量子渦生成にともなう超流動崩壊の前駆現象

Reference : arXiv:1305.3935.

2013/8/27

熱場の量子論とその応用

東京大学総合文化研究科

國見昌哉

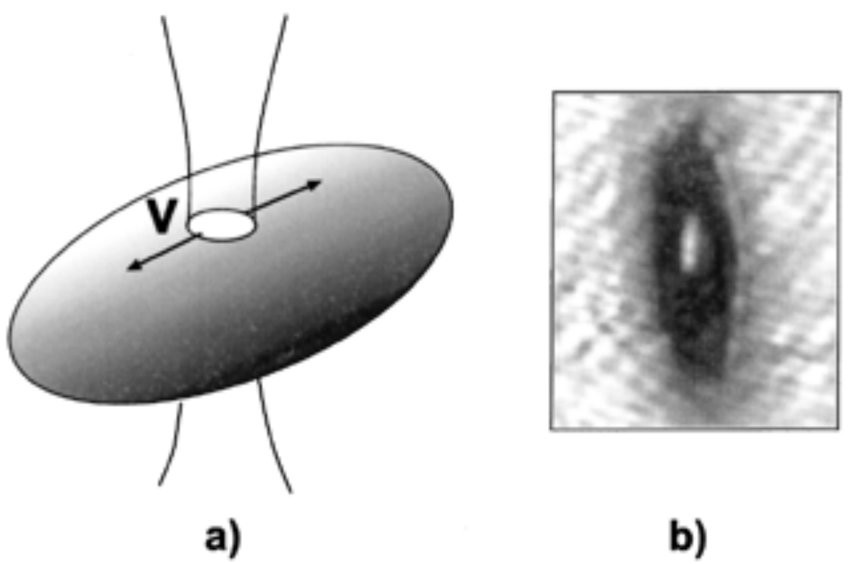
共同研究者：加藤雄介(東大総合文化)

Introduction -臨界速度- 1/5

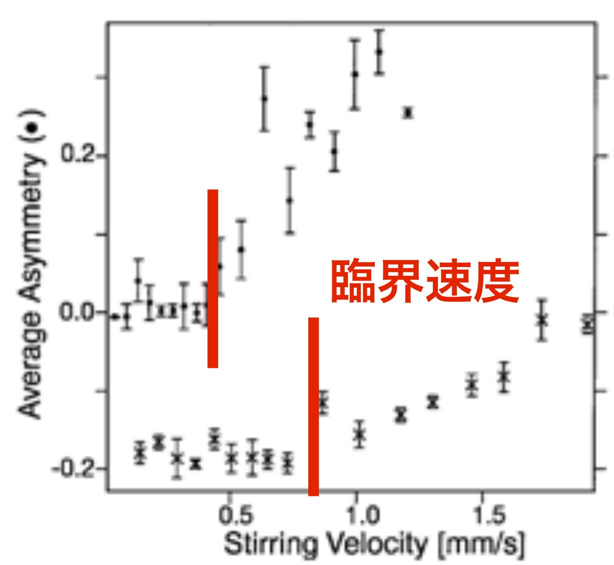
超流動状態=粘性ゼロの無散逸流がある状態
ただし、上限の速度(=**臨界速度**)がある。

臨界速度以上では**量子渦**が発生し、超流動状態が壊れる。

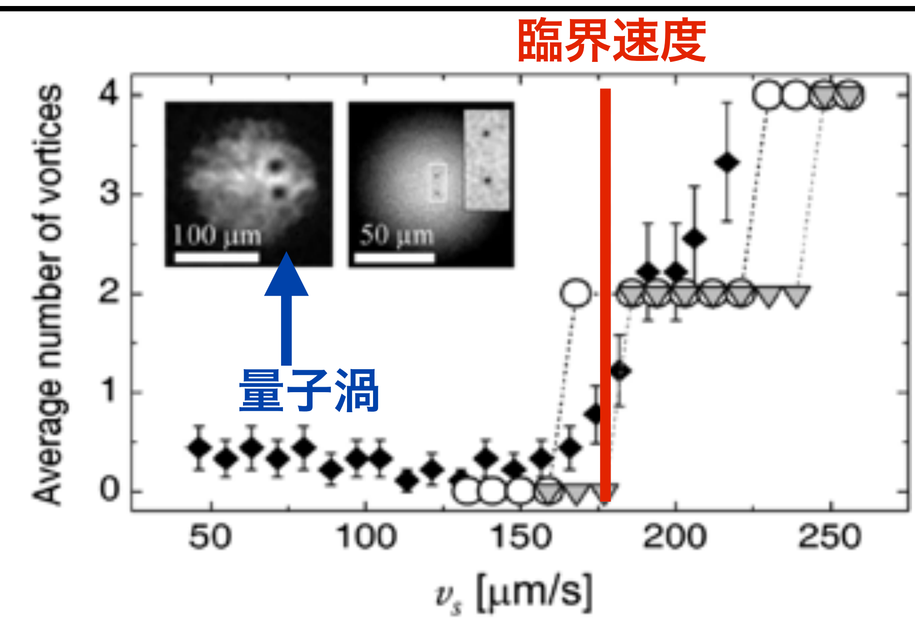
冷却原子系における臨界速度の観測実験



C. Raman, et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 2502 (1999).



R. Onofrio, et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 2228 (2000).



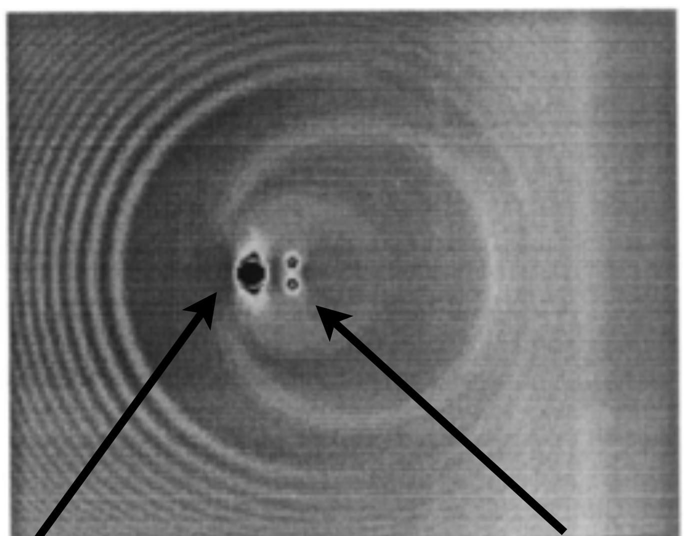
T. W. Neely, et al., Phys. Rev. Lett. **104**, 160401 (2010).

Introduction -理論- 2/5

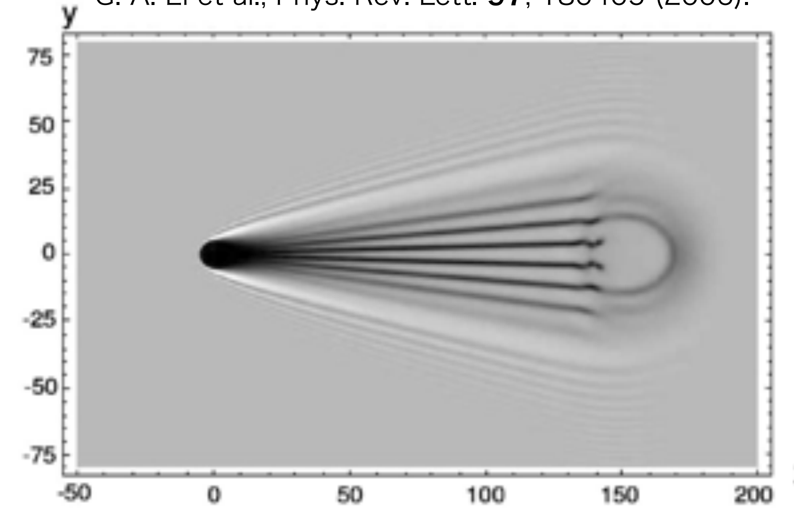
臨界速度以上における理論研究

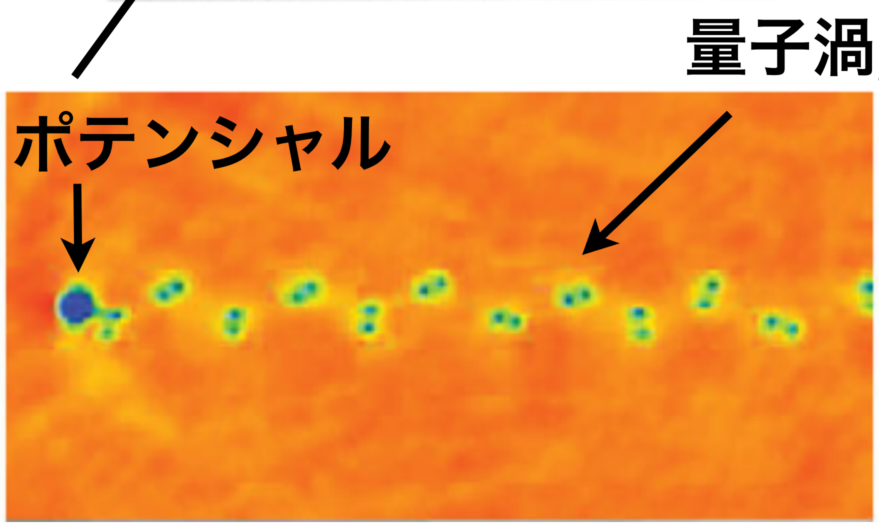
- Gross-Pitaevskii方程式の数値シミュレーションが中心
- 臨界速度以上における多彩な非線形ダイナミクス

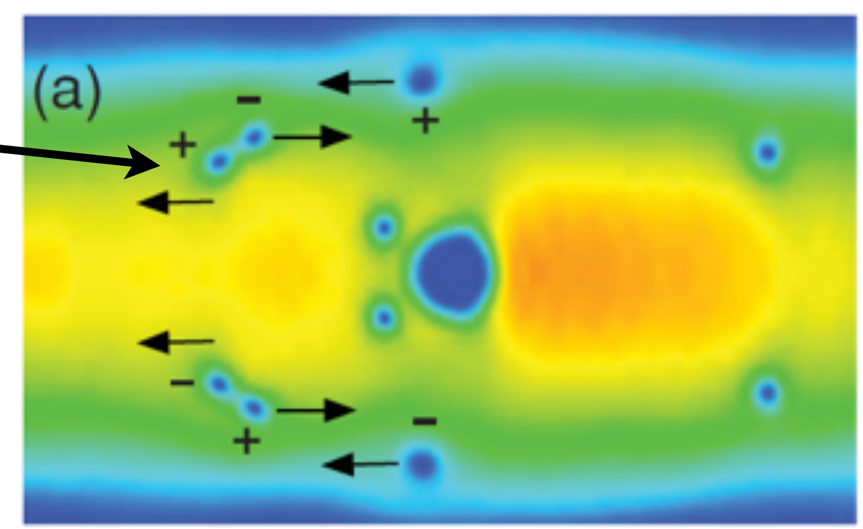
T. Frisch et al., Phys. Rev. Lett. **69**, 1644 (1992).



G. A. El et al., Phys. Rev. Lett. **97**, 180405 (2006).







K. Sasaki, N. Suzuki, and H. Saito, Phys. Rev. Lett. **104**, 150404 (2010).

K. Fujimoto and M. Tsubota, Phys. Rev. A, **83**, 053609 (2011).

Introduction -理論- 3/5

凝縮体密度の時間発展
(臨界速度以下)

y/ξ

流れの方向

x/ξ

$|\Psi(\boldsymbol{r})|^2/n_0$

凝縮体密度の時間発展
(臨界速度以上)

y/ξ

流れの方向

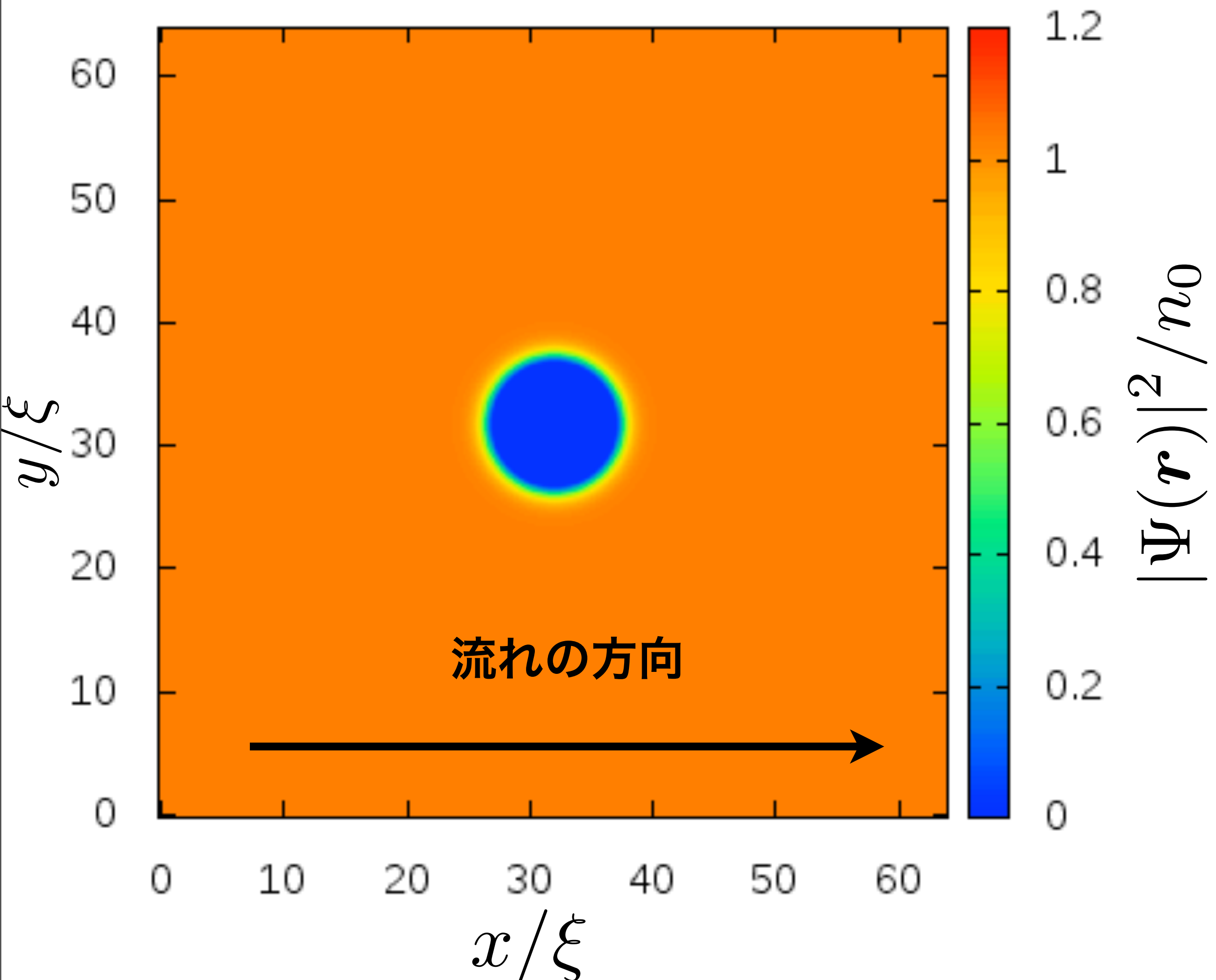
x/ξ

臨界速度以上で
量子渦が生成

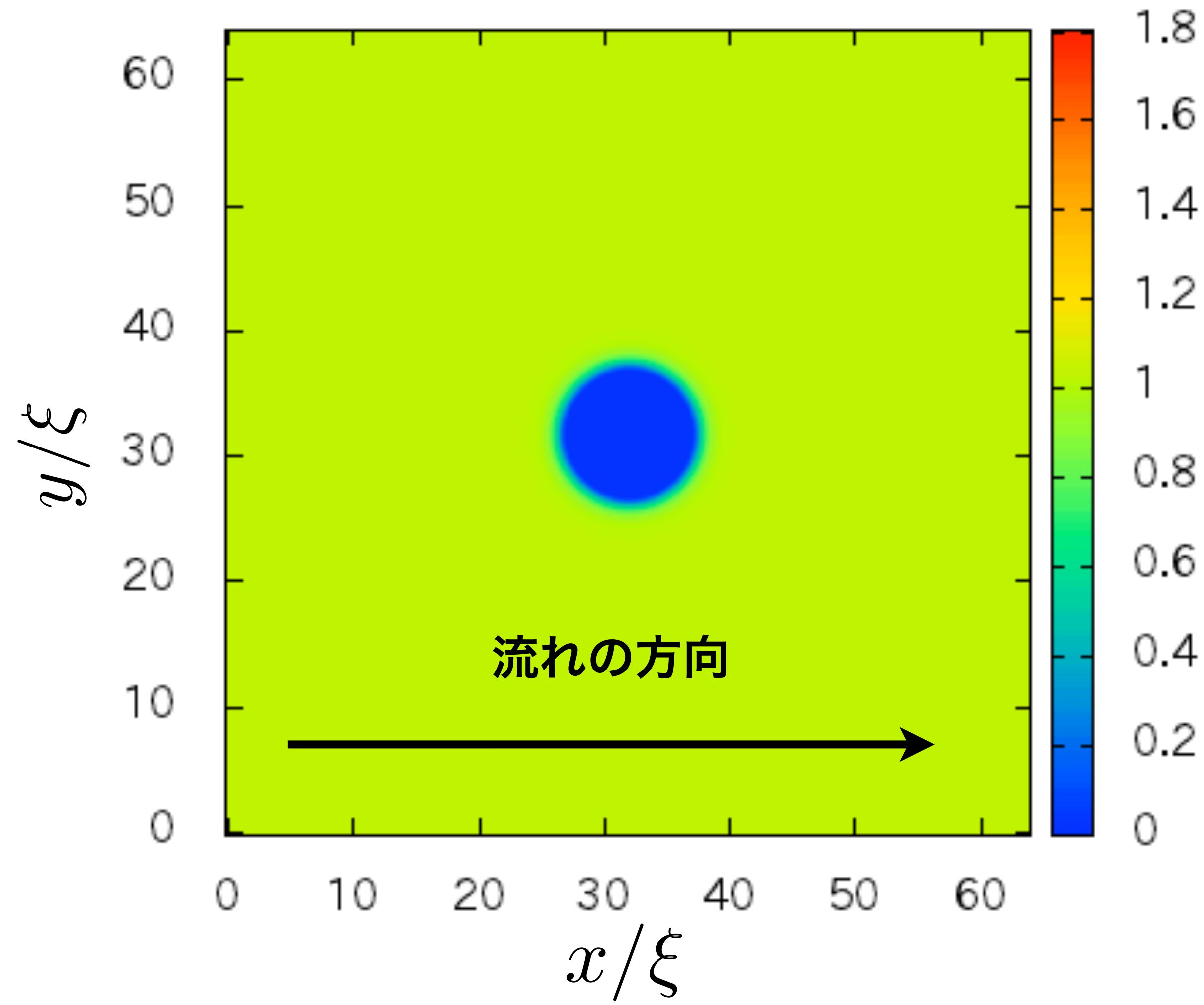
散逸の発生
超流動の崩壊

Introduction -理論- 3/5

凝縮体密度の時間発展
(臨界速度以下)



凝縮体密度の時間発展
(臨界速度以上)

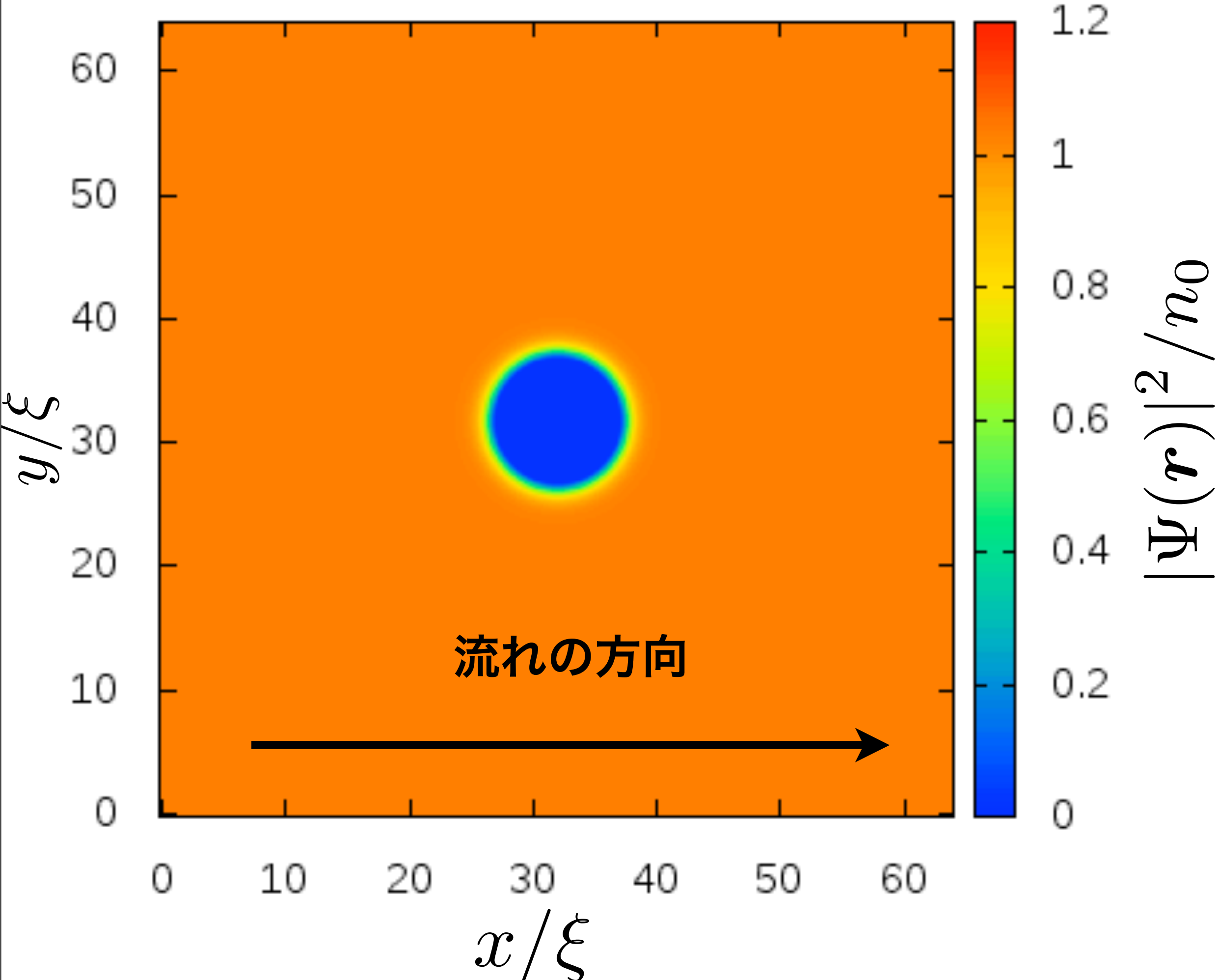


臨界速度以上で
量子渦が生成

散逸の発生
超流動の崩壊

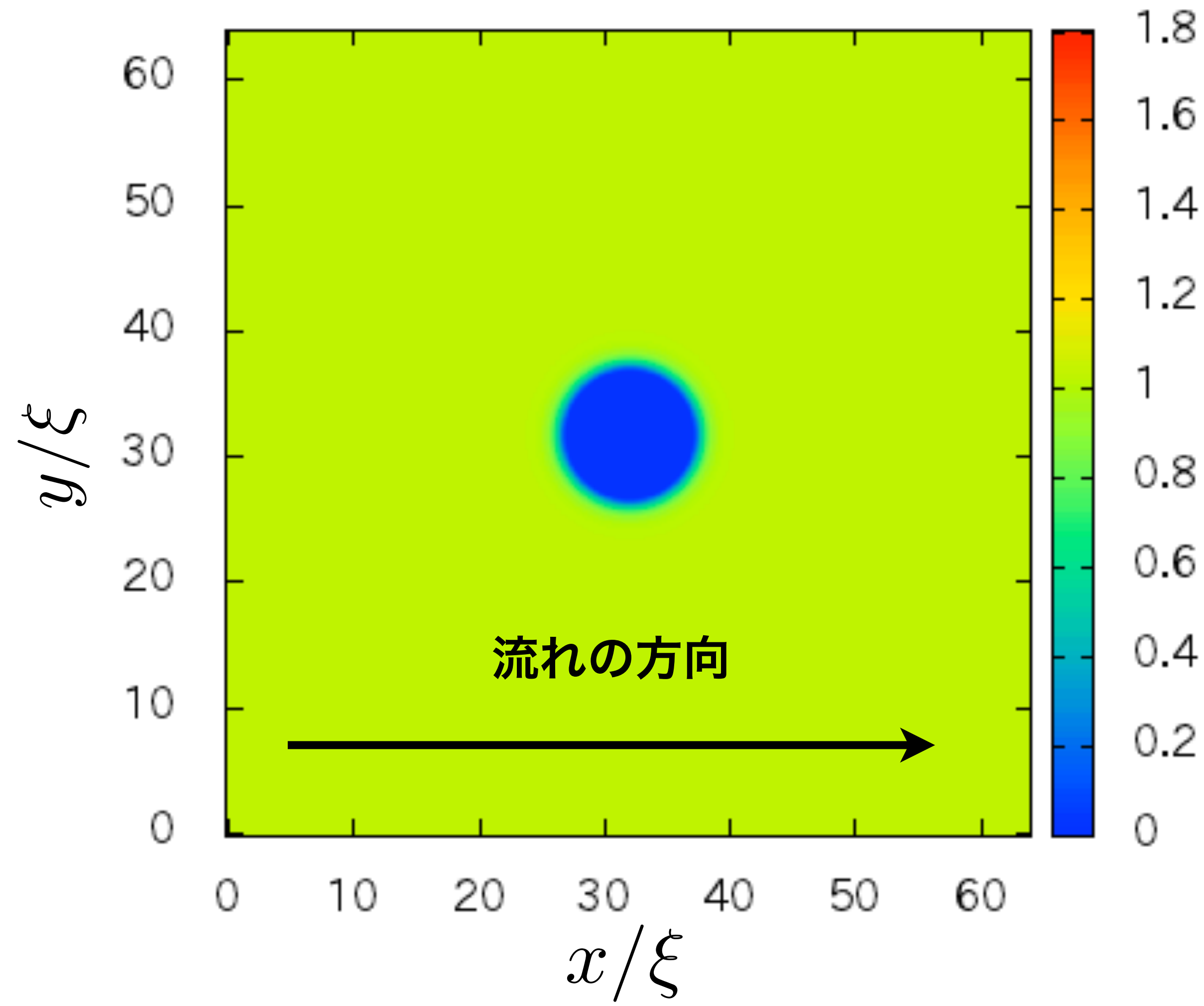
Introduction -理論- 3/5

凝縮体密度の時間発展
(臨界速度以下)



臨界速度以上で
量子渦が生成

凝縮体密度の時間発展
(臨界速度以上)



散逸の発生
超流動の崩壊

Introduction -超流動の不安定化- 4/5

超流動流が不安定化

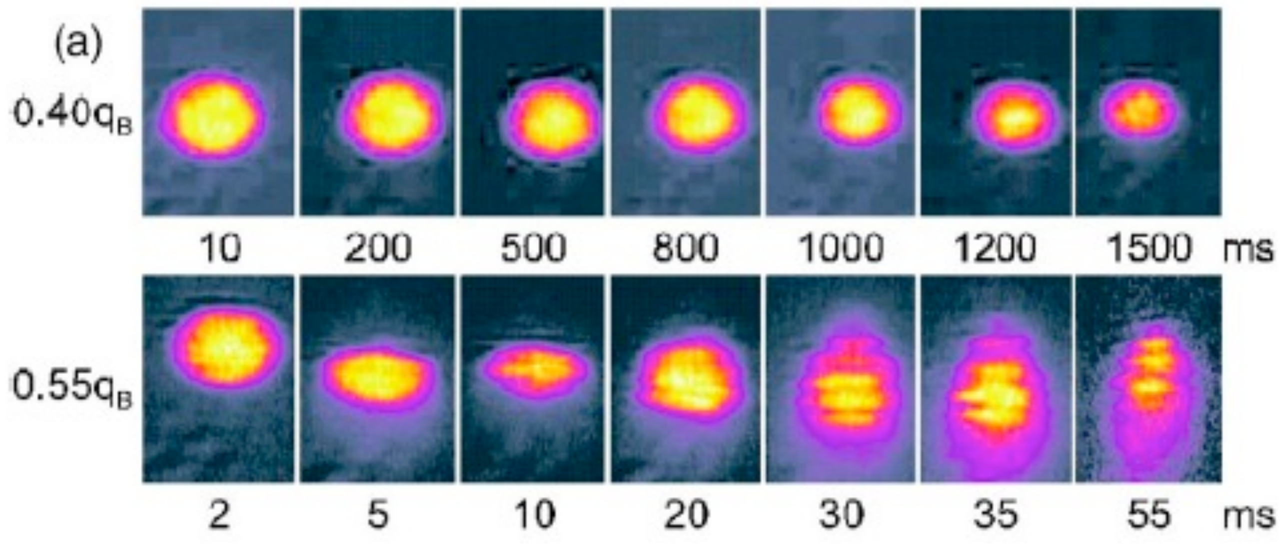
➡ **励起状態の異常性として現れる**

ランダウ不安定性 $\mathrm{Re}(\epsilon) < 0$

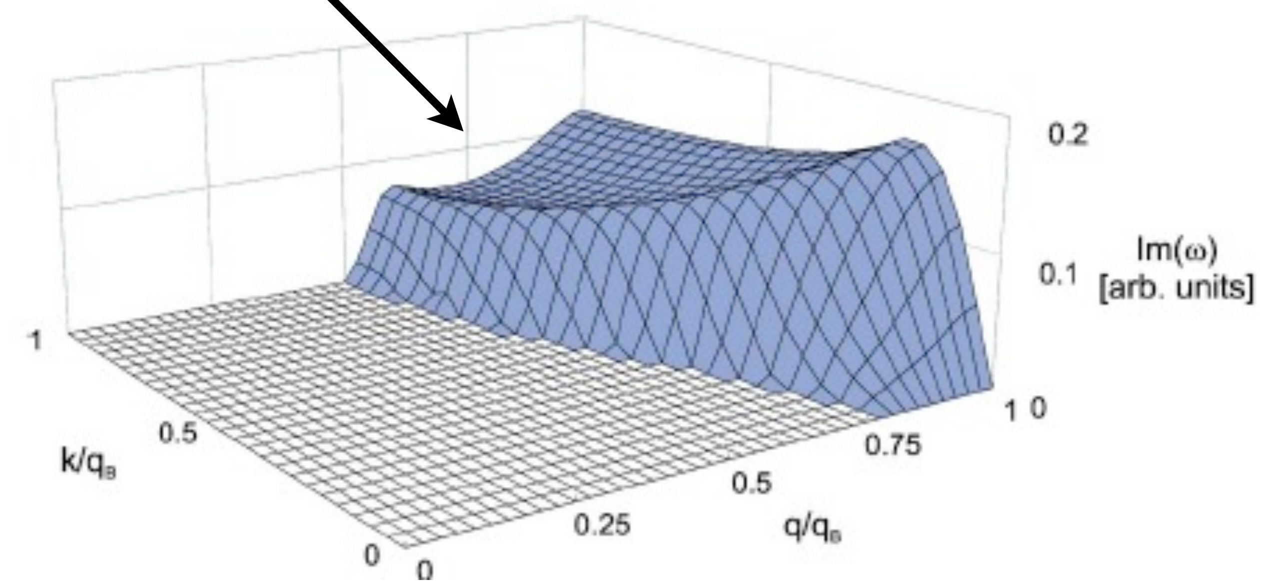
動的不安定性 $\mathrm{Im}(\epsilon) \neq 0$

ϵ : 励起スペクトル

⬇ 光学格子を動かす実験



L. De Sarlo, et al., Phys .Rev. A **72**, 013603 (2005).



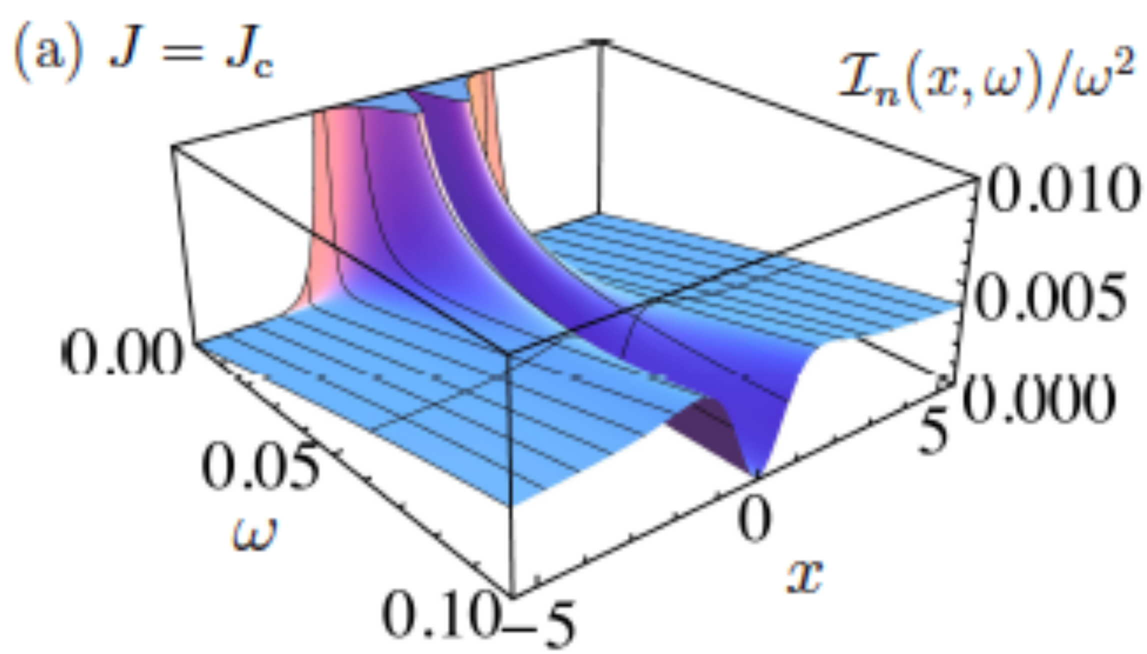
Introduction -Motivation- 5/5

モチベーション

量子渦が発生するときの励起状態の解析。
超流動が壊れる直前に何が起きているのか？

➡ **臨界速度近傍の励起状態やゆらぎの解析**

- **超流動の不安定化**
  - 励起スペクトルの異常性
  - ランダウ不安定性、動的不安定性
- **ソリトン発生(1D)の前駆現象**
  - 局所動的密度ゆらぎの増大



S. Watabe and Y. Kato, arXiv:1305.6984 (2013).

Model 1/3 : Gross-Pitaevskii 方程式

(2D)Gross-Pitaevskii(GP)方程式

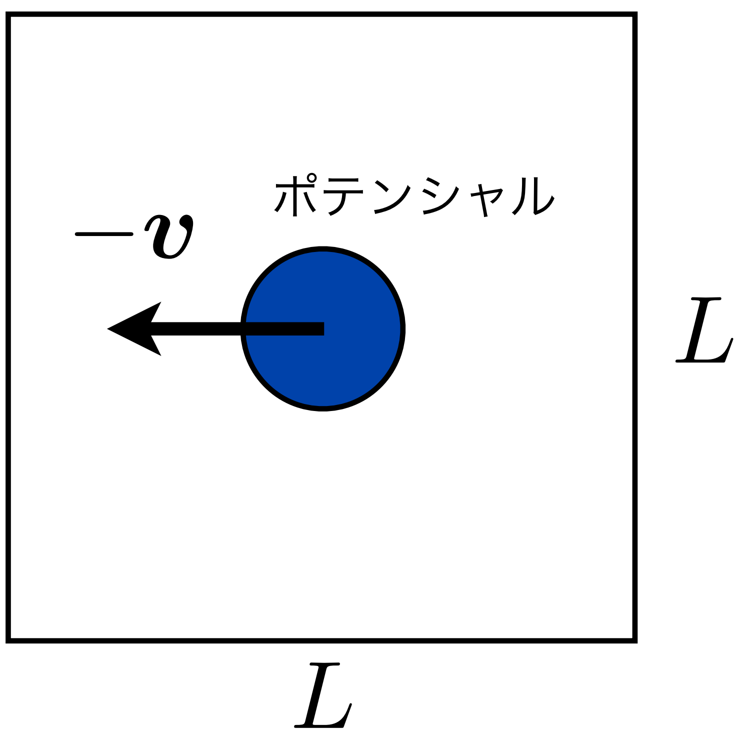
$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\boldsymbol{r},t) + U(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{v}t)\Psi(\boldsymbol{r},t) + g|\Psi(\boldsymbol{r},t)|^2\Psi(\boldsymbol{r},t)$$

$\Psi(\boldsymbol{r},t) = \sqrt{n(\boldsymbol{r},t)}e^{i\varphi(\boldsymbol{r},t)}$: 凝縮体波動関数(BECのorder parameter)

$n(\boldsymbol{r},t) = |\Psi(\boldsymbol{r},t)|^2$: 局所粒子数密度

$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r},t) = \dfrac{\hbar}{m}\nabla\varphi(\boldsymbol{r},t)$: 速度場

$U(\boldsymbol{r}) = U_0\exp\left[-(\boldsymbol{r}/d)^2\right]$: ポテンシャル



境界条件 :

$$\Psi(\boldsymbol{r}+L\boldsymbol{e}_x,t) = \Psi(\boldsymbol{r},t)$$
$$\Psi(\boldsymbol{r}+L\boldsymbol{e}_y,t) = \Psi(\boldsymbol{r},t)$$

Model 2/3 : Gross-Pitaevskii 方程式

超流動状態=散逸無し

エネルギーの時間変化

$$\frac{dE(t)}{dt} = \boldsymbol{v} \cdot \int d\boldsymbol{r} \nabla U(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}t) |\Psi(\boldsymbol{r}, t)|^2$$

$$E(t) \equiv \int d\boldsymbol{r} \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Psi(\boldsymbol{r}, t)|^2 + U(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}t) |\Psi(\boldsymbol{r}, t)|^2 + \frac{g}{2} |\Psi(\boldsymbol{r}, t)|^4 \right]$$

$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \underline{\Psi(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}t)}$ であれば $\dfrac{dE(t)}{dt} = 0$ (運動量保存則より)

$\Downarrow$

ポテンシャルと共に動く座標系における定常解

Model 3/3 : GP and Bogoliubov eqs.

座標変換：$\boldsymbol{r} \Rightarrow \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}t$ $\quad \Psi(\boldsymbol{r},t) \Rightarrow \Psi'(\boldsymbol{r}',t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar}\left(\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 t + m\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{r}\right)\right]\Psi(\boldsymbol{r},t)$

GP方程式 in mov. frame

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\boldsymbol{r}) + U(\boldsymbol{r})\Psi(\boldsymbol{r}) - \mu\Psi(\boldsymbol{r}) + g|\Psi(\boldsymbol{r})|^2\Psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

境界条件： $\Psi(\boldsymbol{r} + L\boldsymbol{e}_x) = e^{imvL/\hbar}\Psi(\boldsymbol{r})$, $\Psi(\boldsymbol{r} + L\boldsymbol{e}_y) = \Psi(\boldsymbol{r})$

速度 (v)　システムサイズ (L)

Bogoliubov 方程式

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L} & -g\left[\Psi(\boldsymbol{r})\right]^2 \\ g\left[\Psi^*(\boldsymbol{r})\right]^2 & -\mathcal{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i(\boldsymbol{r}) \\ v_i(\boldsymbol{r}) \end{bmatrix} = \epsilon_i \begin{bmatrix} u_i(\boldsymbol{r}) \\ v_i(\boldsymbol{r}) \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{L} \equiv -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\boldsymbol{r}) - \mu + 2g|\Psi(\boldsymbol{r})|^2$$

コントロールパラメータ：v, L, U_0, d

Bogoliubov方程式の対角化
(GP方程式の線形安定性解析)

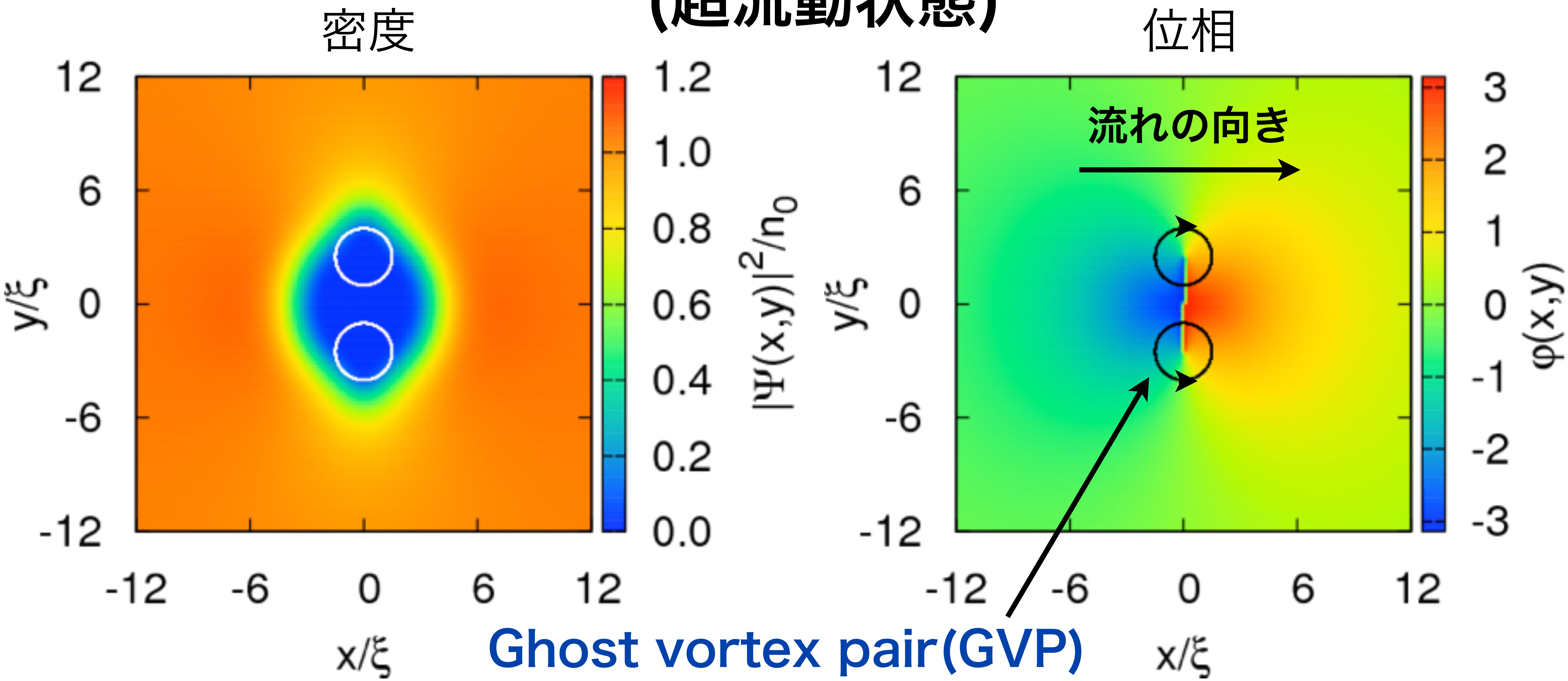
➡

励起スペクトル、
励起状態の波動関数

Results : Ghost vortex pair

$U_0 = 5\hbar^2/m\xi^2$

臨界速度近傍のGP方程式の安定定常解
(超流動状態)



Ghost vortex pair(GVP)
(ピン止めされた量子渦対)

K. Kasamatsu, M. Tsubota, and M Ueda, Phys. Rev. A, **67**, 033610 (2003).

臨界速度以上ではGVPがdepinningする。 ➡ 散逸の発生、超流動の崩壊

Results : Excitation energy

$L = 32\xi \;\; d = 2.5\xi$

$U_0 = 10\epsilon_0 \;\; d = 2.5\xi$

$v_{\rm s} = \sqrt{g n_0 / m}$

音速

ポテンシャル無いときのスペクトル：$\epsilon_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{v}} = \hbar \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v} + \sqrt{\epsilon^0_{\boldsymbol{k}}(\epsilon^0_{\boldsymbol{k}} + 2 g n_0)}$

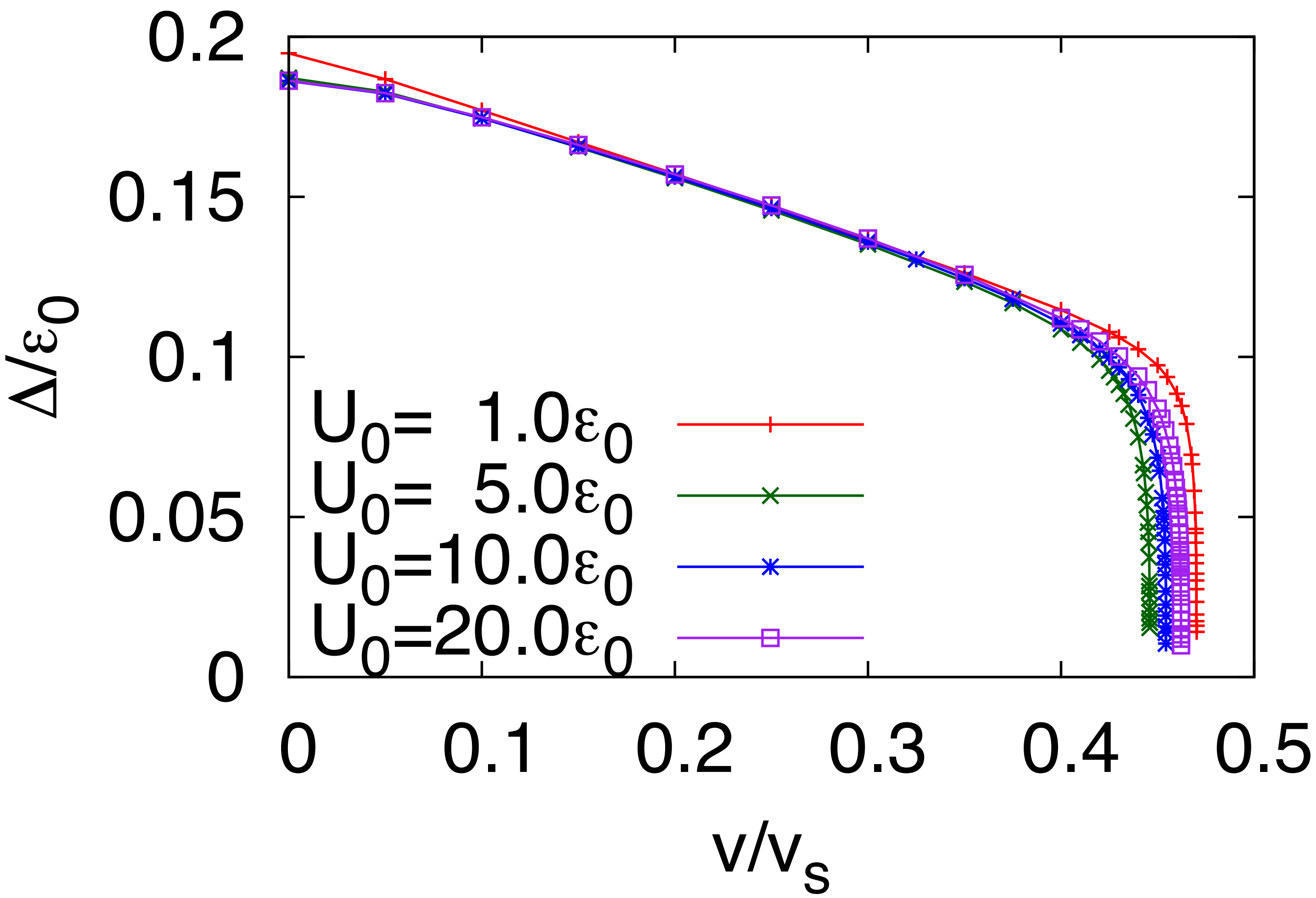
エネルギーギャップの
スケーリング則

$$\Delta = \Delta_0 \left| (v_{\rm c} - v)/v_{\rm c} \right|^{1/4}$$

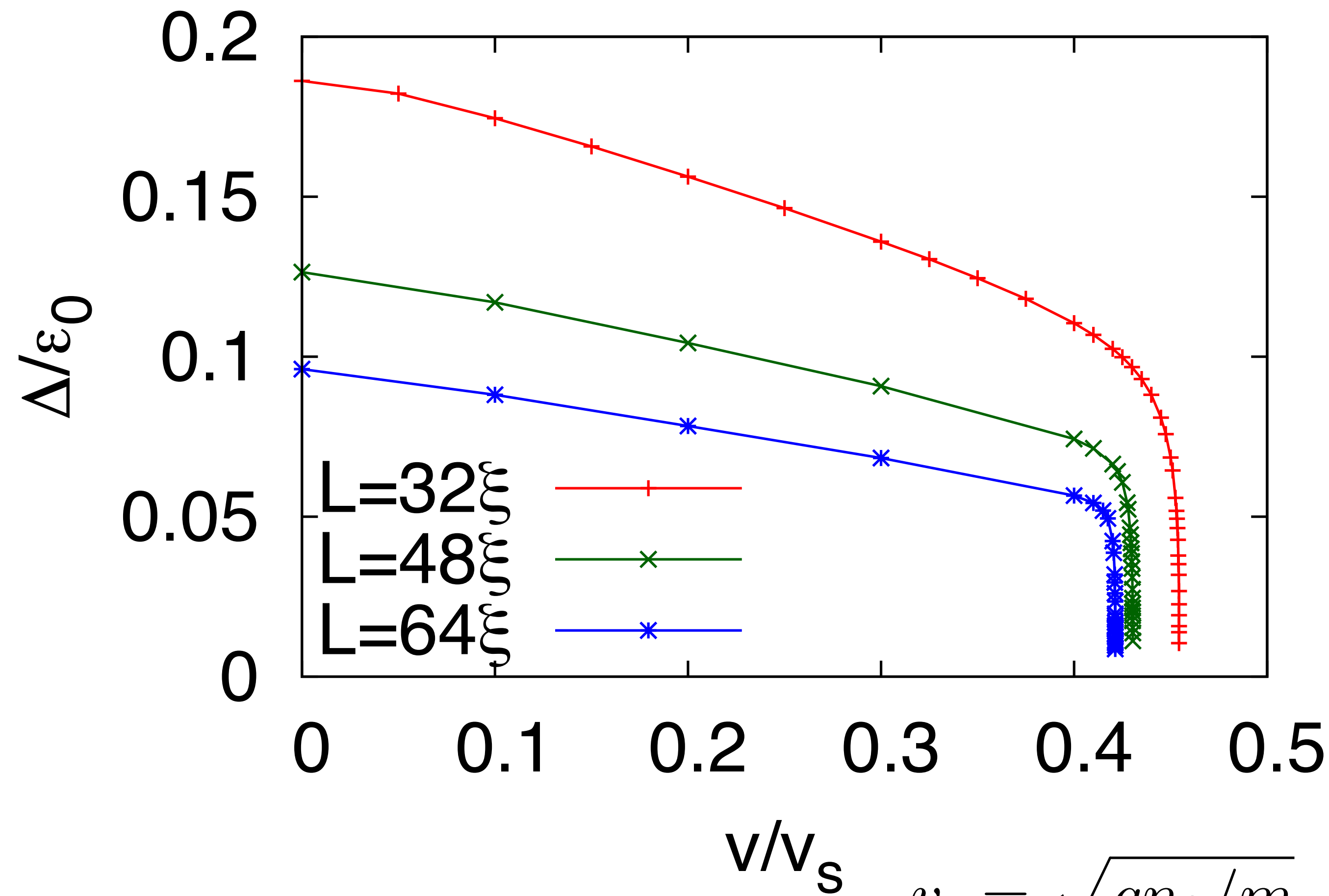
⟷ 特徴的時間スケールの発散

Results : Excitation energy

$L = 32\xi \;\; d = 2.5\xi$



$U_0 = 10\epsilon_0 \;\; d = 2.5\xi$



$v_{\mathrm{s}} = \sqrt{g n_0 / m}$

音速

ポテンシャル無いときのスペクトル：$\epsilon_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{v}} = \hbar \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v} + \sqrt{\epsilon^0_{\boldsymbol{k}}(\epsilon^0_{\boldsymbol{k}} + 2 g n_0)}$

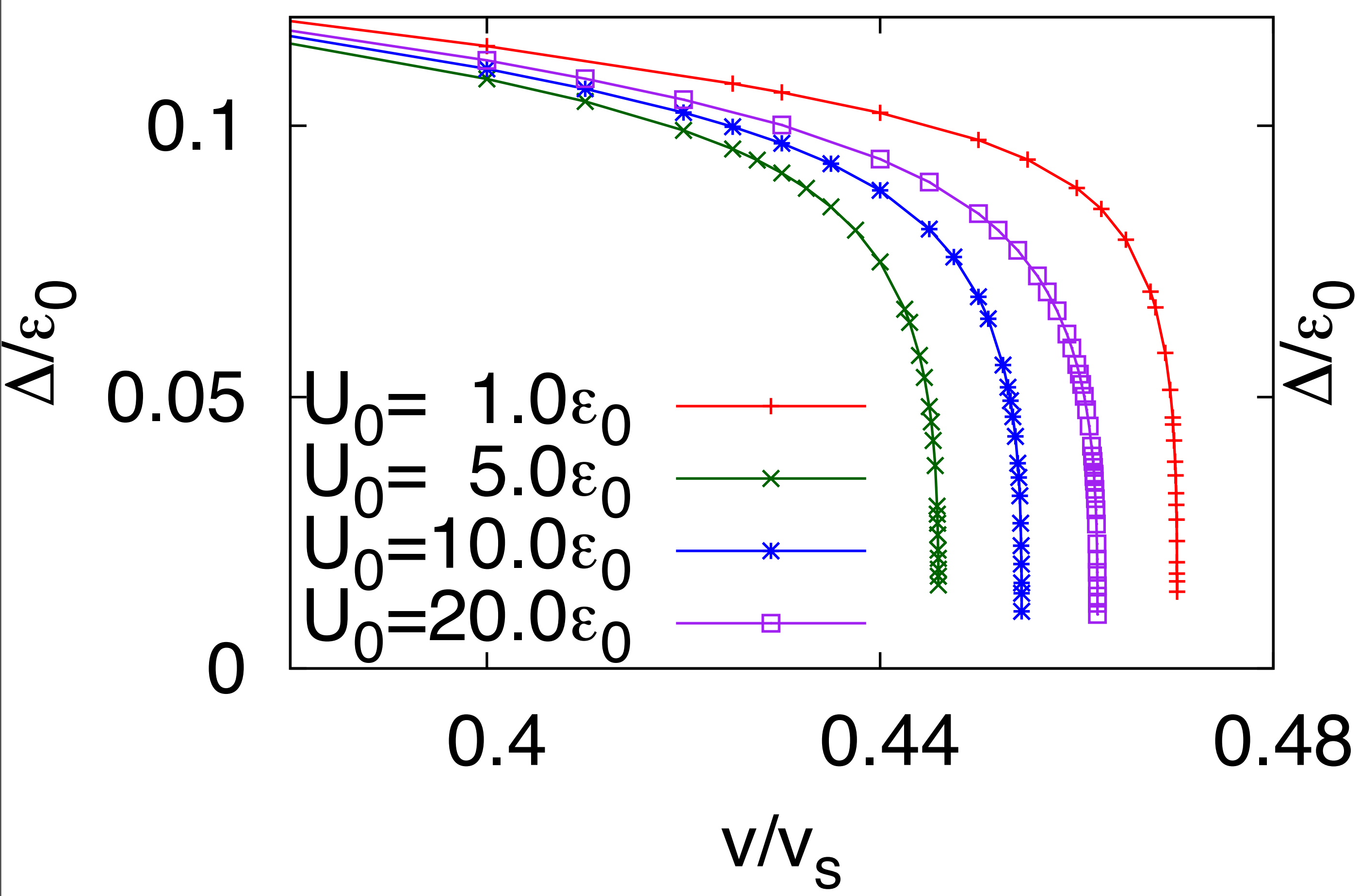
エネルギーギャップの
スケーリング則

$$\Delta = \Delta_0 |(v_{\mathrm{c}} - v)/v_{\mathrm{c}}|^{1/4}$$

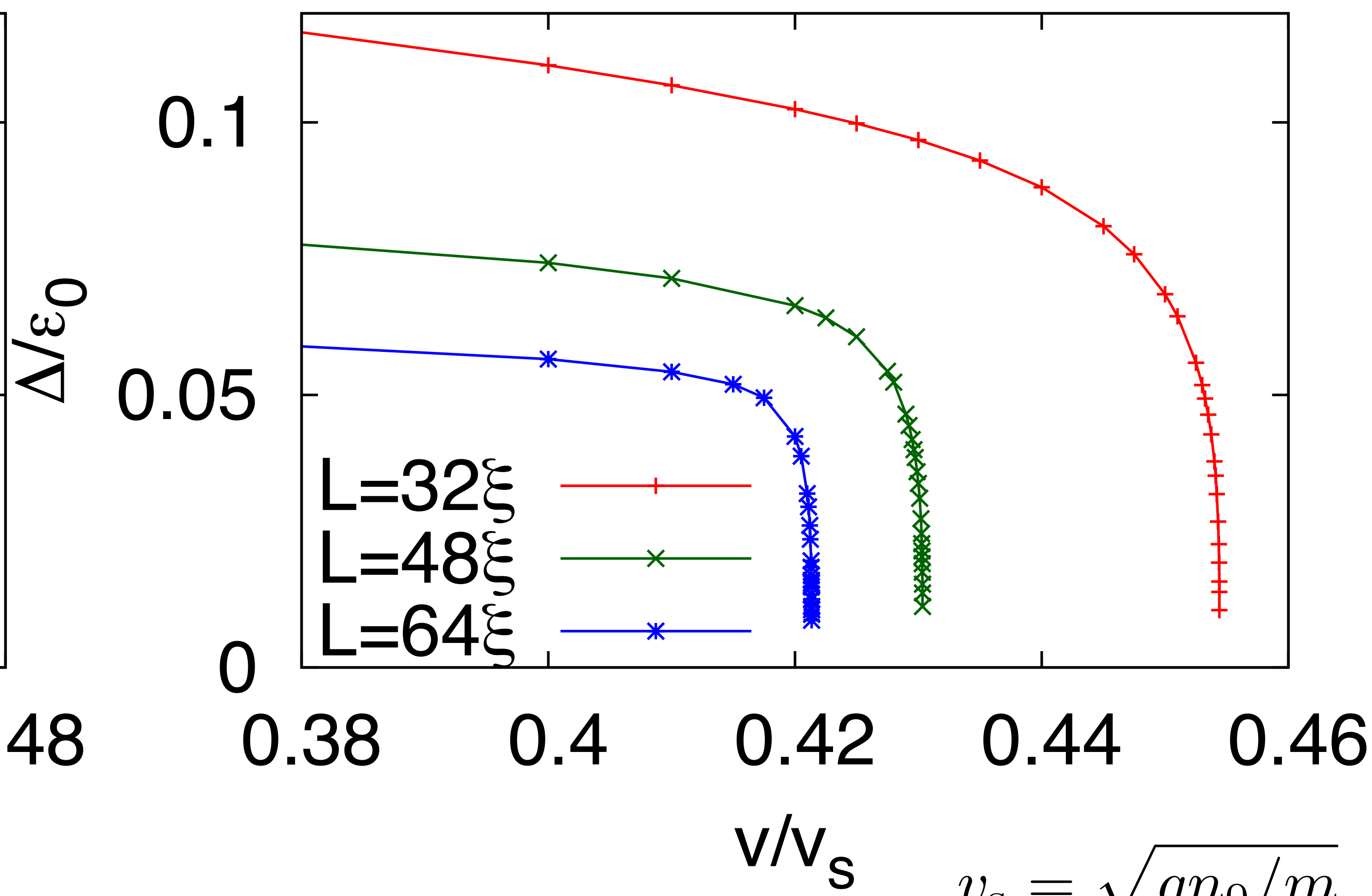
$\longleftrightarrow$ 特徴的時間スケールの発散

Results : Excitation energy

$L = 32\xi \;\; d = 2.5\xi$



$U_0 = 10\epsilon_0 \;\; d = 2.5\xi$



$v_{\mathrm{s}} = \sqrt{gn_0/m}$

音速

ポテンシャル無いときのスペクトル：$\epsilon_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{v}} = \hbar\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v} + \sqrt{\epsilon^0_{\boldsymbol{k}}(\epsilon^0_{\boldsymbol{k}} + 2gn_0)}$

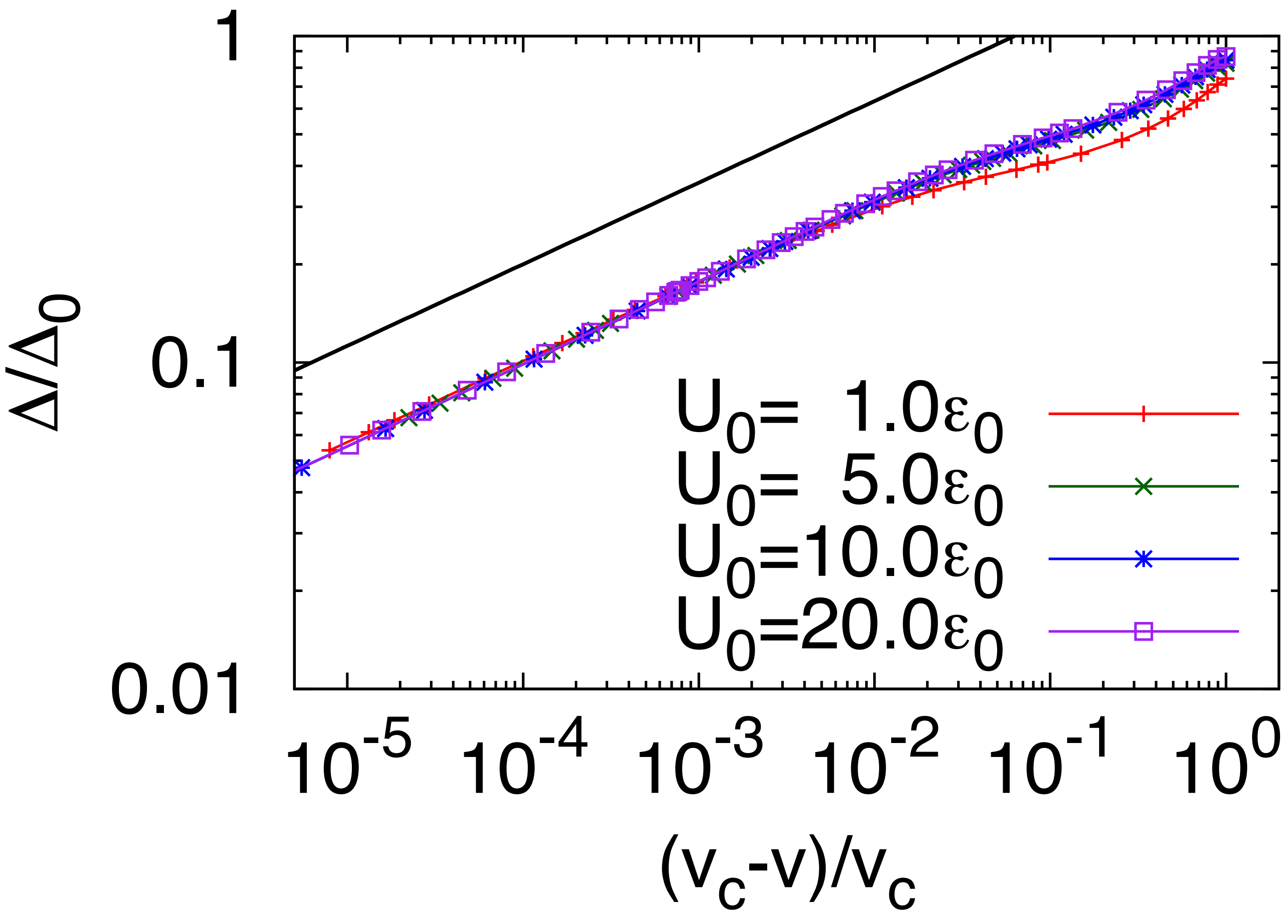
エネルギーギャップの
スケーリング則

$$\Delta = \Delta_0|(v_{\mathrm{c}} - v)/v_{\mathrm{c}}|^{1/4}$$

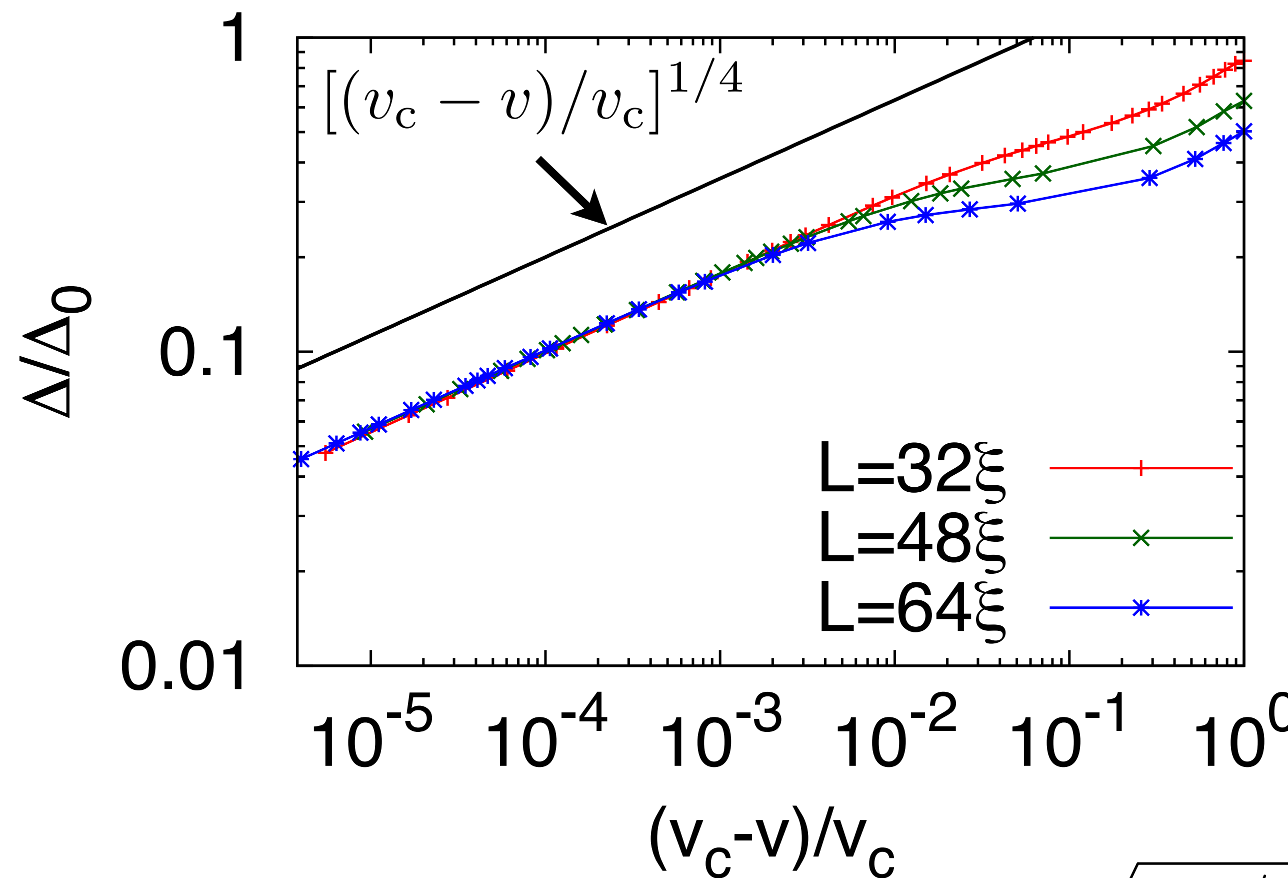
⟷ 特徴的時間スケールの発散

Results : Excitation energy

$L = 32\xi \;\; d = 2.5\xi$



$U_0 = 10\epsilon_0 \;\; d = 2.5\xi$



$v_{\rm s} = \sqrt{gn_0/m}$

音速

ポテンシャル無いときのスペクトル：$\epsilon_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{v}} = \hbar \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v} + \sqrt{\epsilon^0_{\boldsymbol{k}}(\epsilon^0_{\boldsymbol{k}} + 2gn_0)}$

エネルギーギャップの
スケーリング則

$$\Delta = \Delta_0 |(v_{\rm c} - v)/v_{\rm c}|^{1/4}$$

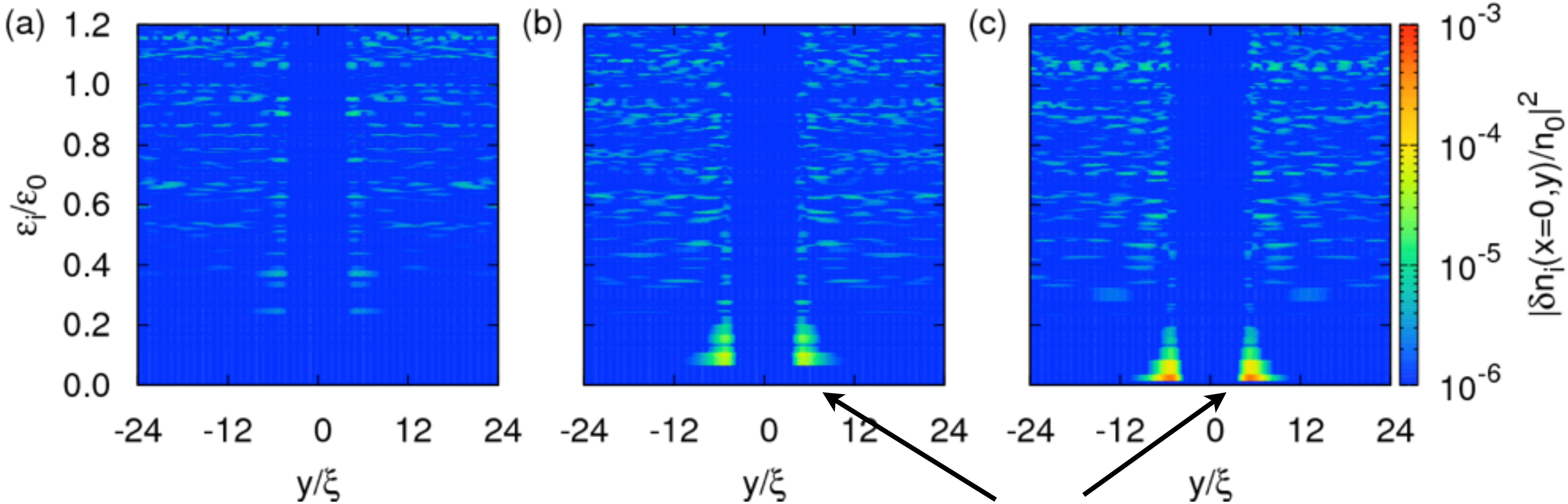
⟷ 特徴的時間スケールの発散

Results : Density fluctuations

密度ゆらぎ

$$\delta n_i(\boldsymbol{r}) = \langle i|\hat{n}(\boldsymbol{r})|g\rangle = \Psi^*(\boldsymbol{r})u_i(\boldsymbol{r}) - \Psi(\boldsymbol{r})v_i(\boldsymbol{r})$$

$v = 0.1v_{\rm s}$ $\quad$ $v = 0.42v_{\rm s}$ $\quad$ $v = 0.43033v_{\rm s}$



$L = 48\xi, U_0 = 10\epsilon_0, d = 2.5\xi$

低エネルギーの動的密度ゆらぎの増大

➡ **量子渦生成の前駆現象**

Summary

- 一定速度で動くポテンシャルがあるときにGross-Pitaevskii方程式とBogoliubov方程式を数値的に解いた。
- 臨界速度より小さいときにGhost vortex pairが出現するパラメータ領域が有る。
- エネルギーギャップのスケーリング則を発見した。
- 臨界速度に近づくにつれ局所的な密度ゆらぎの増大が起きる。量子渦生成の前駆現象と見なせる。

Reference : MK and Y. Kato, arXiv:1305.3995 (2013).