[\tau - g(\tau)]/\tau^2, \quad (19)$$

where

$$g(\tau) \equiv \begin{cases} \arcsin^2 \sqrt{\tau} & \text{for } \tau \leq 1 \\ -\frac{1}{4} \left( \log \frac{1+\sqrt{1-1/\tau}}{1-\sqrt{1-1/\tau}} - i\pi \right)^2 & \text{for } \tau > 1 \end{cases} . \quad (20)$$

Recently LHCb Collaboration has announced that they have found the first evidence of  $Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (3.2_{-1.2}^{+1.5}) \times 10^{-9}$  [16], which is in agreement with the SM prediction,  $Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = 3.23 \pm 0.27) \times 10^{-9}$ .

We will discuss these processes in the framework of our model in separate form [17].

## References

- [1] T.Fukuyama, two review papers, GUT Proceedings GUT07 and GUT2012 (AIP Conf. Proc. 1467 (2012) 69-75 arXiv:1207.3090[hep-ph]; AIP Conf.Proc. 1015 (2008) 3-21 arXiv:0806.1987[hep-ph]
- [2] H.E.Harber and R.Hempfling, Phys.Rev.Lett. **66**, 1815 (1991);  
Y.Okada, M.Yamaguchi, and T.Yanagida, Prog.Theor.Phys. **85**, 1 (1991);  
J.R.Ellis, G.Ridfi, and F.Zwirner, Phys.Lett. **B257**, 83 (1991).
- [3] The contributions of stop mixing were considered in:  
M.Carena, J.Espinosa, M.Quiros, and C.Wagner, Phys.Lett. **B355**, 209 (1995); M.Carena, M.Quiros, and C.Wagner, Nucl.Phys. **B461**, 407 (1996); M.Carena, S.Gori, N.R.Shah, and C.E.M.Wagner, arXiv:1112.3336v2.
- [4] Talks at SUSY2012, <http://blog.vixra.org/2012/08/13/susy-2012/>
- [5] J. Cao, Z.Heng, J.M.Yang, and J.Zhu, arXiv:1207.3698.
- [6] O.Buchmueller et al., arXiv:1207.7315.
- [7] S.P.Martin, Phys.Rev. **D79**, 095019 (2009) arXiv:0903.3568[hep-ph]; Q.Shafi, GUT2012 AIP Conf.Proc.**1467**, 101 - 108 (2012).
- [8] U.Ellwanger, C.Hugonie, and A.M.Teixeira, Phys.Rept. **496**, 1 (2006).
- [9] P.Fayet, Nucl.Phys.**B90**, 104 (1975).
- [10] T.Fukuyama, T.Kikuchi and N.Okada, Phys.Rev. **D68**, 033012 (2003).
- [11] A.J.Buras, P.H.Chankowski, J.Rosiek, and L.Slawianowska, Phys.Lett. **B546**, 96 (2002).

- [12] F.Mahmoudi, Moriond QCD and High Energy Interactions (2012) arXiv:1205.3099[hep-ph].
- [13] ATLAS Collaboration, Preliminary result at SUSY2012 (2012 Kyoto).
- [14] J.Gunion,, H.Haber, G.Kane, and S.Dawson, "The Higgs Hunter's Guide" (Addison-Wesley, Reading, Mass., 1990).
- [15] M.Spira, Fortsch.Phys. **46**, 203 (1998) arXiv:9705337v2[hep-ph].
- [16] R.Aaij et al. [LHCb Collaboraryion] CERN-PH-EP-2012-335.
- [17] Very preliminary results are given in T.Fukuyama, SO(10) GUT in Four and Five Dimensions: A review. arXiv:1212.3407 [hep-ph].

# 125 GeV Techni-dilaton at the LHC

Shinya Matsuzaki

*Maskawa Institute, Kyoto Sangyo University*

## 1 Introduction

On July 4, 2012, a new boson of the mass around 125 GeV was discovered at the Large Hadron Collider (LHC) [1]. It has been reported that in the diphoton channel the signal strength of the new boson is about two times larger than that predicted by the standard model (SM) Higgs, while other channels are consistent with the SM Higgs. This may imply a hint for a new scalar boson beyond the SM.

It is the techni-dilaton (TD) that is a candidate for such a new scalar boson: The TD is a composite scalar boson predicted in the walking technicolor (WTC) [2] which is characterized by an approximately scale-invariant (conformal) gauge dynamics and a large anomalous dimension for the techni-fermion bilinear operator  $\gamma_m = 1$ . Thus the discovery of TD should imply discovery of the WTC. This note provides a brief summary of a couple of recent works on the TD at the LHC [3, 4].

## 2 Techni-dilaton

The TD arises as a pseudo Nambu-Goldstone boson for the spontaneous breaking of the approximate scale symmetry triggered by techni-fermion condensation. Its lightness, say 125 GeV, is therefore protected by the approximate scale symmetry for a wide range between  $m_F$  and  $\Lambda$ , where  $m_F$  and  $\Lambda$  respectively denote the dynamical mass of the techni-fermion and an ultraviolet cutoff for the WTC to be identified with an extended technicolor scale  $\Lambda_{\text{ETC}} = \mathcal{O}(10^3 - 10^4 \text{ TeV})$ . Recently, it has been shown [4] that the light TD can indeed be realized by a large gluonic effect intrinsic to the walking dynamics, which is smaller in QCD-like dynamics. The lightness is actually protected also below  $m_F$ , after the end of the walking, thanks to the large suppression of possible explicit breaking effects due to the large TD decay constant: Several theoretical estimates suggest  $v_{\text{EW}}/F_\phi \simeq 0.1 - 0.3$  at around 125 GeV of the TD mass [3, 4], where  $v_{\text{EW}} \simeq 246$  GeV. Thus the TD mass is fairly stable to become around 125 GeV.

## 3 Techni-dilaton at the LHC

The relevant things to study the TD LHC signatures at 125 GeV are the couplings to the SM particles such as those to  $bb, \tau\tau, gg, WW, ZZ$  and  $\gamma\gamma$ . The TD couplings are completely

determined by the low-energy theorem for the spontaneous breaking of the scale symmetry, which turn out to take essentially the same form as those of the SM Higgs. The overall scaling from the SM Higgs is just given by a ratio  $v_{EW}/F_\phi$ . On the other hand, the TD couplings to diphoton and digluon are not simply scaled from the SM Higgs, which include techni-fermion loop contributions depending on modeling of the WTC along with the number of technicolor,  $N_{TC}$ .

To be concrete, the present note focuses on the one-family model for the WTC in which techni-fermions having the same SM gauge charges as those of the SM one family fermions are included. The couplings to  $bb, \tau\tau, WW, ZZ$  are then suppressed simply because of the suppression of the TD coupling by  $v_{EW}/F_\phi$  compared to the SM Higgs. On the contrary, the extra techni-fermions carrying the electromagnetic and QCD color charges make the couplings to  $gg$  and  $\gamma\gamma$  highly enhanced compared with the SM Higgs, which somehow compensates the smallness of other couplings. These couplings actually play the key role to account for the presently reported excess of diphoton event rate, while the significance for other channels stays at the level similar to the SM Higgs prediction.

## 4 Conclusion

The 125 GeV TD at the LHC turns out to be consistent with the currently reported LHC boson [3]. See Figs. 1 and 2. Of great interest is that the TD can be more favorable than the SM Higgs, thanks to the presence of extra techni-fermion loop corrections to digluon and diphoton couplings: The current data fit yields  $\chi^2_{\min}/\text{d.o.f.} = 12/13(10/13) \simeq 0.9(0.7)$  for the TD with  $N_{TC} = 4(5)$ , which is compared with the SM Higgs case with  $\chi^2_{\text{SM-Higgs}}/\text{d.o.f.} \simeq 14/14 = 1.0$ . More precise measurement and observation of the LHC boson through exclusive channels like  $\tau\tau + \text{jets}$  and  $WW + \text{jets}$  will derive a more definite conclusion that the TD is actually better than the SM Higgs, or not.

## References

- [1] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012); S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012).
- [2] K. Yamawaki, M. Bando and K. Matumoto, Phys. Rev. Lett. **56**, 1335 (1986); M. Bando, K. Matumoto and K. Yamawaki, Phys. Lett. B **178**, 308 (1986); M. Bando, T. Morozumi, H. So and K. Yamawaki, Phys. Rev. Lett. **59**, 389 (1987).
- [3] S. Matsuzaki and K. Yamawaki, Prog. Theor. Phys. **127**, 209 (2012); Phys. Rev. D **85**, 095020 (2012); Phys. Rev. D **86**, 035025 (2012); arXiv:1207.5911 [hep-ph].
- [4] S. Matsuzaki and K. Yamawaki, Phys. Rev. D **86**, 115004 (2012).

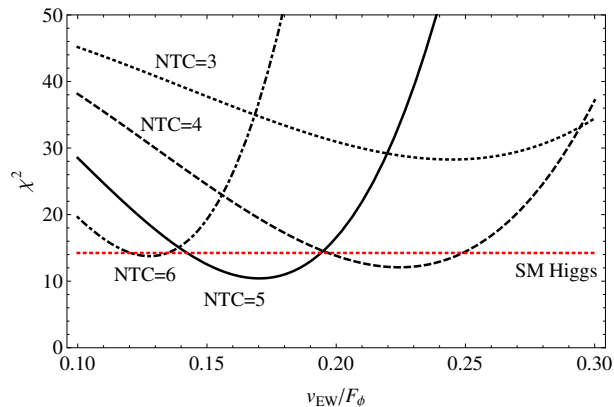


Figure 1: The plot of  $\chi^2$  as a function of  $v_{EW}/F_\phi$  in the case of the one-family model with  $N_{TC} = 3, 4, 5, 6$ . The  $\chi^2$  is defined for signal strengths of event rates normalized to the SM Higgs cross section. The observed data on the signal strengths have been read from Ref. [1]. Comparison with the SM Higgs (red-dotted horizontal line) is also shown.

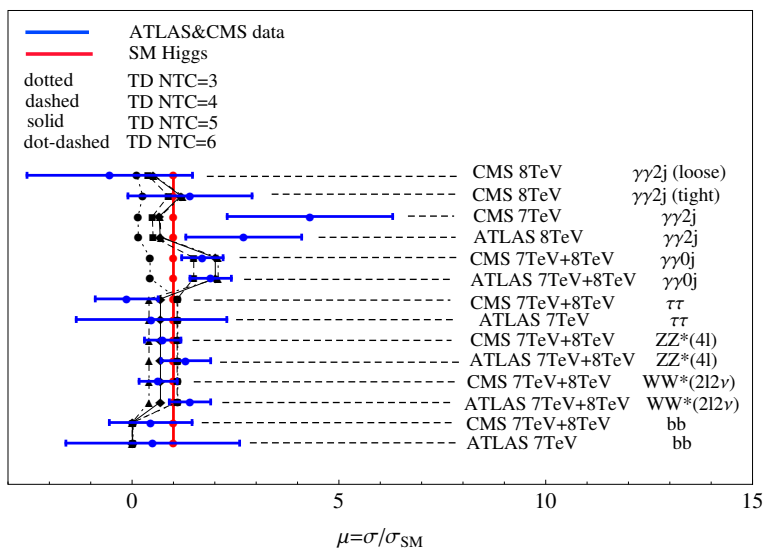


Figure 2: The best-fit signal strengths of the 125 GeV TD, for the decay channels categorized as  $WW^*(2l2\nu)$ ,  $ZZ^*(4l)$ ,  $\tau^+\tau^-$ ,  $\gamma\gamma 0j$  and  $\gamma\gamma 2j$  [1].

# Flavor puzzles and partial mass-degeneracy

Takeshi Araki and Hiroyuki Ishida

*Maskawa Institute, Kyoto Sangyo University*

## 1 Introduction and Motivation

Although the Standard Model (SM) of particle physics agrees very well with results from various experiments, some problems and unsatisfactory points have also been pointed out. One of them is the lack of a guiding principle for the flavor structure of fermions. In this regard, the introduction of flavor symmetries may be one of the most conceivable extensions of the SM.

Since most of the flavor symmetries need to be broken either spontaneously or explicitly [1] at energy scales much above the electroweak scale, it is not usually easy to answer the question, “What kind of symmetries should we introduce?” In order to answer this question, we need to find out remnants of such broken symmetries in a low energy theory, and small parameters could be important for this purpose. If the symmetry breaking is slight, the breaking effects appear as small breaking terms. Even if they were grossly broken, the corresponding breaking terms, in low energies, might be expressed in terms of effective non-renormalizable operators suppressed by their breaking scales. For instance, it is well-known that a Majorana neutrino mass term can be constructed with only the SM particle contents at mass-dimension five [2]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{f_{ij}}{\Lambda_\nu} L_i L_j H H, \quad (1)$$

where  $L_i$  and  $H$  represent the left-handed lepton doublets and the SM Higgs, respectively, and that the lepton number symmetry is restored when one sets the neutrino mass term to zero. In this case, the observed tiny neutrino masses could be regarded as breaking terms of the lepton number symmetry broken at the high energy scale  $\Lambda_\nu$ . Like this, it might be said that small parameters in a low energy theory are the manifestation of new symmetries in high energies; zero limits of the small parameters correspond to unbroken limits of the associated symmetries.

In this talk, we would focus on hierarchy between the two squared-mass differences of neutrinos, that is  $\Delta m_{12}^2 \ll \Delta m_{23}^2$ , and discuss its consequences. As can be seen from Fig. 1, this turns out to be a quasi degeneracy between  $m_1^\nu$  and  $m_2^\nu$  unless  $m_1^\nu$  is much smaller than  $m_2^\nu$  in the normal mass ordering. Let us focus on this partial quasi-degenerate region (roughly  $m_2^\nu = 0.05 \sim 0.10$  eV) and consider the effective operator given in Eq. (1). In the limit of  $\Delta m_{12}^2 = 0$ , the Majorana neutrino mass matrix comes to respect the  $O(2)$  flavor symmetry [3]

$$R^T \begin{pmatrix} m_1^\nu & 0 & 0 \\ 0 & m_1^\nu & 0 \\ 0 & 0 & m_3^\nu \end{pmatrix} R = P^T \begin{pmatrix} m_1^\nu & 0 & 0 \\ 0 & m_1^\nu & 0 \\ 0 & 0 & m_3^\nu \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} m_1^\nu & 0 & 0 \\ 0 & m_1^\nu & 0 \\ 0 & 0 & m_3^\nu \end{pmatrix}, \quad (2)$$

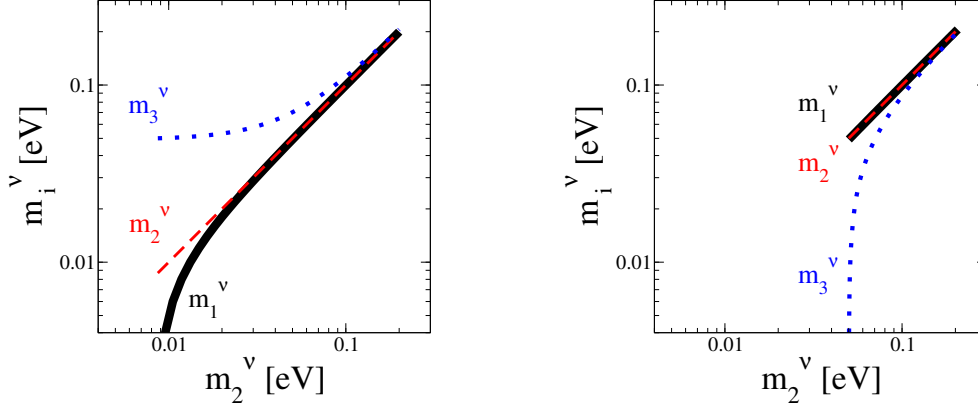


Figure 1: The neutrino masses as a function of the second generation neutrino mass with  $\Delta m_{12}^2 = 7.56 \times 10^{-5}$  and  $|\Delta m_{23}^2| = 2.43 \times 10^{-3}$  for the normal (left panel) and inverted (right panel) mass ordering cases. The solid (black), dashed (red), and dotted (blue) curves correspond to  $m_1^\nu$ ,  $m_2^\nu$  and  $m_3^\nu$ , respectively.

where

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

In other words,  $L_1$  and  $L_2$  belong to a doublet representation of  $O(2)$ , e.g.  $\mathbf{2}_n$ , while  $L_3$  behaves as a singlet representation, e.g.  $\mathbf{1}$ . (For notations of  $O(2)$ , see the second paper of Ref. [3].) Then, the slight mass splitting between  $m_1^\nu$  and  $m_2^\nu$  may stem from breaking of the  $O(2)$  symmetry. At first glance, this partial degenerate limit seems to conflict with the charged lepton masses because they are strongly hierarchical. In the case of Weyl fermions, however, one can assign a different doublet representation,  $\mathbf{2}_{m \neq n}$ , or the singlet representation  $\mathbf{1}$  to the right-handed charged leptons, leading to

$$M^\ell = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^\ell \end{pmatrix} \quad \text{or} \quad M^\ell = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ m_{31}^\ell & m_{32}^\ell & m_{33}^\ell \end{pmatrix}, \quad (4)$$

respectively, and one can see that the electron and muon are degenerate with zero mass in both cases. In this sense, the partial degenerate limit is applicable to not only the charged lepton sector but also the quark sectors. Rather, this picture appears reasonable since we can relate smallness of the light charged fermion masses with the  $O(2)$  symmetry breaking.

The  $O(2)$  symmetry breaking triggers flavor mixing at the same time. On one hand, in the quark and charged lepton sectors, small flavor mixings are expected because the breaking terms are supposed to be much smaller than the leading terms Eq. (4), and thus the observed small

CKM mixing could be obtained<sup>2</sup>. On the other hand, in the neutrino sector, flavor mixing can be large since the leading neutrino mass matrix in Eq. (2) is almost proportional to the unit matrix if the neutrino mass hierarchy is mild. In turn, it may be possible to realize the large PMNS mixing even though the breaking terms are small.

To summarize, a limit of the partial-mass-degeneracy seems to fit the observed fermion mass spectra and mixings, and moreover it suggests the  $O(2)$  (or its subgroups) flavor symmetry.

## 2 Model

We show a simple model for the lepton sector by means of the  $D_N$  symmetry, which is one of discrete subgroups of  $O(2)$ . In this case, we are free from massless Nambu-Goldstone bosons, gauge anomalies and so on. In order to lift the mass degeneracy, the  $D_N$  flavor symmetry must be broken by a doublet representation, so that we introduce a set of gauge singlet scalars  $S_{1,2}$ . We assign the irreducible representations in such a way that

$$L_{1,2} \dagger \mathbf{2}_2, \quad L_3, \ell_{1,2,3}, H \dagger \mathbf{1}, \quad S_{1,2} \dagger \mathbf{2}_1, \quad (5)$$

where  $\ell_{1,2,3}$  stand for the right-handed charged leptons. We consider the effective Majorana neutrino mass operator in Eq. (1) so as to keep our discussions as general as possible. Note that  $S_{1,2}$  are postulated to be complex fields, and we invoke spontaneous CP violation (SCPV) via complex vacuum expectation values (VEVs) of  $S_{1,2}$ ; otherwise the electron remains massless within the given particle contents. We do not discuss the availability of SCPV in this talk, but naively define VEVs of the scalars as

$$\langle H \rangle = v, \quad \langle S_I \rangle = (s_1 e^{i\phi_1} \quad s_2 e^{i\phi_2})^T. \quad (6)$$

After the scalars acquire the VEVs, the charged lepton mass matrix takes the form of

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v} M^\ell \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ y_1^0 & y_2^0 & y_3^0 \end{pmatrix} \\ & + \frac{1}{\Lambda_F^2} \left[ \begin{pmatrix} y_1 \delta_1 & y_2 \delta_1 & y_3 \delta_1 \\ y_1 \delta_2 & y_2 \delta_2 & y_3 \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y'_1 \delta_1^* & y'_2 \delta_1^* & y'_3 \delta_1^* \\ y'_1 \delta_2^* & y'_2 \delta_2^* & y'_3 \delta_2^* \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y''_1 \delta_a & y''_2 \delta_a & y''_3 \delta_a \\ y''_1 \delta_b & y''_2 \delta_b & y''_3 \delta_b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right], \quad (7) \end{aligned}$$

where

$$\delta_1 = (s_1^2 e^{2i\phi_1} - s_2^2 e^{2i\phi_2}), \quad \delta_2 = 2s_1 s_2 e^{i(\phi_1 + \phi_2)}, \quad (8)$$

$$\delta_a = s_1^2 - s_2^2, \quad \delta_b = 2s_1 s_2 \cos(\phi_1 - \phi_2), \quad (9)$$

---

<sup>2</sup>We notice that mixing between the first and second generations is not necessarily small because of the mass degeneracy. This could explain reason why  $\theta_{12}^{\text{CKM}}$  is a little larger than the others.



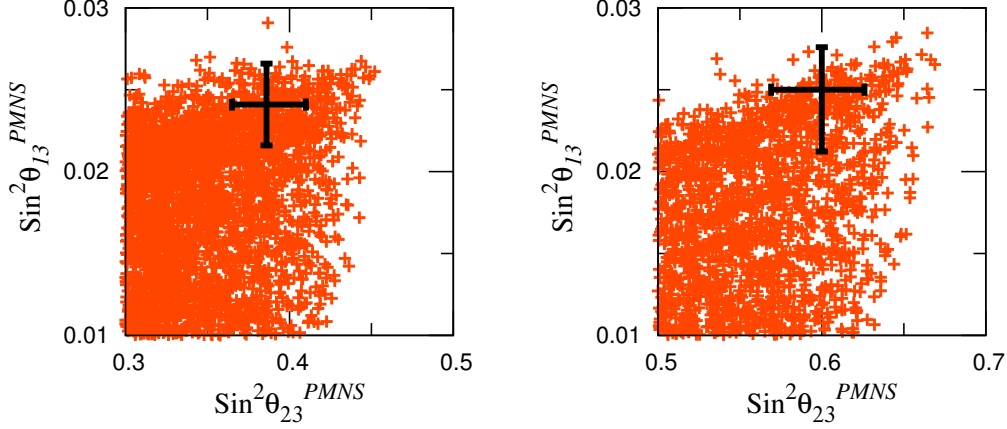


Figure 2:  $\sin^2 \theta_{13}^{\text{PMNS}}$  as a function of  $\sin^2 \theta_{23}^{\text{PMNS}}$  for the cases of normal (left-panel) and inverted (right-panel) neutrino mass orderings. The  $1\sigma$  error bars from Ref. [4] are also plotted.

while the neutrino mass matrix is given as

$$\begin{aligned} \frac{\Lambda_\nu}{v^2} \mathcal{M}_\nu = & \begin{pmatrix} f_\nu & 0 & 0 \\ 0 & f_\nu & 0 \\ 0 & 0 & f'_\nu \end{pmatrix} + \frac{1}{\Lambda_F^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & g_\nu \delta_1 + g'_\nu \delta_1^* + g''_\nu \delta_a \\ 0 & 0 & g_\nu \delta_2 + g'_\nu \delta_2^* + g''_\nu \delta_b \\ g_\nu \delta_1 + g'_\nu \delta_1^* + g''_\nu \delta_a & g_\nu \delta_2 + g'_\nu \delta_2^* + g''_\nu \delta_b & 0 \end{pmatrix} \\ & + \frac{1}{\Lambda_F^4} \begin{pmatrix} h_\nu \epsilon_1 + h'_\nu \epsilon_1^* + h''_\nu \epsilon_a + h'''_\nu \epsilon_x + h''''_\nu \epsilon_x^* & h_\nu \epsilon_2 + h'_\nu \epsilon_2^* + h''_\nu \epsilon_b + h'''_\nu \epsilon_y + h''''_\nu \epsilon_y^* & 0 \\ h_\nu \epsilon_2 + h'_\nu \epsilon_2^* + h''_\nu \epsilon_b + h'''_\nu \epsilon_y + h''''_\nu \epsilon_y^* & -(h_\nu \epsilon_1 + h'_\nu \epsilon_1^* + h''_\nu \epsilon_a + h'''_\nu \epsilon_x + h''''_\nu \epsilon_x^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10) \end{aligned}$$

with

$$\epsilon_1 = \delta_1^2 - \delta_2^2, \quad \epsilon_2 = 2\delta_1\delta_2, \quad (11)$$

$$\epsilon_a = \delta_a^2 - \delta_b^2, \quad \epsilon_b = 2\delta_a\delta_b, \quad (12)$$

$$\epsilon_x = \delta_1\delta_a - \delta_2\delta_b, \quad \epsilon_y = \delta_1\delta_b + \delta_2\delta_a. \quad (13)$$

Note that  $y_i$ ,  $f_\nu$ ,  $g_\nu$  and  $h_\nu$  are dimensionless couplings,  $\Lambda_F$  describes a breaking scale of the  $D_N$  flavor symmetry and we have ignored the next-to-next-to-leading terms in the charged lepton sector. Obviously, there exists a sufficient number of parameters to fit the experimental data, and there are no predictions for the fermion masses and mixings. Nevertheless, we would emphasize that the model can reproduce experimental data without making the dimensionless couplings hierarchical. For instance, in Fig 2 (left panel), we choose the following parameter space:

$$\begin{aligned}
y_3^0 &= 1.0, \quad y_1^0 = y_2^0 = 1.2, \quad y_1 = -y_2 = y_3 = y_1' = y_2' = -y_3' = 0.8, \\
y_1'' &= -y_2'' = -y_3'' = 0.8 \sim 1.3, \\
f_\nu' &= 1.0, \quad f_\nu = 0.90 \sim 0.95, \quad g_\nu = g_\nu'' = 0.9, \quad g_\nu' = 0.8 \sim 1.3, \\
h_\nu &= h_\nu' = h_\nu'' = -h_\nu''' = -h_\nu'''' = 0.8 \sim 1.3, \\
\frac{s_{1,2}}{\Lambda_F} &= 0.15 \sim 0.30, \quad \phi_{1,2} = 0 \sim 2\pi,
\end{aligned} \tag{14}$$

for the case of normal neutrino mass ordering and numerically compute  $\sin^2 \theta_{23}^{\text{PMNS}}$  and  $\sin^2 \theta_{13}^{\text{PMNS}}$  while imposing the  $1\sigma$  constraints of  $\Delta m_{12}^2/\Delta m_{23}^2$  and  $\sin^2 \theta_{12}^{\text{PMNS}}$  from Refs. [4] and the charged lepton mass ratios at the  $Z$ -boson mass scale from Ref. [5]. As can be seen from the figure, a nearly maximal  $\theta_{23}^{\text{PMNS}}$  and relatively large  $\theta_{13}^{\text{PMNS}}$  are successfully obtained. By choosing a similar parameter space, for the inverted ordering case, one can depict the right panel in Fig 2.

### 3 Summary and Future Works

Inspired by  $\Delta m_{12}^2 \ll \Delta m_{23}^2$ , we focus on a neutrino mass range in which the first and second generation neutrinos are quasi-degenerate in mass. In the limit of  $\Delta m_{12}^2 = 0$ , a Majorana neutrino mass matrix respects the  $O(2)$  flavor symmetry. We suggest that this partial-mass-degenerate limit may be a good starting point for understanding not only the observed neutrino mass spectrum but also the charged fermion mass spectra and flavor mixings.

In this talk, we adopt the  $D_N$  symmetry as our flavor symmetry in order to concentrate on the flavor puzzles of fermions. It is, of course, very challenging to enlarge the symmetry to  $O(2)$  taking into account a new gauge boson and gauge anomalies. Also, the quark sectors should be included. Furthermore, we plan to postulate a specific neutrino mass generation mechanism and implement the Leptogenesis scenario.

### References

- [1] C. I. Low and R. R. Volkas, Phys. Rev. **D68**, 033007 (2003); Y. Koide, Phys. Rev. **D71**, 016010 (2005).
- [2] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43**, 1566 (1979).
- [3] E. I. Lashin, S. Nasri, E. Malkawi, and N. Chamoun, Phys. Rev. **D83**, 013002 (2011); J. Heeck and W. Rodejohann, JHEP **1202**, 094 (2012).
- [4] D. V. Forero, M. Tórtola, and J. W. F. Valle, Phys. Rev. **D86**, 073012 (2012); G. L. Fogli *et al*, arXiv:1205.5254 [hep-ph].
- [5] Z. Z. Xing, H. Zhang, and S. Zhou, Phys. Rev. **D86**, 013013 (2012).

## 逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソンの現象論

大阪大学大学院 理学研究科・京都産業大学 益川塾

小出 義夫

### 1 なぜファミリー・ゲージボソンを考えたいのか？

これについては、この報告ではくどくど繰り返さない。それは単なる主観的な願望にすぎないから。

### 2 なぜ人々はファミリー・ゲージ・ボソンを考えようとししないのか？

それに対して、「考えない」という方にはかなり客観的な理由がある。

#### (a) $K^0$ - $\bar{K}^0$ mixing からの制約

普通,  $M_{family} > 10^3$  TeV と言われている。こんなに大きな質量を持つ粒子は我々のエネルギー・スケールでは観測にかからない。どうせ見えてこないものを議論したって「物理」としては意味がない。

#### (b) Tevatron などの直接探索では見えていないではないか？

これには反論ができる。今までは主として  $X \rightarrow e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$  モードを探していた。逆階層質量を持ったファミリー・ゲージ・ボソン探しだから  $X \rightarrow \tau^+\tau^-$  を探すべき (例えば, CDF は  $Z' \rightarrow \tau^+\tau^-$  search より  $m(Z') \geq 400$  GeV という下限値を報告している [1]). しかし, これは  $Z'$  探しであって,  $A_3^3$  探しでは生成比が異なるのでこの下限値は  $A_3^3$  探しには当てはまらない。

### 3 タウ崩壊における $e$ - $\mu$ 普遍性の破れを見てみよう

Quark sector では, quark mixing が起きて, 不定性が入り込む。よって, 先ずは, 純レプトニックモードであるタウ崩壊に注目することにする。PDG2012 によれば

$$\begin{aligned} Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) &= (17.83 \pm 0.04)\%, \\ Br(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) &= (17.41 \pm 0.04)\%. \end{aligned} \quad (1)$$

これより, 次のような振幅比を得る:

$$R_{amp} \equiv \frac{1 + \varepsilon_\mu}{1 + \varepsilon_e} = \sqrt{\frac{Br(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) f(m_e/m_\tau)}{Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) f(m_\mu/m_\tau)}} = 1.0020 \pm 0.0016, \quad (2)$$

where  $f(x) = 1 - 8x^2 + 8x^6 - x^8 - 12x^4 \log x^2$ . 従って, 次のようにズレの値を得る:

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_\mu - \varepsilon_e = 0.0020 \pm 0.0016 \quad (3)$$

(3) 式の結果を見るように, 誤差の値も大きいので, そのズレの値を深刻にとる必要はない。しかし, ズレの方向  $\varepsilon > 0$  という点に注目して欲しい。ズレの発生はファミリー・ゲージボソンの質量差に起因すると考える:  $\varepsilon_i^0 = (g_F^2/M_{3i}^2)/(g_W^2/8M_W^2)$ . 観測値  $\varepsilon > 0$  (i.e.  $\varepsilon_\mu > \varepsilon_e$ ) は  $M_{23} < M_{13}$  を示唆する。すなわち, “family gauge bosons with an inverted mass hierarchy” を示唆する。

そのような逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソンのモデルは最近，山下と私によって提案された [2]. このモデルにおいて，ゲージボゾン  $A_i^j$  の質量  $M_{ij}$  は

$$M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ej}} \right) \quad (4)$$

によって与えられる ( $m_{ei}$  は荷電レプトン質量) .

このモデルは隅野モデルの拡張版である．逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボゾン模型の現象論を述べる前に，簡単に隅野メカニズムと K-Y モデル [2] の紹介を行おう．

#### 4 なぜ我々はファミリー・ゲージボソンを必要とするか？

##### Sumino mechanism

隅野 [3] は，荷電レプトンに対する質量関係式

$$K \equiv \frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{2}{3} \quad (5)$$

が，なぜ pole masses を使うと見事に成立するのに，running masses を使うとさほどでもなくなるのか，に着目した．このズレは QED 輻射補正における  $\log m_{ei}^2$  項から来る．隅野は，ファミリー・ゲージボゾンが存在して，これによる寄与がフォトンによる  $\log m_{ei}^2$  部分を打ち消すと考えた．

隅野メカニズム（打ち消し）が成立するためには，(i) 荷電レプトンの U(3) family symmetry に対する変換性を  $(\psi_L, \psi_R) = (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*)$  と割り当てる；(ii) ファミリー・ゲージボソンの質量を  $M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k(m_{ei} + m_{ej})$  とする．このようにして photon からの寄与  $\log m_{ei}^2$  がファミリー・ゲージボゾンからの  $-\log M_{ii}^2 = -\frac{1}{2} \log m_{ei}^2 - \log k$  なる寄与によって，打ち消し可能となる．

しかし，隅野モデルは次のような問題点を持つ：(i) アノマリー・フリー・モデルではない．(ii)  $\Delta N_f = 2$  を持ったカレント・カレント相互作用が登場する．(iii) SUSY モデルでは vertex type diagram は効かないので SUSY モデルには利用できない．

なぜ逆階層質量を持つファミリー・ゲージボソンを考えるのか？

あくまで，隅野メカニズムの思想を保持し，しかし，隅野モデルの欠点を改良したい．

(i)  $(\psi_L, \psi_R) = (\mathbf{3}, \mathbf{3})$  of U(3) family symmetry を考える．(ii) ファミリー・ゲージボソンの質量は逆階層質量 Eq.(4) を持つ．このようにして，フォトンからの寄与  $\log m_{ei}^2$  は，ファミリー・ゲージボゾンからの寄与  $\log M_{ii}^2 = -\frac{1}{2} \log m_{ei}^2 + \log k$  によって，打ち消しが可能となる．(iii) モデルはアノマリー・フリーである．(iv) SUSY にも適用可能となる．

#### 5 このゲージボソンの主な性質

- U(3) なので，ゲージボソンは 9 個．
- 逆階層の質量 Eq.(4) を持つ．
- クォーク・レプトンとは pure vector type で結合．
- ゲージボソンの質量間の相対値およびゲージ結合定数はフリーではない．フリーパラメーターは，唯一，一番軽いゲージボソンの質量  $M_{33}$  のみ．

- (e) ファミリー数の破れはクォーク・セクターでのみ起こる（ファミリー量子数は質量固有状態にある荷電レプトンを basis に定義される．従って，クォークはファミリーの固有状態にはない．）  
 (d) 低いエネルギースケールでの現象を考えたい．例えば， $M_{33} \sim 1$  TeV の物理など（願望）

## 6 どんな現象が期待できるのか？

（既知モード♡，未検出モード◇）

- (a)  $e$ - $\mu$ - $\tau$  普遍性の破れの現象（ $A_i^j$  の間の質量差に起因）  
 （例）♡  $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau / e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ , ♡  $\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^- / \mu^+ \mu^- / e^+ e^-$   
 (b) ファミリー数保存の稀崩壊  
 （例）◇  $B \rightarrow K + \tau^+ + \mu^-$ , ◇  $K \rightarrow \pi + \mu^+ + e^-$   
 現在の実験的探索の bound から考えて，まもなく発見されると期待 (See Ref.[2]) .  
 (c) ファミリー数の破れの現象（クォーク・セクターでのみ起こる）  
 （例）♡  $K^0$ - $\bar{K}^0$  and  $D^0$ - $\bar{D}^0$  mixings, ◇  $\mu^- + N \rightarrow e^- + N$ , ♡  $b \rightarrow s + \gamma$   
 (d) LHC や ILC において期待される直接的生成  
 （例）◇  $pp \rightarrow A_3^3 + X \rightarrow (\tau^+ \tau^-) + X$

## 7 $e$ - $\mu$ - $\tau$ 普遍性からのズレと $M_{33}$ 値

### タウ崩壊

報告の残りページが少なくなってきたので，結果のみを述べよう．先に与えたズレの観測値 (3) は直接的にズレのパラメータ  $\varepsilon_\mu^0 = (g_F^2/M_{32}^2)/(g_W^2/8M_W^2)$  を与えるわけではない． $A_i^j$  の交換はベクトルタイプなので，補正が必要である．さらに，我々のモデルでは gauge coupling constants  $g_F$  はフリー・パラメータではなく， $g_F^2 = (3/2)\zeta e^2 = (3/2)\zeta g_W^2 \sin^2 \theta_W$  なる関係があるので，結果として，

$$M_{23} = 2.6_{-0.7}^{+3.2} \text{ TeV} \quad (6)$$

なる結論を得る．よって，Eq.(4) の関係を使えば，一番軽いゲージ・ボゾンの質量は

$$M_{33} = 0.87_{-0.22}^{+1.07} \text{ TeV} \quad (7)$$

に相当する．ただし，誤差が大きいので，このセンター値はマジに受け取ってはならない．

### ウプシロン崩壊

飛ぶことのできるファミリー・ゲージボゾンは  $A_3^3$  だけなので，ズレは  $\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^-$  にだけ現れる： $\varepsilon_\tau = (g_F^2/e^2/3)(M_\Upsilon^2/M_{33}^2)$ ．一方，観測値は  $R_{Br} \equiv Br(\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^-)/Br(\Upsilon \rightarrow \mu^+ \mu^-) = 1.048 \pm 0.046$ ，すなわち，振幅での比  $R_{amp} = 1 + \varepsilon_\tau = 1.028 \pm 0.022$  を与え，これより，

$$M_{33} = 0.112_{-0.026}^{+0.130} \text{ TeV} \quad (8)$$

という，とても低い値を得る．先のタウ崩壊からの結論 (7) とも一致しない．実験誤差が大きいので，無論，この数値もマジに取るべきでない．多分，実験精度が上がると，ズレの実験値はもう少し小さくなるだろう．

## 8 クォーク混合とファミリー数の破れ

ファミリー数の破れは，クォーク・セクターでのみ起こる！ファミリー・ゲージボソンは，荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型である基底において，質量の固有状態にある．従って，レプトン・セクターではファミリー数の破れは少なくともツリー・レベルでは起こりえない．しかし，一般には， $M_e$  が対角型である基底において，クォーク質量行列まで対角型であると限らない．従って，クォーク・セクターでは，クォーク混合を通して，ファミリー数の破れの反応がツリー・レベルで可能となる．

$$H_{fam} = g_F \sum_{q=u,d} (\bar{q}^0_i \gamma_\mu q_j^0) (A_i^j)^\mu = g_F \sum_{q=u,d} (A_i^j)_\mu [(U_L^{q*})_{ik} (U_L^q)_{jl} (\bar{q}_{Lk} \gamma^\mu q_{Ll}) + (L \rightarrow R)]. \quad (9)$$

例えば， $A_3^3$ ,  $A_2^2$ ,  $A_1^1$  の交換によって， $K^0$ - $\bar{K}^0$  mixing が引き起こされる：

$$\Delta m_K^{fam} = \left[ \frac{1}{M_{33}^2} (U_{31}^{d*} U_{32}^d)^2 + \frac{1}{M_{22}^2} (U_{21}^{d*} U_{22}^d)^2 + \frac{1}{M_{11}^2} (U_{11}^{d*} U_{12}^d)^2 \right] \times 0.7738 \times 10^{-11} \text{ TeV}. \quad (10)$$

これに対して観測値は  $\Delta m_K^{obs} = (4.484 \pm 0.006) \times 10^{-18} \text{ TeV}$  である．すでに標準模型に基づく計算ではこれに近い値を与えることができるので，新物理が顔を出せる余裕は狭い．試しに  $U_d \sim V_{CKM}$  と選んでみると，第2項 ( $A_2^2$  の交換の項) が明らかに強い制限を与える ( $M_{22} \gtrsim 10^2 \text{ TeV}$  を要求する.) (シンポジウムでは， $U_{21}^d \simeq 0$  なるモデルを採用すればこの条件は気にしなくて済むといったが， $D^0$ - $\bar{D}^0$  mixing などと，総合的に考えるときには， $U_{21}^d \simeq 0$  なるモデルは無理があり，逆階層質量モデルでも， $K^0$ - $\bar{K}^0$  mixing などから来る制限は，依然としてシビアな問題となることが判明した．その後の分析については Ref.[4] を参照されたい.)

このようなクォーク混合に起因するファミリーの破れは， $\mu$ - $e$  conversion など様々なところで，観測されるはずである．しかし，このモデルでは， $b \rightarrow s + \gamma$  はツリー・レベルで起きるが， $\tau \rightarrow \mu + \gamma$  はツリー・レベルでは起きないことに注目していただきたい．

## 9 まとめ

逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソンのモデルでは，その質量にかなり低いエネルギー・スケールを考えることができる可能性を持つ．豊富な現象論が期待できる．

## References

- [1] D. Acosta *et al.* (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. **95**, 131801 (2005).
- [2] Y. Koide and T. Yamashita, Phys. Lett. B **711**, 384 (2012).
- [3] Y. Sumino, Phys. Lett. B **671**, 477 (2009).
- [4] Y. Koide, arXiv:1209.1694 [hep-ph] (revised version).

## 二重ベータ崩壊の展望

大阪大学大学院 理学研究科・京都産業大学 益川塾

高杉 英一

### 1 はじめに

1980年に、私たちは、マヨラナニュートリノ系でのCPを破る位相は、クォーク系における小林・益川位相（ディラック位相）に加えて特有の位相（マヨラナ位相）が現れることを見つけ[1]、この位相を検証する最適な過程としてニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊（ $(\beta\beta)_{0\nu}$ ）を解析し、ニュートリノの質量が小さい場合（ $m \ll 100\text{MeV}$ ）、崩壊確率は有効質量

$$\langle m_\nu \rangle = |m_{ee}| = \left| \sum U_{ej}^2 m_j \right| \quad (1)$$

に比例することを見つけた[1,2]。この過程でニュートリノの混合とCP位相を加味した有効質量により、ニュートリノ質量の絶対値とマヨラナCP位相の測定の可能性をはじめて示した。以下二重ベータ崩壊の可能性について解説する。

#### (1) ニュートリノがマヨラナ粒子である理由

私は上記の論文をまとめてから、ニュートリノがマヨラナ粒子である理由を考えていた。その理由は、ディラック粒子は質量の縮退した2つのマヨラナ粒子から構成されることにありと考えた。このことは、スピン1/2の粒子の基本形態がマヨラナ粒子ということの意味している。それでは、電子はなぜディラック粒子であるのだろうか。それは、電荷の保存則があるからである。2つのマヨラナ粒子の質量を縮退させる対称性は回転対称性であり、この2つがディラック粒子を構成する際、この対称性が位相対称性になるのである。ニュートリノは中性粒子であるので、電荷保存則のようなSuperselction ruleは存在せず、基本形態はマヨラナ粒子である。ディラック粒子に成るためには対称性（回転）を導入する必要があり、その必然性は特にない。物理学における様々な場面で理論的に可能で特別な禁止則がない場合には、可能性（自由度）は必ず自然界で実現されるはずである。したがって二重ベータ崩壊は必ず起こるのがあるが、崩壊確率の正確な値を予言することは困難である。

#### (2) 二重ベータ崩壊が近未来の実験で観測される可能性とこの過程の優位性

この過程を起こす機構のボトムラインはニュートリノの質量の寄与である。近い将来計画されている実験感度は0.01eV程度である[3]。また、放出された2つの電子のエネルギーの和のスペクトルはモノクロマティックであり、backgroundが少ないことも有利な点である。実験としては、ソース物質をいかに多量に手に入れるかが競争のポイントである。

#### (3) 発見されたらどうなるか

この崩壊を発見するのがまず第一の目標である。このためには様々な原子核で実験を行うことが必要である。崩壊確率の計算で最大の問題点は、核行列の理論計算の精度である。有効質量が0.01eV程度として、理論計算の不定性を加味すると、どの原子核で発見できるか予想できないが、どれ

か一つの原子核で観測される可能性は大きい。また実験には電子のエネルギーのみ測定するもの、放出される電子の角分布もはかれるもの等さまざまである。発見するためには、一般には Ge の実験やポロメータによる実験は有利である。

二重ベータ崩壊が発見されれば、どのような機構で起こったとしても、ニュートリノは質量を持つマヨラナ粒子であることがわかる [4]。つまり、全く新しいタイプの粒子の発見になる。

#### (4) 発生機構の特定 [5]

発見されれば、次の目標は発生機構の特定となる。この反応は原子核の  $0^+ \rightarrow 0^+$  遷移で、質量の寄与の場合、2つの電子電子はともに左巻で、角運動量の和はゼロであることから、主に back to back に放出される。逆に右巻相互作用が寄与する場合は、同じ方向に放出される。電子の角分布を調べるためには、電子の軌道を観測することが必要で、Ca や Xe 等の実験が必要となる。

#### (5) 注意すること

二重ベータ崩壊がニュートリノの質量で起こるとして、有効質量が (1) 式の形になるのは質量の小さいときである。質量が大きくなる ( $m \gg 100\text{MeV}$ ) と、質量に比例するのではなく反比例することになる。また、核行列要素も異なってくる。これから、重いニュートリノの質量の寄与、右巻ニュートリノの寄与など様々な寄与を考察する必要が出てくると思われるが、これらの点に気をつけなければならない [5]。

また、核行列要素の理論値の不定性が大きいことも注意を要する。

## 2 有効質量について

有効質量についての議論は、マヨラナ位相を含めて多くの方によってなされているので、ここではポイントだけ説明する。まず、標準的な表記で

$$|m_{ee}| = |c_{12}^2 c_{13}^2 e^{i\alpha} m_1 + s_{12}^2 c_{13}^2 e^{i\beta} m_2 + s_{13}^2 e^{-2i\delta} m_3| \quad (2)$$

と表される。ここで CP conserving の場合は、 $\alpha, \beta$  が 0 または  $\pi$  の場合である。

一般的に、質量の階層性が Democratic な場合と inverted hierarchy (IH) の場合は、近未来の実験で観測される (感度が 0.02eV 程度) が、normal hierarchy (NH) の場合は観測できないと言われている。これは少しおかしいことを示す。

1番目と2番目の質量が近似的に縮退している場合 ( $m_1 \simeq m_2$ ) を考えよう。IH の場合、 $m_1 \simeq m_2 \simeq \sqrt{\Delta m_a^2} \sim 0.05\text{eV}$  であり、NH で縮退の場合は、 $0.009\text{eV} \simeq \sqrt{\Delta m_s^2} \ll m_1 \simeq m_2 \ll \sqrt{\Delta m_a^2} \sim 0.05\text{eV}$  となり  $m_1 \simeq m_2 \sim 0.02\text{eV}$  と推測される。ところで、 $s_{13}^2 m_3 \sim 0.022 m_3 \leq 0.001\text{eV}$  であるから、いずれの場合もこの項は無視でき、結局

$$|m_{ee}| = c_{13}^2 |c_{12}^2 + s_{12}^2 c_{13}^2 e^{i(\beta-\alpha)}| m_2 \quad (3)$$

となる。そこで

$$c_{13}^2 (c_{12}^2 - s_{12}^2) m_2 < |m_{ee}| < c_{13}^2 m_2 \quad (4)$$



有効質量の下限はおよそ  $0.008\text{eV}$  程度で上限は  $0.02\text{eV}$  程度となる。両極限值は CP conserving の場合である。下限値は  $0.01\text{eV}$  に比べて少し小さいが、近未来の実験で観測される可能性は高いと思われる。したがって、一般に第 1 番目と第 2 番目の質量が縮退している場合は観測される可能性が高いという結論になる。

このような観点、つまり、どのような質量行列の場合縮退した状況が再現されるか、を調べることは興味深い。

### 3 質量行列について

私は Froggatt-Nielsen 型の hierarchy を持った質量行列に、クォーク系では質量の hierarchy を見事に再現すること、hierarchy の構造が明確であること、質量や根号の hierarchy がどのように成っているかを一見してわかる等の理由から興味を持っている。このような行列がニュートリノの質量行列と整合性があるかは自明でない。特に、ニュートリノの質量が see-saw 機構から導かれると考えるとなおさらである。しかし、この hierarchy とニュートリノの質量行列は相性がよい事がわかった。

Froggatt-Nielsen の  $U(1)$  charge を  $SU(5)$  の構造の中でレプトン系に拡大することにより、ニュートリノのディラック型と右巻マヨラナ質量項について

$$m_D \propto \begin{pmatrix} * \lambda^4 & * \lambda^3 & * \lambda^3 \\ * \lambda^3 & * \lambda^2 & * \lambda^2 \\ * \lambda^2 & * \lambda & * \lambda \end{pmatrix}, \quad M_R \propto \begin{pmatrix} * \lambda^4 & * \lambda^3 & * \lambda^2 \\ * \lambda^3 & * \lambda^2 & * \lambda \\ * \lambda^2 & * \lambda & * \end{pmatrix}, \quad (5)$$

を得る。これより得られるニュートリノの質量項は

$$m_\nu \propto \begin{pmatrix} * \lambda^2 & * \lambda & * \lambda \\ * \lambda & * & * \\ * \lambda & * & * \end{pmatrix}, \quad (6)$$

となり、milder な質量行列が導かれる。つまり、ニュートリノの混合や質量の hierarchy がクォーク系に比べて小さいのは本質ではないことを示している。このことから、クォークとレプトンの両方の質量行列を統一的に理解できる可能性があり、実際そのようなモデルも考察されている [6]。

### References

- [1] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda and E. Takasugi, Phys. Lett. B**102**, 323 (1981).
- [2] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda and E. Takasugi, Phys. Lett. B**103**, 219 (1981).
- [3] J. Schechter and J.W.F. Valle, Phys. Rev. D**25**, 2951 (1982).  
J.F. Nieves, Phys. Lett. B**147**, 375 (1984).  
E. Takasugi, Phys. Lett. B**149**, 372 (1984).

- [4] see for example,  
W. Rodejohann, arXiv:1106.1334v3 (2011).
- [5] see for example,  
M. Doi, T. Kotani and E. Takasugi, Prog. Theor. Phys. Supplement, **83** (1985).
- [6] see for quark system  
S. Kanemura, K. Matsuda, T. Ota, S. Petcov, T. Shindou, E. Takasugi and K. Tsumura,  
Eur. Phys. J. C**51**, 927 (2007).  
see for lepton system  
H. Kamikado, T. Shindou and E. Takasugi, arXiv:0805.1338 (2008).

## カムランド禅の現状と将来

東北大学 ニュートリノ科学研究センター

井上 邦雄

### 1 カムランド

カムランド観測装置は、 $1,200 \text{ m}^3$  の液体シンチレータを蓄え、地下  $1,000 \text{ m}$  に設置されている。その特徴は大型であることに加えて、極低放射能環境を実現していることにある。液体シンチレータの純水による洗浄や蒸留によって実現した放射性不純物濃度は、 $^{238}\text{U}$  に対して  $3.5 \times 10^{-18} \text{ g/g}$ 、 $^{232}\text{Th}$  に対して  $5.2 \times 10^{-17} \text{ g/g}$  と通常の低バックグラウンド実験装置と比べて桁違いに放射性不純物が少ない。大型かつ極低放射能環境であることは特に希な現象の研究に適している。その最初の研究課題が反ニュートリノ観測であり、これまで原子炉ニュートリノ観測による 2 周期にわたる明確なニュートリノ振動の証拠や最も精密なニュートリノ質量に関する情報を得ることに成功しており、さらに、地球内部起源の反ニュートリノ観測により、地球内部での放射性物質による熱生成が  $21 \pm 9 \text{ TW}$  であり、地表での熱流量  $47 \pm 2 \text{ TW}$  と比べて明らかに少なく、地球が冷えていっていること、地球形成時の熱が残存していることを始めて実験的に立証することに成功した。

### 2 二重ベータ崩壊

ニュートリノ振動研究はこの十数年で飛躍的に発展し、3 つの混合角と 2 つの質量 2 乗差が精密に測定されるに至っている。しかしながら、質量の絶対値や階層構造、CP 位相など解明すべきことも残されている。特に、ニュートリノが他のレプトン同様に粒子・反粒子が区別できるディラック粒子であるのか、あるいは区別できないマヨラナ粒子であるのかを決定することは、重要な課題として今も残されている。もしニュートリノがマヨラナ粒子であるならば、シーソー機構によってニュートリノが軽い質量を持つことを説明でき、さらにレプトジェネシス理論によって無から生じた宇宙で物質優勢が実現している謎を説明できると期待されており、宇宙・素粒子の大問題に直結する重要な特性であるとして注目されている。ニュートリノのマヨラナ性を検証できる唯一現実的な方法として、ニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊の探索があり 70 年来の探索が続いているが、特にニュートリノ振動研究の進展によって明確な目標設定ができるようになったこともあり、熾烈な探索競争になっている。二重ベータ崩壊は本来 2 つのニュートリノを放出するが、マヨラナ性を持ちニュートリノ・反ニュートリノの区別が無い場合は、ニュートリノの対消滅によって 2 つの電子だけを放出する崩壊が可能となる。ニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊は物理的な背景にかかわらずニュートリノがマヨラナ粒子であることの証明となるが、その崩壊頻度はマヨラナ有効質量の 2 乗に比例するため、同時にニュートリノの絶対質量あるいは質量構造を決定できると期待されている。

当面の目標は、 $^{76}\text{Ge}$  を使った探索で、ニュートリノを伴わない崩壊を観測したと主張している KK クレーム ( $\langle m_{\nu} \rangle = 320 \pm 30 \text{ meV}$ ) [1] の検証であり、異なる原子核で検証する場合には、核

行列要素の不定性を考慮して 100 meV 程度の感度を実現する必要がある。また、60 meV の感度でニュートリノ質量の縮退構造を検証でき、20 meV の感度で逆階層構造を検証できる。スーパーカミオカンデの大気ニュートリノのデータが逆階層構造を少し好んでいることや、逆階層構造を预言する理論もあることが注目点である。標準階層構造に達するには非常に大量の二重ベータ崩壊核を必要とするため、次世代の探索はおよそ逆階層構造の検証を目標としている。

### 3 カムランド禅

二重ベータ崩壊は希な現象であり、 $0\nu 2\beta$  探索には大量の二重ベータ崩壊核を必要とするのと同時に、その測定装置は低放射能であることが要求される。カムランドはこれらの要求をまさに満たすものであり、液体シンチレータに可溶な  $^{136}\text{Xe}$  を使うことで、低コストかつ迅速で、さらに高感度でスケラブルな探索が可能となる。 $^{136}\text{Xe}$  は、自然にはキセノン中に 8.9% 含まれるが、遠心分離によって容易に 90% 以上に濃縮することが可能である。また、 $2\nu 2\beta$  の半減期が長いことで、装置のエネルギー分解能に対する要請がゆるいことも特徴となる。カムランド禅実験は、約 320 kg の 90% に濃縮した  $^{136}\text{Xe}$  を溶かした液体シンチレータを半径 1.5 m のミニバルーンに導入しカムランド中心に設置することで、世界最大量の二重ベータ崩壊核を内包する探索を実現している。ミニバルーンのサイズを大きくすることで数十トンのキセノンを導入することも可能であるが、現実的には 700 kg から 800 kg 程度への拡張が計画されており、これにより 40 meV 程度の逆階層構造に到達する感度を期待できる。また、並行して反ニュートリノ観測が可能であり、カムランドがリードしているニュートリノ地球物理を同時に展開できることも特徴となっている。

カムランド禅での主要な開発要素は、ミニバルーンとキセノン含有液体シンチレータであり、如何に低放射能かつ薄い（物質量の少ない）バルーンを作るか、如何に密度や発光量がカムランドの液体シンチレータと揃えられたキセノン含有液体シンチレータを作るかが主題であった。特にミニバルーンの製作が難題であったが、低放射能フィルムの調達や溶着法の開発、水中での導入リハーサル、スーパークリーンルームでの製作などを経て、同位体濃縮キセノンの調達や新たなキセノン取扱装置の製造なども含めてプロジェクト開始から約 2 年で観測開始にこぎ着けた。

### 4 観測結果

カムランド禅が始まるまでは、 $^{136}\text{Xe}$  に関しては、 $2\nu 2\beta$  の半減期ですら混迷しており、DAMA 実験が 90% の信頼度で  $T_{1/2}^{2\nu} > 1.0 \times 10^{22}$  yr [2] という下限を与えていた一方で、EXO-200 実験は  $2.11 \pm 0.04(\text{stat}) \pm 0.21(\text{syst}) \times 10^{21}$  yr [3] という有限値を与えていた。カムランド禅は最も高精度・高統計で  $^{136}\text{Xe}$  の  $2\nu 2\beta$  を測定し、混乱に決着をつけた。最初の報告 [4] では、 $0\nu 2\beta$  においても最高感度を達成しており、その後のアップデート [5] では、それぞれ  $T_{1/2}^{2\nu} = 2.30 \pm 0.02(\text{stat}) \pm 0.12(\text{syst}) \times 10^{21}$  yr、そして、90% 信頼度で  $T_{1/2}^{0\nu} > 6.2 \times 10^{24}$  yr を与えた。EXO-200 も  $0\nu 2\beta$  探索の感度改善を行い、90% 信頼度で  $T_{1/2}^{0\nu} > 1.6 \times 10^{25}$  yr [6] を与えたが、それでも KK クレームを排除するには至らなかった。

カムランド禅の感度を制限しているのは、予期せずに混入した放射性不純物であるが、 $0\nu2\beta$  信号より 100 keV 程度高いピークエネルギーを持つものであった。宇宙線ミュオンの原子核破砕の可能性と、長寿命の放射性不純物混入の可能性が考えられたが、カムランド禅には不感領域が無いことから、全ての原子核崩壊が作るエネルギー分布を検証することが比較的容易であり、4 つ核種 ( $^{110m}\text{Ag}$ ,  $^{208}\text{Bi}$ ,  $^{88}\text{Y}$ ,  $^{60}\text{Co}$ ) の可能性に絞ることができた。さらに、その後のデータの蓄積でバックグラウンドの減少率が  $^{110m}\text{Ag}$  (半減期 250 日) と一致することがわかり、バックグラウンドの特定にも成功している。ただし、その混入経路はいまだ 2 つの可能性が残されており、キセノン運搬中の宇宙線ミュオンによる原子核破砕起源か福島原発由来かはいまだ結論が出ていない。さらに有効体積を  $0\nu2\beta$  探索に特化して最適化し拡大することで、カムランド禅第一フェーズ全データ (89.5 kg-yr) を使った探索結果 [7] では、 $T_{1/2}^{0\nu} > 1.9 \times 10^{25}$  yr を達成し世界最高感度を奪取している。EXO-200 実験とも合わせた解析をすることで、 $T_{1/2}^{0\nu} > 3.4 \times 10^{25}$  yr を得て、軽いマヨラナニュートリノ交換を仮定した場合、核行列要素の不定性を考慮しても、KK クレームを 97.5% の信頼度で排除することに成功し、マヨラナ有効質量の上限  $\langle m_\nu \rangle < 120 \sim 250$  meV を与えている。

## 5 将来

さらなる感度向上には、積極的な銀の除去が必要であり、キセノン含有液体シンチレータの純化が進行中である。計算上はバックグラウンドを 100 分の 1 にすることが可能で、これにより 80 meV 程度の感度が実現でき、単独でも KK クレームの検証が可能になる。また、ミニバルーンをさらにバックグラウンドが少ないものに作り直し、キセノン量を 700 kg 超にすることで 40 meV 程度の感度を目指す。これ以降は、 $2\nu2\beta$  のしみこみを低減するためのエネルギー分解能の改善が必要となるため、より発光量の大きい液体シンチレータへの置き換え、光電子増倍管への集光ミラーの取付を計画 (KamLAND2-Zen) しており、2.6 MeV でのエネルギー分解能を 4% から 2.5% へ改善し、20 meV 程度の感度を達成することを目指している。KamLAND2 では、同時に導入口の拡大を行うため、カムランド内への比較的大きな装置の導入が可能となり、極低放射能環境を活かした暗黒物質探索や第 4 世代ニュートリノ探索なども計画されている。

## References

- [1] H.V. Klapdor-Kleingrothaus and I.V. Krivosheina, *Mod. Phys. Lett. A* **21**, 1547 (2006).
- [2] R. Bernabei *et al.*, *Phys. Lett. B* **546**, 23 (2002).
- [3] N. Ackerman *et al.* [EXO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **107**, 212501 (2011).
- [4] A. Gando *et al.* [KamLAND-Zen Collaboration], *Phys. Rev. C* **85**, 045504 (2012).
- [5] A. Gando *et al.* [KamLAND-Zen Collaboration], *Phys. Rev. C* **86**, 021601(R) (2012).
- [6] M. Auger *et al.* [EXO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **109**, 032505 (2012).
- [7] A. Gando *et al.* [KamLAND-Zen Collaboration], ArXiv:1211.3863.

# Axial anomaly and two-photon processes

京都大学大学院 理学研究科・京都産業大学 益川塾

植松 恒夫

## 1 Introduction

ここでは、陽電子・電子衝突実験の2光子過程において現れる axial anomaly について、2つのテーマ；1) 偏極光子構造関数 (polarized photon structure function) と、2)  $\pi$  中間子の遷移形状因子 (transition form factor) を取り上げて論じる。

LHCで標準模型の Higgs 粒子と思われる質量が 125-126 GeV の新しいボソンが見つかった。その崩壊モードとして、 $2\gamma$ ,  $Z \rightarrow 4l$ ,  $WW \rightarrow 2l 2\nu$  等があり、このうち2つの光子へのいわゆる diphoton decay に着目する。 $H \rightarrow 2\gamma$  の過程があるということから、逆に電子・陽電子衝突実験での2光子を交換するいわゆる2光子過程 (two-photon process) で、 $2\gamma \rightarrow H$  のヒッグス生成反応が期待される。同様に、axial anomaly が効く  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  についても、その逆の反応が電子・陽電子衝突の2光子過程で起こり、 $\pi$  中間子の遷移形状因子が KEK や SLAC の実験で測定されている。このプロセスには axial anomaly で modify された PCAC (partially conserving axial-vector current) を適用することで摂動論では到達できない寄与を取り入れる試みがなされている。その計算方法が正当化されるか否か、検討する必要があるのではないと思われる。

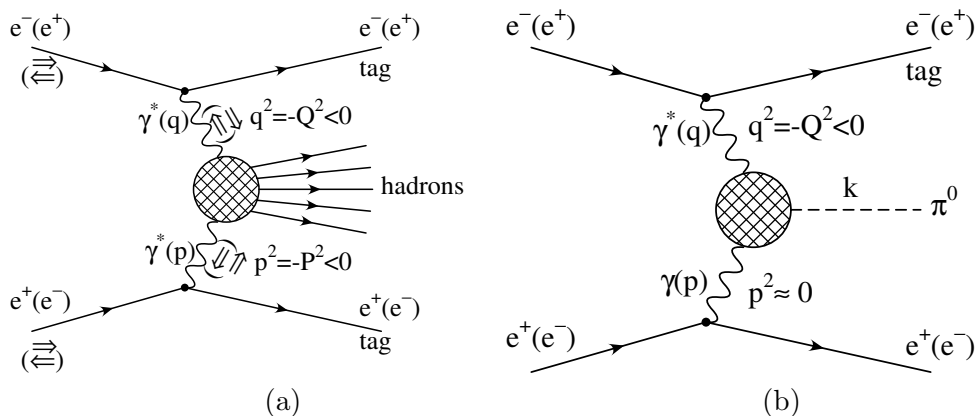


Figure 1: (a) polarized two-photon process (inclusive) (b) pion transition form factor (exclusive)

Figure 1 (a) が2光子過程の inclusive process を表し、散乱された電子及び陽電子の散乱角やエネルギーを測定 (tag) すること (double tagging) で仮想光子構造関数が求められる。特に最初の電子・陽電子が偏極している場合は偏極光子構造関数を測ることになる。Figure 2(b) は一方の電子 (または陽電子) を測定 (tag) して (single tagging) で終状態の中間子を捕まえる exclusive process を表す。これにより、 $\pi$  中間子の遷移形状因子 (transition form factor) が測定される。両者の過程とも axial anomaly が関与していることを以下で示す。

## 2 Polarized photon structure function

Figure 1 (a) のように偏極した電子と陽電子が衝突した際に、それぞれから偏極した仮想光子が放出され、それらがぶつかってハドロンを発生させる。このとき、散乱された電子と陽電子は tag してエネルギー・運動量を測定する。この過程の非対称性を測定することで偏極構造関数  $g_1^\gamma(x, Q^2, P^2)$  と  $g_2^\gamma(x, Q^2, P^2)$  が求められる。これはちょうど核子(陽子 p, 中性子 n)の偏極構造関数  $g_1^{p(n)}(x, Q^2)$ ,  $g_2^{p(n)}(x, Q^2)$  に対応するものである。これらの構造関数  $g_1^\gamma(x, Q^2, P^2)$  と  $g_2^\gamma(x, Q^2, P^2)$  は、‘probe’ の photon の質量の 2 乗を  $q^2 = -Q^2 < 0$ , ‘target’ の photon の質量の 2 乗を  $p^2 = -P^2 < 0$  として、 $\Lambda^2 \ll P^2 \ll Q^2$  の kinematical な領域において摂動論で全て計算可能である。それには、photon-photon の前方散乱振幅を摂動 QCD で計算し、その虚数部分を求める。今、その散乱振幅を  $T_{\mu\nu\rho\tau}$  とすると  $W_{\mu\nu\rho\tau} = \text{Im}T_{\mu\nu\rho\tau}/\pi$  として構造テンソル  $W_{\mu\nu}$  は

$$W_{\mu\nu}(p, q) \equiv \frac{1}{\pi} \text{Im} \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle \gamma(p) | T(J_\mu(x) J_\nu(0)) | \gamma(p) \rangle = \epsilon^{*\rho} W_{\mu\nu\rho\tau} \epsilon^\tau = \epsilon^{*\rho} (W_{\mu\nu\rho\tau}^S + W_{\mu\nu\rho\tau}^A) \epsilon^\tau \quad (1)$$

ここで、 $W_{\mu\nu\rho\tau}^S$  ( $W_{\mu\nu\rho\tau}^A$ ) はそれぞれ  $\mu \leftrightarrow \nu$  について対称(反対称)部分を表し、偏極構造関数に寄与するのは反対称部分である。反対称部分をさらに独立なテンソル構造に分解することで、偏極構造関数  $g_1^\gamma$  と  $g_2^\gamma$  が得られる。ここでは前者に限定して話を進めることにする。parton 的描像で言うと、偏極した仮想光子の方向と平行(反平行)なスピンの成分をもつクォークの分布関数を  $q_{\rightarrow}^\gamma$  ( $q_{\leftarrow}^\gamma$ ) として以下のように両者の差として表せる。

$$g_1^\gamma(x, Q^2, P^2) = q_{\rightarrow}^\gamma(x, Q^2, P^2) - q_{\leftarrow}^\gamma(x, Q^2, P^2) \quad (2)$$

$g_1^\gamma(x, Q^2, P^2)$  は QCD の NLO(Next-to-Leading Order) まで計算されており [1], 実光子 ( $P^2 = 0$ ) の場合への transition は VMD を用いて, ref. [2] で論じられている。一方, OPE より

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} T(J_\mu(x) J_\nu(0))^A \sim \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q^\rho J_5^\sigma C_{n=1}(Q^2, g) + (\text{higher spin} + \text{higher twist}) \quad (3)$$

なので、 $g_1^\gamma$  の 1st moment には、axial vector current  $J_5^\sigma$  が寄与する：

$$\int_0^1 dx g_1^\gamma(x, Q^2, P^2) \sim \sum_{i=S, NS} \langle \gamma(p) | J_5^i(0) | \gamma(p) \rangle C^i(Q^2/\mu^2, \bar{g}) \quad (4)$$

実光子 ( $P^2 = 0$ ) にたいしては、1st moment は QED および QCD の all order でゼロであることが示せる [3]。一方、仮想光子 ( $P^2 \neq 0$ ) に対しては、NLO で  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$  の QCD 和則：

$$\int_0^1 dx g_1^\gamma(x, Q^2, P^2) = -\frac{3\alpha}{\pi} \left[ \sum_{i=1}^{n_f} e_i^4 \left( 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) - \frac{2}{\beta_0} \left( \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2 \right)^2 \left( \frac{\alpha(P^2)}{\pi} - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \right] \quad (5)$$

が導かれる [4, 1]。さらに一歩進めて、 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$  すなわち QCD の NNLO (Next-to-Next-Leading Order) まで求められている [5]。また十分 massive な heavy quark は、上の和則から decouple することが言える [6]。

### 3 Pion transition form factor

次に, Figure 1(b) の電子・陽電子衝突の exclusive process:  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \pi$  を考える。終状態の  $e^+$  (または  $e^-$ ) を detect して  $q^2 = -Q^2 < 0$  を決め (single tagging), このときの断面積  $d\sigma/dQ^2 \propto |F(Q^2)|^2$  から transition form factor (遷移形状因子)  $F(Q^2)$  を測定することができる。この形状因子の  $Q^2$  に対する振る舞いを考察する。

中間子は低エネルギーで,  $SU(2) \times SU(2)$  カイラル対称性が自発的に破れたときの Nambu-Goldstone 粒子と考えられる。  $m_\pi^2$  は現実にはノンゼロで, axial vector current  $A_\mu$  に対して, PCAC (Partially Conserving Axial-vector Current) の扱いが有効である。すなわち

$$\partial^\mu A_\mu = f_\pi m_\pi^2 \phi_\pi \quad (f_\pi: \text{pion decay constant} \quad f_\pi \approx 93 \text{ MeV}) \quad (6)$$

ここで  $\phi_\pi$  は の interpolating field。これはカレント代数における重要な関係式で, これを用いて axial-vector coupling  $g_A$  と  $\pi NN$  coupling  $g_{\pi NN}$  の間の関係, Goldberger-Treiman relation:  $g_A = f_\pi g_{\pi NN} / m_N$  を導くことに成功をおさめている。その一方で  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  の decay rate の計算に適用すると, decay rate がゼロとなる, いわゆる “Sutherland-Veltman paradox” を生じる。これは, 実はこの過程には axial anomaly が効いているためで, この項を加えた modified PCAC:

$$\partial^\mu A_\mu = f_\pi m_\pi^2 \phi_\pi + S \frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} F^{\alpha\beta} F^{\rho\sigma} \quad (7)$$

を適用すると,  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  の decay rate を説明できる。ここで,  $S = N_c(g_u e_u^2 + g_d e_d^2) = 1/2$  である。

今  $\gamma^* \gamma \rightarrow \pi^0$  振幅を  $\langle \pi^0(k) | T | \gamma(p) \gamma^*(q) \rangle = \epsilon_\mu(p) \epsilon_\nu(q) T^{\mu\nu}(p, q)$  とし,  $\gamma^* \gamma A^\lambda$  の 3 current の amplitude を  $T^{\lambda\mu\nu}(p, q)$  とすると,  $k_\lambda T^{\lambda\mu\nu}(p, q)$  に上述の modified PCAC (7) を代入すると

$$T^{\mu\nu}(p, q) = \frac{m_\pi^2 - k^2}{f_\pi m_\pi^2} \left[ k_\lambda T^{\lambda\mu\nu}(p, q) - S e^2 \frac{1}{2\pi^2} S^{\mu\nu} \right]. \quad (8)$$

ここで  $S^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta$  である。 Figure 2 のように  $\gamma^* \gamma A$  の振幅を, quark が triangle loop を描

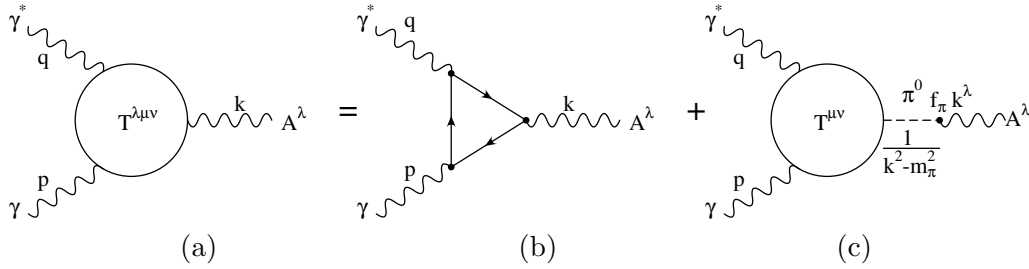


Figure 2: (a)  $\gamma\gamma A$  amplitude; (b) direct coupling to quarks (c) pion-pole contribution

くダイアグラムの寄与と, を通して axial vector current に couple するグラフの寄与に分解する。

$$T^{\lambda\mu\nu}(p, q) = \hat{T}^{\lambda\mu\nu}(p, q) - \frac{f_\pi}{k^2 - m_\pi^2} k^\lambda T^{\mu\nu}(p, q) \quad (9)$$



そうして、この式を  $k^\lambda$  で contract して (8) へ代入し  $T^{\mu\nu}$  について解く。また triangle diagram (b) の寄与  $k_\lambda \hat{T}^{\lambda\mu\nu}$  を anomaly を生じる項と有限項に分解する。この手続きを経て transition form factor  $F(p, q) \equiv F(Q^2)$  を  $T^{\mu\nu} = e^2 F(Q^2) S^{\mu\nu}$  で定義すると、以下のように求まる。

$$F(Q^2) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{m^2}{f_\pi Q^2} \left( \ln \frac{\sqrt{1 + \frac{4m^2}{Q^2}} + 1}{\sqrt{1 + \frac{4m^2}{Q^2}} - 1} \right)^2 \approx \frac{1}{4\pi^2} \frac{m^2}{f_\pi Q^2} \left( \ln \frac{Q^2}{m^2} \right)^2 \quad (10)$$

すなわち、 $Q^2 F(Q^2)$  は  $(\log Q^2/m^2)^2$  のように漸近的に振る舞う。一方、Brodsky らの QCD の計算によると [8],  $F(Q^2) \sim 2f_\pi/Q^2$  で、 $Q^2 F(Q^2) \rightarrow 2f_\pi$  となり、PCAC を用いた結論と異なる。この違いはどこから来るのか。modified PCAC は operator の関係として正しいのか。また、quark への direct coupling と を通しての寄与の間に、double counting はないのか、といった疑問が残る。一方、pion transition form factor  $F(Q^2)$  については、SLAC の BaBar のグループ [9] と KEK の Belle のグループ [10] の実験データがあり、前者は  $Q^2 F(Q^2)$  が  $Q^2$  の大きいところで増大しているのに対して、後者のデータはほとんど flat な振る舞いを見せていて、互いに一致していない。modified PCAC を用いた理論的解析の振る舞いは前者の傾向に一致しているが、quark の mass を current quark の mass ではなく constituent quark の mass のオーダーにとる必要がある。

## 4 Conclusion

$e^+e^-$  の 2 光子過程に現れる axial anomaly について、偏極光子構造関数と pion の遷移形状因子の 2 つの研究テーマを取り上げて論じた。いずれも QCD の効果がどのように効くのか、大いに興味を持たれる。pion の遷移形状因子の振る舞いは、理論及び実験の両面から更なる検討が必要である。

## References

- [1] K. Sasaki and T. Uematsu, Phys. Rev. **D59**, 114011 (1999).
- [2] K. Sasaki, T. Ueda and T. Uematsu, Phys. Lett. **B640**, 188 (2006).
- [3] S. D. Bass, S. J. Brodsky and I. Schmidt, Phys. Lett. **B437**, 417 (1998).
- [4] S. Narison, G. M. Shore and G. Veneziano, Nuci. Phys. **B391**, 69 (1993).
- [5] K. Sasaki, T. Ueda and T. Uematsu, Phys. Rev. **73**, 094024 (2006).
- [6] T. Uematsu, arXiv:1208.3308 [hep-ph], Talk at QCD12, to appear in Nucl. Phys. Proc. Suppl.
- [7] T. N. Pham and X. Y. Pham, Int. J. Mod. Phys. **A26**, 4125 (2011); arXiv:1101.3177 [hep-ph].  
See also, M. Bando and M. Harada, Phys. Rev. **D49**, 6096 (1994); M. Hayakawa and T. Kinoshita, Phys. Rev. **D57**, 465 (1998).
- [8] S. J. Brodsky and G. P. Lepage, Phys. Rev. **22**, 2157 (1980); **24**, 1808 (1981).

- [9] BaBar Collaboration, B. Aubert et al., Phys. Rev. **D80**, 052002 (2009);
- [10] Belle Collaboration, S. Uehara et al., arXiv:1205.3249 [hep-ex] (2012).

# ウィルソンループを用いた AdS/CFT 対応の検証

日本大学 理工学部

三輪 光嗣

## 1 はじめに

超弦理論はゲージ理論と重力理論を統一する理論であり、開弦の状態としてゲージ粒子を、閉弦の状態として重力子の自由度を含んでいる。適当な極限操作を施すことで超弦理論はゲージ理論と重力理論の間の様々な対応関係を予言し、こうした対応関係は AdS/CFT 対応、あるいはゲージ/重力対応、などと呼ばれている [1]。この対応が成立すると仮定すると、この対応関係に基づいてゲージ理論を解析することで重力理論の量子論的な性質に対する理解が得られたり、逆に重力理論側の計算を行うことで強結合ゲージ理論の物理量を得ることが可能となる。しかしながら、現時点では AdS/CFT 対応は証明が存在する対応関係ではないため、対応が成立するかどうかを検証することも重要な研究テーマである。

本講演ではゲージ理論の持つウィルソンループ演算子に着目し、AdS/CFT 対応の検証の研究を紹介した。はじめに AdS/CFT 対応におけるウィルソンループの取り扱いを説明し、簡単な例を紹介した。そして江成隆之氏との共同研究 [2] に基づいてウィルソンループと局所演算子の相関関数に関する対応の研究を紹介した。

## 2 AdS/CFT 対応とウィルソンループ演算子

ゲージ理論と重力理論の間の対応関係は様々な設定の下で議論されている。その中でも定量的な対応関係が詳しく検証されているものは、4次元で超対称性を四つ持った  $SU(N)$  超対称ヤン-ミルズ理論と、 $AdS_5 \times S^5$  時空上の IIB 型超弦理論の間の対応関係である。この対応関係は、IIB 型超弦理論に存在する D3 ブレインを  $N$  枚重ねて並べ、そのブレイン近傍の低エネルギー極限を二つの異なる立場から考察することで導き出される予想である。一つ目は D3 ブレイン上に端を持つ開弦の立場であり、その低エネルギー極限は4次元の超対称  $SU(N)$  ヤン-ミルズ理論で記述される。一方で二つ目の立場は D3 ブレイン近傍での閉弦の描像であるが、D3 ブレイン近傍の時空は曲がった  $AdS_5 \times S^5$  となっているため、この時空上の IIB 型超弦理論を考えることになる。これら二つの理論は一見全く別の理論のように見えるが、実は様々な対応関係を持つということが AdS/CFT 対応の予想である。特に今回はゲージ理論のウィルソンループ演算子に着目する。ウィルソンループは QCD におけるクォークの閉じ込めを議論する際に用いられる演算子である。AdS/CFT 対応においてもゲージ理論側でゲージ群の基本表現の粒子を導入し、その伝搬関数に基づいてウィルソンループを議論することが自然である [3][4][5]。しかしながら  $N$  枚の D3 ブレイン上の低エネルギー有効理論として実現されるヤン-ミルズ理論は全ての場が随伴表現に属しており、基本表現の場を持たない。そこで  $SU(N+1)$  ゲージ理論から出発し、一つのスカラー場の  $(N+1, N+1)$  成分に

真空期待値を与えることでゲージ群を  $SU(N) \times U(1)$  に破ることを考える。その際に  $SU(N+1)$  の表現行列の非対角成分の自由度として、質量を持った  $SU(N)$  基本表現の粒子を導入することができる。こうして得られる粒子の伝搬を考察することで次のようなウィルソンループが導入される。

$$W(C) = \frac{1}{N} \text{tr} \exp \oint_C d\sigma \left( iA_\mu(x(\sigma)) \dot{x}^\mu(\sigma) + \Phi_i(x(\sigma)) \Theta_i(\sigma) \right) \quad (1)$$

ここで一つ注意が必要なのは、(1) が通常のウィルソンループとは異なり、スカラー場  $\Phi_i$  を含む演算子だという点である。上のようにしてゲージ対称性を破ることで導入された基本表現の粒子はゲージ場だけでなく、スカラー場とも結合しているため、その伝搬関数にはスカラー場との結合を通じて生じる因子も存在するわけである。 $\Theta_i$  は対称性を破る際に真空期待値を持つスカラー場に応じて決まる 6 成分単位ベクトルである。

次に超弦理論側でのウィルソンループの対応物を考える。ゲージ理論側での  $SU(N+1) \rightarrow SU(N) \times U(1)$  という対称性の破れは、超弦理論では重なった  $N+1$  枚の D3-brane から一枚の brane を引き離すことに対応する。この場合、重なった  $N$  枚の D3-brane 上に両端を持つ開弦の低エネルギー極限が今着目している  $SU(N)$  ヤン-ミルズ理論で記述される。そして上で議論した基本表現の粒子は  $N$  枚と 1 枚の D3-brane の間にのびた弦に対応する。この弦は D3-brane 間の距離が大きな極限で大きな質量を持つ。この極限は離れた 1 枚の D3-brane が  $N$  枚の D3-brane の近傍の  $AdS_5 \times S^5$  の境界上、あるいは外に置かれた状態と考えてよい。このため、ゲージ理論での重い基本表現の粒子は超弦理論側では  $AdS_5 \times S^5$  の境界から内側に向かって伸びる弦が対応することになる。ゲージ理論側ではウィルソンループは基本表現の粒子の伝搬関数を考えることで導入されるため、その対応物としては、 $AdS_5 \times S^5$  時空の境界に端を持ち時空内を伝搬する弦の伝搬関数ということになる。弦の伝搬関数は弦の世界面の経路積分で与えられるが、弦の量子効果が小さくなるようなパラメータ領域においては経路積分を古典解によって評価することができる。

以上の考察より、AdS/CFT 対応におけるウィルソンループと弦の伝搬関数との間に次のような対応関係が成り立つことが期待される。

$$\langle W(C) \rangle \sim e^{-S_{\text{string}}} \quad (2)$$

ただし、通常右辺の  $S_{\text{string}}$  は弦の作用に対して適当な境界条件に対応した境界項を加えたものである。この対応関係はこれまでに盛んに研究されてきた。特に対称性の高い状況ではゲージ理論側では有限の  $N$ 、有限の 't Hooft 結合定数  $\lambda$  においてウィルソンループの期待値が計算され、 $N$ 、 $\lambda$  の大きな極限を取ることで重力理論側での古典的な弦の伝搬関数との対応が成り立つことが確認されている。

### 3 ウィルソンループと局所演算子の相関関数の研究

参考文献 [2] において私たちはウィルソンループと局所演算子の相関関数に着目し、AdS/CFT 対応の検証を行った。特に局所演算子が大きな R チャージ  $J$  を持つ状況を考えて、ウィルソンループ

ブ  $W(C)$  と局所演算子の相関関数は、超弦理論側では  $\text{AdS}_5 \times S^5$  時空の境界上のループ  $C$  と、やはり境界上におかれた局所演算子の間を伝搬する弦の伝搬関数で与えられる。局所演算子は超弦理論側では、弦の世界面の経路積分に頂点演算子  $V_J$  を挿入することで議論可能であり、弦を古典的に扱える領域では次のような対応が期待される。

$$\langle W(C)\mathcal{O}_J \rangle \sim V_J e^{-S_{\text{string}}} \Big|_{\text{classical}} \quad (3)$$

関連する先行研究としては [6] [7] が挙げられる<sup>3</sup>。文献 [6] は本研究と同様の解析をウィルソンループが 1/2BPS という大きな超対称性を持つ場合に行ったものである。私たちはこの研究を 1/4BPS の場合に一般化した。文献 [7] は局所演算子の R チャージ  $J$  が小さな場合の対応を調べたものである。局所演算子の持つチャージが大きい場合には、対応する頂点演算子  $V_J$  の影響により弦の古典解が大きく変化する。このため我々は  $V_J$  による境界条件を満たす弦の古典解を構成し、弦の伝搬関数の評価を行い、式 (3) が成り立つことを確認した。

以下では研究内容を具体的に説明をする。まず、ゲージ理論側では式 (1) の形のウィルソンループを考えたが、特に  $x^\mu(\sigma)$ 、 $\Theta_i(\sigma)$  としては次のようなものを用いた。

$$x^\mu(\sigma) = (r \cos \sigma, r \sin \sigma, 0, 0), \quad \Theta(\sigma) = (\sin \theta_0 \cos \sigma, \sin \theta_0 \sin \sigma, \cos \theta_0, 0, 0, 0) \quad (4)$$

このウィルソンループは [9] において導入されたものであり、パラメータ  $\theta_0$  が一般の値の場合には 1/4BPS 演算子であり、特に  $\theta_0 = 0$  の場合には 1/2BPS 演算子となる。一方で局所演算子としては次のような 1/2BPS 演算子を考えた。

$$\mathcal{O}_J = \text{tr}(\Phi_3 - i\Phi_4)^J \quad (5)$$

ただし、 $J \sim \sqrt{\lambda} \rightarrow \infty$  の極限を考える。ゲージ理論側での相関関数  $\langle W(C)\mathcal{O}_J(x) \rangle$  は論文 [10][7] において計算されており、重要な部分は変形ベッセル関数  $I_J(\sqrt{\lambda'})$  ( $\lambda' = \lambda \cos^2 \theta_0$ ) で与えられる。 $\lambda \rightarrow \infty$  での漸近形はその積分表示を鞍点で評価することによって得られる。

$$\langle W(C)\mathcal{O}_J(x) \rangle \propto \frac{r^J}{(\ell^2 + r^2)^J} I_J(\sqrt{\lambda'}) \sim \frac{r^J}{(\ell^2 + r^2)^J} e^{\sqrt{\lambda'}(\sqrt{j'^2+1}+j' \log(\sqrt{j'^2+1}-j'))} \quad (6)$$

ここで  $j' = J/\sqrt{\lambda'}$  である。

超弦理論側では  $\text{AdS}_5 \times S^5$  の計量を次のように取る。

$$\frac{ds^2}{L^2} = \frac{dY^2 + d\vec{X}^2}{Y^2} + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2 + \cos^2 \theta (d\chi_1^2 + \sin^2 \chi_1 d\chi_2^2 + \cos^2 \chi_1 d\chi_3^2) \quad (7)$$

ウィルソンループと局所演算子に対応する境界条件を考慮して次のような解が見出される。

$$(Y, \vec{X}) = \frac{\ell^2 + r^2}{\ell^2 + R(\tau)^2 + Z(\tau)^2} \left( Z(\tau), R(\tau) \cos \sigma, R(\tau) \sin \sigma, 0, -\ell \right) + (0, 0, 0, 0, \ell),$$

$$R(\tau) = \frac{r e^{j\tau} \sqrt{j^2 + 1}}{\cosh(\sqrt{j^2 + 1}\tau + \xi)}, \quad Z(\tau) = r e^{j\tau} \left[ \sqrt{j^2 + 1} \tanh \left( \sqrt{j^2 + 1}\tau + \xi \right) - j \right]$$

<sup>3</sup>本研究とは独立した論文 [8] においても関連する研究が行われている。

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{j^2 + 1}}{\cosh \sqrt{j^2 + 1}(\tau + \tau_0)}, \quad \phi = \sigma, \quad \chi_1 = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{i\chi_2} = e^{j\tau} \sqrt{\frac{\sinh(\sqrt{j^2 + 1}(\tau + \tau_0) - \xi) \sinh(\sqrt{j^2 + 1}\tau_0 + \xi)}{\sinh(\sqrt{j^2 + 1}(\tau + \tau_0) + \xi) \sinh(\sqrt{j^2 + 1}\tau_0 - \xi)}}$$

ただし、局所演算子の座標を  $(0, 0, 0, \ell)$  としている。また  $j = J/\sqrt{\lambda}$ 、 $\xi = \log(\sqrt{j^2 + 1} + j)$  であり、パラメータ  $\tau_0$  はウィルソンループの持つパラメータ  $\theta_0$  と  $\sin \theta_0 = \sqrt{j^2 + 1}/\cosh \sqrt{j^2 + 1}\tau_0$  のように関係している。これらの解を式 (3) の右辺に代入することでゲージ理論側で得られた漸近形 (6) を忠実に再現することが分かった。

最後に講演では詳しくは触れることが出来なかった点をまとめる。まず [2] において私たちは上の古典解が保つ超対称性を調べ、この解が 1/8BPS の解であることを示した。ゲージ理論側の超対称性は [7] において調べられており、やはり 1/8BPS であることが知られている。また上の解は全ての  $\tau$  の領域において  $\sin \theta$  が 1 より小さいため  $\theta$  が実数の解であるが、[2] ではパラメータ  $\tau$  のある領域において  $\theta$  が虚数となるような解が存在することも見出した。ゲージ理論側の解析では式 (6) において変形ベッセル関数を積分表示において鞍点法を用いて評価したため、積分路を変形して得られる最急降下線上にある鞍点のみを考えた。積分表示の被積分関数はこうした最急降下線上に乗っていない鞍点も持っており、上で述べた  $\theta$  が虚数となる弦の解と、ゲージ理論側での最急降下線上に無い鞍点に対応していることも議論した。

## References

- [1] J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231 [hep-th/9711200].
- [2] T. Enari and A. Miwa, Phys. Rev. D **86** (2012) 106004 [arXiv:1208.0821 [hep-th]].
- [3] S. -J. Rey and J. -T. Yee, Eur. Phys. J. C **22** (2001) 379 [hep-th/9803001].
- [4] J. M. Maldacena, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 4859 [hep-th/9803002].
- [5] N. Drukker, D. J. Gross and H. Ooguri, Phys. Rev. D **60** (1999) 125006 [hep-th/9904191].
- [6] K. Zarembo, Phys. Rev. D **66** (2002) 105021 [hep-th/0209095].
- [7] G. W. Semenoff and D. Young, Phys. Lett. B **643** (2006) 195 [hep-th/0609158].
- [8] S. Giombi and V. Pestun, arXiv:1207.7083 [hep-th].
- [9] N. Drukker, JHEP **0609** (2006) 004 [hep-th/0605151].
- [10] G. W. Semenoff and K. Zarembo, Nucl. Phys. B **616** (2001) 34 [hep-th/0106015].

# Lorentz invariant CPT violation and neutrino-antineutrino mass splitting in the Standard Model

Kazuo Fujikawa

*RIKEN, Nishina Center*

## 1 Lorentz invariant CPT violation

The *CPT* symmetry is a fundamental symmetry of local field theory defined in Minkowski space-time. However, the possible breaking of *CPT* symmetry has also been discussed. One of the logical ways to break *CPT* symmetry is to make the theory non-local by preserving Lorentz symmetry, while the other is to break Lorentz symmetry itself. We presented an explicit non-local Lagrangian model which induces the particle antiparticle mass splitting in a Lorentz invariant manner [1],

$$\begin{aligned}
 S = & \int d^4x \left\{ \bar{\psi}(x) i\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - m \bar{\psi}(x) \psi(x) \right. \\
 & - \int d^4y [\theta(x^0 - y^0) - \theta(y^0 - x^0)] \delta((x - y)^2 - l^2) \\
 & \left. \times [i\mu \bar{\psi}(x) \psi(y)] \right\}, \tag{1}
 \end{aligned}$$

which is Lorentz invariant and hermitian. For the real parameter  $\mu$ , the third term has  $C = CP = CPT = -1$  and thus no symmetry to ensure the equality of particle and antiparticle masses. The parameter  $l$  has dimension of length, and the mass dimension of the parameter  $\mu$  is  $[M]^3$ .

The free equation of motion for the fermion in (1) is given by

$$\begin{aligned}
 i\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) &= m\psi(x) \\
 + i\mu \int d^4y [\theta(x^0 - y^0) - \theta(y^0 - x^0)] \delta((x - y)^2 - l^2) \psi(y). \tag{2}
 \end{aligned}$$

By inserting an ansatz for the possible solution  $\psi(x) = e^{-ipx}U(p)$ , we have

$$\not{p}U(p) = mU(p) + i\mu[f_+(p) - f_-(p)]U(p), \tag{3}$$

where  $f_\pm(p)$  is the Lorentz invariant "form factor" defined by

$$f_\pm(p) = \int d^4z_1 e^{\pm ipz_1} \theta(z_1^0) \delta((z_1)^2 - l^2), \tag{4}$$

which are inequivalent for the time-like  $p$  due to the factor  $\theta(z_1^0)$ ; this  $f_{\pm}(p)$  is mathematically related to the two-point Wightman function for a free scalar field. By assuming a time-like  $p$ , we go to the frame where  $\vec{p} = 0$ . Then the eigenvalue equation for the mass is given by

$$p_0 = \gamma_0 \left[ m - 4\pi\mu \int_0^\infty dz \frac{z^2 \sin[p_0 \sqrt{z^2 + l^2}]}{\sqrt{z^2 + l^2}} \right], \quad (5)$$

where we used the explicit formula

$$f_{\pm}(p^0) = 2\pi \int_0^\infty dz \frac{z^2 e^{\pm ip^0 \sqrt{z^2 + l^2}}}{\sqrt{z^2 + l^2}}. \quad (6)$$

This eigenvalue equation under  $p_0 \rightarrow -p_0$  becomes (after sandwiching by  $\gamma_5$ )

$$p_0 = \gamma_0 \left[ m + 4\pi\mu \int_0^\infty dz \frac{z^2 \sin[p_0 \sqrt{z^2 + l^2}]}{\sqrt{z^2 + l^2}} \right], \quad (7)$$

which is not identical to the original equation in (5). This causes the mass splitting of particle and antiparticle in the sense of Dirac, even if all  $C$ ,  $CP$  and  $CPT$  symmetries are broken in the present model. It is possible to assign a finite value to the last term in eq.(5) for  $p_0 \neq 0$  by using the formal relation,

$$\int_0^\infty dz \frac{z^2 \sin[p_0 \sqrt{z^2 + l^2}]}{\sqrt{z^2 + l^2}} = -\frac{\partial^2}{\partial p_0^2} \int_0^\infty dz \frac{z^2 \sin[p_0 \sqrt{z^2 + l^2}]}{[z^2 + l^2]^{3/2}}.$$

## 2 Neutrino-antineutrino mass splitting in the Standard Model

We discuss the application of the above mass splitting mechanism to Dirac-type neutrinos in the Standard Model. One may add a hermitian non-local Higgs coupling, which is analogous to the last term in (1), to the Standard Model with a Dirac-type neutrino mass [2],

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CPT}(x) = & -i \frac{2\sqrt{2}\mu}{v} \int d^4y \delta((x-y)^2 - l^2) \theta(x^0 - y^0) \{ \bar{\nu}_R(x) (\phi_c^\dagger(y) \psi_L(y)) \\ & - (\bar{\psi}_L(y) \phi_c(y)) \nu_R(x) \}, \end{aligned} \quad (8)$$

without spoiling the basic  $SU(2)_L \times U(1)$  gauge symmetry. Here  $\phi_c$  stands for the ( $SU(2)$  conjugate of) Higgs doublet. In the unitary gauge,  $\phi^\pm(x) = 0$  and  $\phi^0(x) \rightarrow (v + \varphi(x))/\sqrt{2}$ , the neutrino mass term (with the vanishing right-hand mass  $m_R = 0$ ) becomes in terms of the



action

$$\begin{aligned}
S_{\nu\text{mass}} &= \int d^4x \left\{ -m_D \bar{\nu}(x) \nu(x) \left(1 + \frac{\varphi(x)}{v}\right) \right. \\
&\quad - i\mu \int d^4y \delta((x-y)^2 - l^2) \theta(x^0 - y^0) \\
&\quad \times \left[ \bar{\nu}(x) \left(1 + \frac{\varphi(y)}{v}\right) (1 - \gamma_5) \nu(y) - \bar{\nu}(y) \left(1 + \frac{\varphi(y)}{v}\right) (1 + \gamma_5) \nu(x) \right] \left. \right\} \\
&= \int d^4x \left\{ -m_D \bar{\nu}(x) \nu(x) \left(1 + \frac{\varphi(x)}{v}\right) \right. \\
&\quad - i\mu \int d^4y \delta((x-y)^2 - l^2) [\theta(x^0 - y^0) - \theta(y^0 - x^0)] \bar{\nu}(x) \nu(y) \\
&\quad + i\mu \int d^4y \delta((x-y)^2 - l^2) \bar{\nu}(x) \gamma_5 \nu(y) \\
&\quad - i\frac{\mu}{v} \int d^4y \delta((x-y)^2 - l^2) \theta(x^0 - y^0) \\
&\quad \left. \times [\bar{\nu}(x)(1 - \gamma_5) \nu(y) - \bar{\nu}(y)(1 + \gamma_5) \nu(x)] \varphi(y) \right\}, \tag{9}
\end{aligned}$$

where we have changed the naming of integration variables  $x \leftrightarrow y$  in some of the terms and used  $\theta(x^0 - y^0) + \theta(y^0 - x^0) = 1$ .

When one looks at the mass terms in (9) without the Higgs  $\varphi$  coupling, the first two terms are identical to the two terms in (1) but an extra parity-violating non-local mass term appears, which adds an extra term  $-i\mu\gamma_5 g(p^2)$  to  $m$  in the mass eigenvalue equations in (5) and (7); here  $g(p^2) = \int d^4z_1 e^{ipz_1} \delta((z_1)^2 - l^2)$ . This extra term is  $C$  and  $CPT$  preserving and does not contribute to the mass splitting. Since we are assuming that  $CPT$  breaking terms are very small, we may solve the mass eigenvalue equations iteratively by assuming that the terms with the parameter  $\mu$  are much smaller than  $m = m_D$ .

We then obtain the mass eigenvalues of the neutrino and antineutrino at [2]

$$m_{\pm} \simeq m_D - i\mu\gamma_5 g(m_D^2) \pm 4\pi\mu \int_0^{\infty} dz \frac{z^2 \sin[m_D \sqrt{z^2 + l^2}]}{\sqrt{z^2 + l^2}}, \tag{10}$$

where we have used the upper two (positive) components of the matrix  $\gamma_0$  in (5) and (7). The parity violating mass  $-i\mu\gamma_5 g(m_D^2)$  is now transformed away by a suitable global chiral transformation without modifying the last term in (10) to the order linear in the small parameter  $\mu$ . In this way, the neutrino and antineutrino mass splitting is incorporated in the Standard Model by a Lorentz invariant non-local  $CPT$  breaking mechanism, without spoiling the  $SU(2)_L \times U(1)$  gauge symmetry. A salient feature of the present scheme is that the Higgs particle  $\varphi$  itself has a tiny  $C$ -,  $CP$ - and  $CPT$ -violating coupling in (9).

The present non-local scheme is expected to spoil unitarity in general, but the breaking occurs in the neutrino mass term and thus somewhat similar to the use of the dimension 5 term for the neutrino mass which also spoils unitarity in general.

If one incorporates gauge interactions to other charged particles in the Standard Model with the present CPT violation mechanism, the local gauge invariance is lost due to the non-local coupling. One thus needs to introduce the Wilson-line type interactions to preserve the local gauge invariance. In this respect, a modified QED with a non-local CPT violating coupling was analyzed in [3]. It was suggested there that an analysis of the baryon asymmetry of the universe may be modified by the presence of the CPT violation which induces the particle-antiparticle mass splitting.

## References

- [1] M. Chaichian, K. Fujikawa and A. Tureanu, Phys. Lett. **B712** (2012) 115.
- [2] M. Chaichian, K. Fujikawa and A. Tureanu, Phys. Lett. **B718** (2012) 178.
- [3] M. Chaichian, K. Fujikawa and A. Tureanu, arXiv:1210.0208 [hep-th] (to appear in PLB).

# A Twistor Formulation of Massive Particles

Shinichi Deguchi

*Institute of Quantum Science, College of Science and Technology, Nihon University*

## 1 Introduction

In the first ‘‘CST and MISC Joint Symposium on Particle Physics’’, I gave a talk on (pre-)Hilbert spaces in twistor quantization [1] and a twistor formulation of tensionless (super-)strings in 4-dimensions [2]. In the second symposium, I would like to give a report on a twistor formulation of *massive* spinning particles in 4-dimensions.

Twistor theory is basically appropriate for describing massless systems with conformal symmetry. Nevertheless, there has been an approach to formulating massive particle systems in terms of twistors [3]. For describing a massive particle, it is necessary to use more than two independent twistors. Accordingly, an *extra* symmetry between the twistors occurs naturally. Penrose, Perjés and Hughston proposed the idea of identifying this symmetry with an internal symmetry in particle physics, such as weak isospin or flavor, toward explaining internal symmetries of particles on the basis of twistor theory. Although this idea is really interesting, its related investigations have been made yet from neither of mechanical and dynamical points of view. Recently, my collaborators (S. Negishi and S. Okano) and I have presented an action of a massive spinning particle written in terms of twistors and have investigated whether or not the extra symmetry can be considered to be a known internal symmetry. Here I will give a report on the results of our investigation.

## 2 A twistor formulation of massless particles

Before treating massive particles, I briefly review a twistor formulation of massless particles [2]. Let  $Z^A = (\omega^\alpha, \pi_{\dot{\alpha}})$  be a twistor and  $\bar{Z}_A = (\bar{\pi}_\alpha, \bar{\omega}^{\dot{\alpha}})$  its dual twistor. A massless spinning free particle propagating in Minkowski space can be described by the action

$$S_0 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[ \frac{i}{2} \left( \bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A \right) + a(\bar{Z}_A Z^A - 2s) \right], \quad (1)$$

where  $Z^A$  and  $\bar{Z}_A$  are understood as complex scalar fields on the 1-dimensional parameter space  $\mathcal{T} := \{\tau \mid \tau_0 \leq \tau \leq \tau_1\}$ , and a dot over a variable denotes its derivative with respect to  $\tau$ . Also,  $a$  is a real scalar-density field on  $\mathcal{T}$ , and  $s$  is a real constant that specifies the helicity of the particle. The 2-component spinor  $\omega^\alpha$  is related with another 2-component spinor  $\pi_{\dot{\alpha}}$  by

$$\omega^\alpha = iz^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}}, \quad (2)$$

where  $z^{\alpha\dot{\alpha}}$  are coordinates of a point in complexified Minkowski space, being now treated as fields on  $\mathcal{T}$ . The coordinates  $z^{\alpha\dot{\alpha}}$  can be decomposed as  $z^{\alpha\dot{\alpha}} = x^{\alpha\dot{\alpha}} - iy^{\alpha\dot{\alpha}}$ , with  $x^{\alpha\dot{\alpha}}$  and  $y^{\alpha\dot{\alpha}}$  being elements of Hermitian matrices. Here,  $x^{\alpha\dot{\alpha}}$  are identified with coordinates of a point in (ordinary) Minkowski space. The action  $S_0$  can be written as

$$S_0 = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[ -\dot{x}^{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\pi}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}} - i(\psi^\alpha \dot{\bar{\pi}}_\alpha - \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \dot{\pi}_{\dot{\alpha}}) + a(\psi^\alpha \bar{\pi}_\alpha + \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}} - 2s) \right], \quad (3)$$

where  $\psi^\alpha := y^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}}$  and  $\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} := y^{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\pi}_\alpha$ . Equation (2) can be written as  $\omega^\alpha = ix^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}} + \psi^\alpha$ . The canonical momentum conjugate to  $x^{\alpha\dot{\alpha}}$  is found to be  $P_{\alpha\dot{\alpha}} = \delta S_0 / \delta \dot{x}^{\alpha\dot{\alpha}} = -\bar{\pi}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}}$ . Then it follows from  $\bar{\pi}_\alpha \bar{\pi}^\alpha = \pi_{\dot{\alpha}} \pi^{\dot{\alpha}} = 0$  that  $P_{\alpha\dot{\alpha}} P^{\alpha\dot{\alpha}} = 0$ . This implies that the action  $S_0$  describes a massless particle. After performing the canonical quantization procedure based on  $S_0$ , the allowed values of the helicity  $s$  are restricted to integer and half-integer values in units such that  $\hbar = 1$ .

### 3 A twistor formulation of massive particles

In order to describe a massive particle in terms of twistors, it is necessary to introduce more than two twistors,  $Z_i^A = (\omega_i^\alpha, \pi_{i\dot{\alpha}})$ , and their dual twistors,  $\bar{Z}_A^i = (\bar{\pi}_\alpha^i, \bar{\omega}^{i\dot{\alpha}})$ . Here,  $i$  distinguishes the twistors, running from 1 to  $N$  ( $\geq 2$ ). The 2-component spinors  $\omega_i^\alpha$  are related with  $\pi_{i\dot{\alpha}}$  by  $\omega_i^\alpha = iz^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{i\dot{\alpha}}$ , an analog of Eq. (2). The momentum of a massive particle is expressed as  $p_{\alpha\dot{\alpha}} = \sum_{i=1}^N \bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} \equiv \bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}}$  [3]. The squared norm of  $p_{\alpha\dot{\alpha}}$  remains nonvanishing even after using  $\bar{\pi}_\alpha^i \bar{\pi}^{i\alpha} = \pi_{i\dot{\alpha}} \pi^{\dot{\alpha}i} = 0$  (no sum w.r.t.  $i$ ), because the cross-terms coming from different twistors still survive:  $p_{\alpha\dot{\alpha}} p^{\alpha\dot{\alpha}} = \bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} \bar{\pi}^{j\alpha} \pi_j^{\dot{\alpha}} = \sum_{i \neq j} |\pi_{i\dot{\alpha}} \pi_j^{\dot{\alpha}}|^2$ . The mass-shell condition can be written as

$$\bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} \bar{\pi}^{j\alpha} \pi_j^{\dot{\alpha}} = m^2. \quad (4)$$

Now I generalize the action (1) so that it can describe a spinning free particle of mass  $m$  propagating in Minkowski space. The generalized action is given by

$$S_m = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[ \frac{i}{2} \left( \bar{Z}_A^i \dot{Z}_i^A - Z_i^A \dot{\bar{Z}}_A^i \right) + a(\bar{Z}_A^i Z_i^A - 2s) + \frac{1}{2} e (\bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} \bar{\pi}^{j\alpha} \pi_j^{\dot{\alpha}} - m^2) \right], \quad (5)$$

where  $e$  is a real scalar-density field on  $\mathcal{T}$ . Variation of  $S_m$  with respect to  $e$  yields the mass-shell condition (4). In the massive case,  $s$  can no longer be regarded as helicity of the particle, and therefore it is necessary for us to make it clear what  $s$  and the condition  $\bar{Z}_A^i Z_i^A = 2s$  mean.

The first and second terms in the integrand of  $S_m$ , each of which includes parentheses, are invariant under  $SU(2, 2)$  transformations (or simply conformal transformations), while the third term is invariant only under  $SL(2, \mathbb{C}) \times \mathbb{R}^{1,3}$  transformations (or simply Poincaré transformations). Thus it is seen that the symmetry reduction from  $SU(2, 2)$  to  $SL(2, \mathbb{C}) \times \mathbb{R}^{1,3}$  occurs by

adding the third term. It should be noted here that  $S_m$  is also invariant under *extra*  $SU(N)$  transformations of the form

$$Z_i^A \rightarrow U_i^j Z_j^A, \quad \bar{Z}_A^i \rightarrow \bar{Z}_A^j U_j^\dagger{}^i. \quad (6)$$

Penrose, Perjés and Hughston proposed the idea of identifying the extra  $SU(2)$  symmetry with weak isospin symmetry and identifying the extra  $SU(3)$  symmetry with flavor symmetry [3].

To investigate whether the extra  $SU(N)$  symmetry can actually be considered to be a known internal symmetry, I express the action  $S_m$  as

$$S_m = \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau \left[ -\dot{x}^{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} - i(\psi_i^\alpha \dot{\bar{\pi}}_\alpha^i - \bar{\psi}^{i\dot{\alpha}} \dot{\pi}_{i\dot{\alpha}}) + a(\psi_i^\alpha \bar{\pi}_\alpha^i + \bar{\psi}^{i\dot{\alpha}} \pi_{i\dot{\alpha}} - 2s) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} e(\bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} \bar{\pi}^{j\dot{\alpha}} \pi_j^\alpha - m^2) \right], \quad (7)$$

where  $\psi_i^\alpha := y^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{i\dot{\alpha}}$  and  $\bar{\psi}^{i\dot{\alpha}} := y^{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\pi}_\alpha^i$ . The canonical formalism based on the action (7) is developed step by step in the following manner: (i) Derive, from  $S_m$ , the canonical Hamiltonian and the primary constraints. (ii) Find the secondary constraints from time evolution of the primary constraints. (iii) Classify all the constraints into first class and second class. (iv) Define the Dirac bracket by using the second class constraints. In the quantization procedure, the first class constraints,  $\phi_I = 0$ , are read as the physical state conditions  $\hat{\phi}_I |\Psi\rangle = 0$  imposed on a physical state  $|\Psi\rangle$ . Here,  $\hat{\phi}_I$  denote operators corresponding to the constraint functions  $\phi_I$ . In the following, a hat over a variable indicates that the variable is an operator.

From the Dirac bracket, the (non-trivial) canonical commutation relations are found to be

$$\left[ \hat{x}^{\alpha\dot{\alpha}}, \hat{P}_{\beta\dot{\beta}}^{(x)} \right] = i\delta_\beta^\alpha \delta_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}}, \quad \left[ \hat{a}, \hat{P}^{(a)} \right] = \left[ \hat{e}, \hat{P}^{(e)} \right] = i, \quad \left[ \hat{\pi}_{i\dot{\alpha}}, \hat{\psi}^{j\dot{\beta}} \right] = \delta_i^j \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}}, \quad \left[ \hat{\bar{\pi}}_\alpha^i, \hat{\psi}_j^\beta \right] = -\delta_j^i \delta_\alpha^\beta, \quad (8)$$

where  $\hat{P}_{\alpha\dot{\alpha}}^{(x)}$ ,  $\hat{P}^{(a)}$  and  $\hat{P}^{(e)}$  are momentum operators conjugate to  $\hat{x}^{\alpha\dot{\alpha}}$ ,  $\hat{a}$  and  $\hat{e}$ , respectively. The other canonical commutation relations vanish. It is now convenient for us to choose the following representation of the canonical operators:

$$\hat{x}^{\alpha\dot{\alpha}} = x^{\alpha\dot{\alpha}}, \quad \hat{a} = a, \quad \hat{e} = e, \quad \hat{\pi}_{i\dot{\alpha}} = \pi_{i\dot{\alpha}}, \quad \hat{\bar{\pi}}_\alpha^i = \bar{\pi}_\alpha^i, \quad (9a)$$

$$\hat{P}_{\alpha\dot{\alpha}}^{(x)} = -i \frac{\partial}{\partial x^{\alpha\dot{\alpha}}}, \quad \hat{P}^{(a)} = -i \frac{\partial}{\partial a}, \quad \hat{P}^{(e)} = -i \frac{\partial}{\partial e}, \quad \hat{\psi}^{i\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial \pi_{i\dot{\alpha}}}, \quad \hat{\psi}_i^\alpha = \frac{\partial}{\partial \bar{\pi}_\alpha^i}. \quad (9b)$$

In this representation, the physical state conditions originated from the first class constraints take the form of simultaneous equations for a wave function  $\Psi = \Psi(x^{\alpha\dot{\alpha}}, \pi_{i\dot{\alpha}}, \bar{\pi}_\alpha^i, a, e)$ :

$$\left( \frac{\partial}{\partial x^{\alpha\dot{\alpha}}} + i \bar{\pi}_\alpha^j \pi_{j\dot{\alpha}} \right) \Psi = 0, \quad (10a)$$

$$\left( \pi_{i\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial \pi_{i\dot{\alpha}}} - \bar{\pi}_\alpha^i \frac{\partial}{\partial \bar{\pi}_\alpha^i} + 2s \right) \Psi = 0, \quad (10b)$$

$$\left( \bar{\pi}_\alpha^i \pi_{i\dot{\alpha}} \bar{\pi}^{j\dot{\alpha}} \pi_j^\alpha - m^2 \right) \Psi = 0, \quad (10c)$$

$\partial\Psi/\partial a = 0$  and  $\partial\Psi/\partial e = 0$ . The last two equations imply that  $\Psi$  is independent of  $a$  and  $e$ . Equation (10c) reduces to the mass-shell condition (4). The function  $\Psi$  has to be a Lorentz spinor so that it will be physically meaningful. Accordingly,  $s$  is restricted to either integer or half-integer values. Equations (10a) and (10b) can be solved simultaneously as

$$\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m; j_1 \dots j_n, \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^{i_1 \dots i_m} = C_{mn} \bar{\pi}_{\alpha_1}^{i_1} \cdots \bar{\pi}_{\alpha_m}^{i_m} \pi_{j_1 \dot{\alpha}_1} \cdots \pi_{j_n \dot{\alpha}_n} \exp\left(-ix^{\beta\dot{\beta}} \bar{\pi}_{\beta}^j \pi_{j\dot{\beta}}\right), \quad (11)$$

where  $s = (m - n)/2$  ( $m, n = 0, 1, 2, \dots$ ), and  $C_{mn}$  is an undetermined coefficient. It should be emphasized here that the number of  $i$ 's is equal to that of  $\alpha$ 's, and similarly the number of  $j$ 's is equal to that of  $\dot{\alpha}$ 's. It is now convenient to impose the condition  $\overline{C_{mn}} = C_{nm}$  so that  $\overline{\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m; j_1 \dots j_n, \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^{i_1 \dots i_m}}(x) = \Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_n; i_1 \dots i_m, \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_m}^{j_1 \dots j_n}(-x)$  can be satisfied.

In the case  $N = 2$ , it can easily be shown by using Eq. (10c) that

$$i\sqrt{2}\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\Psi_{\alpha}^i - m\epsilon^{ij}\Psi_j^{\dot{\alpha}} = 0, \quad i\sqrt{2}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\epsilon^{ij}\Psi_j^{\dot{\alpha}} - m\Psi_{\alpha}^i = 0, \quad (12)$$

where a suitable phase factor has been chosen. These equations are manifestly covariant under the transformation (6) in the case  $N = 2$ . Equation (12) for  $i = 1$  can be arranged as  $(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi = 0$  with the Dirac spinor  $\psi := (\Psi_{\alpha}^1, \Psi_2^{\dot{\alpha}})^T$ . Taking the charge conjugate of  $\psi$  and carrying out the replacement  $x^{\mu} \rightarrow -x^{\mu}$  yield  $\psi^c(-x) = (\Psi_{\alpha}^2(x), \Psi_1^{\dot{\alpha}}(x))^T$ . With this spinor, Eq. (12) for  $i = 2$  can be arranged as  $(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} + m)\psi^c(-x) = 0$ . It is now clear that  $\Psi_{\alpha}^1$  and  $\Psi_{\alpha}^2$  describe a right-handed particle and its corresponding right-handed antiparticle, respectively, while  $\Psi_2^{\dot{\alpha}}$  and  $\Psi_1^{\dot{\alpha}}$  describe a left-handed particle and its corresponding left-handed antiparticle, respectively. Thus it turns out that the index  $i$  distinguishes between a particle and its antiparticle. The extra SU(2) symmetry is concluded to be a continuous symmetry for a particle-antiparticle pair.

## 4 Conclusion

I have reported on the twistor formulation of massive particles based on the action (5). It has been clarified that the extra SU(2) symmetry is a continuous symmetry for a particle-antiparticle pair and can not be identified with weak isospin symmetry. For this reason, it seems that the idea proposed by Penrose, Perjés and Hughston is not successful at least in the case  $N = 2$ . Investigating the case  $N = 3$  gives an interesting result. I hope to report it elsewhere.

## References

- [1] S. Deguchi and J. Note, arXiv:1210.0349.
- [2] S. Deguchi, T. Egami and J. Note, Prog. Theor. Phys. **124** (2010) 969, arXiv:1006.2438. S. Deguchi, Soryushiron Kenkyu (electronic edition), Vol. 12 (2012) No. 2, in Japanese.
- [3] R. Penrose, Rep. Math. Phys. **12** (1977) 65; Z. Perjés, Phys. Rev. D **11** (1975) 2031; Rep. Math. Phys. **12** (1977) 193; L. P. Hughston, *Twistors and Particles*, Lecture Notes in Physics Vol. 97 (Springer-Verlag, Berlin, 1979).