時空対称性を含む
南部-Goldstoneの定理の一般化

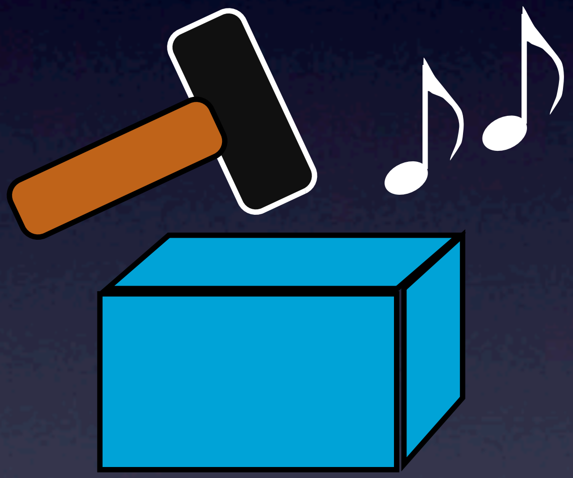
日高義将
(RIKEN)

共同研究者: 早田智也, 広野雄士

自然界に現れるゼロモード

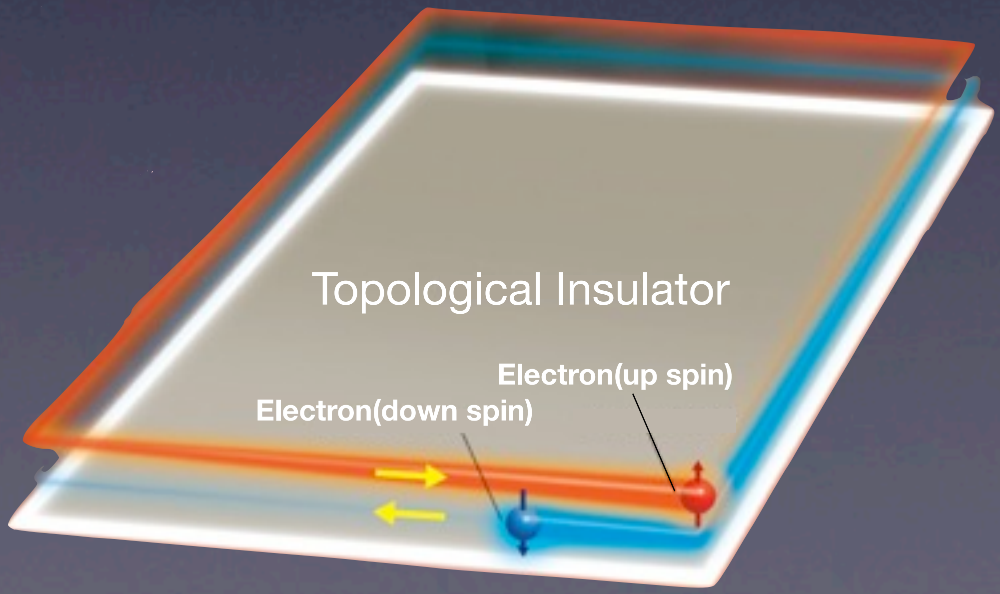
光 (光子)

ゲージ対称性



結晶振動 (Phonon)

並進対称性の自発的破れ



トポロジカル絶縁体のエッジモード

トポロジカル

QCDに現れるNGモード

パイ中間子

カイラル対称性の自発的破れ

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \to SU(2)_V$$

$$N_{\rm BS} = 3, \quad N_{\rm NG} = 3$$

分散関係: $E = |\boldsymbol{k}|$ **Type-I**

カラー超伝導中のK中間子凝縮相のNGモード

Miransky, Shovkovy ('02) Schafer, Son, Stephanov, Toublan, and Verbaarschot ('01)

$$SU(2)_I \times U(1)_Y \to U(1)_{\rm em}$$

$$N_{\rm BS} = 3, \quad N_{\rm NG} = 2$$

分散関係: $E \propto \boldsymbol{k}^2$ **Type-II**

Lorentz不変でない系での NGモードの例

時空対称性の破れが伴う例

格子結晶中の音波

並進, 回転, ガリレイ対称性

$$N_{\mathrm{BS}} = 9, \quad N_{\mathrm{NG}} = 3$$

時空対称性の破れが伴わない例

強磁性体中のスピン波

回転対称性の破れ O(3)→O(2)

$$N_{\mathrm{BS}} = 2, \quad N_{\mathrm{NG}} = 1$$

南部-Goldstoneの定理

連続対称性が自発的に破れる.

➡ ゼロモード(NGモード)が現れる.

- 対称性の破れの数とNGモードの数の関係は？
- NGモードの分散は？

2種類の保存電荷

並進可換な保存電荷Q_a

$[P_\mu, Q_a] = 0$ を満たす電荷.

並進演算子

並進可換な電荷の例

時空並進の電荷

内部対称性の電荷

並進可換でない電荷の例

回転,ブースト,

共形変換, ...

並進可換な電荷についてのNG定理

Watanabe-Murayama ('12),YH('12)

- $N_{\mathrm{BS}} - N_{\mathrm{NG}} = \frac{1}{2}\mathrm{rank}\langle[Q_a, Q_b]\rangle$
- $N_{\text{type-I}} + 2N_{\text{type-II}} = N_{\mathrm{BS}}$
- $N_{\text{type-II}} = \frac{1}{2}\mathrm{rank}\langle[Q_a, Q_b]\rangle$

分散関係

Type-I: $E_k = a|\boldsymbol{k}| + ib|\boldsymbol{k}|^2$

Type-II: $E_k = c|\boldsymbol{k}|^2 + id|\boldsymbol{k}|^4$

目的

並進と可換でない電荷とNGモードの関係を明らかにしたい

自発的対称性の破れ

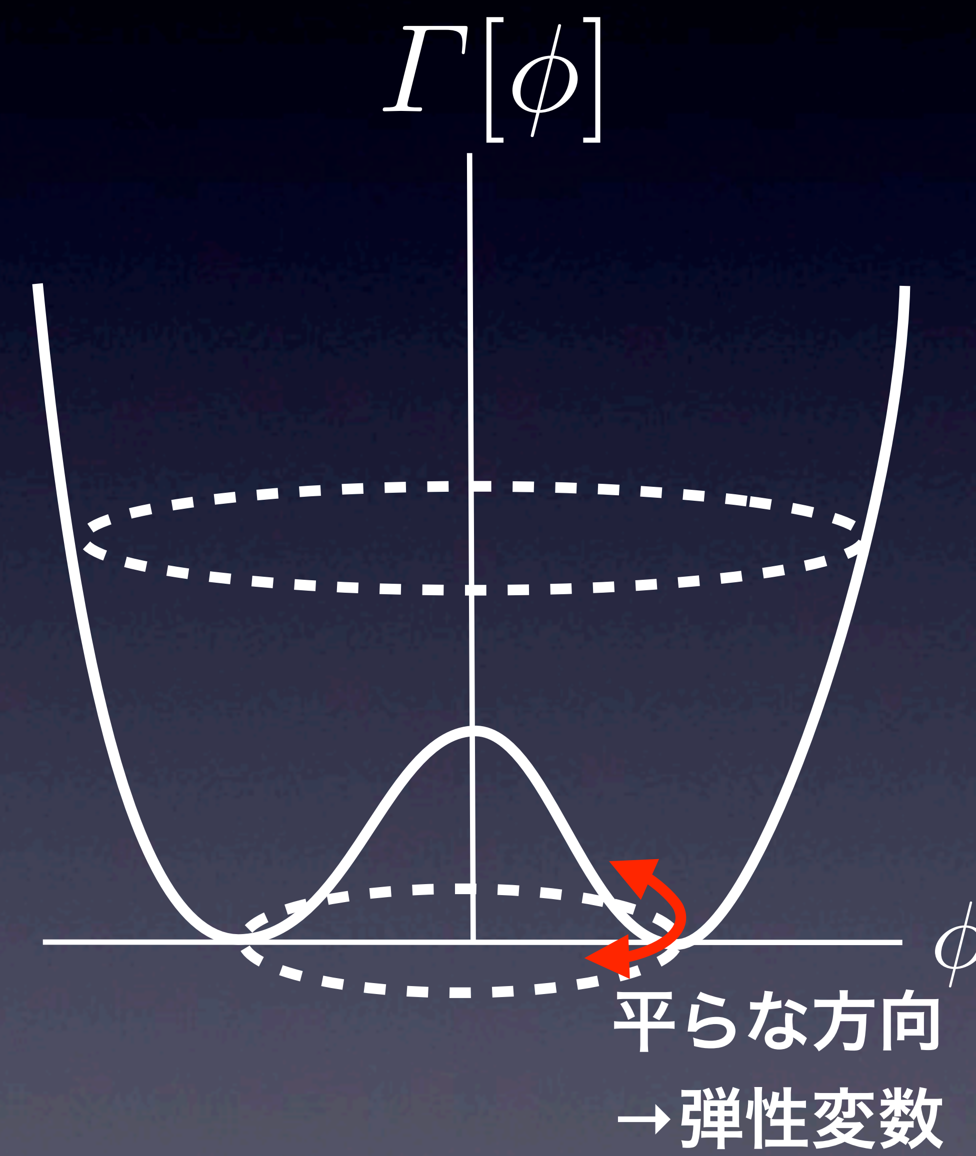
$$\langle[\phi_i, Q_a]\rangle \equiv \mathrm{tr}\rho\,[\phi_i, Q_a] \neq 0$$

$$a = 1, \cdots, N_{\mathrm{BS}}$$

真空: $\rho = |\Omega\rangle\langle\Omega|$

媒質中: $\rho = \dfrac{\exp(-\beta(H-\mu N))}{\mathrm{tr}\exp(-\beta(H-\mu N))}$

$\Longleftrightarrow$



NGモード

弾性変数と保存電荷が

正準共役なって伝播する波

$\langle [\phi_i, Q_a] \rangle \neq 0$ ⇒Φ_iとQ_aが正準共役

Type-II NGモード $\langle [Q_a, Q_b] \rangle \neq 0$

保存電荷:弾性変数かつ保存電荷

古典作用が $\phi_i \to \phi_i + \epsilon^a [Q_a, \phi_i]$ の元で不変

有効作用 $\Gamma[\phi]$ は

$$\int d^d x \frac{\delta \Gamma[\phi]}{\delta \phi_i(x)} \langle [Q_a, \phi_i(x)] \rangle = 0$$ を満たす.

$$\Rightarrow \int d^d x \frac{\delta^2 \Gamma[\phi]}{\delta \phi_j(y) \delta \phi_i(x)} \langle [Q_a, \phi_i(x)] \rangle = 0$$

プロパゲータの逆 $D^{-1}_{ji}(y, x) = \dfrac{\delta^2 \Gamma[\phi]}{\phi_j(y) \delta \phi_i(x)}$

ゼロ固有値を持つ.

独立なゼロ固有値の数は

独立な固有ベクトル(弾性変数)の数に等しい.

一般には, N_{BS} ≠ 独立な固有ベクトルの数

Low, and Manohar ('02)

Q_aが並進と可換出ない場合,

$\langle [Q_a, \phi_i(x)] \rangle$はいつでも固有ベクトルというわけではない.

Low - Manoharの直感的説明

例: String

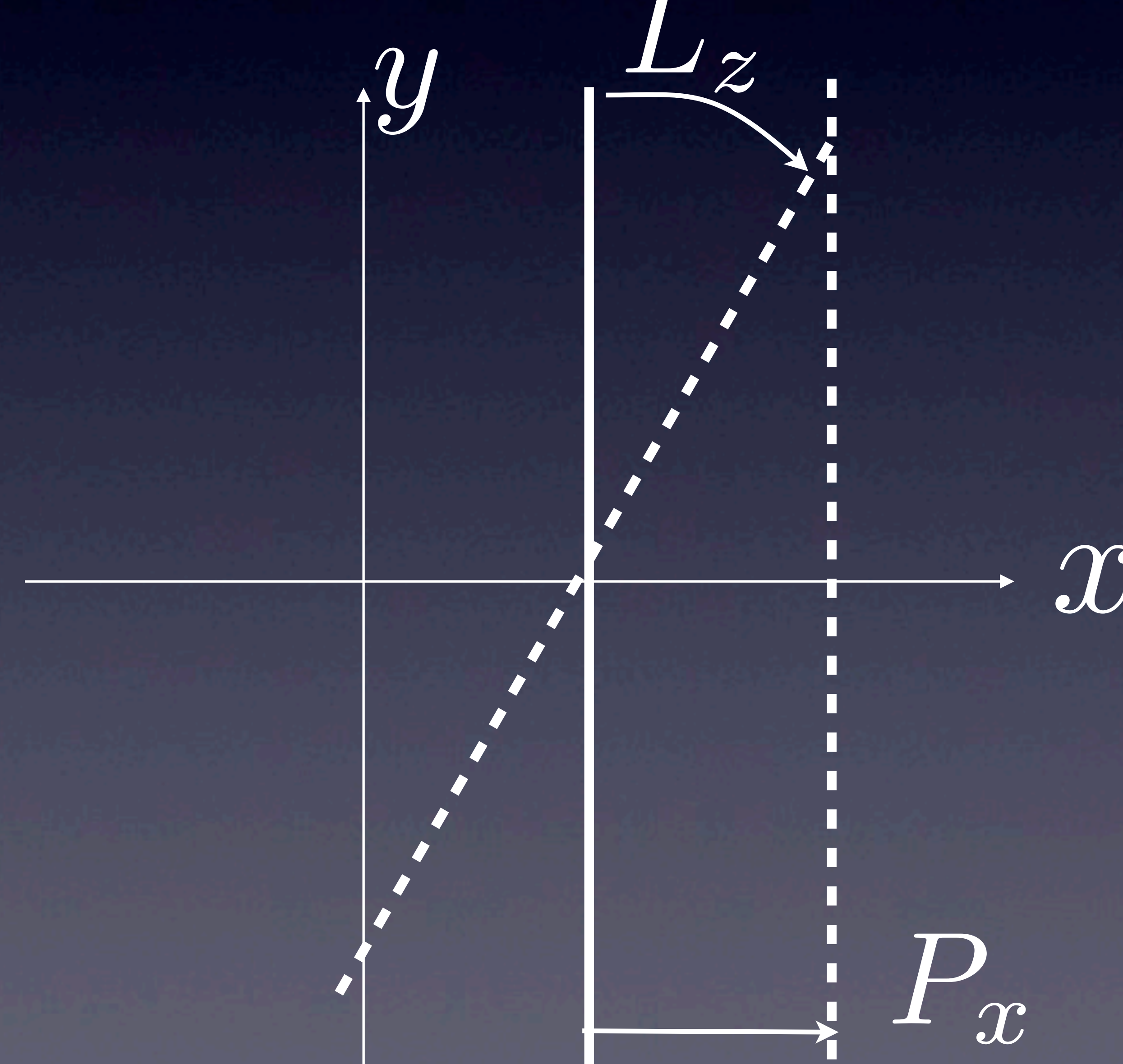
秩序変数: $\langle \phi(x) \rangle$

破れた対称性２つ

並進: $\langle [P_x, \phi] \rangle = i\partial_x \langle \phi \rangle \neq 0$

回転: $\langle [L_z, \phi] \rangle = -iy\partial_x \langle \phi \rangle \neq 0$

しかしNGモードは１つ.



一般には,

弾性変数の数=

$$\langle[\hat{Q}_a, \hat{\phi}_i(\boldsymbol{x})]\rangle = \langle[\hat{T}_{\boldsymbol{R}}\hat{Q}_a\hat{T}^\dagger_{\boldsymbol{R}}, \hat{\phi}_i(\boldsymbol{x})]\rangle \neq 0$$ となる電荷の数.

$\hat{T}_{\boldsymbol{R}}$:破れていない並進の演算子

YH, Hayata, Hirono('13)

例) 回転の場合

$$\langle[\hat{T}_{\boldsymbol{R}}\hat{L}_{ij}\hat{T}^\dagger_{\boldsymbol{R}}, \hat{\phi}_k(\boldsymbol{x})]\rangle = \langle[\hat{L}_{ij}, \hat{\phi}_k(\boldsymbol{x})]\rangle - R_i\langle[\hat{P}_j, \hat{\phi}_k(\boldsymbol{x})]\rangle + R_i\langle[\hat{P}_j, \hat{\phi}_k(\boldsymbol{x})]\rangle.$$

並進と回転が同時に破れたら回転は弾性変数にならない

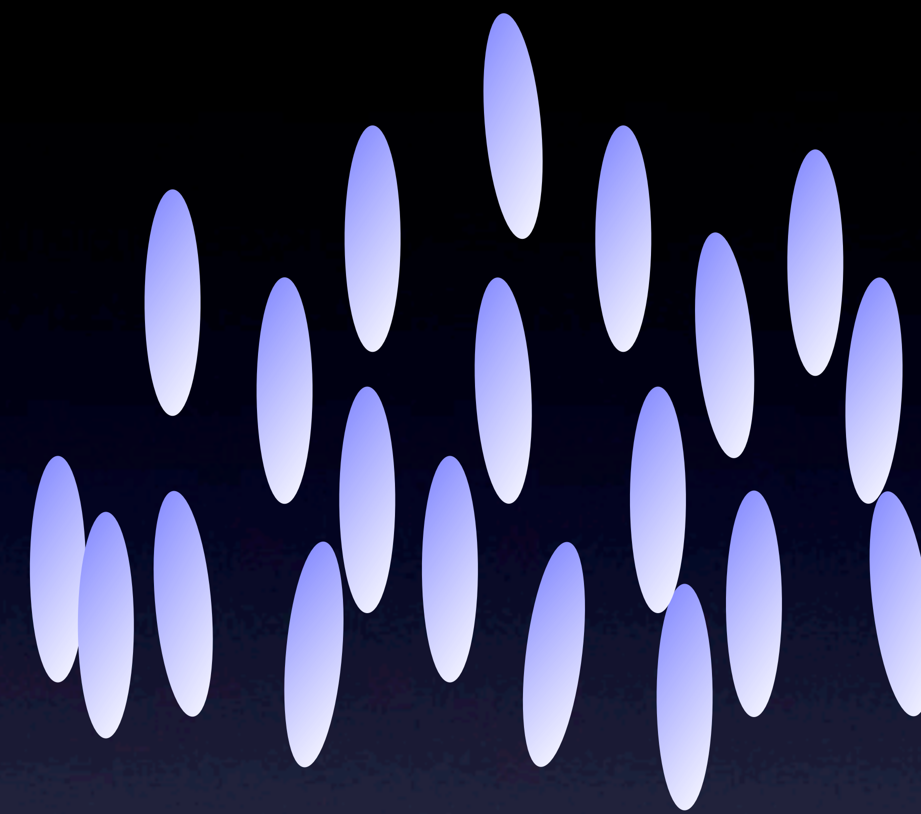
例1: 液晶

ネマティック相

空間回転 O(3)→O(2)

破れた生成子: 2つ

弾性変数: 2つ



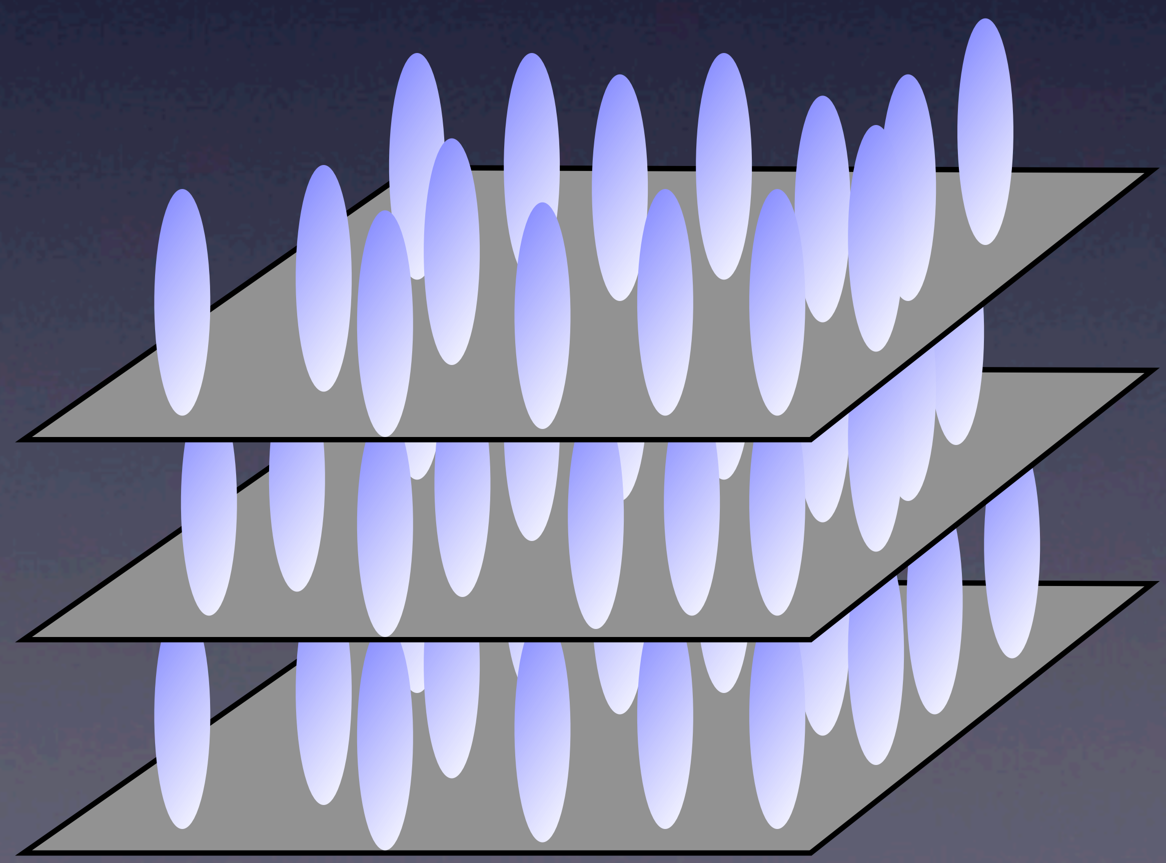
スメクティックA相

空間回転 O(3)→O(2)

並進対称性の破れ

破れた生成子: 3つ

弾性変数:1つ



例2: 共形場の理論

あるスカラー場が期待値を持つ場合を考える $\langle \phi(x) \rangle = c$

対称性の破れ $SO(2,3) \to SO(1,3)$

スケール変換の電荷: $\langle [D, \phi(x)] \rangle = 3c$

特殊共形変換の電荷: $\langle [K_\mu, \phi(x)] \rangle = 6cx_\mu$

独立なNGモードはスケール変換の１つ.

例3: 量子電磁気学

Ferrari, Picasso ('71), Hata ('82), Kugo, Terao, Uehara ('85)

共変ゲージ $\mathcal{L}_{\rm GF} = B\partial^\mu A_\mu + \frac{1}{2}\alpha B^2$

ゲージパラメータ$\theta(x) = a + b_\mu x^\mu$ の元で作用が不変

⇒ 電荷Q, Q_μ が存在する.

このQ_μは常に破れている: $\langle [Q_\mu, A_\nu]\rangle = \delta_{\mu\nu}$

Qが破れてない時:クーロン相

NGボソン: 光子(2つ, 物理的)

ゲージ場のスカラー, 縦波 成分(非物理的)

Qが破れている時:Higgs相

$\langle [Q, \phi]\rangle = v$ NG higgs(非物理的)

$\langle [Q_\mu, \phi]\rangle = x_\mu v$ 並進に対して不変でない.

Q_μのNGモードはQと独立ではない.

有限温度の分散

例)液晶

ネマティック相 空間回転 O(3)→O(2)

破れた電荷: 2つ $L_i(x) = \epsilon_{ijk} x^j T^{0k}(x)$ $i=1,2$

弾性変数: 2つ

NGモードの分散: $E_k = a|\boldsymbol{k}|^2 + ib|\boldsymbol{k}|^2$

実部と虚部が同じオーダー (減衰振動)

温度によっては$a=0$となる(過減衰)

一般の場合にどうなるかはより詳細な解析が必要.

まとめ

並進と可換でない対称性の自発的破れに対するNGモードの考察

弾性変数の数

$\langle[\hat{Q}_a, \hat{\phi}_i(\boldsymbol{x})]\rangle = \langle[\hat{T}_{\boldsymbol{R}}\hat{Q}_a\hat{T}^\dagger_{\boldsymbol{R}}, \hat{\phi}_i(\boldsymbol{x})]\rangle$ となる電荷の数.

NGモード:

分散は保存電荷の詳細に依存.

場合によっては過減衰.

一般的なルールは？

cf. Watanabe and Murayama, 1302.4800