



電弱バリオン数生成の 現状と課題

瀬名波 栄問 (名古屋大)

2013年8月26日,
於 基研研究会 「熱場の量子論とその応用」

アウトライン

- * イントロ
- * 電弱バリオジェネシスのレビュー
- * 電弱バリオジェネシスの現状
 - * 超対称性標準模型(MSSM)における電弱バリオジェネシス
 - * 2ループ有効ポテンシャルに対する高温近似の妥当性
- * まとめと展望

バリオン非対称宇宙

観測事実

[PDG 2012]

$$\eta^{\text{CMB}} = \frac{n_B}{n_\gamma} = 6.23(17) \times 10^{-10}, \quad [\text{CMB}],$$

$$\eta^{\text{BBN}} = \frac{n_B}{n_\gamma} = (5.1 - 6.5) \times 10^{-10}, \quad [\text{BBN}].$$

反バリオン数密度

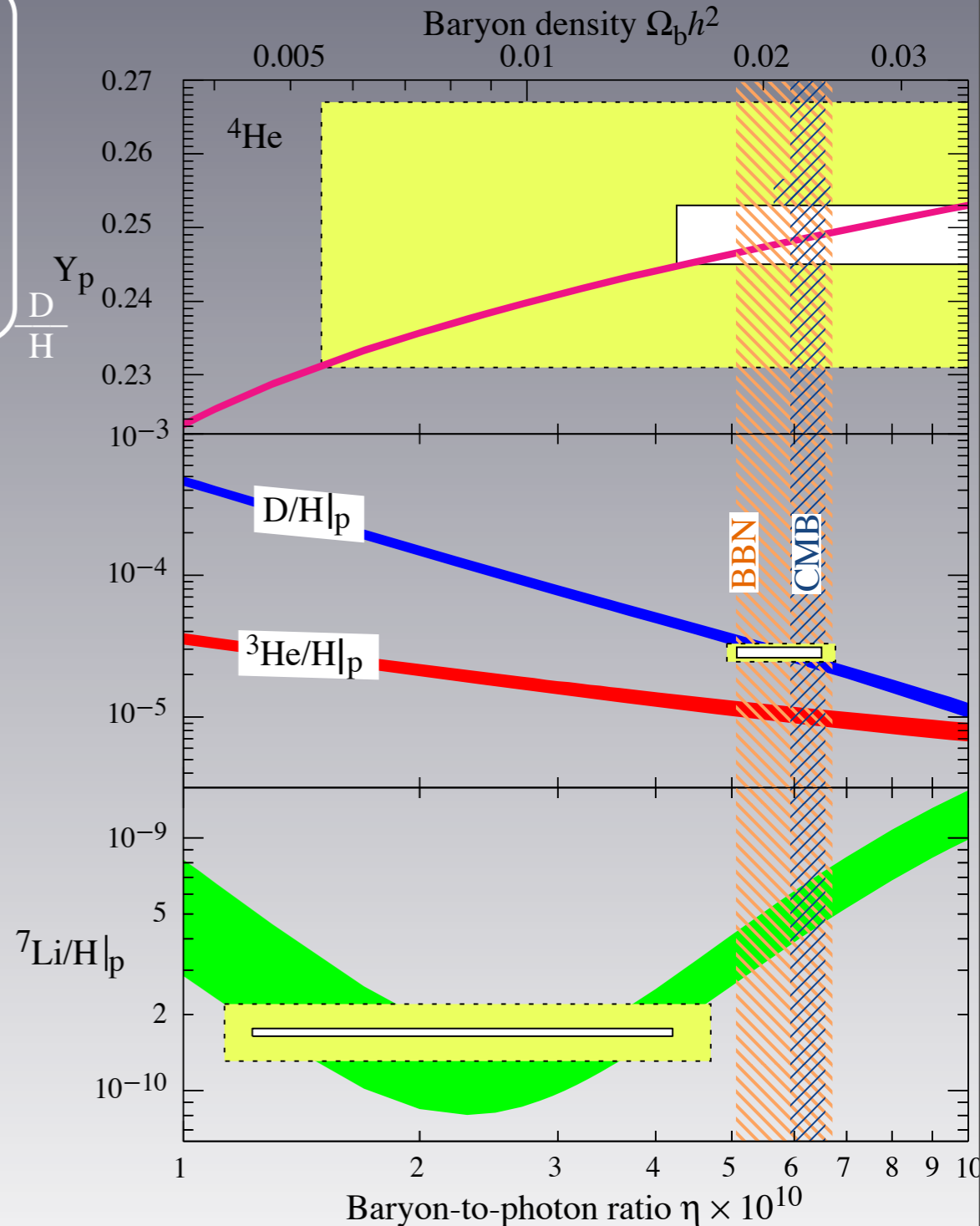


$$n_B = n_b - n_{\bar{b}} \quad n_\gamma : \text{光子数密度}$$



バリオン数密度

■ バリオン非対称(η)が $T \approx 0(1)$ MeV
までに生成されれば、標準ビッグバン理
論で軽元素(D, ^3He , ^4He , ^7Li)の存在比を
説明できる。



正しく η を出す = バリオジェネシス

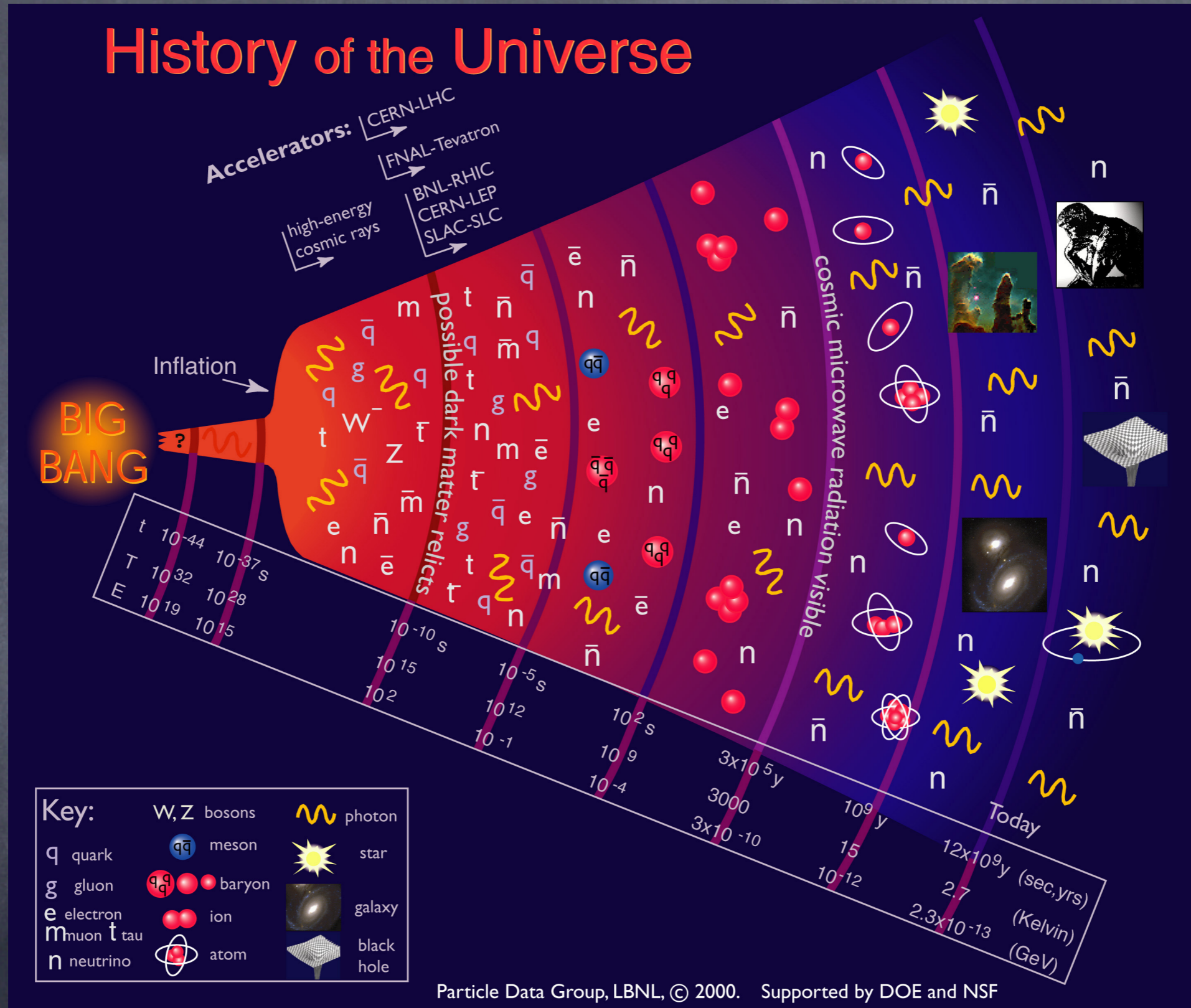
Sakhrovの3条件

□ バリオン対称宇宙($\eta=0$)から, バリオン数($\eta \neq 0$)を作るには次の条件が必要. [Sakharov, '67]

- (1) バリオン数の破れ
- (2) CとCPの破れ
- (3) 非平衡の実現

バリオン数はいつ頃できたのか.

バリオン数生成の時期

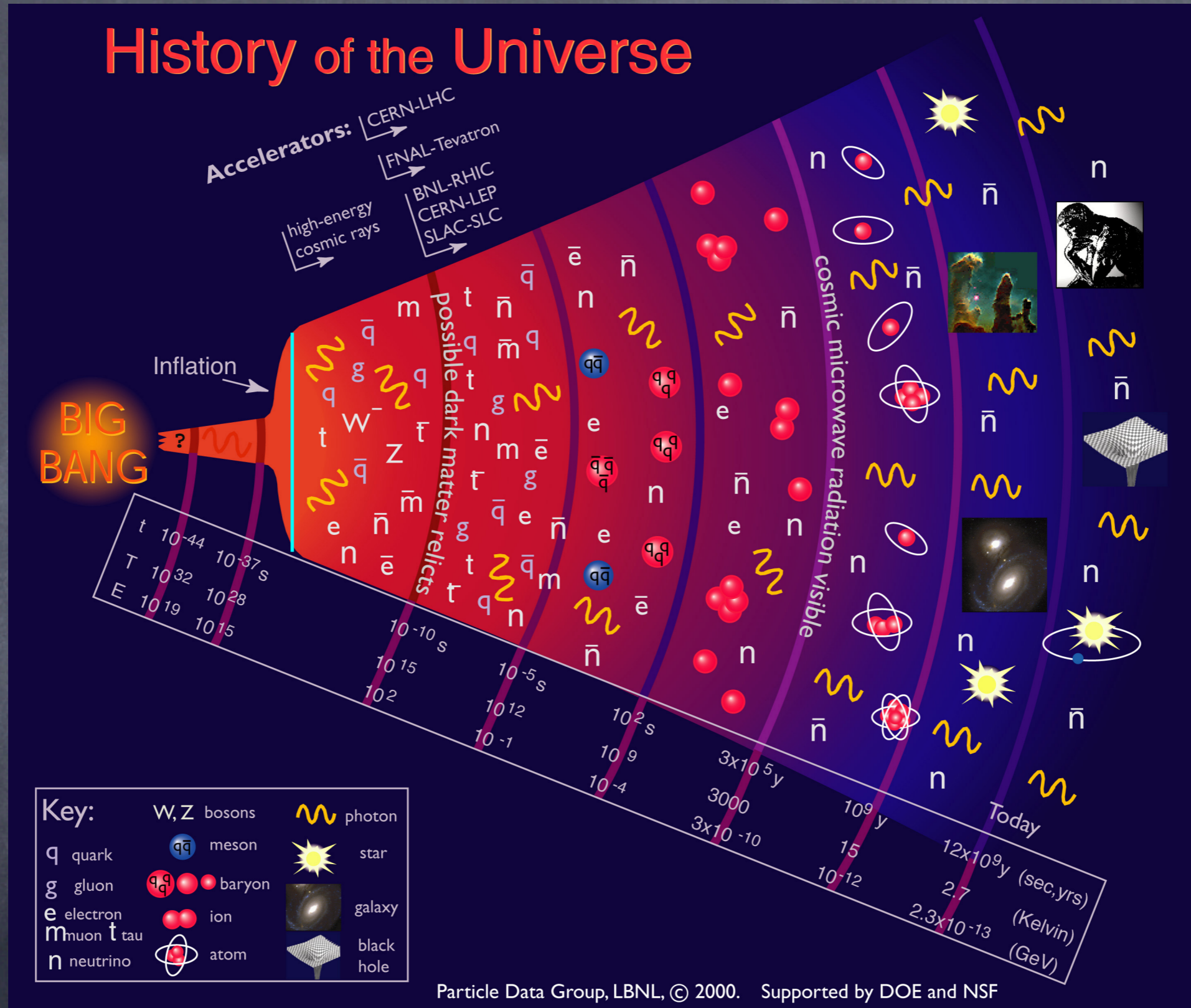


□ インフレーションの後 (スケールは模型に依る)

□ 軽元素合成 ($T \approx 0(1)$ MeV)の前.

どのようなシナリオが可能か.

バリオン数生成の時期

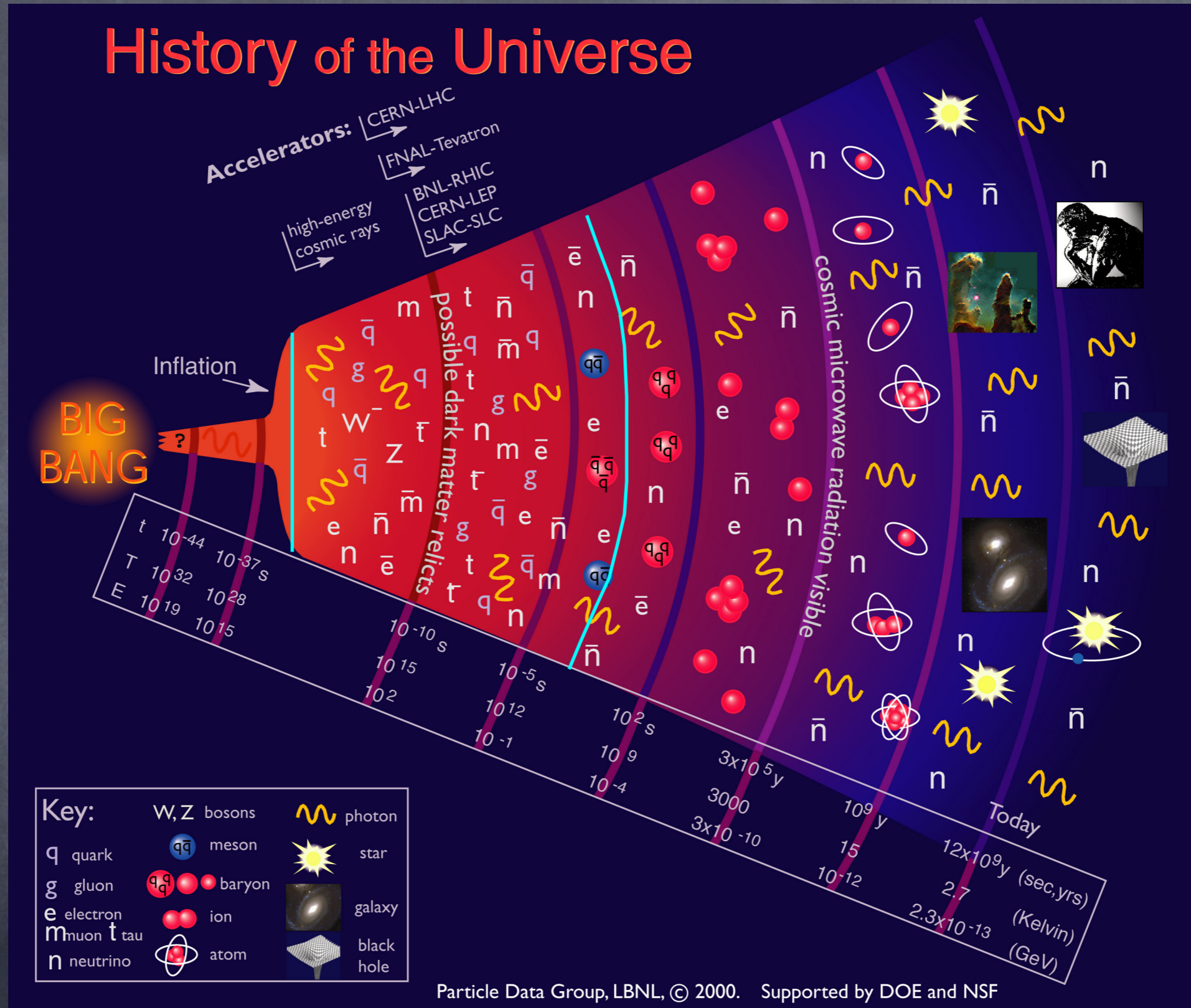


□ インフレーションの後 (スケールは模型に依る)

□ 軽元素合成 ($T \approx 0(1)$ MeV)の前.

どのようなシナリオが可能か.

バリオン数生成の時期



□ インフレーションの後 (スケールは模型に依る)

□ 軽元素合成 ($T \approx 0(1)$ MeV)の前.

どのようなシナリオが可能か.

可能性は無数

[Shaposhnikov, J.Phys.Conf.Ser.171:012005,2009.]

1. GUT baryogenesis. 2. GUT baryogenesis after preheating. 3. Baryogenesis from primordial black holes. 4. String scale baryogenesis. 5. Affleck-Dine (AD) baryogenesis. 6. Hybridized AD baryogenesis. 7. No-scale AD baryogenesis. 8. Single field baryogenesis. 9. Electroweak (EW) baryogenesis. 10. Local EW baryogenesis. 11. Non-local EW baryogenesis. 12. EW baryogenesis at preheating. 13. SUSY EW baryogenesis. 14. String mediated EW baryogenesis. 15. Baryogenesis via leptogenesis. 16. Inflationary baryogenesis. 17. Resonant leptogenesis. 18. Spontaneous baryogenesis. 19. Coherent baryogenesis. 20. Gravitational baryogenesis. 21. Defect mediated baryogenesis. 22. Baryogenesis from long cosmic strings. 23. Baryogenesis from short cosmic strings. 24. Baryogenesis from collapsing loops. 25. Baryogenesis through collapse of vortons. 26. Baryogenesis through axion domain walls. 27. Baryogenesis through QCD domain walls. 28. Baryogenesis through unstable domain walls. 29. Baryogenesis from classical force. 30. Baryogenesis from electrogenesis. 31. B-ball baryogenesis. 32. Baryogenesis from CPT breaking. 33. Baryogenesis through quantum gravity. 34. Baryogenesis via neutrino oscillations. 35. Monopole baryogenesis. 36. Axino induced baryogenesis. 37. Gravitino induced baryogenesis. 38. Radion induced baryogenesis. 39. Baryogenesis in large extra dimensions. 40. Baryogenesis by brane collision. 41. Baryogenesis via density fluctuations. 42. Baryogenesis from hadronic jets. 43. Thermal leptogenesis. 44. Nonthermal leptogenesis.

例: 熱的レプトジェネシス = シーソー機構でバリオン数生成

電弱バリオジェネシス = ヒッグス機構でバリオン数生成

□ どのシナリオが正しいかは最終的には実験によって決まるべきだが、LHC/ILCで直接検証できるのは電弱バリオジェネシス

電弱バリオジェネシス

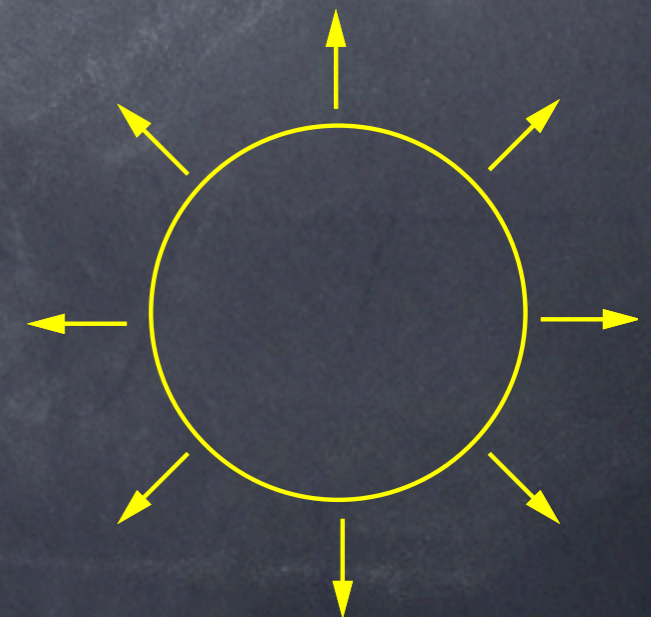
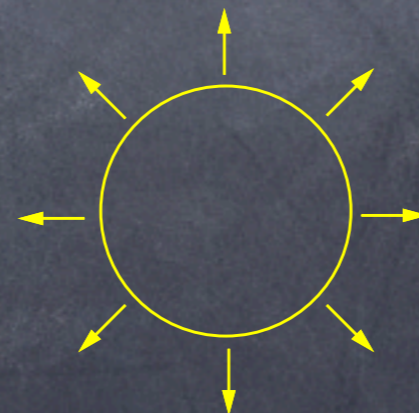
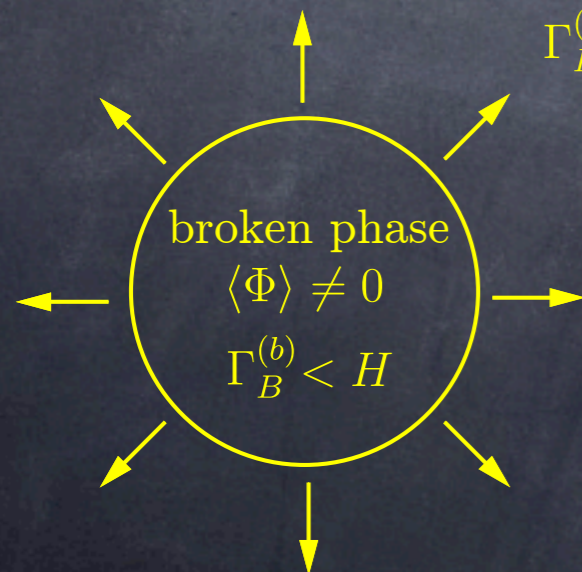
[Kuzmin, Rubakov, Shaposhnikov, PLB155,36 ('85)]

Sakharovの条件

- Bの破れ: スファレロン過程 (次ページ)
- Cの破れ: カイラルゲージ相互作用
- CPの破れ: 小林-益川位相, 標準模型の拡張模型では他にも物理的CP位相が存在.
- 非平衡の実現: 電弱相転移が『強い』一次.

symmetric phase $\langle \Phi \rangle = 0$

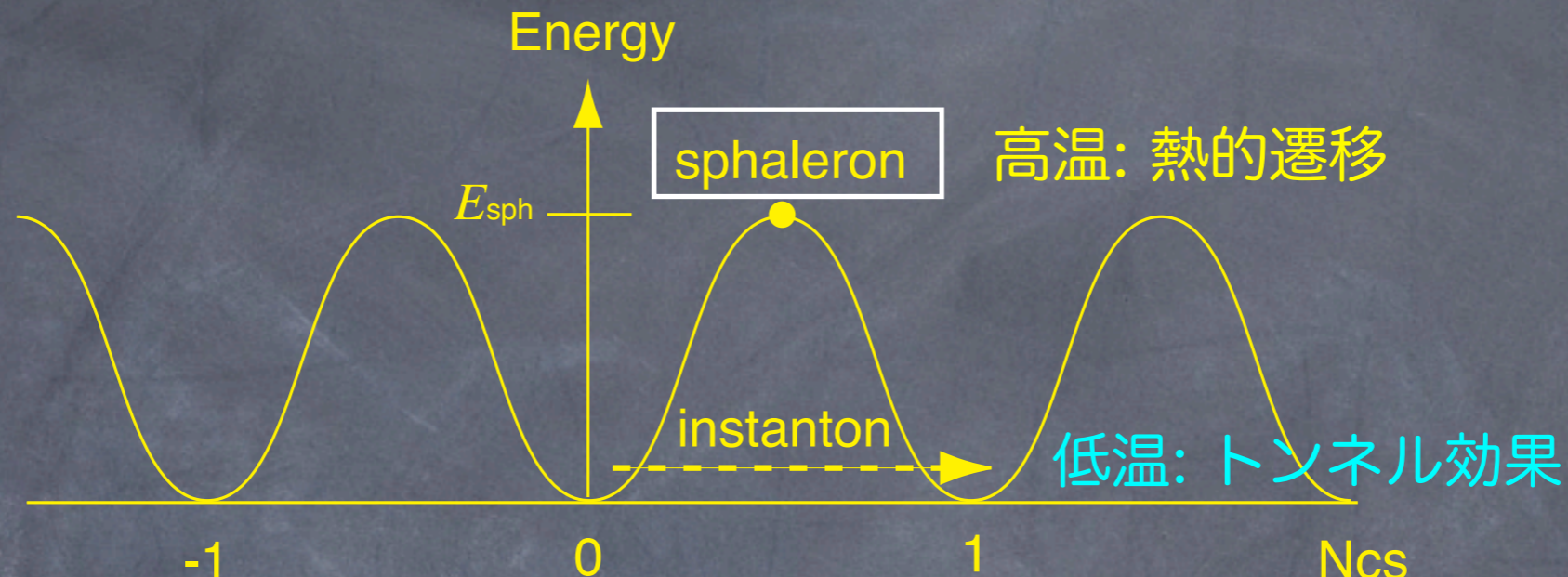
$$\Gamma_B^{(s)} > H$$



□ バリオン数は膨張する泡によって作られる.

(B+L)遷移

(B+L)カレントはアノマリーで破れる. 但し, (B-L)カレントは保存.



$$\Delta B = \Delta L = N_g \Delta N_{CS} \quad N_{CS}(t) = \frac{1}{32\pi^2} \int d^3x \epsilon_{ijk} \left[g_2^2 \text{Tr} \left(F_{ij} A_k - \frac{2}{3} g_2 A_i A_j A_k \right) - g_1^2 B_{ij} B_k \right]$$

例: 1 gen., $0 \leftrightarrow u_L d_L d_L \nu_{eL}$ N_g gen., $0 \leftrightarrow \sum_{i=1}^{N_{CS}} (3q_L^i + l_L^i)$

左巻きフェルミオンのみ

トンネリング確率:

$$\Gamma_{\text{instanton}} \simeq e^{-2S_{\text{instanton}}} = e^{-16\pi^2/g_2^2} \simeq 10^{-162}.$$

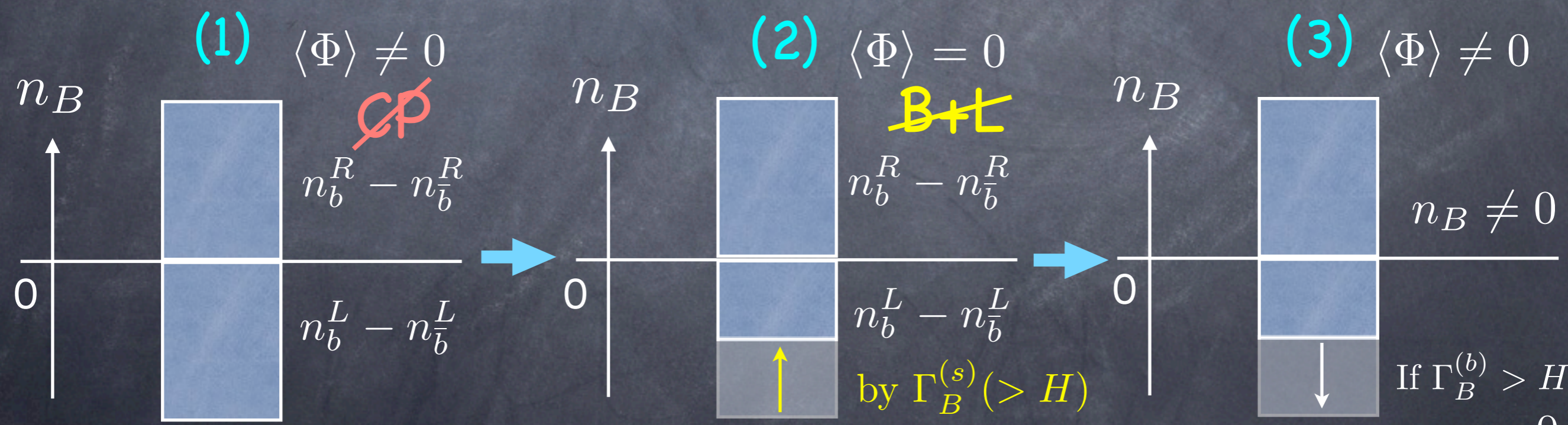
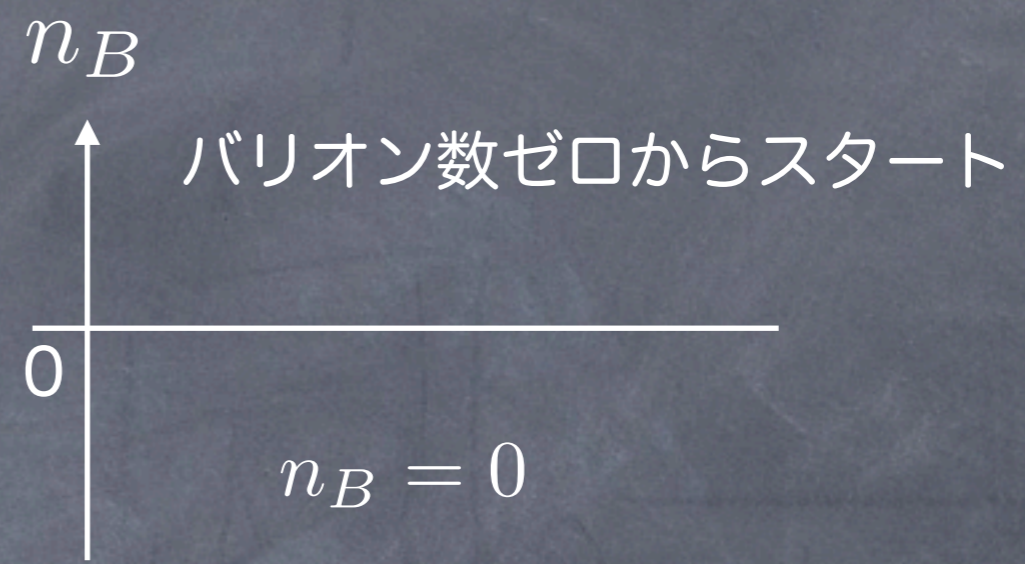
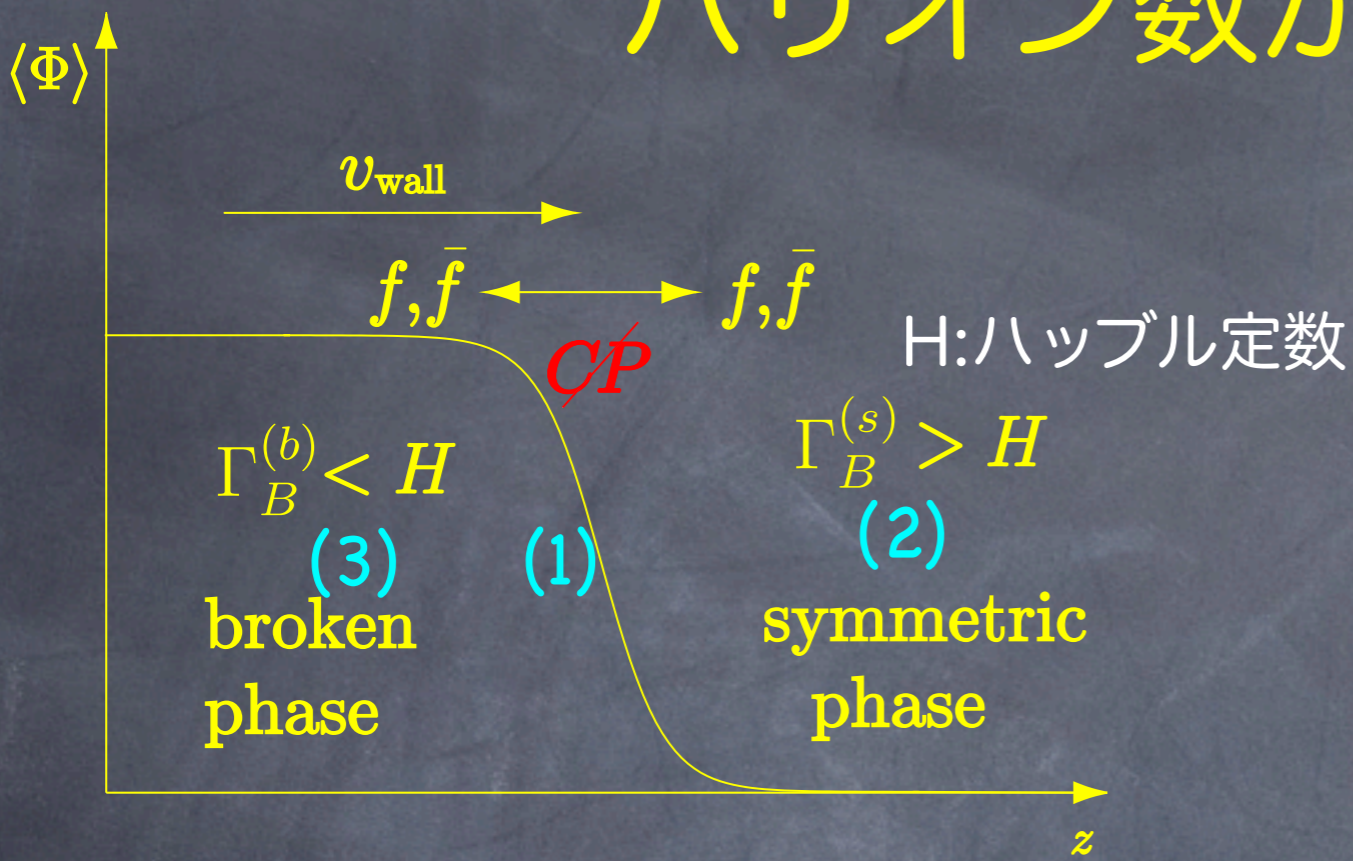
単位時間, 単位体積あたりのスファレロン遷移確率:

broken phase : $\Gamma_{\text{sph}}^{(b)} \simeq T^4 e^{-E_{\text{sph}}/T},$

symmetric phase : $\Gamma_{\text{sph}}^{(s)} \simeq \kappa (\alpha_W T)^4, \quad \alpha_W = g_2^2/(4\pi), \quad \kappa = \mathcal{O}(1)$

□ 高温でバリオン数を破る過程が頻繁に起き, ゼロ度では抑制される.

バリオン数ができるまで



$$n_B = \underbrace{n_b^L - n_{\bar{b}}^L}_{\neq 0} + \underbrace{n_b^R - n_{\bar{b}}^R}_{\neq 0} = 0$$

$$n_B = \underbrace{n_b^L - n_{\bar{b}}^L}_{\text{changed}} + n_b^R - n_{\bar{b}}^R \rightarrow n_B \neq 0$$

e.g., 1 gen. $\bar{u}_L \rightarrow d_L d_L \nu_{eL}$

$\Delta B = +1$

$\Delta L = +1$

$\Gamma_B^{(b)} < H$ が必要

$$\Gamma_B^{(b)} < H \text{ を満たすには?}$$

破れた相でのバリオン数変化率は以下で与えられる。

$$\Gamma_B^{(b)}(T) \simeq (\text{prefactor}) \frac{\Gamma_{\text{sph}}^{(b)}}{T^3} \simeq (\text{prefactor}) e^{-E_{\text{sph}}/T},$$

E_{sph} = スファレロンエネルギー,
ヒッグスの真空期待値(v)に比例する。

$$E_{\text{sph}} \propto v$$

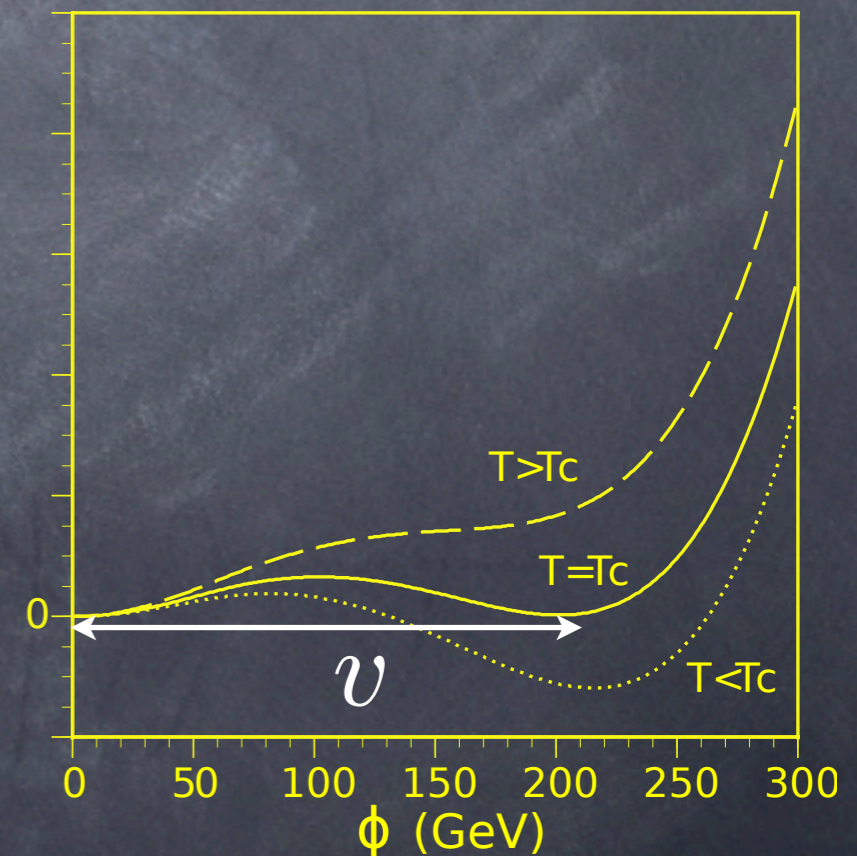
(相転移直後の期待値 $\neq 246$ GeV)

必要なもの:

相転移後ヒッグスの期待値が大きければよい。

(電弱相転移が強い一次であればよい)

V_{eff}



スファレロン脱結合条件

[Arnold, McLerran, PRD36,581 ('87)]

相転移が終わった温度(T_E)でスファレロン過程が抑制される必要がある。

$$\Gamma_B^{(b)}(T) \simeq (\text{prefactor}) e^{-E_{\text{sph}}/T} < H(T) \simeq 1.66 \sqrt{g_*} T^2 / m_P$$

g_* 軽い粒子の自由度, 106.75 (標準模型) m_P プランク質量 $\simeq 1.22 \times 10^{19}$ GeV

$E_{\text{sph}} = 4\pi v \mathcal{E} / g_2$ と書くと (g_2 はSU(2)ゲージ結合定数),

$$\frac{v}{T} > \frac{g_2}{4\pi \mathcal{E}} \left[42.97 + \log \text{ corrections} \right]$$

- 脱結合条件はスファレロンエネルギーに最も強く依存する。
- log補正はsubleading (~10%).

スファレロンエネルギー

簡単の為, $T=0$ でのスファレロンエネルギーを求める.

標準模型を例にとる. ($U(1)_Y$ 部分は無視) [Klinkhamer, Manton, PRD30,2212 ('84)]

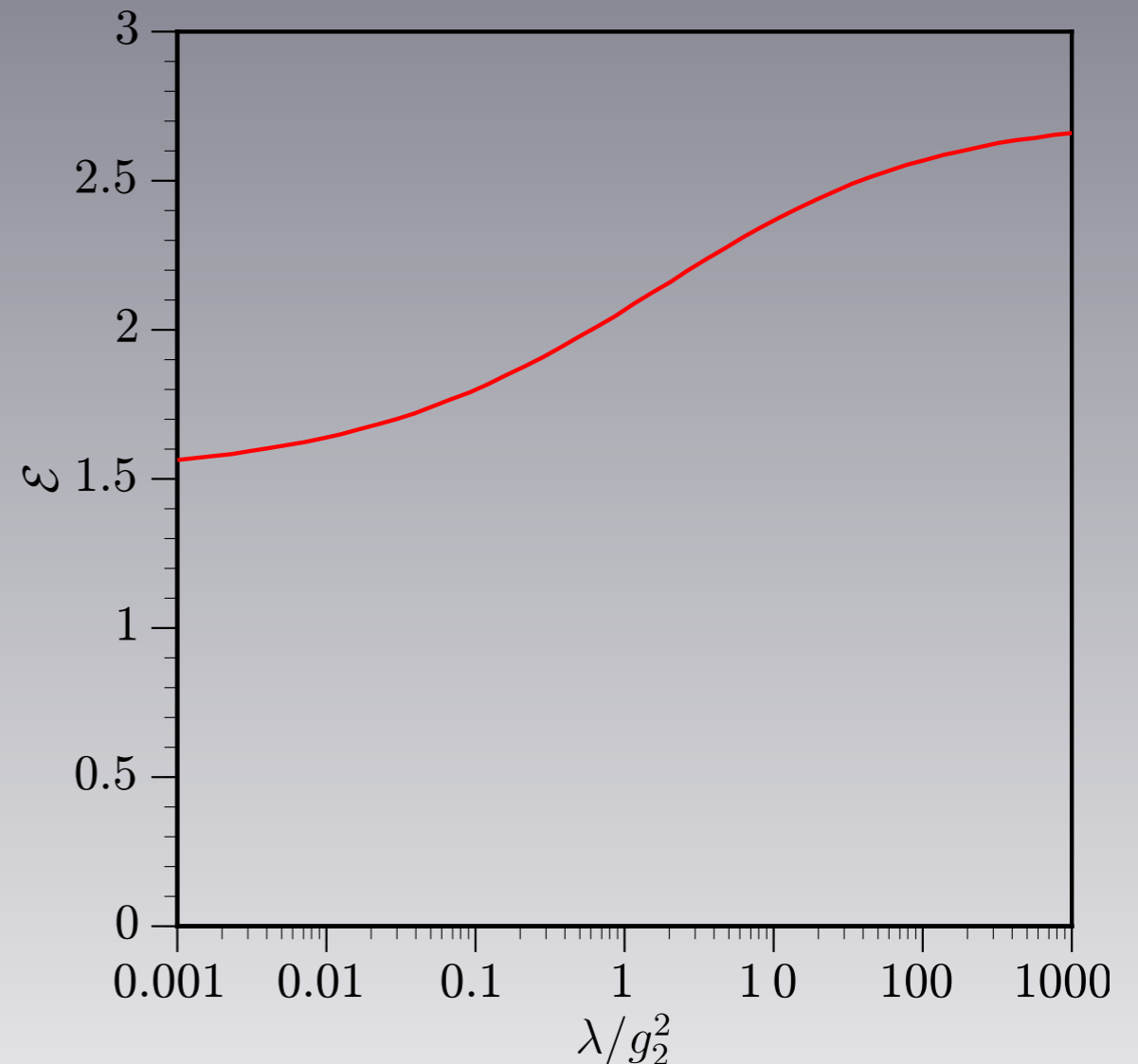
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + (D_\mu\Phi)^\dagger D^\mu\Phi - V_0(\Phi)$$

$$V_0(\Phi) = \lambda \left(\Phi^\dagger\Phi - \frac{v^2}{2} \right)^2$$

□ スファレロンエネルギーは
 λ/g_2^2 と伴に増加

ヒッグスの質量(λ) ↑

→ スファレロンエネルギー ↑



For $m_h = 126$ GeV ($\lambda = 0.13$), $\varepsilon \simeq 1.92$ →

$$\frac{v}{T} \gtrsim 1.16$$

標準模型のバリオジェネシス

標準模型のバリオジェネシス

標準模型での電弱バリオジェネシスの可能性は以下の2つの理由で否定された。

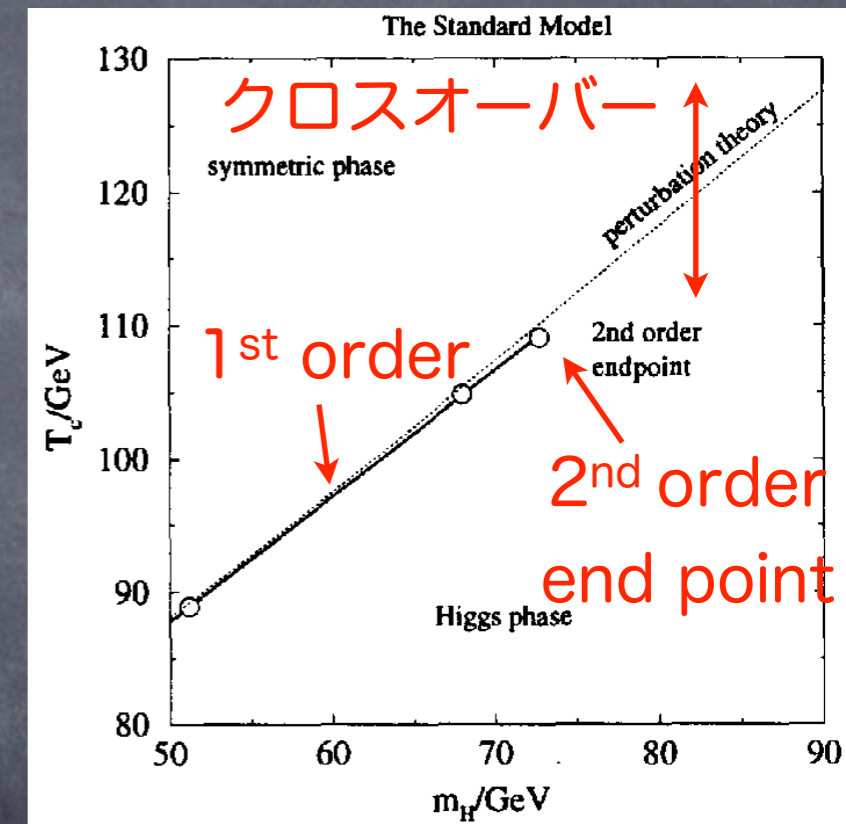
■ 小林-益川位相だけでは十分な非対称性が出ない。

[Gavela et al, NPB430,382 ('94); Huet and Nelson, PRD51,379 ('95).]

■ 電弱相転移は $m_h > 73$ GeVでクロスオーバー

[Kajantie et al, PRL77,2887 ('96); Rummukainen et al, NPB532,283 ('98); Csikor et al, PRL82, 21 ('99); Aoki et al, PRD60,013001 ('99). Laine et al, NPB73,180('99)] (NOTE: $m_h \approx 126$ GeV.)

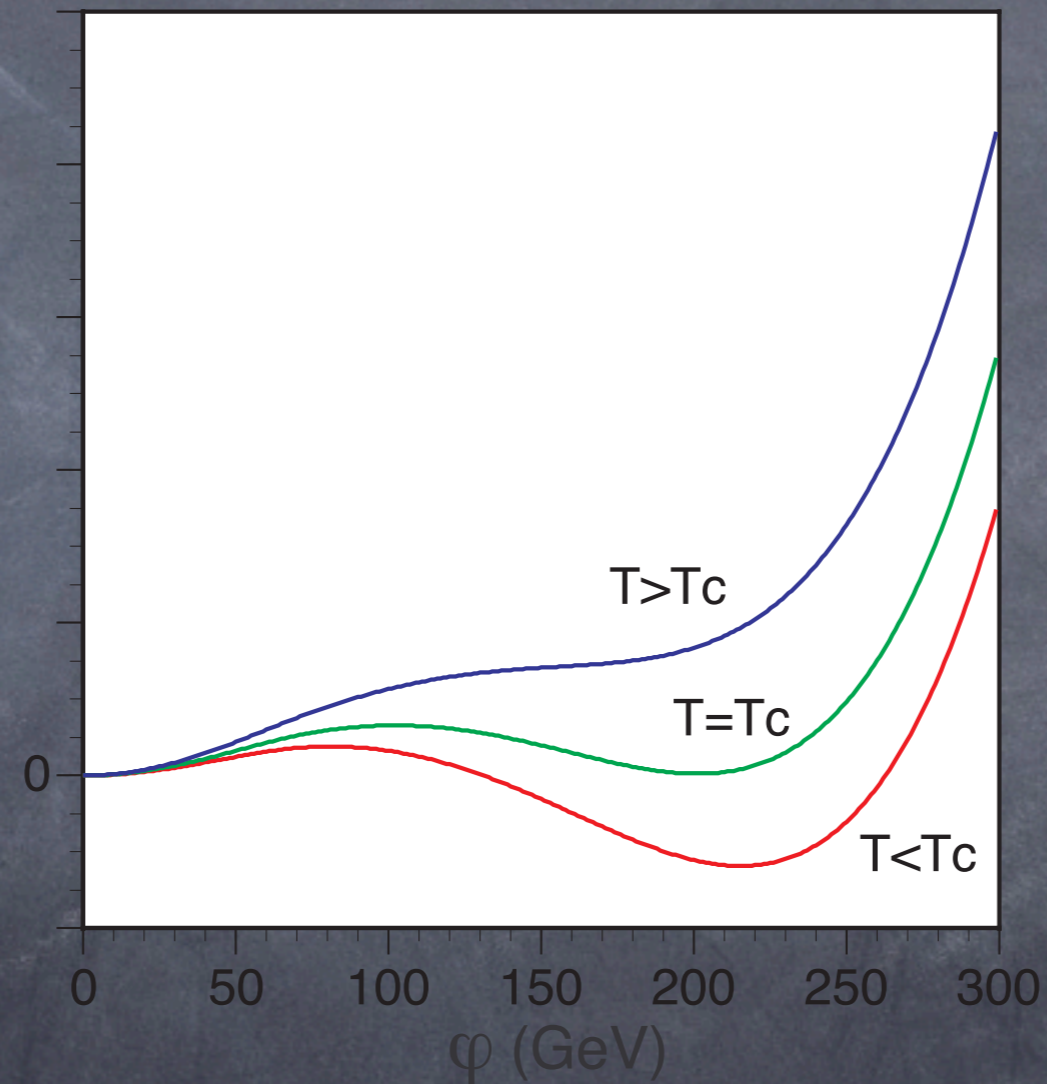
標準模型を拡張する必要がある。



適切な拡張の仕方を知る為に、まず標準模型の例を具体的にみていく。

電弱相転移

V_{eff}

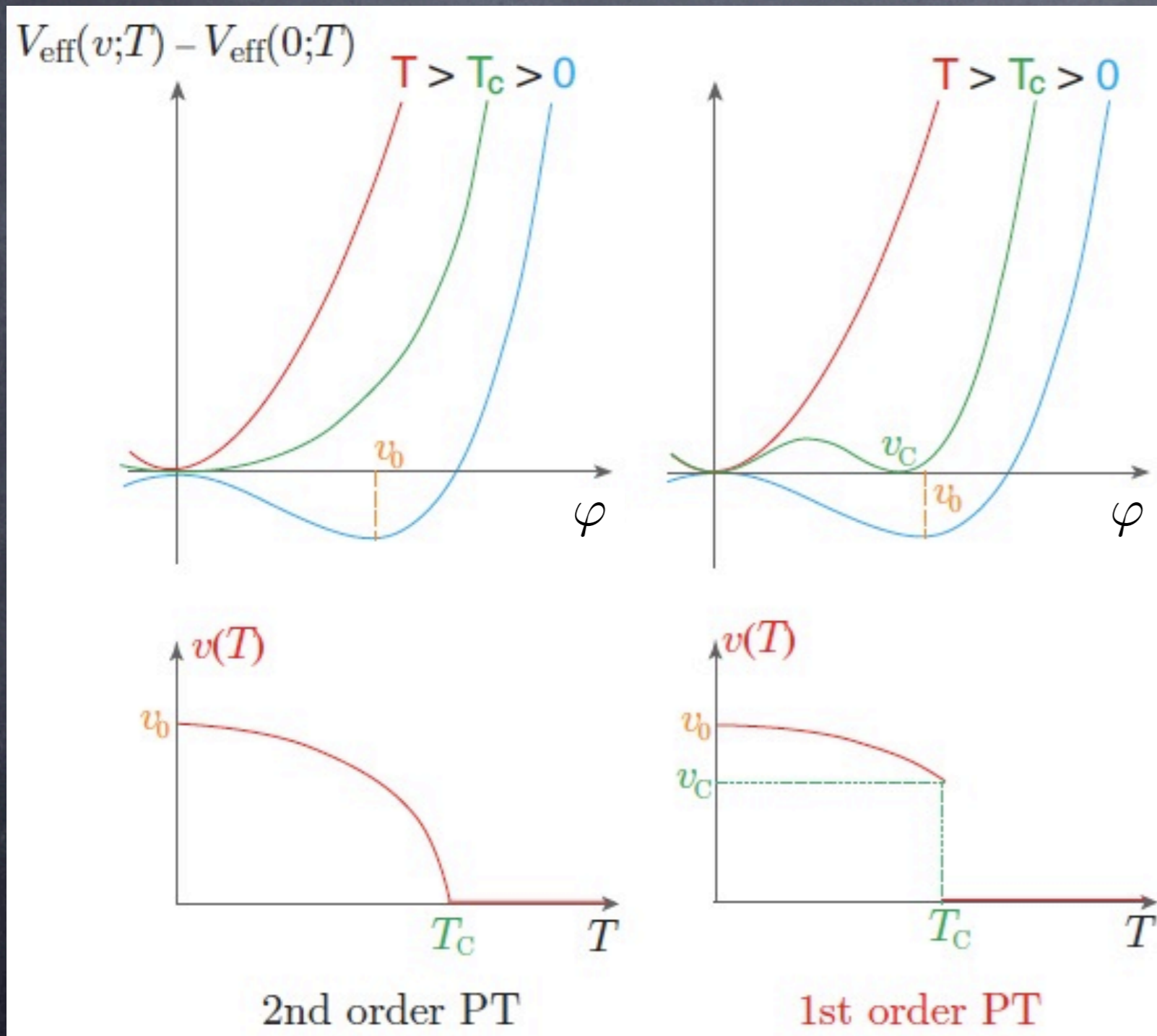


- 有限温度の有効ポテンシャル(自由エネルギー密度)を用いて相転移の次数を決定する.

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター。

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続。

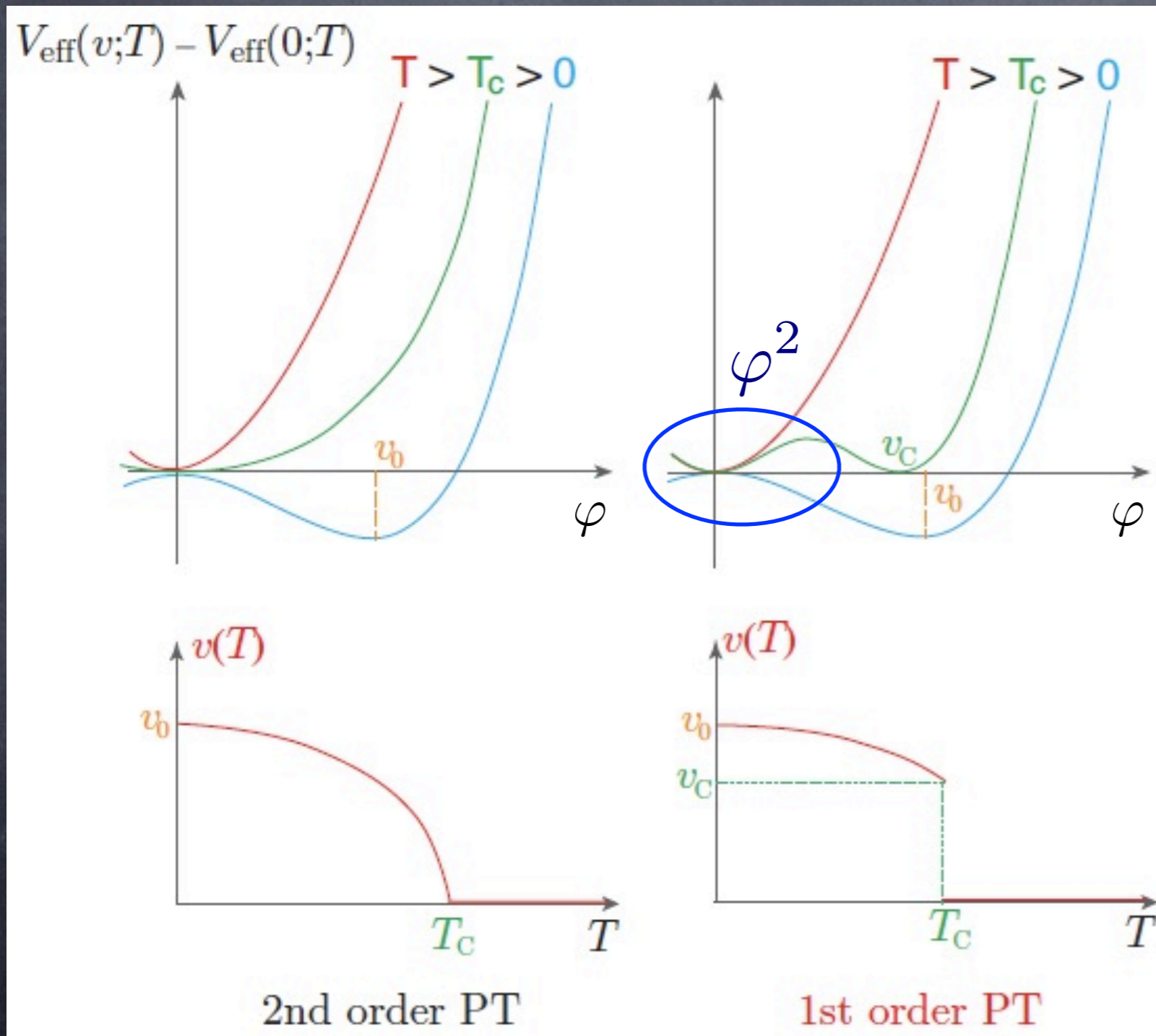


[From K. Funakubo's slide]

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター。

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続。

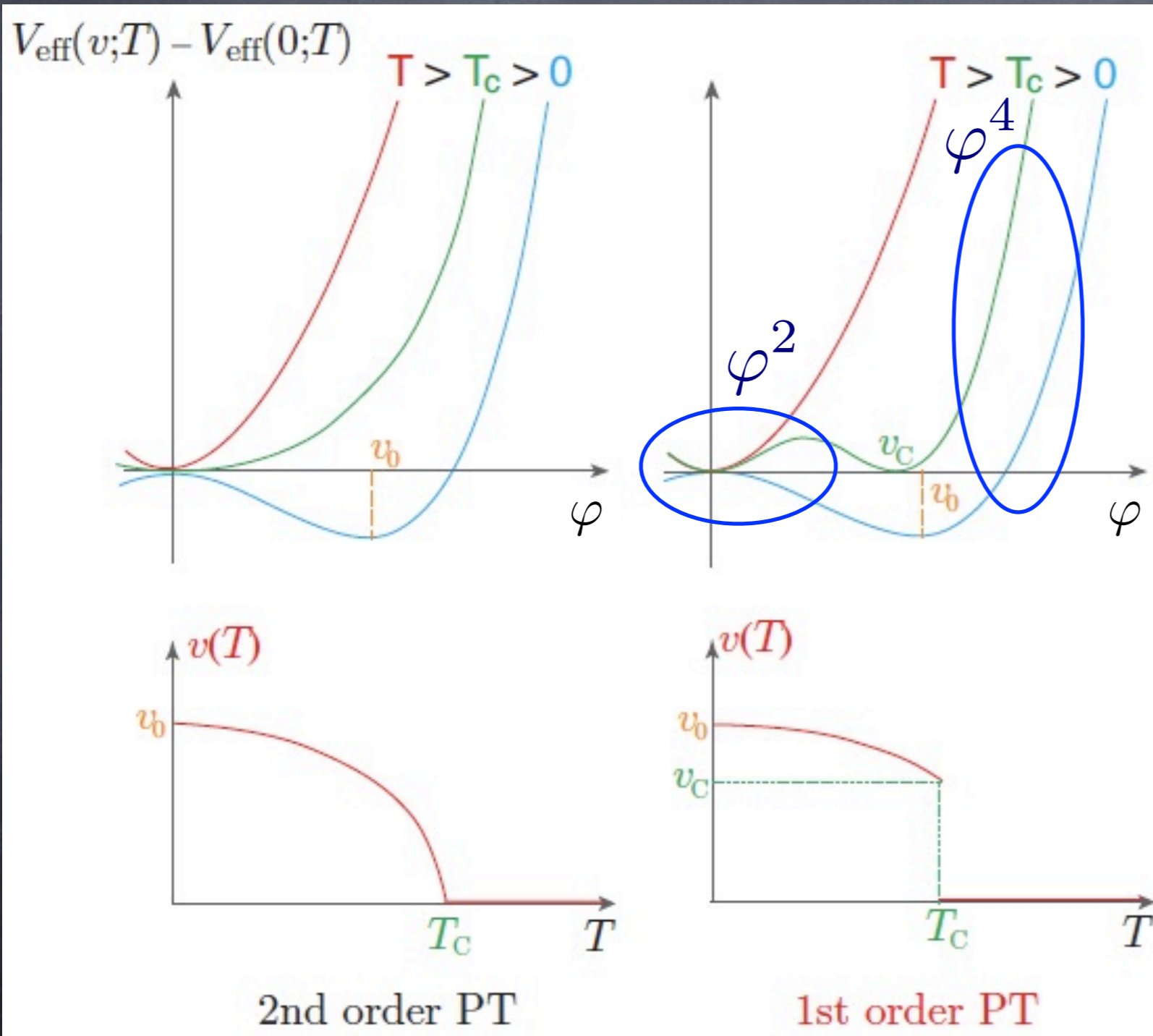


[From K. Funakubo's slide]

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター。

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続。

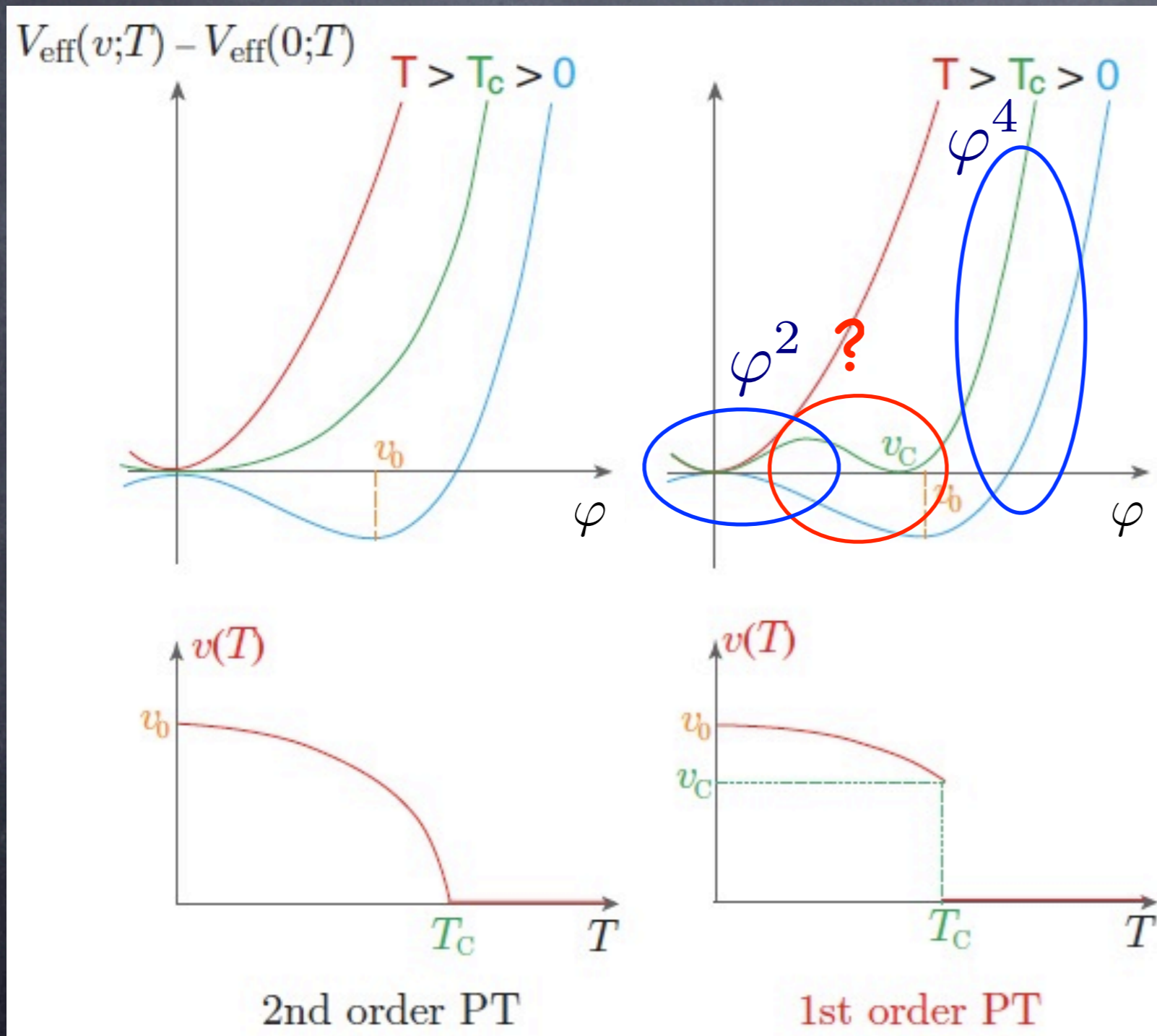


[From K. Funakubo's slide]

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター。

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続。

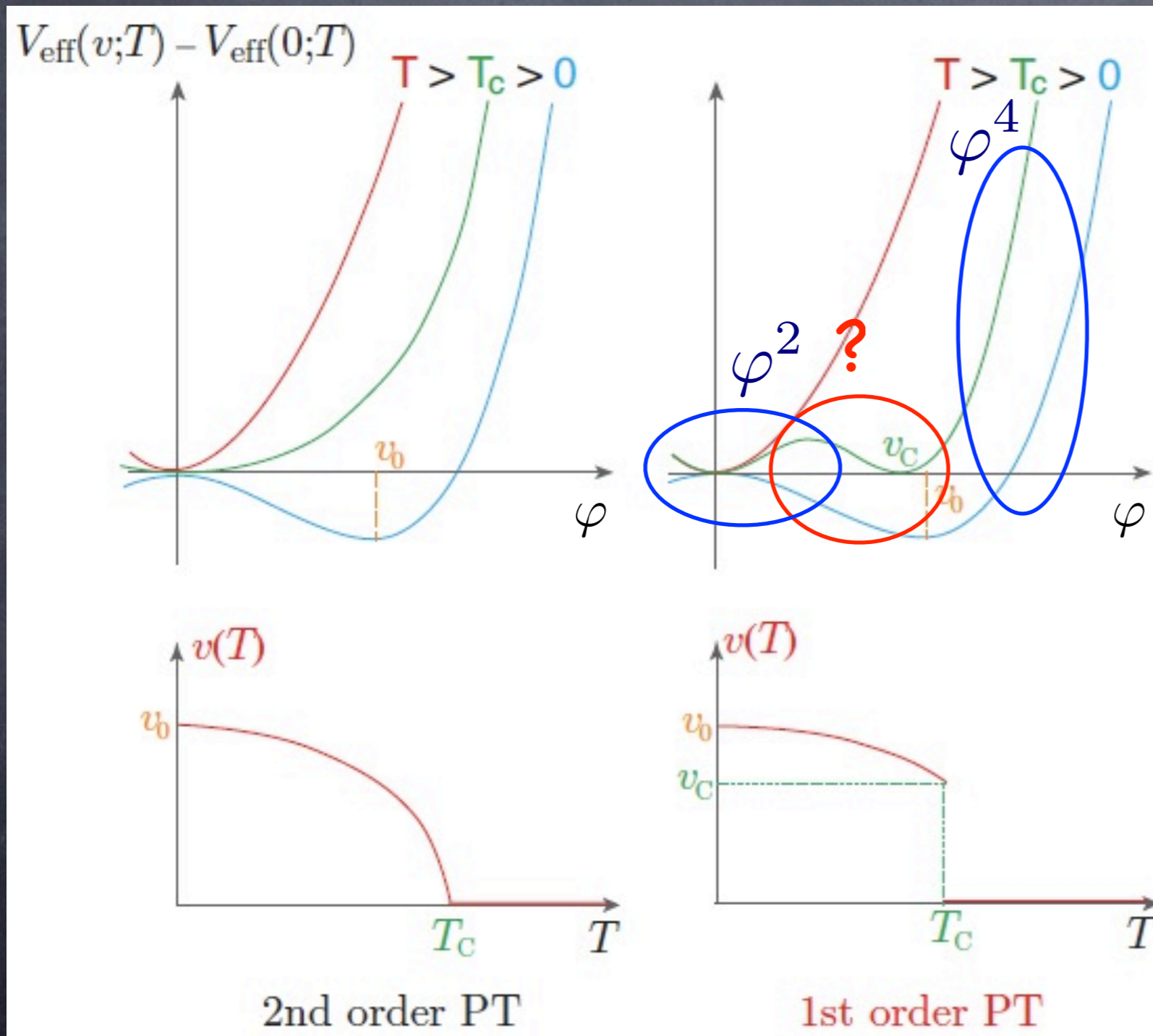


[From K. Funakubo's slide]

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター.

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続.



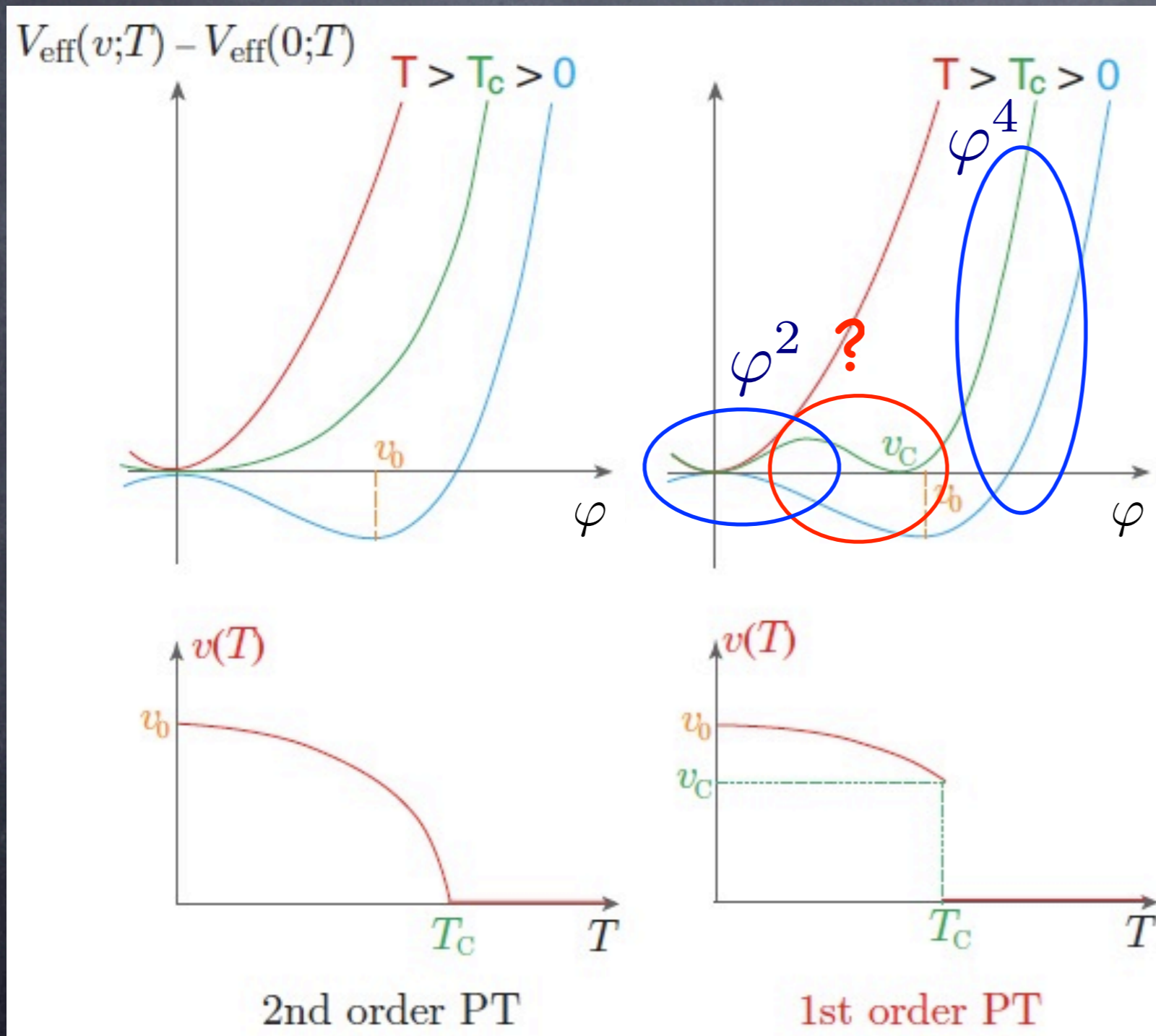
■ 一次相転移となる
為には, ポテンシャル
に負の寄与が必要.

[From K. Funakubo's slide]

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター。

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続。



■ 一次相転移となる
為には, ポテンシャル
に負の寄与が必要.

↑

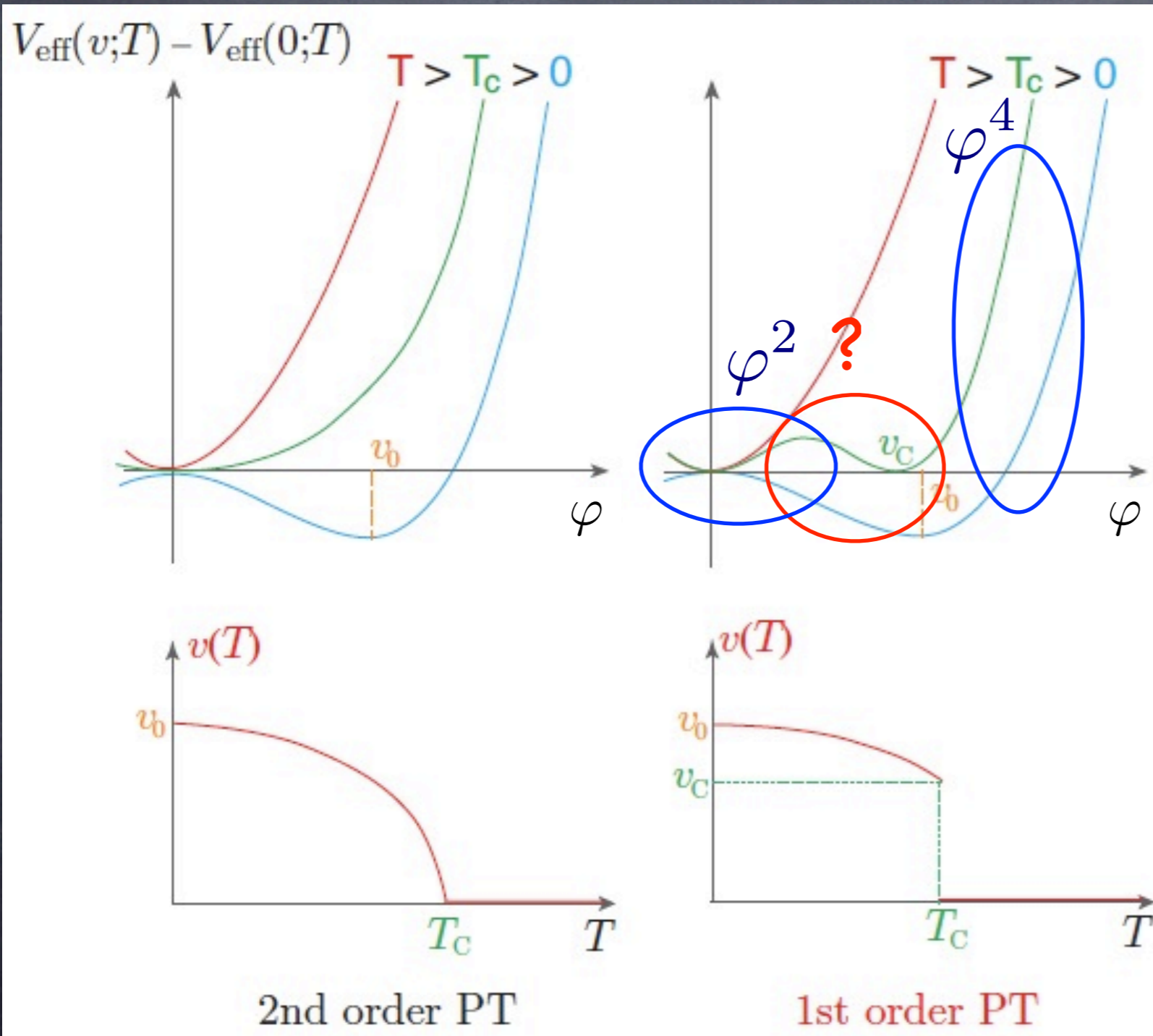
有限温度のボゾンループ
から出る.

[From K. Funakubo's slide]

一次と二次相転移

ヒッグスの期待値がオーダーパラメーター。

一次相転移の場合, T_c でヒッグスの期待値が不連続。



■ 一次相転移となる
為には, ポテンシャル
に負の寄与が必要.

↑

有限温度のボゾンループ
から出る.

(一般には別の可能性もあるが,
標準模型やMSSMはこのケース.)

[From K. Funakubo's slide]

標準模型の相転移

標準模型の1ループ有効ポテンシャル

$$V_{\text{eff}}(\varphi) = V_0(\varphi) + \Delta_g V(\varphi) + \Delta_t V(\varphi) + \Delta V(\varphi, T) + V_{\text{c.t.}}$$

ツリー: $V_0(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4$

ゼロ温度1ループ:

$$\Delta_g V(\varphi) = 2 \cdot 3F(m_W^2(\varphi)) + 3F(m_Z^2(\varphi)),$$

$$\Delta_t V(\varphi) = -4 \cdot 3F(m_t^2(\varphi)), \quad F(m^2(\varphi)) = \frac{m^4(\varphi)}{64\pi^2} \left(\ln \frac{m^2(\varphi)}{M_{\text{ren}}^2} - \frac{3}{2} \right)$$

有限温度1ループ:

$$\Delta V(\varphi, T) = \frac{T^4}{2\pi^2} \left[\sum_{i=W,Z} n_i I_B(a_i^2) + n_t I_F(a_t^2) \right], \quad \mathbf{n=d.o.f.}$$

where

$$I_{B,F}(a^2) = \int_0^\infty dx x^2 \ln \left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}} \right), \quad a^2 = \frac{m^2(\varphi)}{T^2}$$

高温展開

$a=m(\varphi)/T$ を小さいと仮定し, $I_{B,F}(a)$ を a について展開する.

ボゾン:

$$I_B(a^2) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12}a^2 - \frac{\pi}{6}(a^2)^{3/2} - \frac{a^4}{32} \left(\log \frac{a^2}{\alpha_B} - \frac{3}{2} \right) + \mathcal{O}(a^6)$$

フェルミオン:

$$I_F(a^2) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24}a^2 - \frac{a^4}{32} \left(\log \frac{a^2}{\alpha_F} - \frac{3}{2} \right) + \mathcal{O}(a^6)$$

$$\log \alpha_B = 2 \log 4\pi - 2\gamma_E \simeq 3.91, \quad \log \alpha_F = 2 \log \pi - 2\gamma_E \simeq 1.14,$$

$$\text{Euler's constant: } \gamma_E \simeq 0.577$$

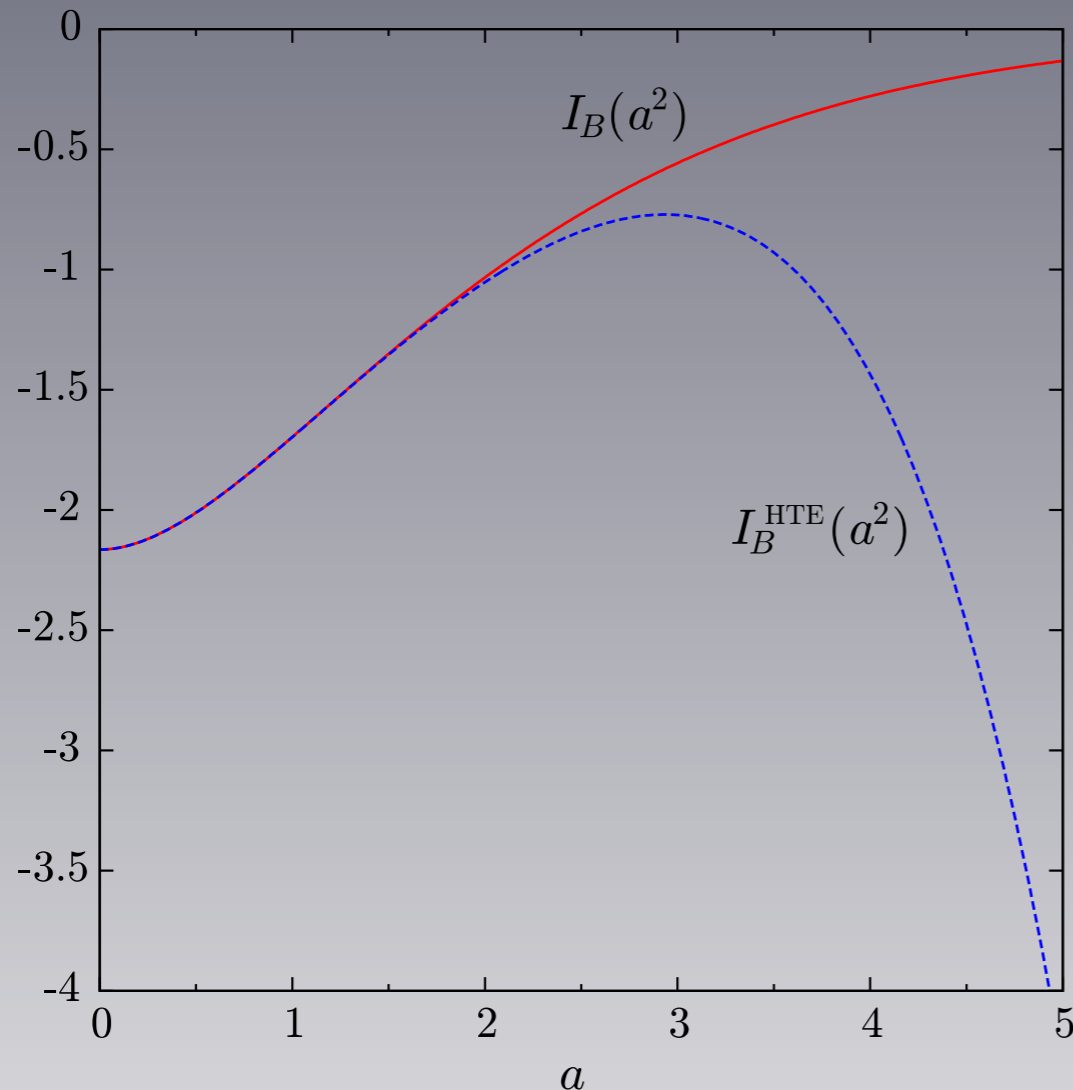
□ $n_{B,F} \frac{T^4}{2\pi^2} I_{B,F}(a^2) \ni +|\text{const}| \cdot m^2 T^2 \rightarrow$ 高温で対称性が回復する理由

□ “ボゾンループ”から負の係数をもつ3次の項が出て来る.

$$n_B \frac{T^4}{2\pi^2} I_B(a^2) \ni -|\text{const}| \cdot |m(\varphi)|^3 T \quad (\text{起源はゼロ振動数なのでフェルミオンループからは出ない。})$$

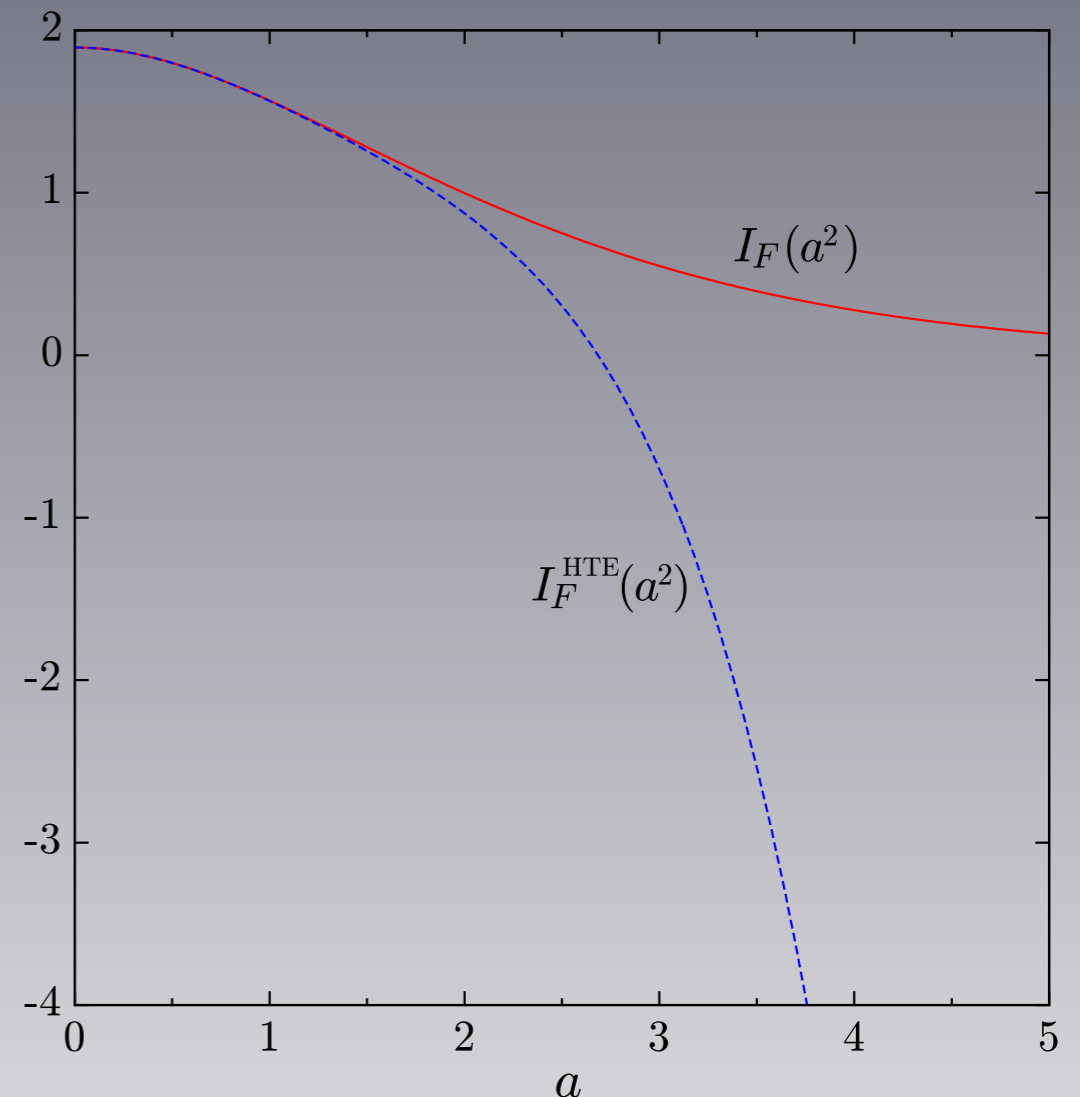
高温展開の妥当性

ボゾン



$$|I_B(a^2) - I_B^{\text{HTE}}(a^2)| \lesssim 0.05 \text{ if } a \lesssim 2.3,$$

フェルミオン



$$|I_F(a^2) - I_F^{\text{HTE}}(a^2)| \lesssim 0.05 \text{ for } a \lesssim 1.7,$$

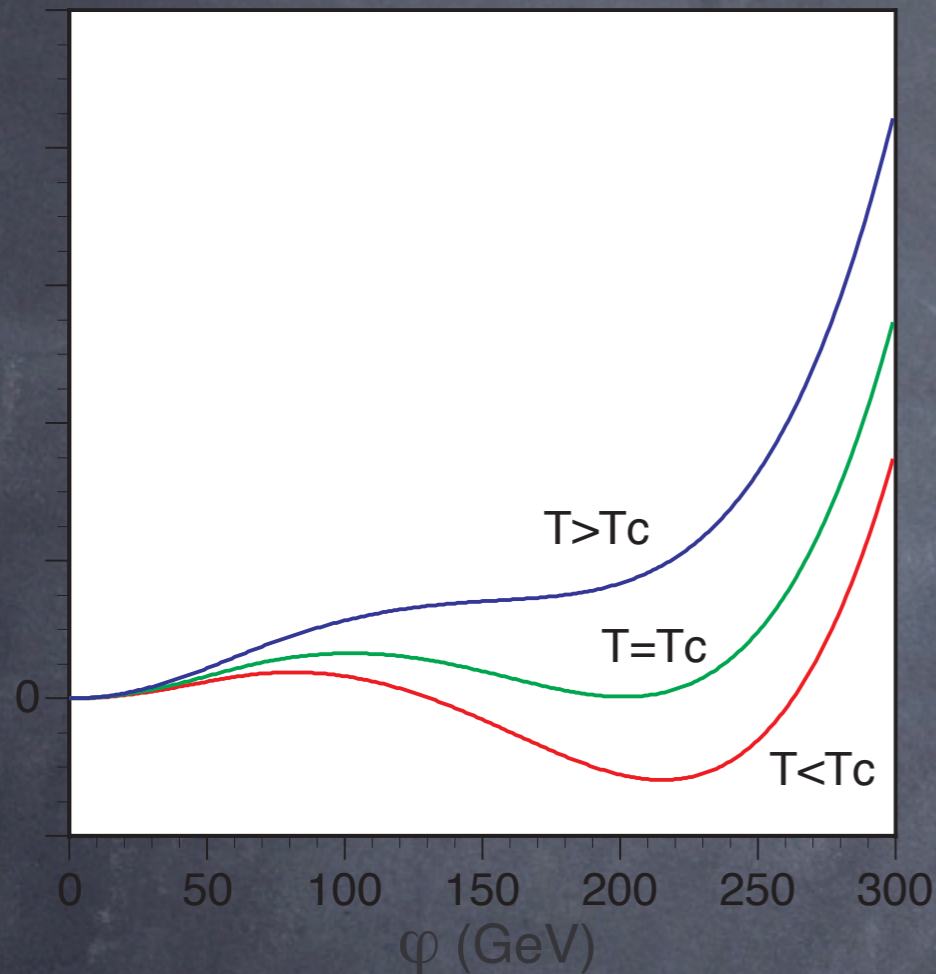
□ $m \lesssim 2T$ ならば高温展開近似はそんなに悪くない。

しかし、実際の計算では、高温展開が使えない領域もあるのでこの近似はあまり使われない。
数値積分を実行しても良いが、精度の良いfitting函数も知られている。

$$\tilde{I}_{B,F}(a^2) = e^{-a} \sum_{n=0}^N c_n^{b,f} a^n, \quad |\tilde{I}_{B,F} - I_{B,F}| < 10^{-6} \quad (N = 40). \quad [\text{k. Funakubo}]$$

高温展開された有効ポテンシャルは次で与えられる。

$$V_{\text{eff}} \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET|\varphi|^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4 \xrightarrow{T=T_C} \frac{\lambda_{T_C}}{4}\varphi^2(\varphi - v_C)^2$$



□ 臨界温度(T_C)は2つの真空が縮退する温度で定義。

□ ボゾンループによって一次相転移が実現。

$$E_{\text{SM}} \simeq \frac{1}{4\pi v^3} (2m_W^3 + m_Z^3) \simeq 0.01$$

$$v_C = \frac{2ET_C}{\lambda_{T_C}} \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} = \frac{2E}{\lambda_{T_C}} = \frac{\text{3次の係数}}{\text{4次の係数}}$$

$$\lambda_{T_C} \simeq \lambda = m_{h^{\text{SM}}}^2 / (2v^2)$$

スファレロン脱結合条件:

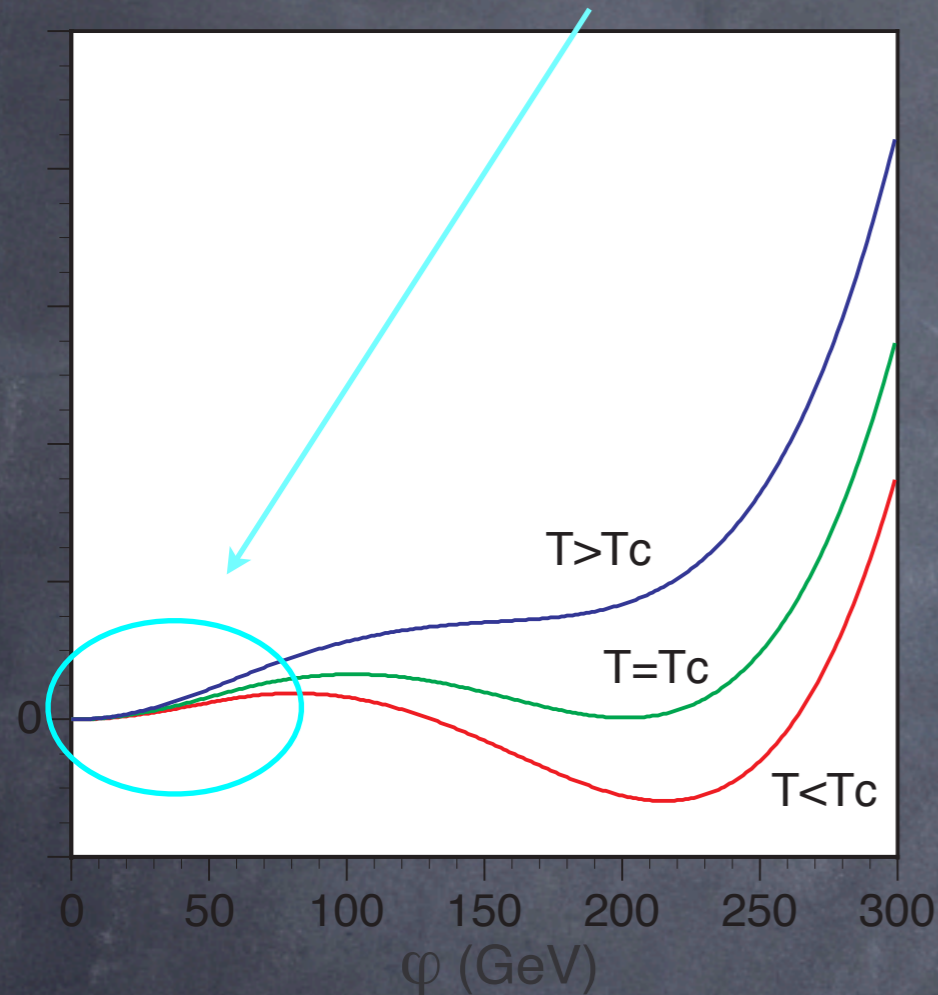
$$\Gamma_B^{(b)} < H \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1 \Rightarrow m_{h^{\text{SM}}} \lesssim 48 \text{ GeV}$$

LEPで排除された。

解決方法: ボズンを追加し, Eを増大させる。

高温展開された有効ポテンシャルは次で与えられる。

$$V_{\text{eff}} \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET|\varphi|^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4 \xrightarrow{T=T_C} \frac{\lambda_{T_C}}{4}\varphi^2(\varphi - v_C)^2$$



□ 臨界温度(T_C)は2つの真空が縮退する温度で定義。

□ ボゾンループによって一次相転移が実現。

$$E_{\text{SM}} \simeq \frac{1}{4\pi v^3} (2m_W^3 + m_Z^3) \simeq 0.01$$

$$v_C = \frac{2ET_C}{\lambda_{T_C}} \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} = \frac{2E}{\lambda_{T_C}} = \frac{\text{3次の係数}}{\text{4次の係数}}$$

$$\lambda_{T_C} \simeq \lambda = m_{h^{\text{SM}}}^2 / (2v^2)$$

スファレロン脱結合条件:

$$\Gamma_B^{(b)} < H \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1 \Rightarrow m_{h^{\text{SM}}} \lesssim 48 \text{ GeV}$$

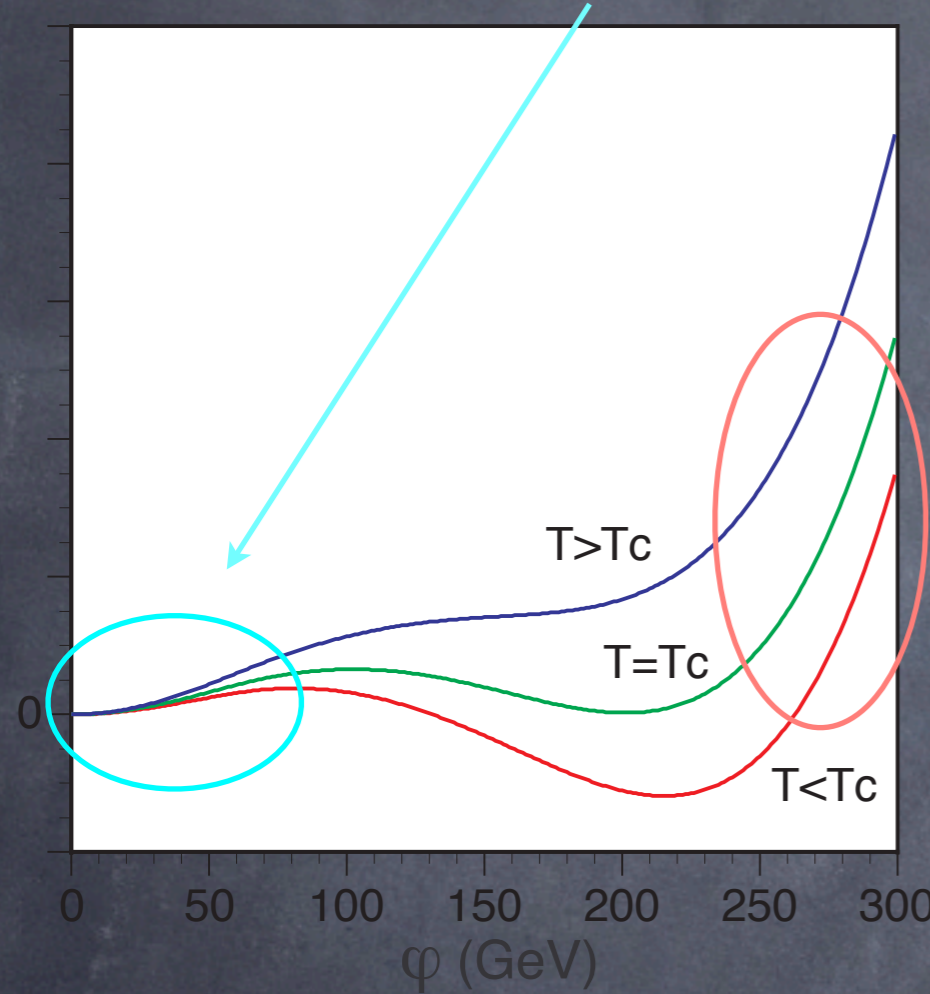
LEPで排除された。

解決方法: ボズンを追加し, Eを増大させる。

高温展開された有効ポテンシャルは次で与えられる。

V_{eff}

$$V_{\text{eff}} \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET|\varphi|^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4 \xrightarrow{T=T_C} \frac{\lambda_{T_C}}{4}\varphi^2(\varphi - v_C)^2$$



□ 臨界温度(T_C)は2つの真空が縮退する温度で定義。

□ ボゾンループによって一次相転移が実現。

$$E_{\text{SM}} \simeq \frac{1}{4\pi v^3} (2m_W^3 + m_Z^3) \simeq 0.01$$

$$v_C = \frac{2ET_C}{\lambda_{T_C}} \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} = \frac{2E}{\lambda_{T_C}} = \frac{\text{3次の係数}}{\text{4次の係数}}$$

$$\lambda_{T_C} \simeq \lambda = m_{h^{\text{SM}}}^2 / (2v^2)$$

スファレロン脱結合条件:

$$\Gamma_B^{(b)} < H \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1 \Rightarrow m_{h^{\text{SM}}} \lesssim 48 \text{ GeV}$$

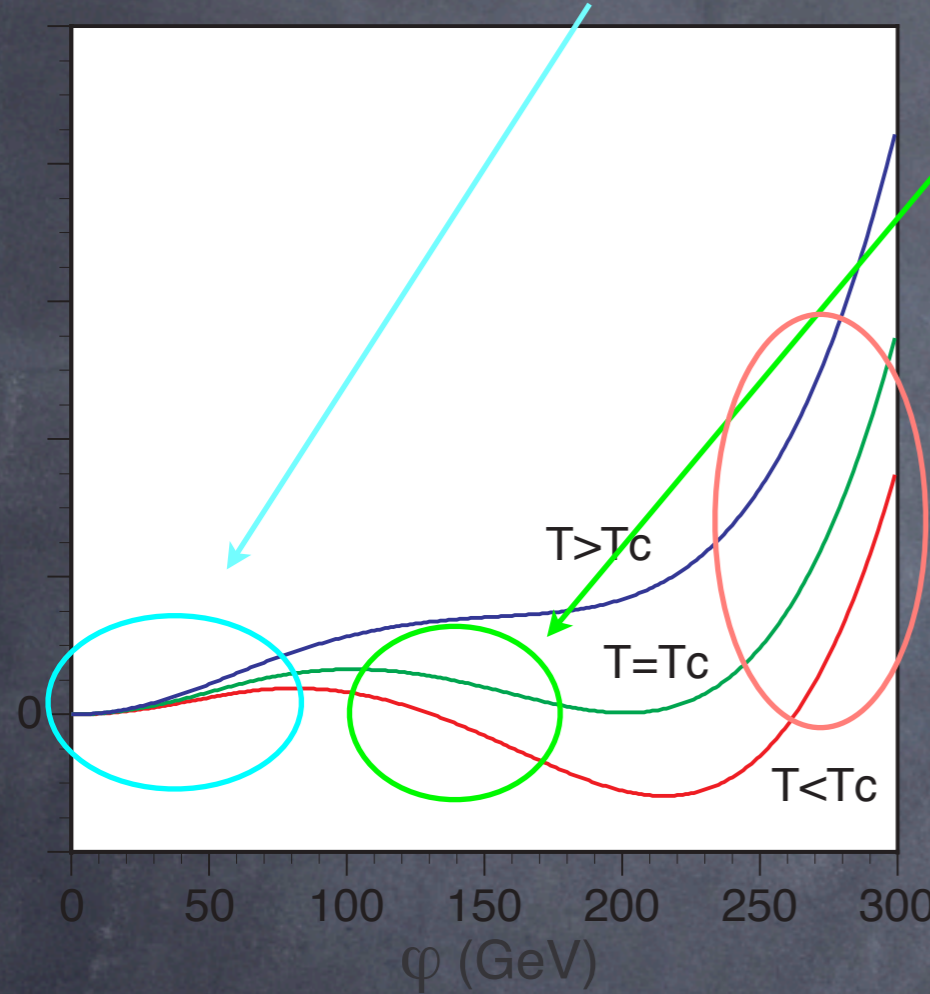
LEPで排除された。

解決方法: ボズンを追加し, Eを増大させる。

高温展開された有効ポテンシャルは次で与えられる。

V_{eff}

$$V_{\text{eff}} \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET|\varphi|^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4 \xrightarrow{T=T_C} \frac{\lambda_{T_C}}{4}\varphi^2(\varphi - v_C)^2$$



- 臨界温度(T_C)は2つの真空が縮退する温度で定義。
- ボゾンループによって一次相転移が実現。

$$E_{\text{SM}} \simeq \frac{1}{4\pi v^3} (2m_W^3 + m_Z^3) \simeq 0.01$$

$$v_C = \frac{2ET_C}{\lambda_{T_C}} \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} = \frac{2E}{\lambda_{T_C}} = \frac{\text{3次の係数}}{\text{4次の係数}}$$

$$\lambda_{T_C} \simeq \lambda = m_{h^{\text{SM}}}^2 / (2v^2)$$

スファレロン脱結合条件:

$$\Gamma_B^{(b)} < H \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1 \Rightarrow m_{h^{\text{SM}}} \lesssim 48 \text{ GeV}$$

LEPで排除された。

解決方法: ボズンを追加し, Eを増大させる。

注意

“スカラーループが常に効くわけではない。”

スカラーの質量が次で与えられるとする。

$$m^2 = M^2 + \lambda\varphi^2$$

M : ラグランジアンにある質量次元を持った変数

λ : スカラーとヒッグス粒子の結合定数

$$M^2 \ll \lambda\varphi^2 \quad V_{\text{eff}} \ni -\lambda^{3/2} T \varphi^3 \left(1 + \frac{M^2}{\lambda\varphi^2}\right)^{3/2} \quad \text{寄与する}$$

$$M^2 \gtrsim \lambda\varphi^2 \quad V_{\text{eff}} \ni -|M|^3 T \left(1 + \frac{\lambda\varphi^2}{M^2}\right)^{3/2} \quad \text{寄与しない}$$

必要なもの: 1. 強結合 λ , 2. 小さな M

$$\text{nondecoupling スカラー} \Rightarrow E = E_{\text{SM}} + \Delta E \Rightarrow \frac{v_C}{T_C} \uparrow$$

電弱バリオジェネシスの現状

電弱バリオン数生成が可能なモデルは？

SUSY: 強い1次相転移OK, CPの破れOK

Minimal Supersymmetric SM (MSSM)

Next-to-MSSM (NMSSM), nearly-MSSM (nMSSM),

U(1)'-MSSM (UMSSM), triplet-MSSM (TMSSM) etc.

SM+ヒッグスセクターの拡張:

	強い1次相転移	CPの破れ(Higgs)
real singlet	OK	X
complex singlet	OK	OK
MHDM ($M \geq 2$)	OK	OK
real triplet	OK	X
complex triplet	OK	X

MSSMでの電弱バリオンジェネシスは実験的に厳しい。

超対称性標準模型(MSSM)

標準模型を超対称化

- 標準模型の各々の粒子に対して超対称性パートナーを導入.
- ヒッグス2重項は2個 (anomaly cancellationの要請とup-typeとdown-typeのYukawa相互作用を書くため)

理論的にwell-motivated

- バリオン数生成
- 暗黒物質の候補
- 電弱対称性の破れの起源
- 2次発散が無い
- 3つのゲージ結合定数の統一

MSSM 軽いstopシナリオ

[Carena, Quiros, Wagner, PLB380 ('96) 81]

必要なもの: 1. 強結合 λ , 2. 小さな M

トップ湯川結合

小さなsoft SUSY質量

126 GeVヒッグスを実現する為に、



$$m_{\tilde{q}}^2 \gg m_{\tilde{t}_R}^2, X_t^2, \quad X_t = A_t - \mu / \tan \beta.$$

stopの質量

$$\bar{m}_{\tilde{t}_2}^2 = m_{\tilde{q}}^2 + \frac{y_t^2 \sin^2 \beta}{2} \left(1 + \frac{|X_t|^2}{m_{\tilde{q}}^2} \right) \varphi^2 + \mathcal{O}(g^2) \simeq m_{\tilde{q}}^2$$

$$\bar{m}_{\tilde{t}_1}^2 = m_{\tilde{t}_R}^2 + \frac{y_t^2 \sin^2 \beta}{2} \left(1 - \frac{|X_t|^2}{m_{\tilde{q}}^2} \right) \varphi^2 + \mathcal{O}(g^2)$$



At finite T , there is a thermal correction, $\Delta_T m_{\tilde{t}_R}^2 \sim \mathcal{O}(T^2) > 0$.

To have a large loop effect, $m_{\tilde{t}_R}^2 + \Delta_T m_{\tilde{t}_R}^2$ must be small.

$m_{\tilde{t}_R}^2(T) \equiv m_{\tilde{t}_R}^2 + \Delta_T m_{\tilde{t}_R}^2 = 0 \Rightarrow m_{\tilde{t}_R}^2 < 0$ Charge-Color-Breaking vacuum

$$m_{\tilde{t}_1} < m_t$$

topより軽いstopが必要

$X_t = 0$ (no-mixing) maximizes the loop effect

“viable” MSSM BG

[M. Carena, G. Nardini, M. Quiros, CEM. Wagner, NPB812, (2009) 243]

$$m_H \lesssim 127 \text{ GeV}, m_{\tilde{t}_1} \lesssim 120 \text{ GeV}$$

ならば, 強い一次相転移が実現する. 但し, 以下の部分が明白でない.

□ 有限温度2ループ有効ポテンシャル

高温展開近似が使われている. [P. Arnold, O. Espinosa, PRD47, ('93) 3546, J.R. Espinosa, NPB475, ('96) 273 etc]

疑問1: 2ループレベルの高温展開の妥当性は?

□ スファレロン脱結合条件

解析では, $v_c/T_c > 0.9$ が使われている

疑問2: “0.9”で本当にスファレロン過程は十分に抑制されるのか?

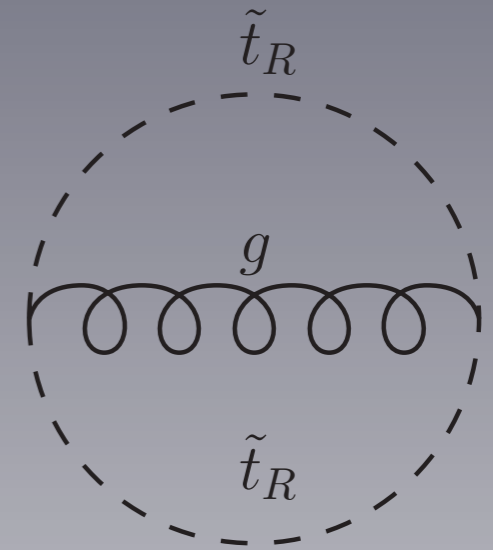
ここでは, 疑問1について考える.

Sunset ダイアグラム

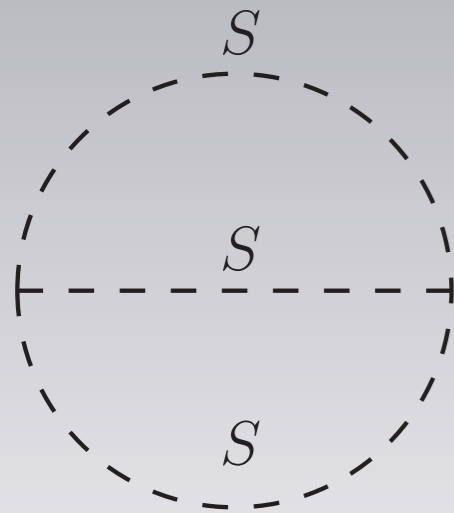
□ stopの1ループ効果だけでは強い一次相転移は実現されない。
(for 126 GeV Higgs mass)

□ stop-stop-gluon sunset が一次相転移を強める。

[P. Arnold, O. Espinosa, PRD47, ('93) 3546,
J.R. Espinosa, NPB475, ('96) 273 etc]



□ 高温展開近似が使われている。

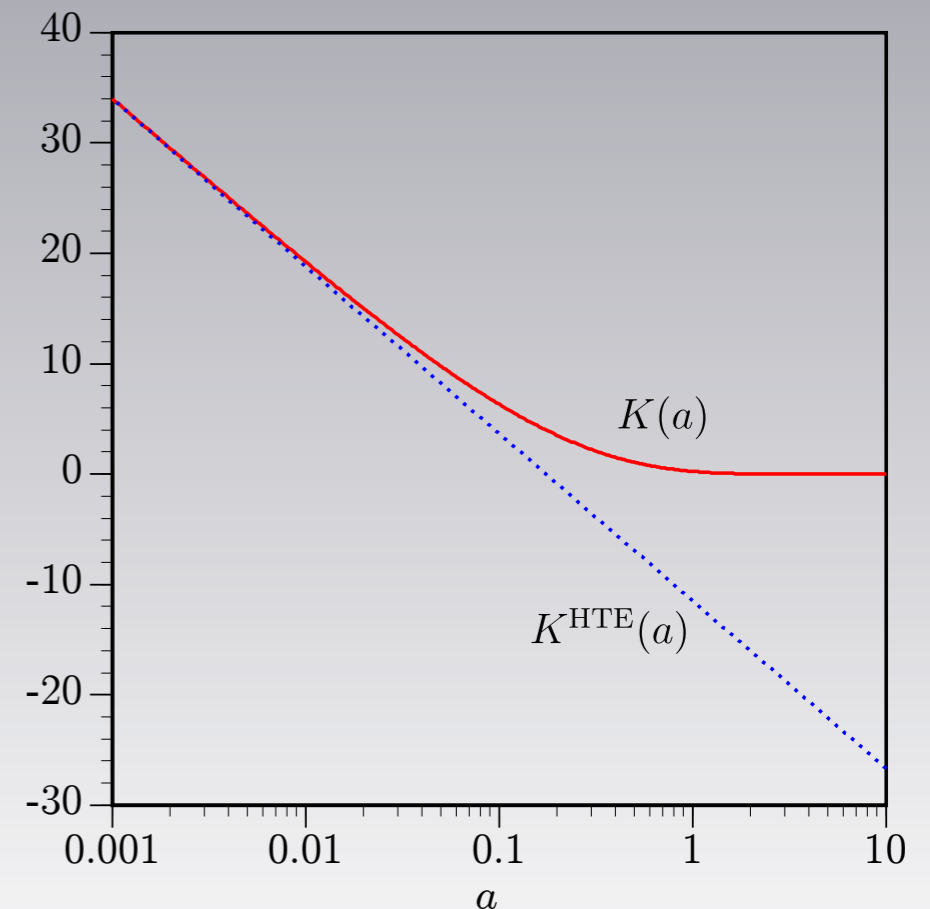


高温展開の式: $a=m/T$

$$K^{\text{HTE}}(a) = -\frac{\pi^2}{3} (\ln a^2 + 3.48871)$$


[R.R.Parwani, PRD45, 4695 (1992)]

□ $m/T=O(1)$ 付近での近似が悪い。



今回は, 簡単の為, Abelian-Higgs模型を例にとって議論する。

Resummed Lagrangian

- 質量に対する温度補正:  $\sim T^2$ 高温で効いてくる.
- Thermal massをあらかじめ取り入れて摂動展開をする.
- ゲージボソンは縦波と横波で異なるthermal massを持つことに注意.

Resummed Lagrangian

$$\mathcal{L}_B = \mathcal{L}_R + \mathcal{L}_{CT} \quad \begin{array}{l} \mathcal{L}_{B(R)}: \text{bare (renormalized) Lagrangian,} \\ \mathcal{L}_{CT}: \text{counterterms} \end{array} \quad [\text{Buchmuller et al, NPB407 ('93) 387.}]$$

$$\begin{aligned} \rightarrow & \mathcal{L}_R - \Delta m_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{1}{2} A^\mu \left[\Delta m_L^2 L_{\mu\nu}(i\partial) + \Delta m_T^2 T_{\mu\nu}(i\partial) \right] A^\nu \\ & + \mathcal{L}_{CT} + \Delta m_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{1}{2} A^\mu \left[\Delta m_L^2 L_{\mu\nu}(i\partial) + \Delta m_T^2 T_{\mu\nu}(i\partial) \right] A^\nu \end{aligned}$$

具体的には, $\Delta m_\Phi^2 = \frac{3e^2 + \lambda}{12} T^2, \quad \Delta m_T^2 = 0, \quad \Delta m_L^2 = \frac{e^2}{3} T^2$

$L_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ は射影演算子
熱浴の静止系では \Rightarrow

$$T_{00} = T_{0i} = T_{i0} = 0, \quad T_{ij} = g_{ij} - \frac{p_i p_j}{-p^2},$$

$$L_{\mu\nu} = P_{\mu\nu} - T_{\mu\nu}, \quad P_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2},$$

Resummed Lagrangian

- 質量に対する温度補正: $\bigcirc \sim T^2$ 高温で効いてくる.
- Thermal massをあらかじめ取り入れて摂動展開をする.
- ゲージボソンは縦波と横波で異なるthermal massを持つことに注意.

Resummed Lagrangian

$$\mathcal{L}_B = \mathcal{L}_R + \mathcal{L}_{CT} \quad \begin{array}{l} \mathcal{L}_{B(R)}: \text{bare (renormalized) Lagrangian,} \\ \mathcal{L}_{CT}: \text{counterterms} \end{array} \quad [\text{Buchmuller et al, NPB407 ('93) 387.}]$$

$$\rightarrow \mathcal{L}_R - \Delta m_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{1}{2} A^\mu \left[\Delta m_L^2 L_{\mu\nu}(i\partial) + \Delta m_T^2 T_{\mu\nu}(i\partial) \right] A^\nu$$

$$+ \mathcal{L}_{CT} + \Delta m_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{1}{2} A^\mu \left[\Delta m_L^2 L_{\mu\nu}(i\partial) + \Delta m_T^2 T_{\mu\nu}(i\partial) \right] A^\nu$$

新しいcounterterm

具体的には, $\Delta m_\Phi^2 = \frac{3e^2 + \lambda}{12} T^2, \quad \Delta m_T^2 = 0, \quad \Delta m_L^2 = \frac{e^2}{3} T^2$

$L_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ は射影演算子
熱浴の静止系では \Rightarrow

$$T_{00} = T_{0i} = T_{i0} = 0, \quad T_{ij} = g_{ij} - \frac{p_i p_j}{-p^2},$$

$$L_{\mu\nu} = P_{\mu\nu} - T_{\mu\nu}, \quad P_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2},$$

Resummed propagator:

$$\Delta_h(p) = \frac{1}{p^2 - m_h^2(T)}, \quad \Delta_a(p) = \frac{1}{p^2 - m_a^2(T)},$$
$$\mathbf{D}_{\mu\nu}(p) = \frac{-1}{p^2 - m_L^2(T)} L_{\mu\nu}(p) + \frac{-1}{p^2 - m_T^2(T)} T_{\mu\nu}(p),$$

$$m_{h,a}^2(T) = m_{h,a}^2 + \Delta m_{\Phi}^2 \quad m_{L,T}^2(T) = m_A^2 + \Delta m_{L,T}^2$$

これらを用いてループ計算を行う。

Resummed SSV, SVV型のダイアグラム



$$\mathcal{D}_{SSV}^R(m_1, m_2; m_L, m_T) = -4 \not\int_k \not\int_q k^\mu k^\nu \mathbf{D}_{\mu\nu}(q) \Delta_1(k) \Delta_2(k+q),$$

$$\mathcal{D}_{SVV}^R(m; m_{1L}, m_{1T}; m_{2L}, m_{2T}) = -4 \not\int_k \not\int_q \mathbf{D}_{\mu\nu}(k; m_1) \mathbf{D}^{\mu\nu}(k; m_2) \Delta(k+q),$$

$T_{\mu\nu}(k), L_{\mu\nu}(k)$ を含む為, noncovariant.

愚直に評価すると, 発散の分離や有限項の計算の見通しが悪い.

ゲージボゾンプロパゲーターの形を工夫する.

[PRD87, 054003 ('13), K. Funakubo and ES]

$$\begin{aligned}
 D_{\mu\nu}(p) &= \frac{-1}{p^2 - m_L^2(T)} L_{\mu\nu}(p) + \frac{-1}{p^2 - m_T^2(T)} T_{\mu\nu}(p) \quad \searrow \quad P_{\mu\nu}(p) = T_{\mu\nu}(p) + L_{\mu\nu}(p) \\
 &= \left[\frac{-(1-r)}{p^2 - m_L^2} + \frac{-r}{p^2 - m_T^2} \right] P_{\mu\nu}(p) + \left[\frac{-1}{p^2 - m_T^2} - \frac{-1}{p^2 - m_L^2} \right] (T_{\mu\nu}(p) - rP_{\mu\nu}(p)).
 \end{aligned}$$

covariant
noncovariant

ここで, r は任意の実数. r を次のように決めると, ループ計算の見通しが良くなる.

$$g^{\mu\nu} (T_{\mu\nu}(p) - rP_{\mu\nu}(p)) = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{d-2}{d-1}$$

$$D_{\mu\nu}(p) = D_{\mu\nu}^{\text{cov}}(p) + \delta D_{\mu\nu}(p),$$

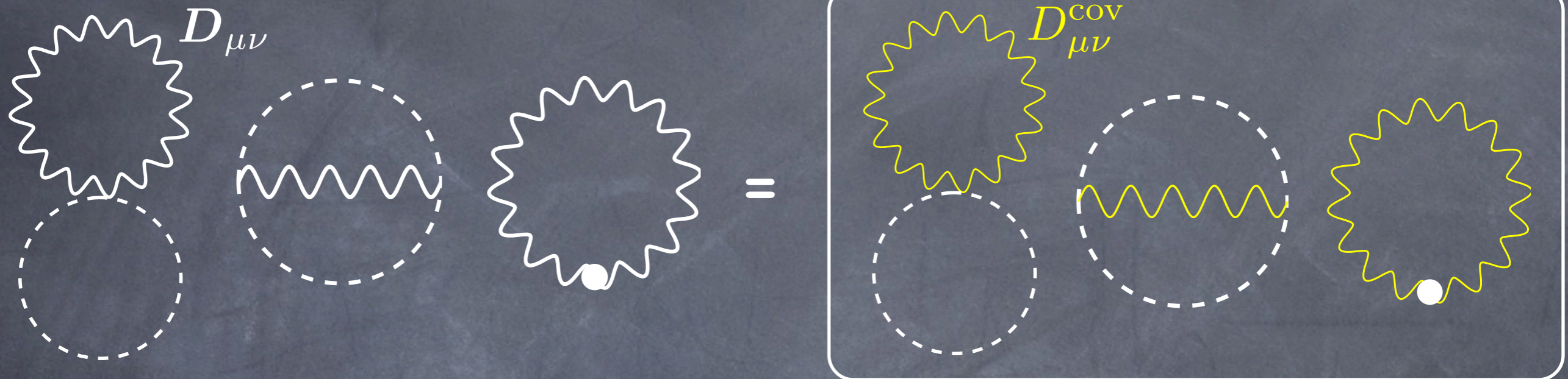
$$D_{\mu\nu}^{\text{cov}}(p) = \left[\frac{-1}{p^2 - m_L^2} + \frac{-(d-2)}{p^2 - m_T^2} \right] \frac{P_{\mu\nu}(p)}{d-1},$$

$$\delta D_{\mu\nu}(p) = \left[\frac{-1}{p^2 - m_T^2} - \frac{-1}{p^2 - m_L^2} \right] \left[T_{\mu\nu}(p) - \frac{d-2}{d-1} P_{\mu\nu}(p) \right].$$

$$p^\mu D_{\mu\nu}^{\text{cov}}(p) = p^\mu \delta D_{\mu\nu}(p) = 0 \quad \text{and} \quad g^{\mu\nu} \delta D_{\mu\nu}(p) = 0$$

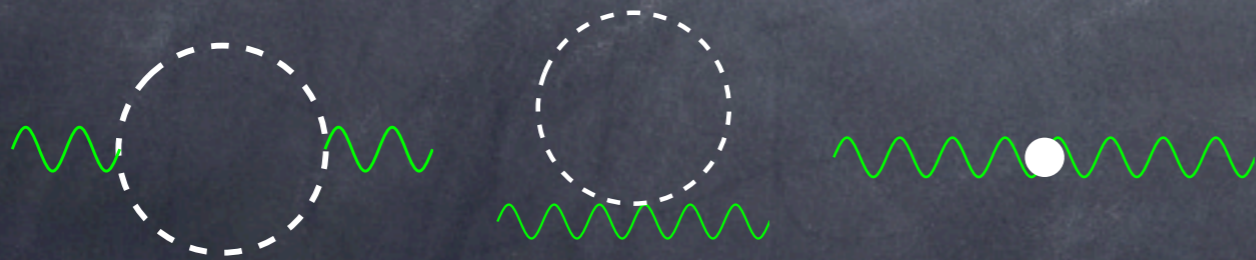
ゲージボゾンを含むダイアグラムは次のように分解できる。

covariantな部分



通常の方法で繰り込み可

$$+\frac{1}{2} \not\int_q \left[\hat{\Pi}(q) - \Delta m_L^2 L(q) - \Delta m_T^2 T(q) \right]^{\mu\nu} \delta D_{\mu\nu}(q)$$



この部分を評価する。

一般に, self-energyは次のように書ける.

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \Pi_L(q)L_{\mu\nu}(q) + \Pi_T(q)T_{\mu\nu}(q) + \Pi_G(q)\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} + \Pi_S(q)\frac{q_\mu u_\nu^T + q_\nu u_\mu^T}{\sqrt{q^2}}$$

where $u_\mu^T = u_\mu - q_\mu(u \cdot q)/q^2$ with $u_\mu = (1, \mathbf{0})$.

$$T=0: \quad \Pi_{\mu\nu}^{T=0}(q) \propto \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \quad \Rightarrow \quad \Pi_{\mu\nu}^{T=0}(q) \delta D^{\mu\nu}(q) = 0$$

$$T \neq 0: \quad \Pi_{\mu\nu}^{T \neq 0}(q) \rightarrow \left[\Delta m_{L,T}^2 + \frac{\epsilon}{2} \pi_{L,T}^{(\epsilon)}(T) \right] L_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}, \quad (q^0 = 0, \mathbf{q} \rightarrow 0)$$

結局, 次の形に書ける.

$$\frac{1}{2} \not\int_q \left[\hat{\Pi}(q) - \Delta m_L^2 L(q) - \Delta m_T^2 T(q) \right]^{\mu\nu} \delta D_{\mu\nu}(q) \rightarrow \left[\frac{m_L^2 - m_T^2}{48\pi^2} \left(\pi_T^{(\epsilon)}(T) - \pi_L^{(\epsilon)}(T) \right) + \mathcal{O}(\epsilon) \right]$$

このオーダーでは, v 依存性が出ない. \rightarrow 相転移には効かない.

トイ模型

□ 次のトイ模型でMSSMでの相転移をシミュレートしてみる。

[PRD87, 054003 ('13), K. Funakubo and ES]

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{Abelian-Higgs}} + \Delta\mathcal{L} \quad \text{stop and gluon-like particles}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Abelian-Higgs}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\Phi)^*D^\mu\Phi - V(|\Phi|^2),$$

$$D_\mu\Phi = (\partial_\mu - ieA_\mu)\Phi, \quad V(|\Phi|^2) = -\nu^2|\Phi|^2 + \frac{\lambda}{4}|\Phi|^4, \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h + ia).$$

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu)^2 + |(\partial_\mu - ig_3 G_\mu)\tilde{t}|^2 - m_0^2|\tilde{t}|^2 - \frac{\tilde{\lambda}}{4}|\tilde{t}|^4 - y_t^2|\Phi|^2|\tilde{t}|^2.$$

Note: gluon-like particle is a U(1) gauge boson

□ Landau gauge $\xi=0$ をとる。

v 依存質量:

$$\bar{m}_h^2 = -\nu^2 + \frac{3\lambda\mu^\epsilon}{4}v^2, \quad \bar{m}_a^2 = -\nu^2 + \frac{\lambda\mu^\epsilon}{4}v^2, \quad \bar{m}_A^2 = e^2\mu^\epsilon v^2, \quad \bar{m}_{\tilde{t}}^2 = m_0^2 + \frac{y_t^2\mu^\epsilon}{2}v^2, \quad m_G^2 = 0.$$

Resummed 2ループ有効ポテンシャル

$$\begin{aligned}
 V_R^{(2)}(v; T) &= -\frac{\lambda^2 v^2}{16} \left[3\tilde{H}(m_h) + \tilde{H}(m_h, m_a, m_a) \right] - \frac{e^2}{2} \tilde{\mathcal{D}}_{SSV}^R(m_h, m_a; m_L, m_T) \\
 &\quad - \frac{e^4 v^2}{4} \tilde{\mathcal{D}}_{SVV}^R(m_h; m_L, m_T; m_L, m_T) - \frac{g_3^2}{2} \tilde{\mathcal{D}}_{SSV}^R(m_{\tilde{t}}, m_{\tilde{t}}; m_{GL}, m_{GT}) - \frac{y^4}{2} v^2 \tilde{H}(m_h, m_{\tilde{t}}, m_{\tilde{t}}) \\
 &\quad + \frac{\lambda}{16} \left[3\bar{I}_-^2(m_h) + 3\bar{I}_-^2(m_a) + 2\bar{I}_-(m_h)\bar{I}_-(m_a) \right] \\
 &\quad + \frac{e^2}{2} \left[\bar{I}_-(m_h) + \bar{I}_-(m_a) \right] \left[\bar{I}_-(m_L) + 2\bar{I}_-(m_T) + \frac{m_T^2}{8\pi^2} \right] \\
 &\quad + \frac{e^2}{16\pi^2} \left[m_h^2 + m_a^2 - \frac{m_T^2}{3} - 3e^2 v^2 \right] \bar{I}_-(m_T) + \frac{\tilde{\lambda}}{2} \bar{I}_-^2(m_{\tilde{t}}) \\
 &\quad + \left[-\Delta_T m_{\tilde{t}}^2 + \frac{y^2}{2} \left(\bar{I}_-(m_h) + \bar{I}_-(m_a) \right) + g_3^2 \left(\bar{I}_-(m_{GL}) + 2\bar{I}_-(m_{GT}) + \frac{m_{GT}^2}{8\pi^2} \right) \right] \bar{I}_-(m_{\tilde{t}}) \\
 &\quad + \frac{g_3^2}{16\pi^2} \left(2m_{\tilde{t}}^2 - \frac{m_{GT}^2}{3} \right) \bar{I}_-(m_{GT}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left[\Delta_T m_h^2 \bar{I}_-(m_h) + \Delta_T m_a^2 \bar{I}_-(m_a) + \Delta_T m_L^2 \bar{I}_-(m_L) + 2\Delta_T m_T^2 \left(\bar{I}_-(m_T) + \frac{m_T^2}{16\pi^2} \right) \right].
 \end{aligned}$$

高温展開したものと数値的に比べる。

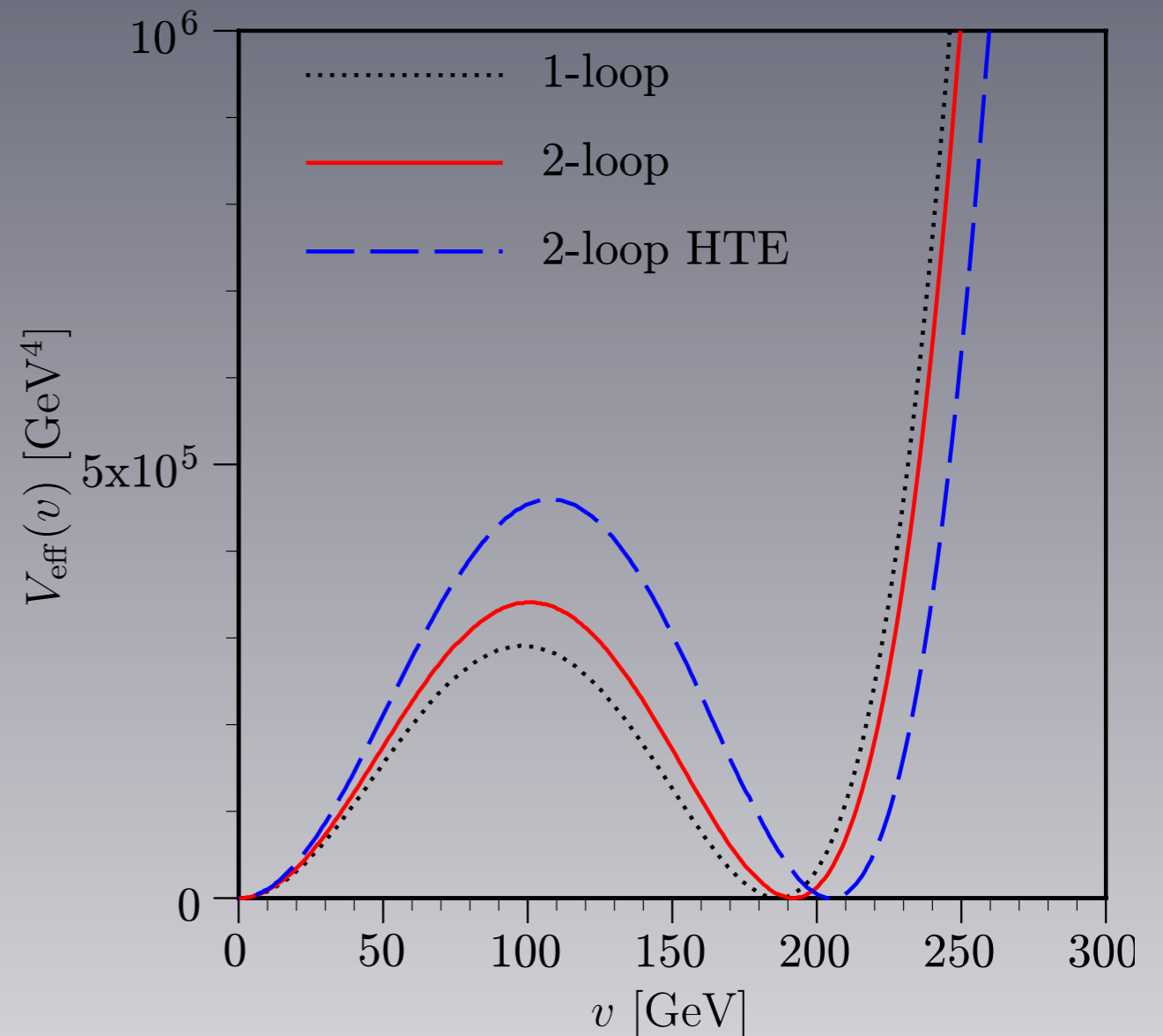
数値計算

$$v = 246 \text{ GeV}, m_h = 35 \text{ GeV}, m_0^2 = 0, \\ y = 1.0, e = 0.5, \tilde{\lambda}, g_3 = 1.2$$

□ stop-stop-gluonダイアグラム
によって v_c/T_c が増大する。

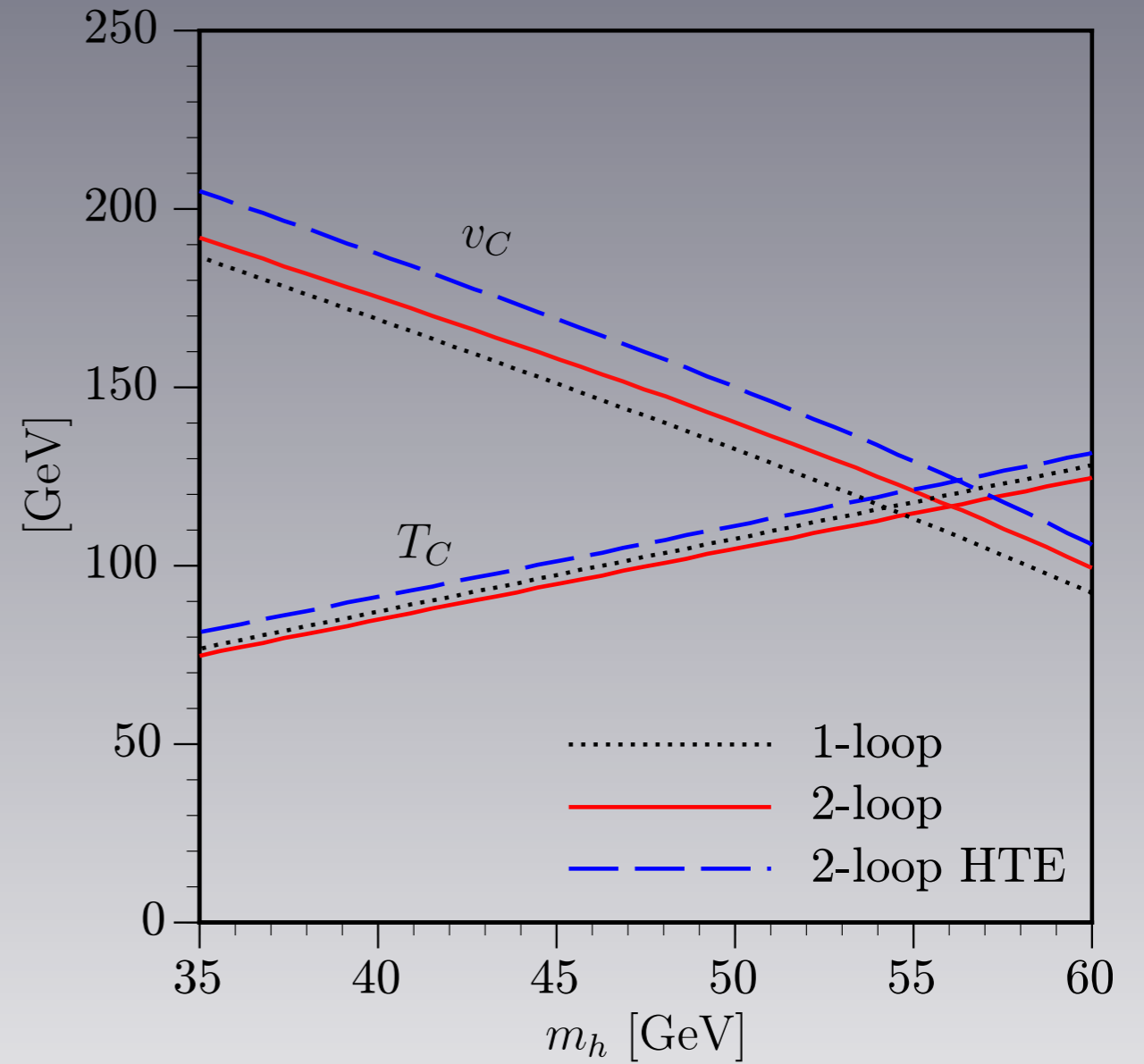
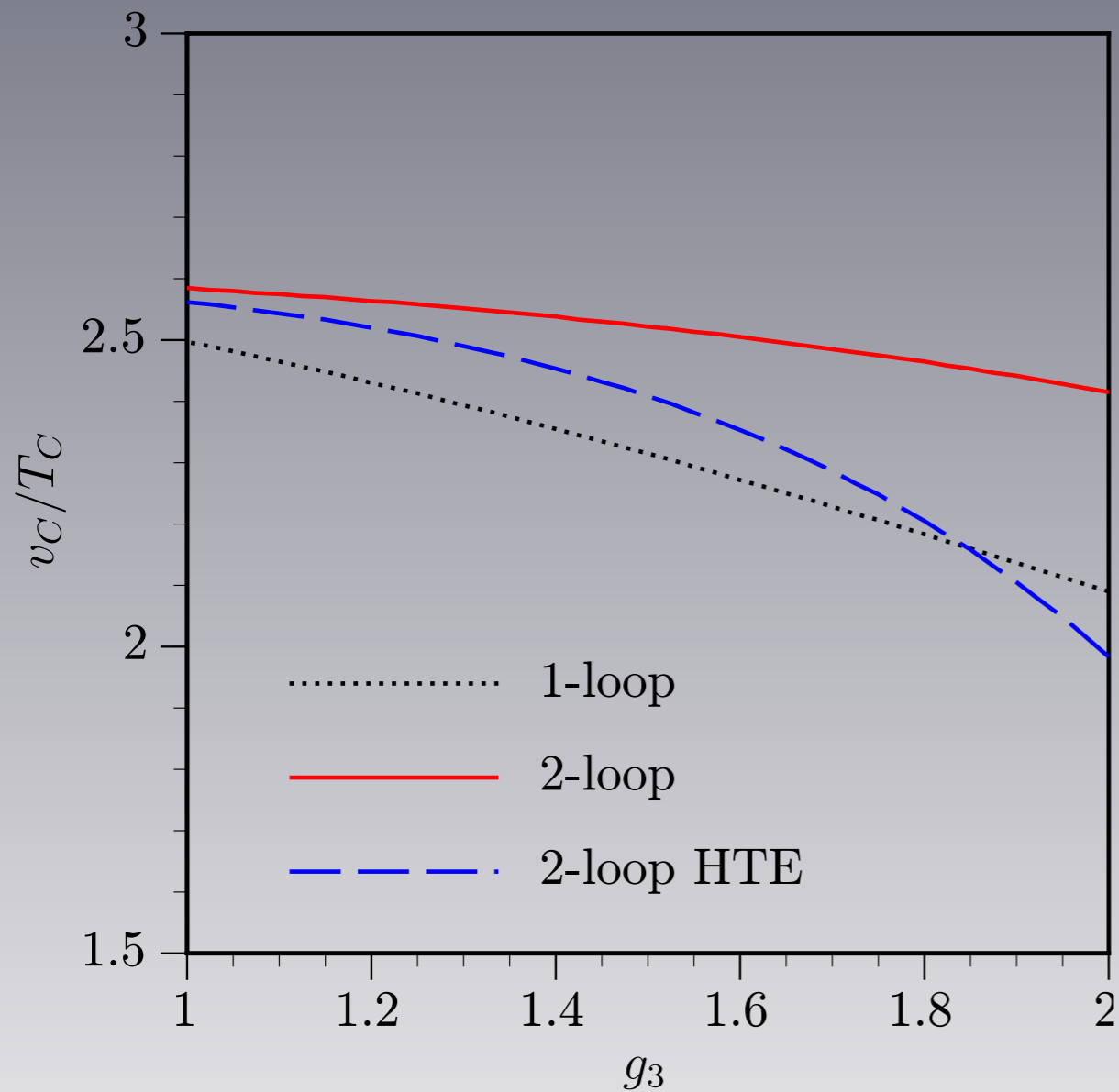
□ 高温展開を使うと、 v_c と T_c そ
れぞれが10%程度増大し、バリア
の高さは約50%増大する。

□ v_c/T_c にすると、誤差は小さい。



	v_c/T_c
1-loop	$186.55/76.75=2.43$
2-loop	$191.84/74.80=2.56$
2-loop HTE	$204.98/81.31=2.52$

g_3, m_h 依存性



- 高温展開に因る誤差は g_3 の増大と共に大きくなる。
- しかし, h-massにはsensitiveでは無い。

まとめ

- 標準模型のバリオジェネシスは既に除外されている. 新物理が必要.
- 超対称性標準模型(MSSM)では, 軽いstopによって一次相転移が実現.
 - 先行研究では, stop-stop-gluonダイアグラムを高温展開で評価.
- 我々は, 高温展開を用いずに2ループレベルで相転移を解析できる方法を提案した.
 - ゲージボゾンプロパゲータをcovariantとnoncovariantな部分にうまく分離することによって, 2ループ計算を単純化した.

NOTE: MSSMの電弱バリオジェネシスは実験的に相当厳しい.

(∵ LHCのデータは軽いstopシナリオ ($< m_t$) を支持していない.)

展望と課題

□ 強い一次相転移を実現する為、ヒッグスセクターは必ず拡張されている。

- ヒッグス粒子の生成率と崩壊率を調べる. $\frac{\sigma \cdot \text{Br}}{(\sigma \cdot \text{Br})_{\text{SM}}}$
- ヒッグス粒子の結合定数を精密に測定. $g_{HVV}, g_{Hf\bar{f}}, \lambda_{HHH}$

全て標準模型の予言通りであれば、電弱バリオジェネシスは除外される。

□ 理論誤差を減らすことが必須。

- non-abelianゲージ理論での高温展開を用いない2ループ計算.
- Sphaleron rateの2ループレベルでの評価.
- 相転移の次数と強さをゲージ不変に決定.
(通常の計算方法で出している v_c や T_c はゲージ不変でない.)
- 精度の良いバリオン数の計算方法. (特に壁が薄いときの近似法)

いずれも有限温度の場の理論の発展が必要。

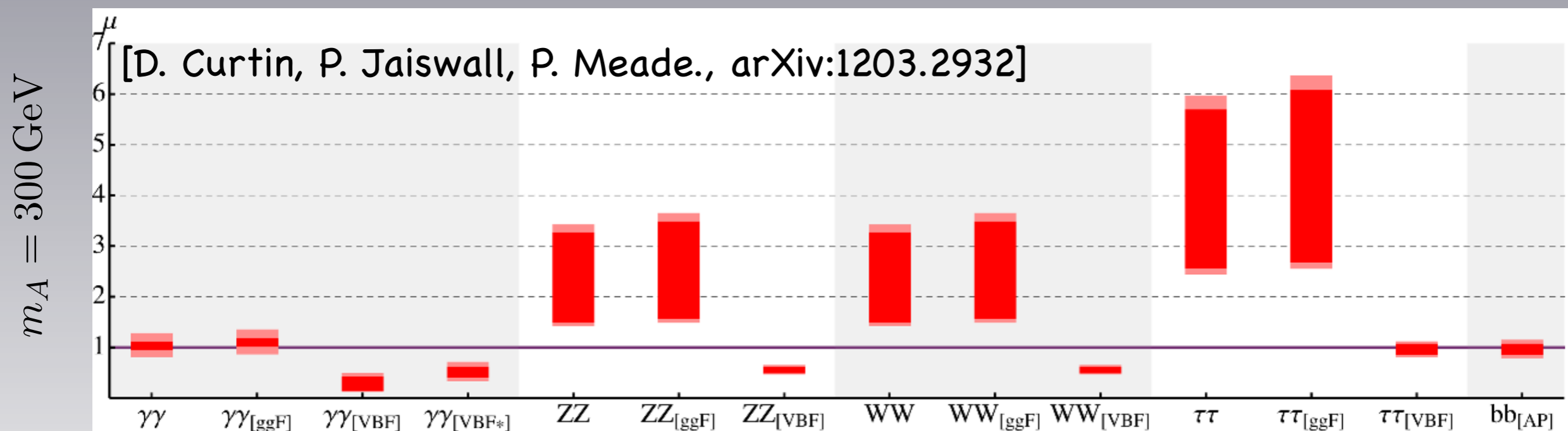
Backup slides

MSSM 電弱バリオン数生成

120 GeV以下の(ほぼ)右巻きstopが強い一次相転移を引きこす。
(light stop scenario, LSS)

$$\tilde{t}_1 \rightarrow c\tilde{\chi}_1^0, |m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}| < 35 \text{ GeV} \quad \text{stopの直接検証は難しい.}$$

最近, MSSM EWBGが除外されたと2度宣告された.



Solid red bands: range of predictions for $m_{\tilde{t}_R} \in (80, 115)$ GeV.

Light red bands: theory errors (higher order corrections and $\tilde{\chi}^\pm, \tilde{\chi}^0$ corrections.)

このシナリオは, $m_H \approx 125$ GeVに対して, $m_A > 1$ TeV なら98% CL以上,

$m_A \approx 300$ GeVなら少なくとも90% CLで除外される.

逃げ道

[M. Carena, G. Nardini, M. Quiros, CEM. Wagner, arXiv:1207.6330]

If $m_{\tilde{\chi}_1^0} \lesssim 60 \text{ GeV}$,

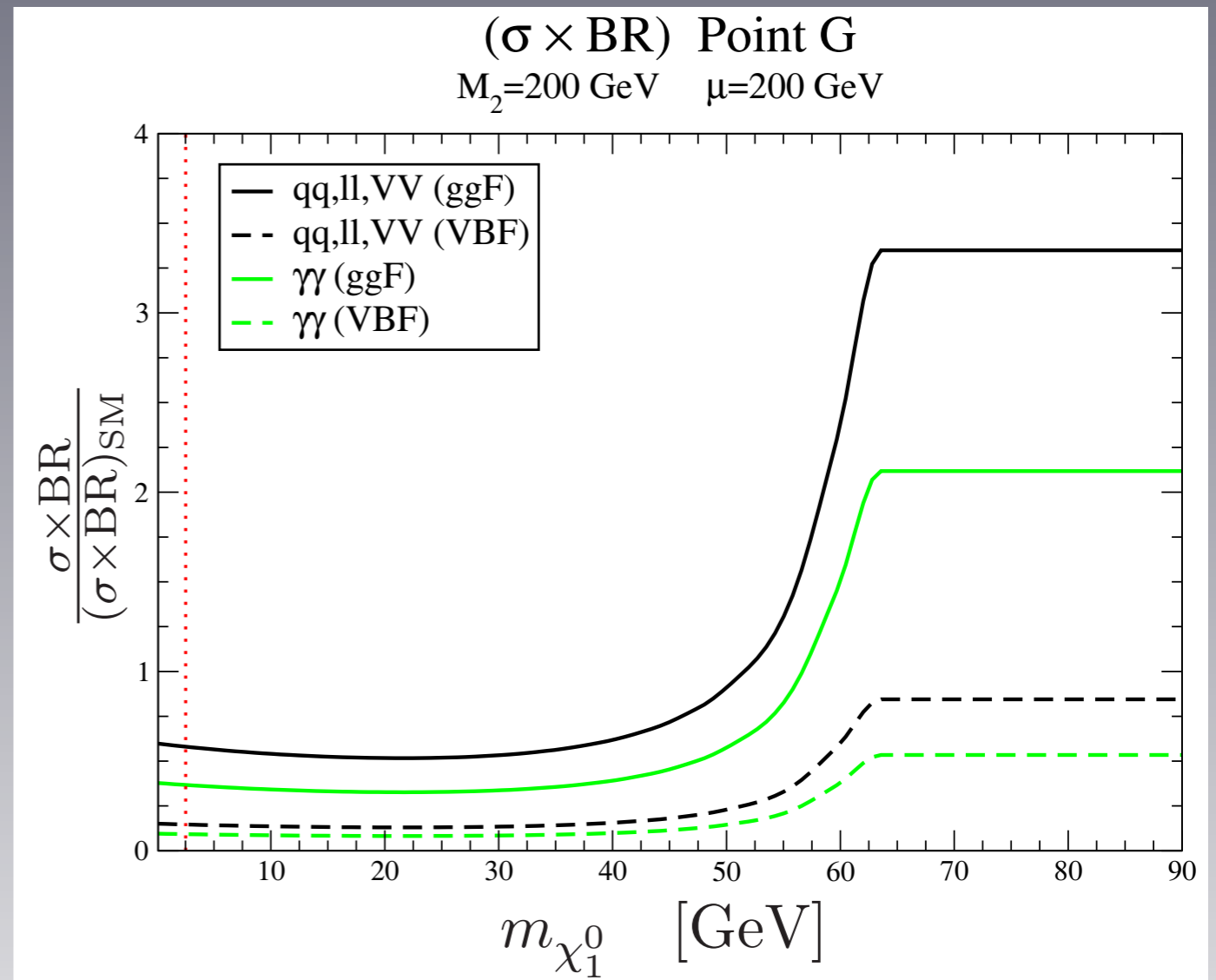
ヒッグスのinvisibleモードが開く.

→ $\sigma(\text{gg} \rightarrow \text{H} \rightarrow \text{VV})$ が減る

→ テンションが緩和.

但し、stopの主要崩壊チャンネルが変わる.

$$\tilde{t}_1 \rightarrow bW^+ \tilde{\chi}_1^0, b\tilde{\chi}_1^0 \bar{f} f'$$



“Very Light Scalar Top Quarks at the LHC, K. Krizka, A. Kumar, D. Morrissey, arXiv:1212.4856”では、次のように結論.

“Ours results suggest that such a state is **ruled out** by existing LHC analyses, at least if it decays promptly in the FV, 4B or 3B modes.”

Resummed gauge boson propagator

$$\mathbf{D}_{\mu\nu}(p) = \frac{-1}{p^2 - m_L^2(T)} L_{\mu\nu}(p) + \frac{-1}{p^2 - m_T^2(T)} T_{\mu\nu}(p),$$

$P_{\mu\nu}(p) = T_{\mu\nu}(p) + L_{\mu\nu}(p)$ を用いて, $L_{\mu\nu}$ あるいは $T_{\mu\nu}$ を消去すると,

$$\mathbf{D}_{\mu\nu}(p) = \frac{-1}{p^2 - m_L^2} P_{\mu\nu}(p) + \left[\frac{-1}{p^2 - m_T^2} - \frac{-1}{p^2 - m_L^2} \right] T_{\mu\nu}(p) \equiv \mathbf{D}_{\mu\nu}^{r=0}(p),$$

$$\mathbf{D}_{\mu\nu}(p) = \frac{-1}{p^2 - m_T^2} P_{\mu\nu}(p) + \left[\frac{-1}{p^2 - m_L^2} - \frac{-1}{p^2 - m_T^2} \right] L_{\mu\nu}(p) \equiv \mathbf{D}_{\mu\nu}^{r=1}(p).$$

一般には,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\mu\nu}(p) &= (1-r)\mathbf{D}_{\mu\nu}^{r=0}(p) + r\mathbf{D}_{\mu\nu}^{r=1}(p) \\ &= \left[\frac{-(1-r)}{p^2 - m_L^2} + \frac{-r}{p^2 - m_T^2} \right] P_{\mu\nu}(p) + \left[\frac{-1}{p^2 - m_T^2} - \frac{-1}{p^2 - m_L^2} \right] (T_{\mu\nu}(p) - rP_{\mu\nu}(p)). \end{aligned}$$

Review papers

- A.G. Cohen, D.B. Kaplan, A.E. Nelson, hep-ph/9302210
- M. Quiros, Helv.Phys.Acta 67 ('94)
- V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, hep-ph/9603208
- K. Funakubo, hep-ph/9608358
- M. Trodden, hep-ph/9803479
- A. Riotto, hep-ph/9807454
- W. Bernreuther, hep-ph/0205279