

格子上の細谷機構

幡中久樹[H. Hatanaka] (KIAS)

G. Cossu(KEK), Y. Hosotani (Osaka
U), E. Itoh (KEK), J. Noaki (KEK)
との共同研究 (論文:coming soon)

話の流れ

- インTRODクシヨN
- 摂動論での計算と予想
- 格子ゲージ理論での計算結果
- まとめと展望

※基研研究会「素粒子物理学の進展2013」での野秋氏の講演も参照ください

イントロ

- 細谷機構 (Hosotani mechanism) [Hosotani('83)]
 - コンパクト化した余剰次元を回るWilson-loopの真空期待値でゲージ対称性を破る
 - 応用：素粒子現象論における「ゲージ・ヒッグス統合模型」 [Manton('74), H-Inami-Lim('98)]
 - ヒッグスの質量が2次発散する問題を解決
 - 動的な起源：Coleman-Weinberg型の量子補正による
 - これまでの研究は主に1ループ摂動論の範囲内
 - 摂動によらない手法へ
 - ヒッグス質量の有限性を非摂動的にも確認したい

イントロ（続き）

- 非摂動的な解析：格子ゲージ理論
- ユークリッド化した理論での対応
 - 余剰1次元がコンパクト化した3 + 1次元理論 ⇔ 有限温度の場の理論
 - ウイルソンライン ⇔ ポリヤコフライン
 - 余剰次元方向のフェルミオンのtwisted b.c. ⇔ 虚数化学ポテンシャル
 - まずとっかかりとして両者の対応を確認する

摂動論での解析

- 3 + 1 次元でのSU(3)ゲージ理論の 1 ループ摂動論
 - ケース 1 – ゲージ場と随伴表現フェルミオン
 - 主にフェルミオン質量への依存性を見る
 - ケース 2 – ゲージ場と基本表現フェルミオン
 - 主にフェルミオン境界条件への依存性を見る
 - ウィルソンラインの真空期待値の周りでの摂動論

$$2\pi Rg \langle A_y \rangle = \text{diag}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$$

有効ポテンシャル

$$2\pi Rg\langle A_y \rangle = \text{diag}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$$

$$V_{\text{eff}} = V_{\text{eff}}^{\text{g+gh}} + N_f V_{\text{eff}}^{\text{f}} + N_{\text{ad}} V_{\text{eff}}^{\text{ad}}$$

$$V_{\text{eff}}^{\text{g+gh}}(\theta_j) = (d-2) \sum_{j,k=1}^3 V(\theta_j - \theta_k, 0),$$

$$V_{\text{eff}}^{\text{f}}(\theta_j) = -2^{\lfloor d/2 \rfloor} \sum_{j=1}^3 V(\theta_j + \alpha_f, m_f),$$

$$V_{\text{eff}}^{\text{ad}}(\theta_j) = -2^{\lfloor d/2 \rfloor} \sum_{j,k=1}^3 V(\theta_j - \theta_k + \alpha_{\text{ad}}, m_{\text{ad}}),$$

$$V(\theta, m) = -\frac{\Gamma(d/2)}{\pi^{d/2} (2\pi R)^{d-1}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta - 1}{n^d} B_{d/2}(2\pi n R m),$$

$$B_{d/2}(x) \equiv \frac{x^{d/2} K_{d/2}(x)}{2^{\frac{d}{2}-1} \Gamma(d/2)}, \quad B_{d/2}(0) = 1,$$

d :

(余剰次元を含む) 時空の次元

N_f, N_{ad} :

基本・随伴表現

フェルミオンの数

$\alpha_f, \alpha_{\text{ad}}$:

フェルミオンの

境界条件

m_f, m_{ad} : フェルミオンの

質量

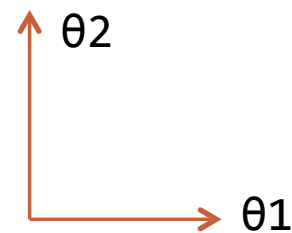
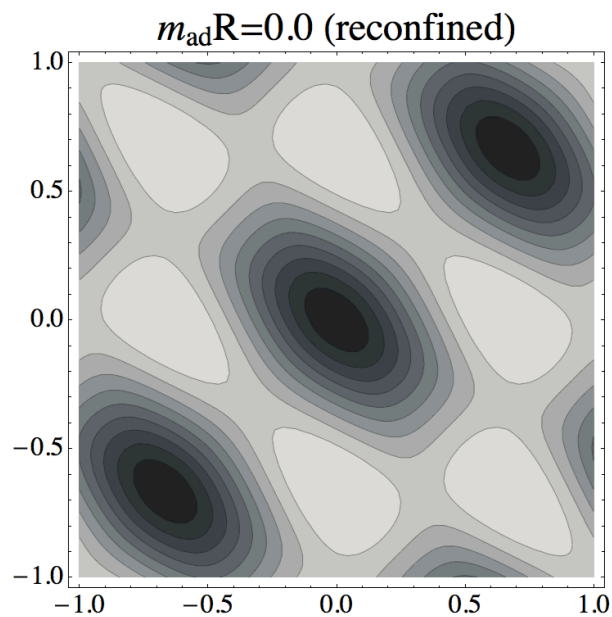
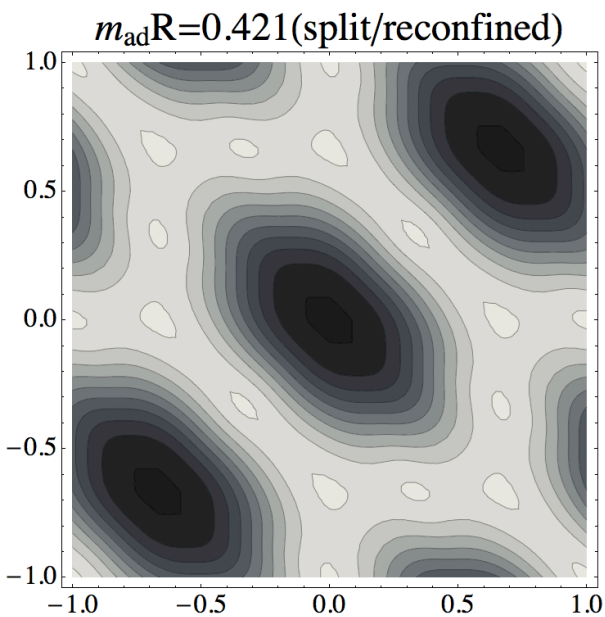
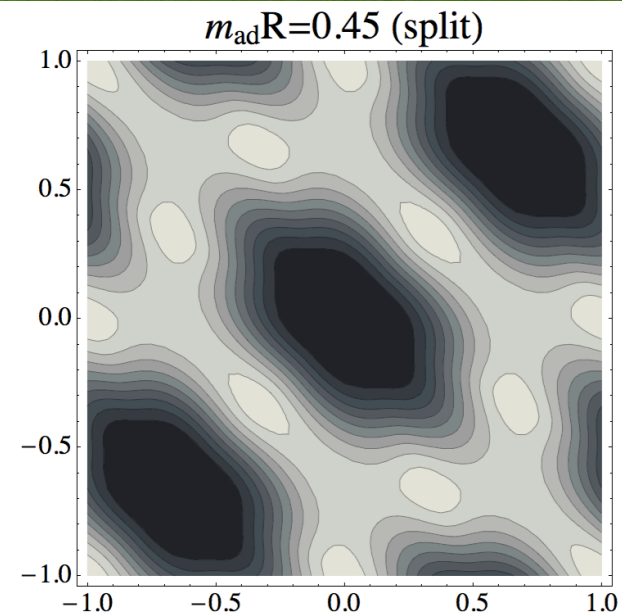
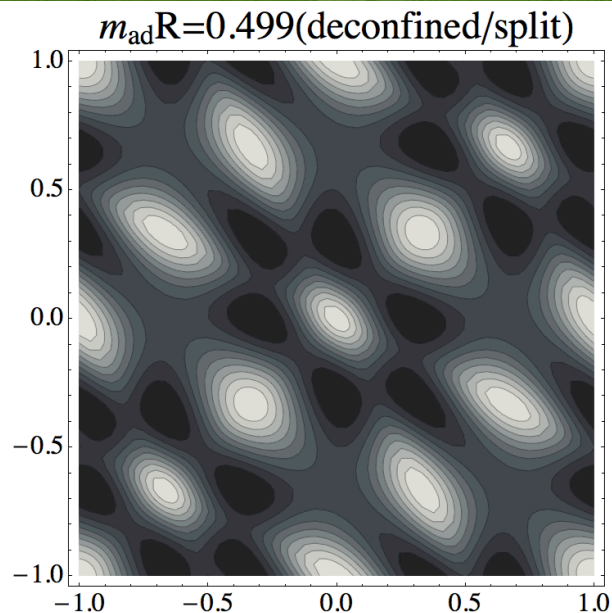
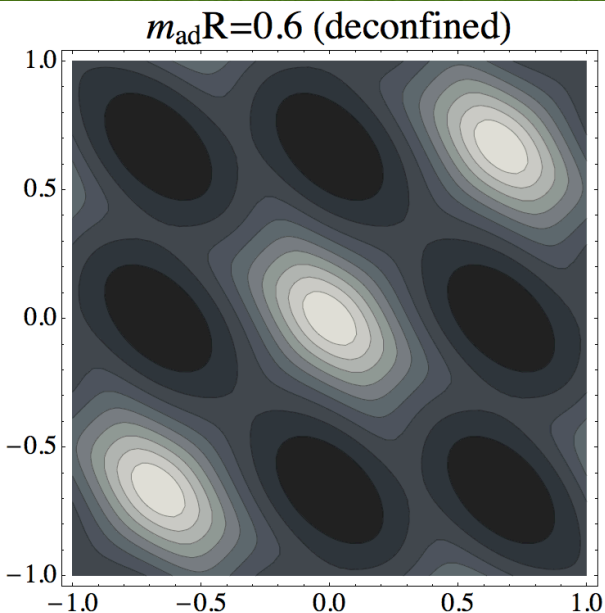
$B_{d/2}$ はフェルミオン質量による抑制因子を表す

ゲージ場＋随伴表現フェルミオン

- フェルミオンの寄与の大きさにより、ゲージ対称性が破れのパターンが変わる
 - 周期的境界条件のとき

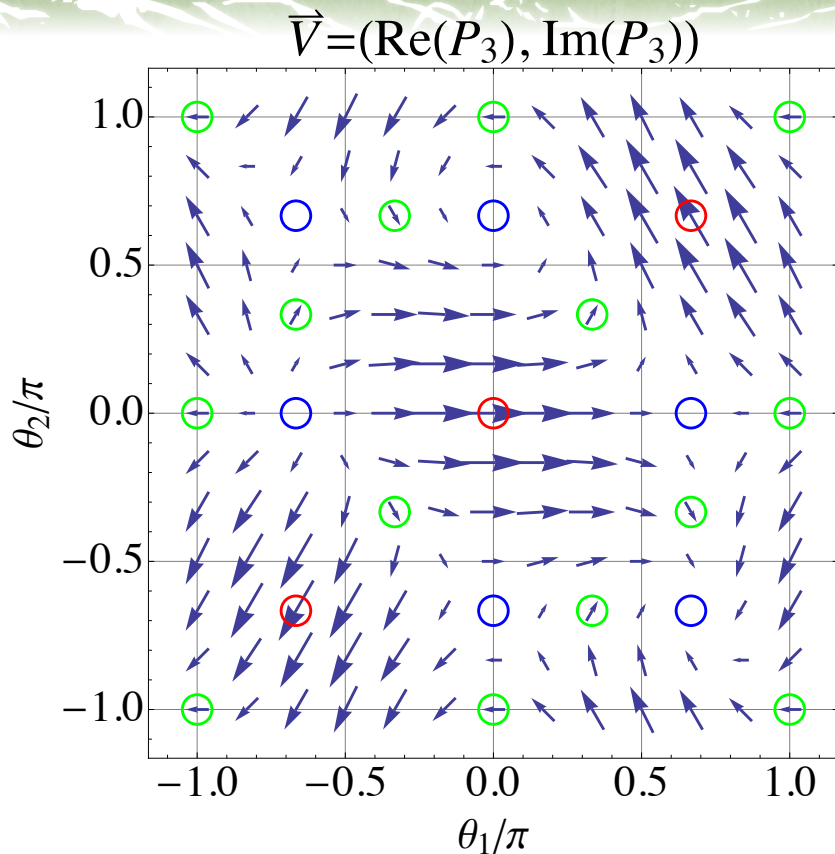
$0.499 < m_{ad}R$	$:U(1)^2$ [reconfined phase]
$0.421 < m_{ad}R \leq 0.499$	$:SU(2) \times U(1)$ [split phase]
$0 \leq m_{ad}R \leq 0.421$	$:SU(3)$ [deconfined phase]

各相の名前はCossu-D'Elia (2009)から採った

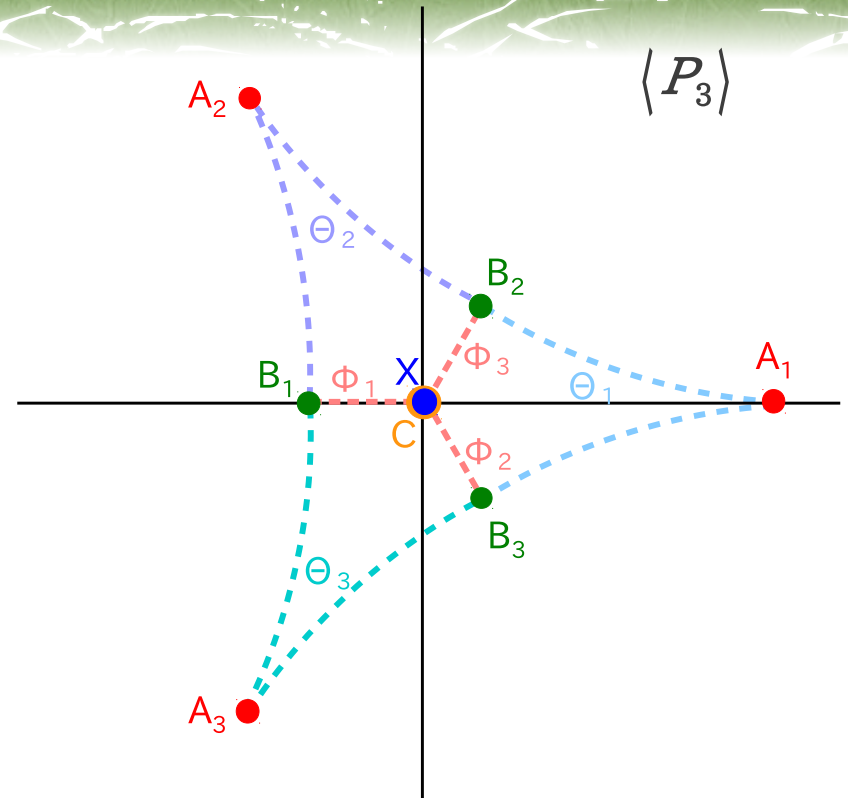


(N_{ad}, N_f) = (2, 0) で
 随伴表現フェルミオンの
 質量を変えたときの
 有効ポテンシャル
 (白い方が低い値)

ポリャコフライン $P_3 = \frac{1}{3}(e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2} + e^{i\theta_3})$, $P_8 = \frac{1}{4}1 + \cos(\theta_1 - \theta_2) + \cos(\theta_2 - \theta_3) + \cos(\theta_3 - \theta_1)$



基本表現ポリャコフライン P_3
 [矢印の向きと大きさで表示]の
 (θ_1, θ_2) 平面でのマップ



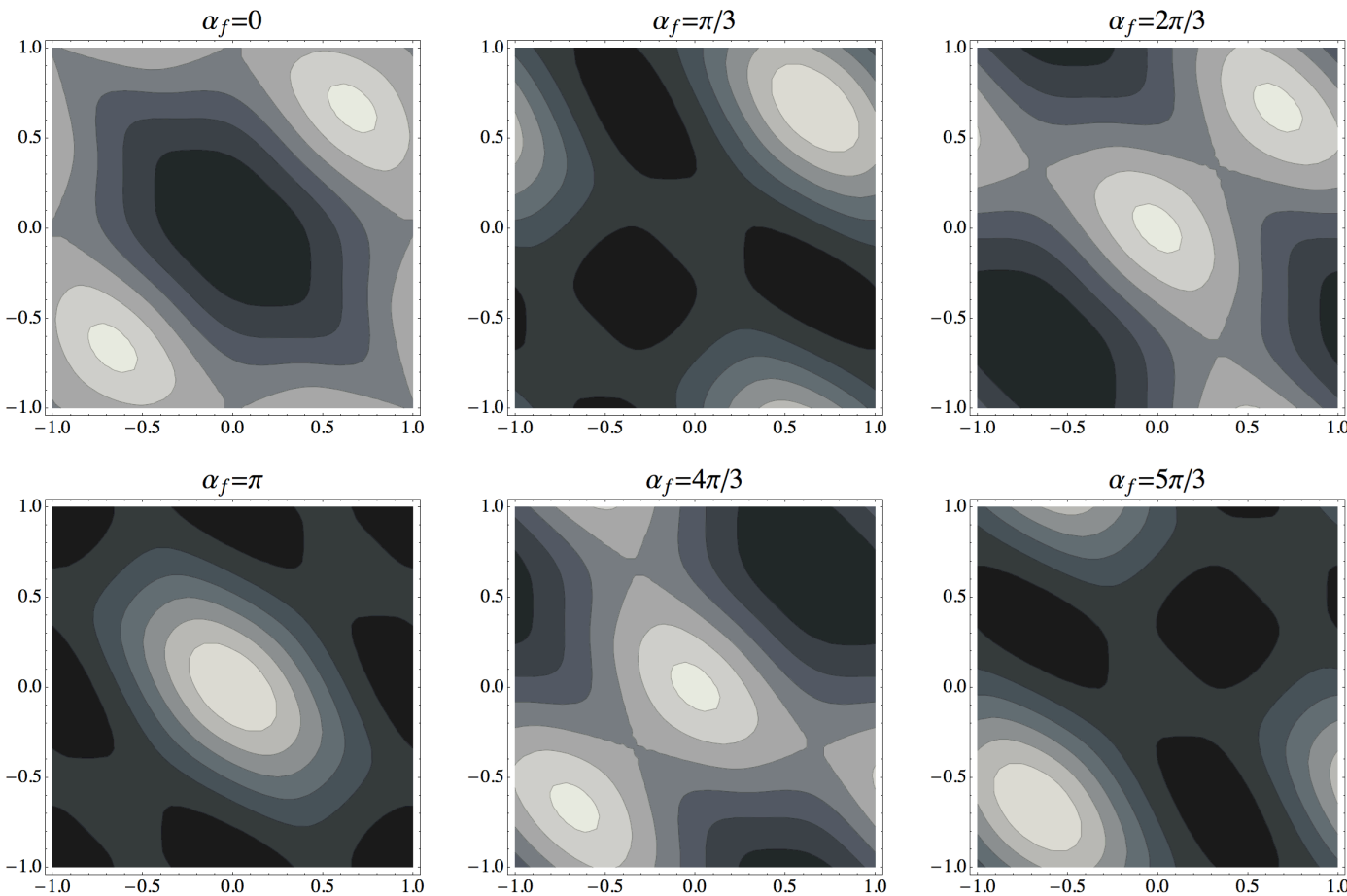
A1,A2,A3: deconfined phase
 B1,B2,B3: split phase
 C (reconfined), X (confined)

Table 1: Classification of the location of the global minima of $V_{\text{eff}}(\theta_j)$. In the last column the names of the corresponding phases termed in ref. [32] are also listed for X, A, B, C .

	$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ with permutations	P_3	P_8	Symmetry Phase
X	Large quantum fluctuations	0	$-\frac{1}{8}$	$SU(3)$ confined
A_1	$(0, 0, 0)$	1	1	$SU(3)$
$A_{2,3}$	$(\pm\frac{2}{3}\pi, \pm\frac{2}{3}\pi, \pm\frac{2}{3}\pi)$	$e^{\pm 2\pi i/3}$		deconfined
B_1	$(0, \pi, \pi)$	$-\frac{1}{3}$	0	$SU(2) \times U(1)$
$B_{2,3}$	$(\pm\frac{2}{3}\pi, \mp\frac{1}{3}\pi, \mp\frac{1}{3}\pi)$	$\frac{1}{3}e^{\mp\pi i/3}$		split
C	$(0, \frac{2}{3}\pi, -\frac{2}{3}\pi)$	0	$-\frac{1}{8}$	$U(1) \times U(1)$ reconfined
$\Theta_1(a)$	$(-2a, a, a)$	$\frac{1}{3}(2e^{ia} + e^{-2ia})$	$\frac{1}{2}(1 + \cos 3a)$	$SU(2) \times U(1)$
$\Theta_{2,3}(a)$	$(-2a \pm \frac{2}{3}\pi, a \pm \frac{2}{3}\pi, a \pm \frac{2}{3}\pi)$ $(0 < a < \frac{1}{3}\pi)$	$\frac{1}{3}e^{\pm 2\pi i/3}(2e^{ia} + e^{-2ia})$		
$\Phi_1(b)$	$(0, b, -b)$	$\frac{1}{3}(1 + 2 \cos b)$	$\frac{1}{2} \cos b (1 + \cos b)$	$U(1) \times U(1)$
$\Phi_{2,3}(b)$	$(\pm\frac{2}{3}\pi, b \pm \frac{2}{3}\pi, -b \pm \frac{2}{3}\pi)$ $(\frac{2}{3}\pi < b < \pi)$	$\frac{1}{3}e^{\pm 2\pi i/3}(1 + 2 \cos b)$		

ゲージ場＋基本表現フェルミオン

$$\psi(x, y + 2\pi R) = e^{i\alpha_f} \psi(x, y)$$

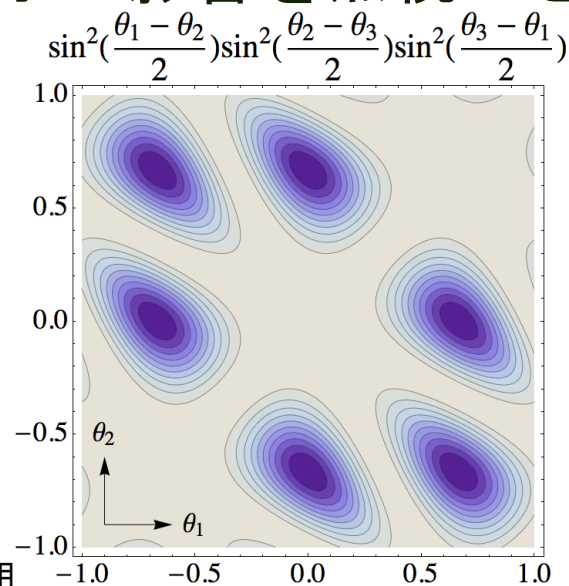


A1, A2, A3は
もはや同等ではない
⇒Z3対称性の破れ

格子QCDによる非摂動的解析

- ゲージ理論の強力な非摂動的解析手段
- 観測量がゲージ不変なものに限られる (Elitzuerの定理)
 - ポリヤコフラインのトレースがゲージ不変量
 - 今回はポリヤコフラインP3の固有値分布にも着目してみる (摂動論との比較のため)
- 摂動論では無視した、Haar測度因子の影響を無視できない (θ_i 間の「斥力」となる。)

$$\prod_{i < j} \sin^2 \frac{\theta_i - \theta_j}{2}$$

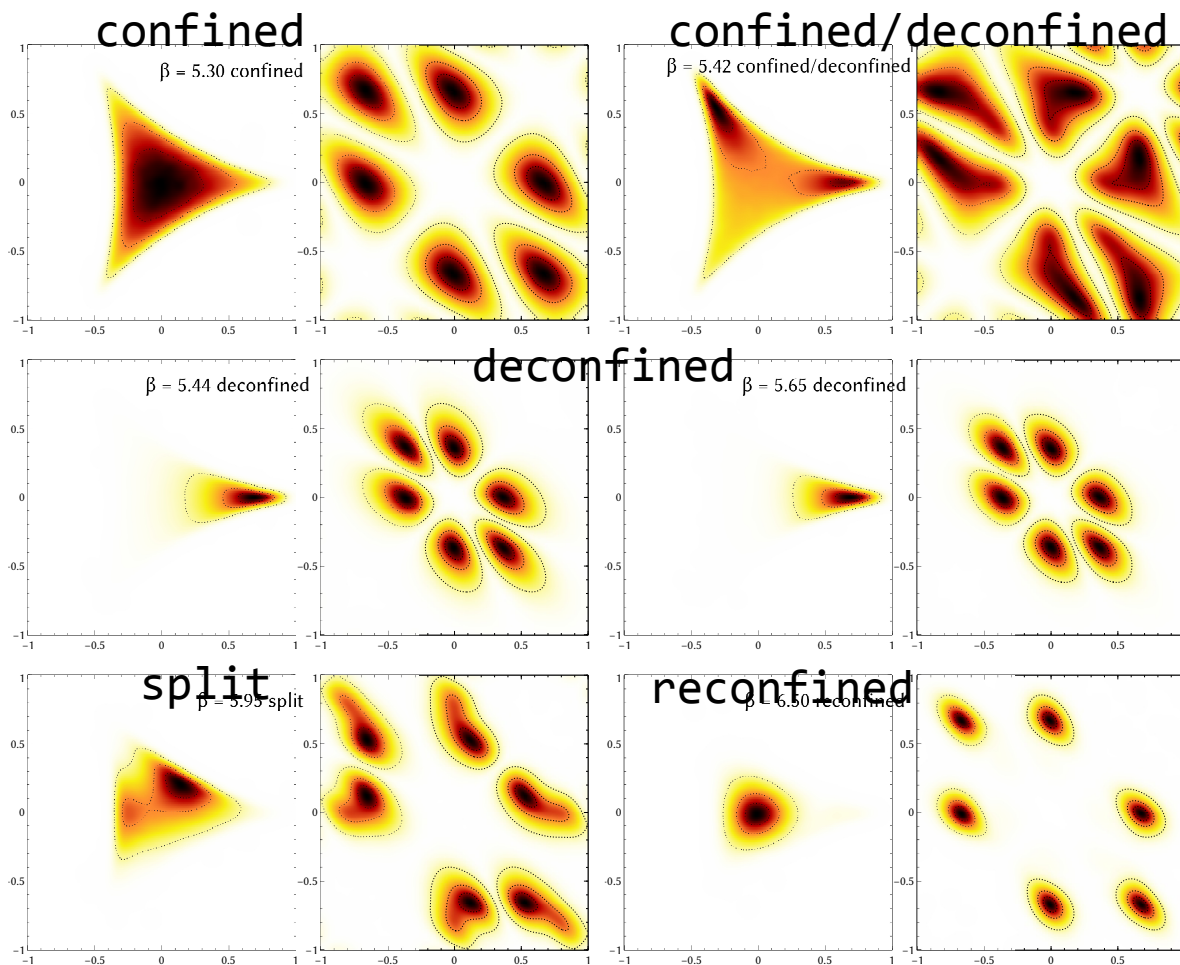
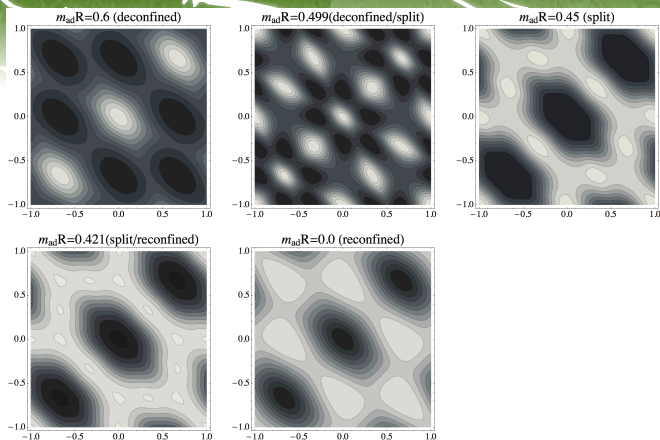


解析（続き）

- 格子数： $16^3 \times 4$
- フェルミオン：Kogut-Suskindで
 - 基本（随伴）表現は4（2）の倍数
- 質量の他に、ゲージ結合定数 β も変化させる。

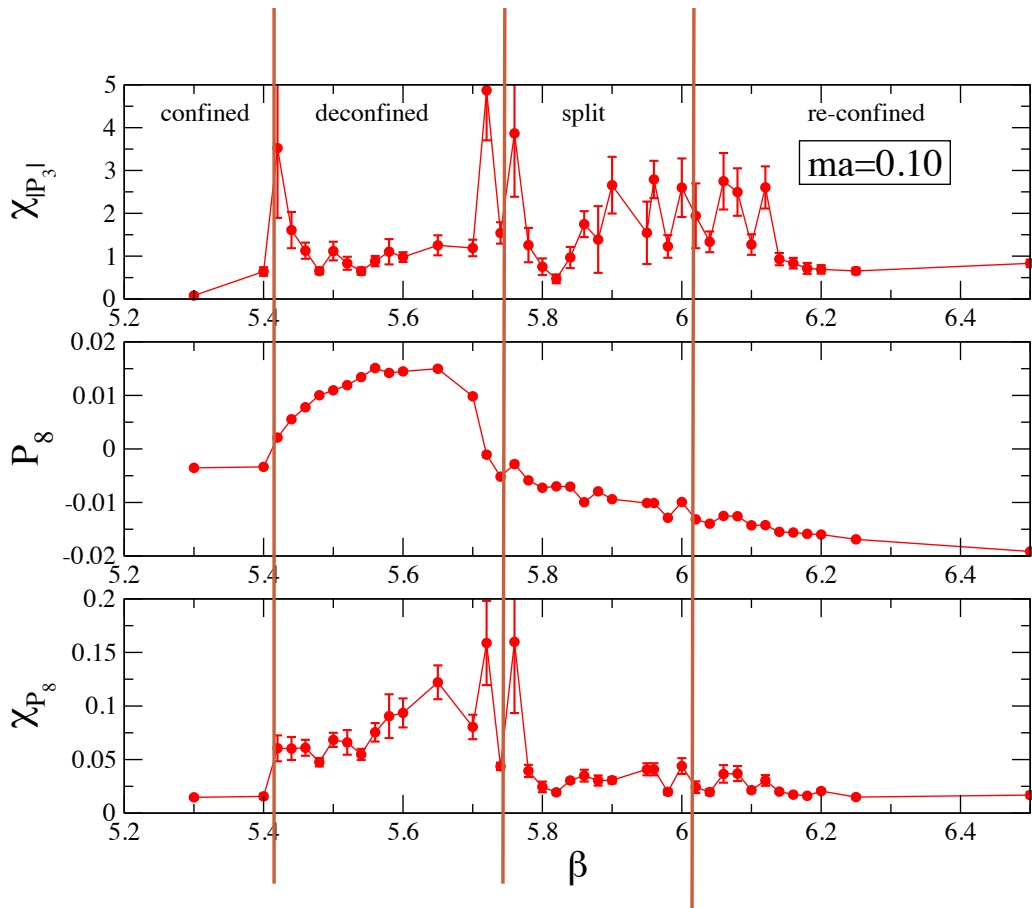
随伴表現フェルミオン

$ma=0.1$, β の小さい順



(右)
格子ゲージ理論での
ポリャコフラインの分布を
濃度で表したもの

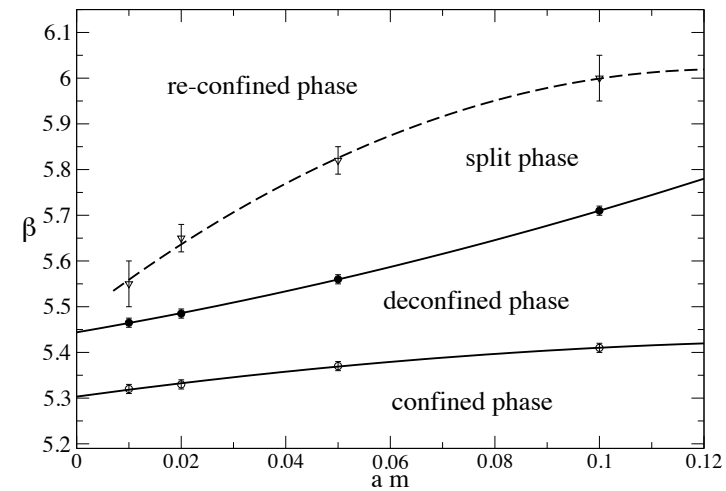
(左上)
摂動論での図[再掲]



相転移点を定量的に決定するために、感受率 χ を基本表現、随伴表現ポリャコフラインについて計算。

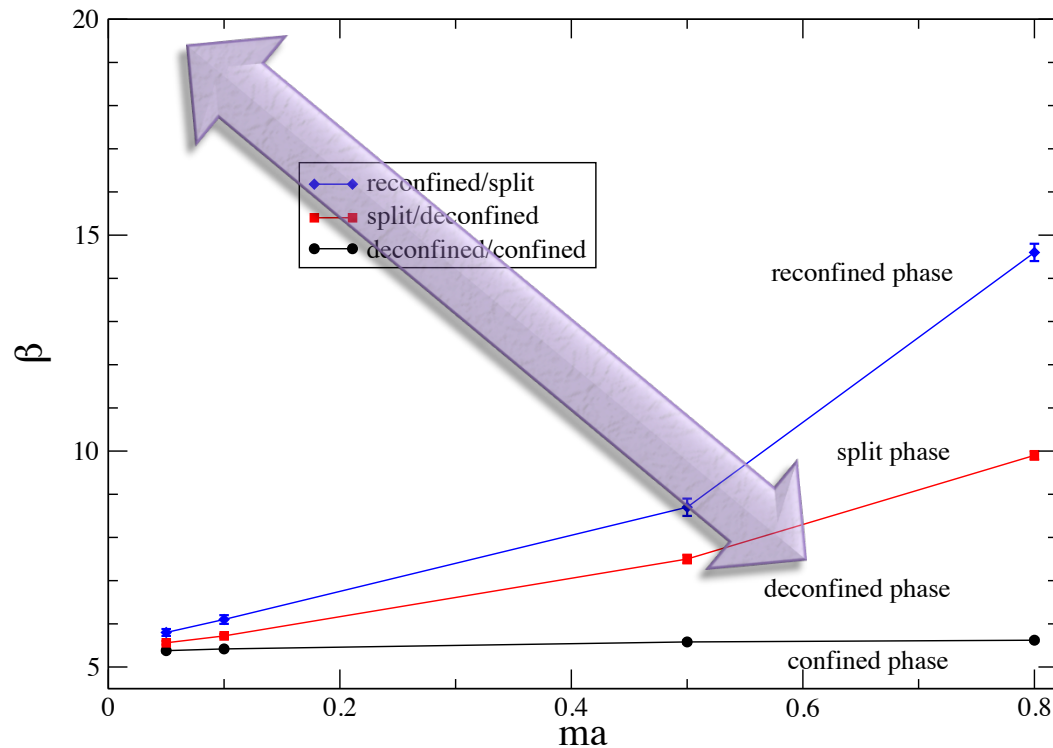
$$\chi_O = Vol(\langle O^2 \rangle - \langle O \rangle^2)$$

confined \Leftrightarrow deconfined \Leftrightarrow splitの境界で感受率にピーク。
split \Leftrightarrow reconfinedでの相転移はあまりよく見えていない。

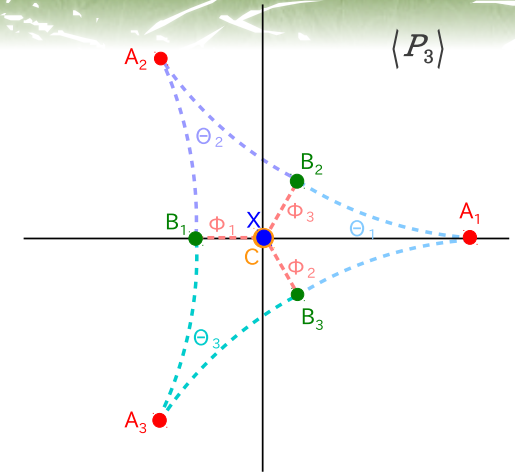
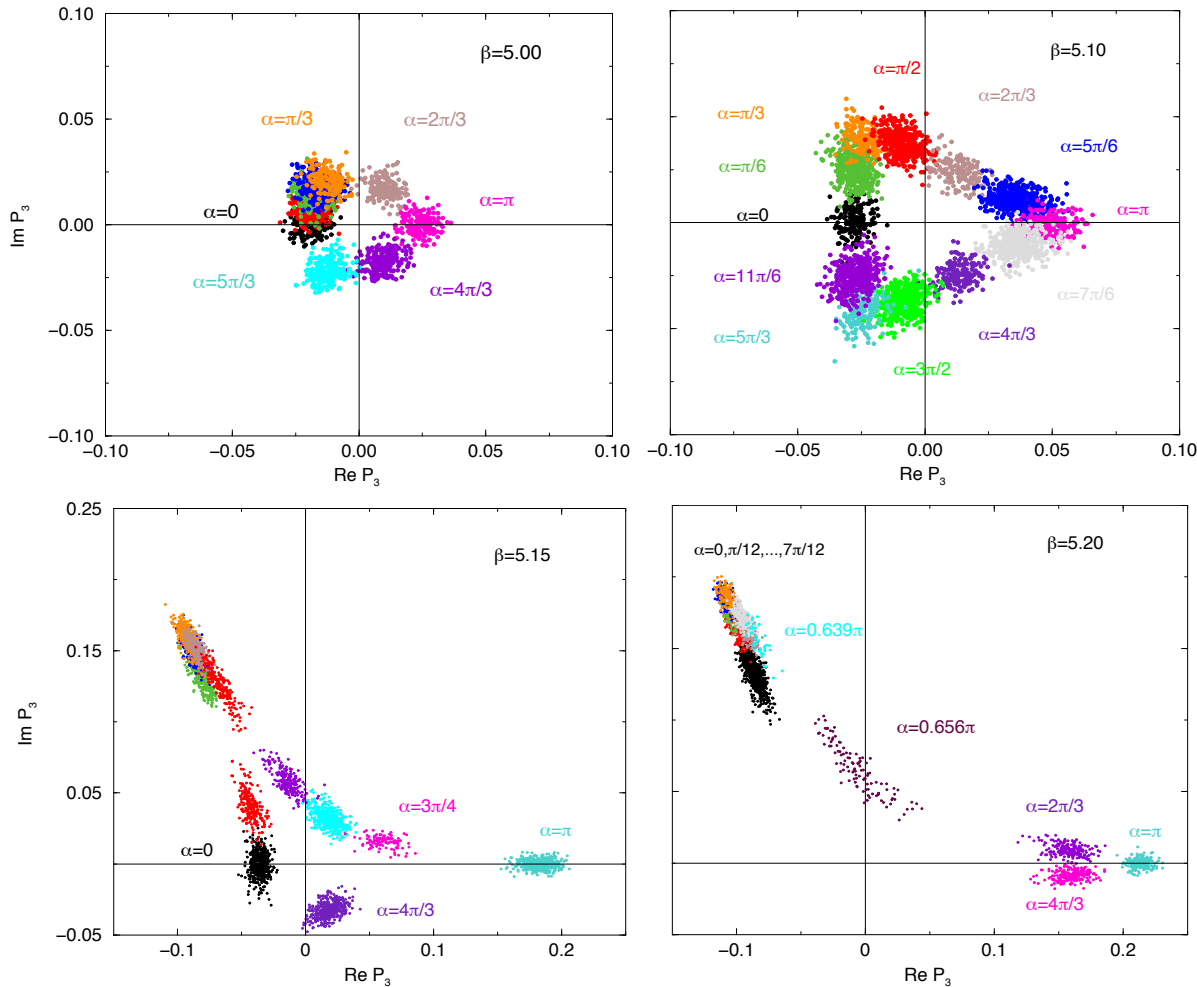


[Cossu-D'Elia, 2009]

Cossu-D'Eliaよりもさらに大きな ma, β まで相構造を決定

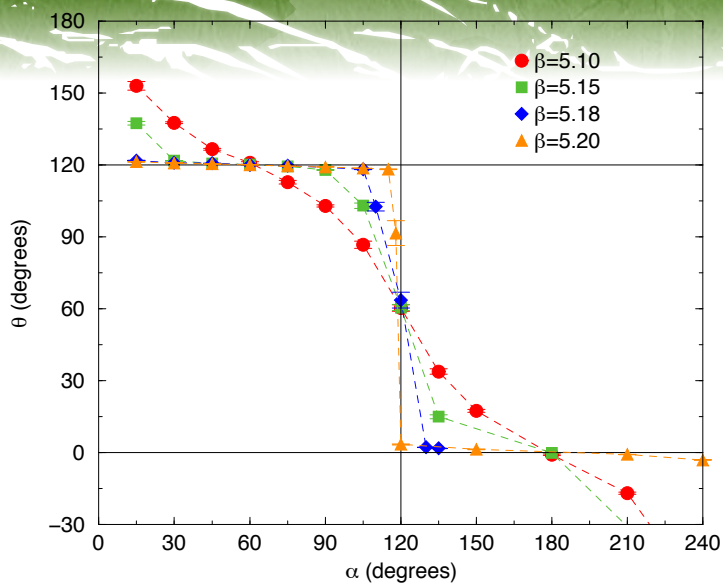


基本表現



β が小さいとき：
ポリャコフラインの分布が
連続的に変化

β が大きくなると
ポリャコフラインが
 A_1, A_2, A_3 近傍に分かれる
 \Rightarrow 非連続的な変化に近づく

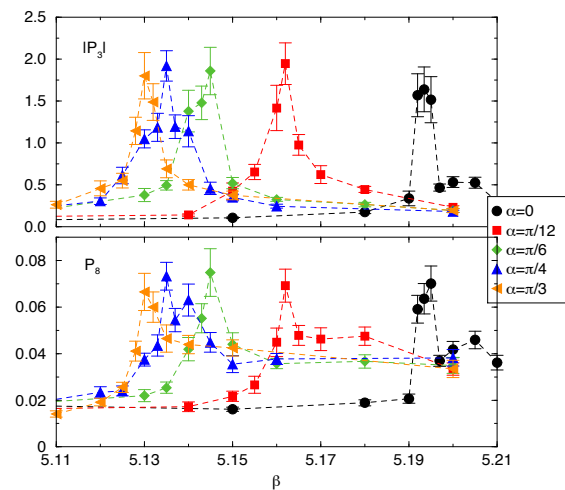
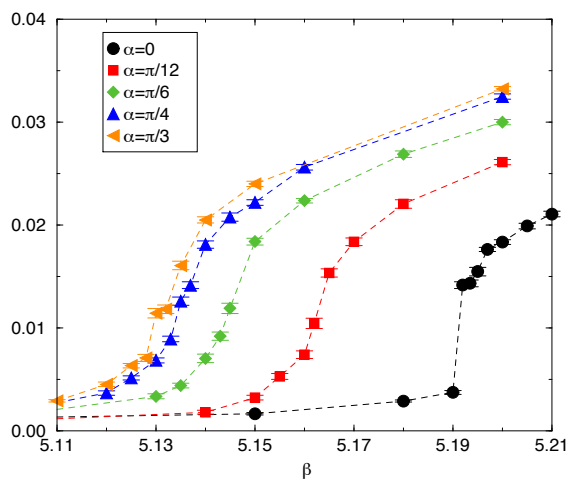


[左図]境界条件 αf とポリャコフラインP3の偏角 θ の関係

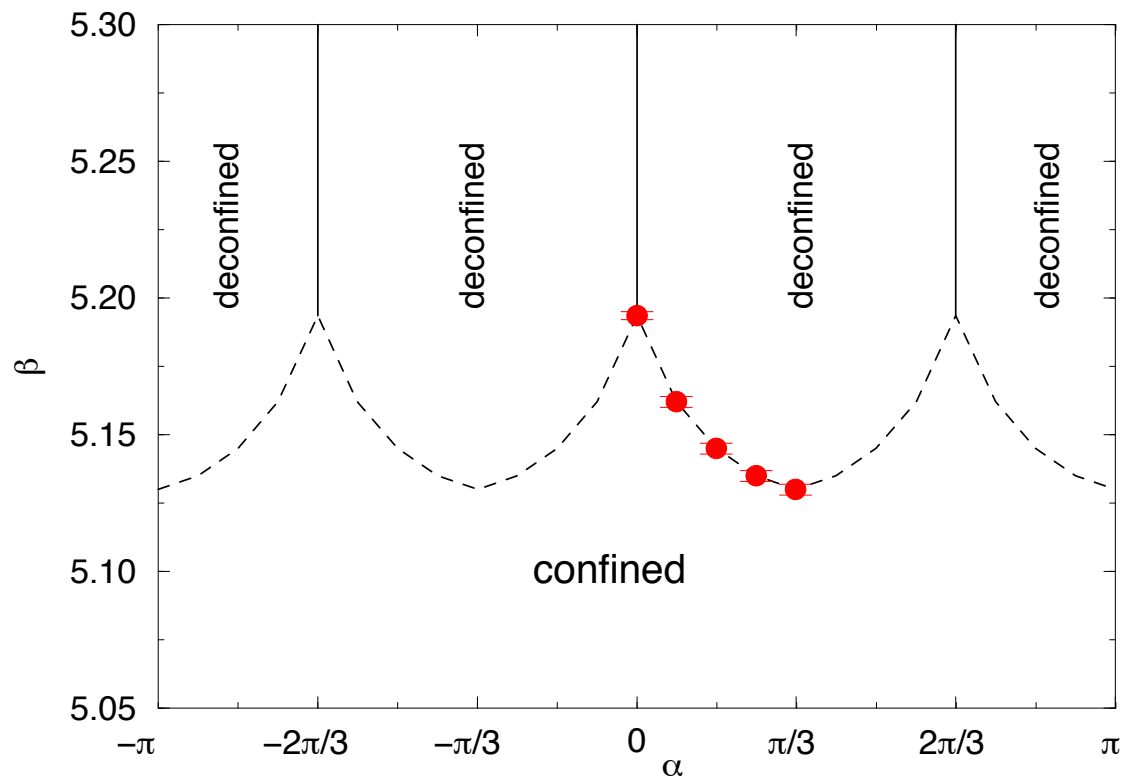
[下図] 随伴表現ポリャコフラインP8と β の関係

$$P_8 \equiv \frac{1}{8} \text{Tr} W_8$$

$$= \frac{1}{4} [1 + \cos(\theta_1 - \theta_2) + \cos(\theta_2 - \theta_3) + \cos(\theta_3 - \theta_1)]$$



Roberge-Weiss('86) の結果を再現



c.f.
de Forcrand-Philipsen (02), D'Ellia-Lombardo (03)

細谷機構/w 境界条件

$$p_4 = \frac{2\pi n + \theta_i + \alpha_f}{L}$$



有限温度 (松原形式)
Wilson-line phase : βi
虚数化学ポテンシャル : μ

$$\tilde{p}_0 = \frac{2\pi n + \pi + \beta_i}{T} + \mu$$

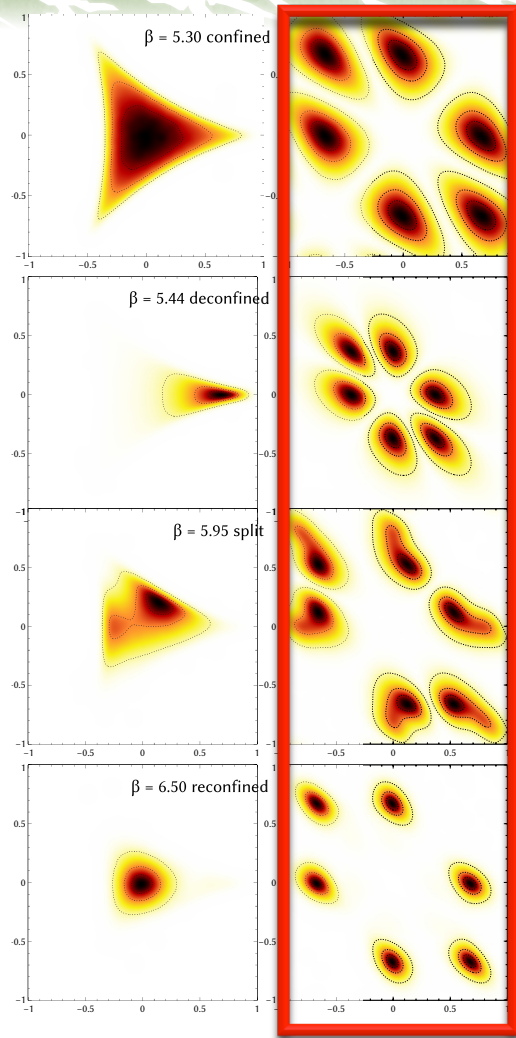
まとめと展望

- 3+1次元のSU(3)ゲージ理論について
 - (1)ゲージ場と随伴表現フェルミオン（質量の効果）
 - (2)ゲージ場と基本表現フェルミオン（境界条件の効果）を1ループ摂動論と格子ゲージ理論で調べた
 - 摂動論的領域では両者によい対応関係
- 今後の展開
 - （近い方）split phaseの確立、両表現フェルミオンの共存した系での解析、質量スペクトルの測定
 - （遠い方）オービフォールドの格子上での実現 [カイラルフェルミオン、基本表現ヒッグスetc.]

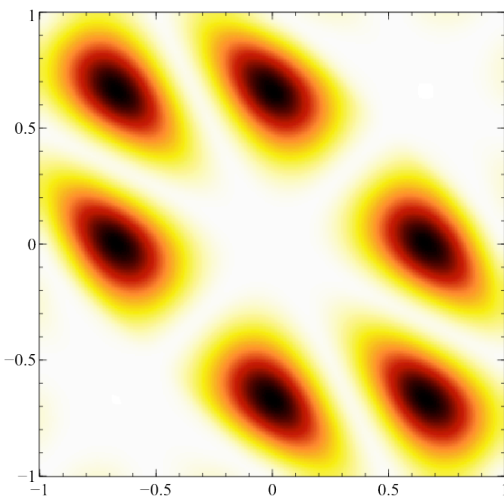
予備スライド

Haar測度の処理 (in progress)

Before



Haar測度による確率分布



からの寄与を取り除く

After

