# Is “Quark-Gluon Plasma = Black Hole” in string theory?

**Gautam Mandal**

Department of Theoretical Physics, Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai 400 005, India

E-mail: mandal(at)theory.tifr.res.in

**Takeshi Morita**

High Energy Accelerator Research Organization (KEK), 1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki 305-0801, JAPAN

E-mail: tmorita(at)post.kek.jp

**Abstract.**
超弦理論における AdS/CFT 対応の発見以降、AdS/CFT 対応を応用した QCD の解析が試みられるようになった。特に近年では、重イオン加速器実験の進展に伴い、クォーク・グルオン・プラズマ状態 (QGP) をブラックホールを用いて解析することが盛んになされている。しかし、AdS/CFT 対応がある程度対応が確立しているのは、あくまで超対称性ゲージ理論と 10 次元超重力理論の間で、超対称性を持たない QCD の QGP 状態に対してブラックホールを用いた解析がどの程度信頼出来るのかきちんとした理解はなされていない。そこでこの研究では Witten と酒井杉本によって提唱された D4 ブレーンを用いた Holographic QCD の模型を解析し、その模型での QGP 状態がどのように bulk 理論で実現するのか検証した。その結果ブラックホールでない重力解が QGP と対応することを示した。これは QCD の QGP を古典重力におけるブラックホールでは記述できないことを超弦理論が示唆しており、これまでの期待とは大きく異なる結果である。

## 1. Introduction

AdS/CFT 対応を用いると、large-$N$ SU($N$) $p+1$ 次元 maximally supersymmetric Yang-Mills theory が有限温度で強結合にある場合、10 次元古典超重力理論における black D$p$ brane 解というある種のブラックホール解を用いて解析できることを示せる [1]。そこでこのアイデアを拡張し一般に有限温度の強結合の場の理論も、なんらかの古典重力理論におけるブラックホール解で解析出来るのではないかという主張がなされるようになった。

このようなアイデアに基づいた研究の 1 つに、QCD への応用がある。特に重イオン加速器実験の進展に伴い、QCD の QGP 状態をブラックホール解を用いて解析することが盛んに行われてきた。そして適当な重力理論を用意し、古典重力の解析をおこなうと、それなりに実験や格子ゲージ理論の結果を再現出来ることが知られるようになった。ただしここで注意しなければならないのは、このような解析は現象論的に行われており、古典重力理論におけるディラトン場のポテンシャルなどを適当に tune することによって、いくらでも欲しい結果が得られる点である。そのため既存の QCD の結果を重力理論として解釈することは出来るが、新しい現象に対する予言能力はあまりなく、模型としてどこまで有用なものなのかはよくわかっていない。また QCD を記述するための重力の模型自体が多数ありどのような模型が良いのかもよく理解されていない。

そこで我々はWittenによって提唱されたD4ブレーンを用いたHolographic QCDの模型[2][1]を用いて、本当にQCDのQGPをブラックホールで記述出来るのか検証した[4]。この模型の利点として、現象論的なHolographyの模型と異なり、QCDを超弦理論からきちんと導出出来るため、原理的にはQCDとbulkの理論の対応を厳密につけられる。(超弦理論におけるHolographyではゲージ理論に対応する理論が必ずしも単なる古典超重力理論であるとは限らない。量子重力的な補正や高階微分項の補正が一般には必要である。そのため単なる重力理論とは区別して、この論文では「bulkの理論」と呼ぶことにする。) そして単なる古典重力で本当にQCDを記述出来るのかという問題について議論していく。

実はこのD4ブレーン模型におけるQGPの解析はすでに行われており、black D4 brane解と呼ばれる重力解でQGPを記述出来るという予言がなされてきた[5, 6]。しかし我々の検証の結果、これらの予言は誤りであることが証明され、さらに別のブラックホール解ではないbulk理論の解でQGPが記述出来るとこが示された。詳しくは本文で議論するが、この結果はQGPをbulk理論で記述するためには、単純な重力理論を考えるだけでは難しく超弦理論的な補正が必要なことを強く示唆している。

## 2. WittenのD4ブレーンを用いたholographic QCDの模型の紹介

Wittenは4次元large-$N$ SU($N$) pure Yang-Mills理論(YM4)に対するbulk理論を得るために、D4ブレーンを用いて以下に示すような構成を行った。まず$N$枚のD4ブレーンを考えると、その有効理論は**5次元 U($N$) SYM理論 (SYM5)**で与えられ、その作用は次のようになる[2]。

$$S = \frac{N}{\lambda_5}\int d^5x\,\mathrm{Tr}\left(\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}(D_\mu\Phi^I)^2 + \Psi D\Psi + \cdots\right) \qquad (1)$$

ここで$\lambda_5$はSYM5の 't Hooft結合定数で、$\Phi^I$と$\Psi$は各々adjoint表現に属するmasslessのscalar場とfermion場である。この理論でLarge-$N$極限をとり強結合領域を考えると、10次元超重力理論における記述が良くなる[1]。そのためSYM5は強結合領域で重力による解析が可能である。

一方、我々が興味があるのはYM4である。そこでWittenはSYM5を$S^1$コンパクト化し、その$S^1$方向に対し、fermionに半周期境界条件(=有限温度のfermionと同じ境界条件)を課すことを考えた。

$$S = \frac{N}{\lambda_5}\int d^4x\int_0^{L_4} dx_4\,\mathrm{Tr}\left(\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}(D_\mu\Phi^I)^2 + \Psi D\Psi + \cdots\right), \quad \Psi(x_4+L_4) = -\Psi(x_4) \qquad (2)$$

ここでこの$S^1$の半径を$L_4$とし、この理論の無次元有効結合定数を$\lambda_4 \equiv \lambda_5/L_4$とする。するとこの系ではfermionが質量$1/L_4$を持つため低エネルギーではdecoupleする。これにより超対称性が破れ、adjoint scalar $\Phi^I$や5次元方向のゲージ場$A_5$も量子補正で質量($\sim \lambda_4/L_4$)を獲得する。その結果、低エネルギーでもmasslessで残るのは、ゲージ対称性でmassが守られた4次元ゲージ場のみである。そのためSYM5から4次元のpure Yang-Mills理論(YM4)を低エネルギーで得ることが出来る。もう少し正確にSYM5からYM4を得るための条件を述べると、YM4におけるdynamical QCD scale $\Lambda_{QCD}$がKK scale $1/L_4$に比べて十分小さくなる必要があり、そのためには$\lambda_4 \ll 1$という**弱結合極限**をとる必要がある[2]。(直感的には強結合ではKKモードがmassless場と結合するため、YM4を得るためには弱結合をとる必要がある。)

[1] WittenはD4ブレーンを用いて4次元large-$N$ pure Yang-Mills理論に対するdualなbulk理論の構成を行った。さらに酒井杉本によって、この模型にD8ブレーンを組み合わせることで、カイラル対称性を持ったクオーク場を導入出来ることが示された[3]。これにより4次元large-$N$ QCDをbulk理論で解析する方法が理解された。ただし、これらの研究は4次元QCDをbulk理論で記述するためには弦理論的な補正項が必要なことを示唆しており、単なる古典重力でQCDを記述出来るとは主張していない。またこれらの研究では温度0の閉じ込め相に関して議論しており、QGPに関しては触れていない。我々の研究[4]はWittenや酒井杉本の研究に基づいており、これらの研究に問題があるといっているわけではない。

[2] 一般に5次元のゲージ理論は繰り込み不可能であると考えられている。しかし5次元SYM理論は6次元(2,0)超共型場理論という繰り込み可能な理論を$S^1$コンパクト化した場合の低エネルギー有効理論として定義出来ると考えられているので、6次元まで理論を拡張すれば問題はないと期待されている。

このようにして D4 ブレーンから弱結合極限をとることで YM4 を得ることができることが理解出来たので、次は bulk 理論で YM4 に対応する解を得る方法について議論する。そのためにはゲージ理論同様に 10 次元超重力理論を $S^1$ コンパクト化し、低エネルギー極限 ($\lambda_4 \ll 1$) を考えればよい。まず bulk を $S^1$ コンパクト化し、fermion に半周期境界条件を課すと、**D4 ソリトン解**という超重力解が**強結合領域** ($\lambda_4 \gg 1$) で安定に存在することが解明された。この解は SYM5 の強結合領域 ($\lambda_4 \gg 1$) を記述するので、YM4 を得るためにはこの解の弱結合極限 ($\lambda_4 \ll 1$) を取れば良い。しかし、この解で弱結合極限を取ると超重力による記述が悪くなり、必ず弦の励起モードを取り入れなければならないことを示せる。このような励起モードを取り入れるためには、bulk 理論で $R^n$ のような**高階微分項**による補正を付け加える必要がある。

そのため YM4 を bulk 理論で記述するためには超重力理論に高次の高階微分項を加えて解析すれば良い。ただしこのような高階微分項を評価するのは非常に困難なことが知られており、この理論を用いて YM4 を解析するのは現実的ではない。そこで Witten やその後の研究者達は、YM4 を直接 bulk 理論で記述するのはあきらめ、(高階微分を無視した) 強結合における超重力理論でも定性的に YM4 の性質を外挿出来るのではないかと主張した [2, 3, 5, 7]。このアイデアは格子ゲージ理論における**強結合展開**と似ている。

| | 強結合領域 | 弱結合領域 (YM4) |
|---|---|---|
| 格子ゲージ理論 | 強結合展開による解析 | MC による数値解析 |
| Witten の D4 ブレーン模型 | 超重力理論による解析 | 高階微分を取り入れた理論による解析 |

格子ゲージ理論も Witten の模型も強結合では解析が容易だが、YM4 を得るための弱結合領域では解析的な計算が難しい。しかし強結合領域で計算した結果でも弱結合領域の物理を外挿し、定性的に議論出来ることがある。一般的にもこのような強結合展開を用いた解析は定性的なレベルではそれほど悪くないことがある。ただしこのような強結合展開からの外挿が正しく機能するためには、強結合領域と弱結合領域の間で相転移が起きずに物理量が連続的につながる必要がある。また格子ゲージ理論の doubler のように非物理的なモードが強結合領域では存在する可能性があるので、それらのモードをうまく取り除く必要がある。これらの点に注意すれば強結合展開は定性的にはそれほど悪くない解析だと期待出来るので、D4 ブレーン模型の強結合領域を古典超重力で解析し、YM4 と比較することは意味があると考えられる。実際にこのアイデアに基づき、**D4 ソリトン解の性質を調べると YM4 の閉じ込め相と定性的に似た性質を持つことがわかる。**さらに D4 ソリトン解を用いて glueball spectrum [7] や QCD の meson spectrum [3] などが計算され格子 QCD などと興味深い一致が見られてきた。

## 3. 有限温度における Witten の D4 ブレーン模型の解析

前節で議論したように、Witten の D4 ブレーン模型は強結合展開を通した定性的なレベルではあるが QCD を記述出来る。そこでこの模型を有限温度に拡張し、QGP の性質を bulk 理論で解析するというのは自然なアイデアである。有限温度の QCD を評価するためには、時間 $t$ をユークリッド化して、周期 $\beta$ を持たせればよい。念のため 10 次元時空における D4 ブレーンの配位を示すと

| | (t) | 1 | 2 | 3 | (4) | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D4 ブレーン | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | - | - | - | - | - |

(3)

となる。ここで () で囲った座標は $S^1$ コンパクト化されている。

前節で議論したように SYM5 から YM4 を得るためには弱結合である必要がある。さらに有限温度の場合は、少なくとも温度が KK mode の質量よりも低くなる必要がある。それらは次のような条件で与えられる。

$$\lambda_4 \ll 1, \quad \beta \gg \frac{L_4}{\lambda_4}. \tag{4}$$

そのため bulk 理論を強結合領域で解析し、この条件を課したときにどのようなことが起こるのか外挿することで、QGP の性質を議論出来る。

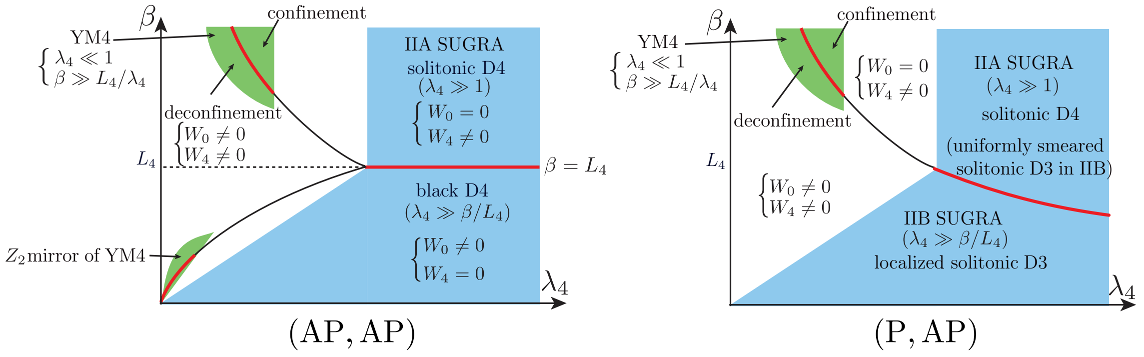


**Figure 1.** D4 ブレーンを $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ にコンパクト化した場合の相図。P/AP は $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に対する fermion の周期性 (周期/半周期) を表している。青い領域は古典重力における解析が信頼出来る強結合領域である。一方、緑の領域は弱結合極限 (4) により YM4 が得られる領域である。(左図の左下の緑の領域は YM4 に $\beta \leftrightarrow L_4$ という変換を課すと得られる領域である。詳細は文献 [4] 参照) その他の空白の部分はあまり良い解析法を持たない領域で、そこでの相構造は外挿によって推測されたものである。赤い実線は相の境界 (相転移点) を表しており、黒い実線はその相の境界を外挿したものである。(左図の黒い点線上は相転移が起こる可能性があるが明確な証拠がない。) 各領域でのオーダーパラメータである Polyakov loop の値も記した。右図でも左図でも低温領域では、YM4 の閉じ込め相と D4 ソリトン (solitonic D4) が同じ相に属することを示唆している。一方、高温領域では fermion の周期によって振る舞いが大きく異なる。左図では bulk の高温で出現する black D4 解と YM4 の非閉じ込め相が異なる相に属し、両者の間で必ず相転移が起こる。一方、右図では bulk の高温で出現する localized D3 ソリトン解と YM4 の非閉じ込め相が同じ相に属している。これは高温における bulk の物理が、YM4 の物理と連続的につながることを示唆しており、強結合展開で YM4 の QGP を解析出来ることを意味している。

ただしここでもう一点注意する点がある。それは SYM5 の adjoint fermion $\Psi$ のユークリッド時間 $S^1_\beta$ に対する周期性である。一般に理論に $S^1$ コンパクト空間がある場合、fermion には境界条件として、周期境界条件か半周期境界条件のどちらかを課す必要がある。今の場合、興味のある YM4 では fermion は存在せず、SYM5 の adjoint fermion $\Psi$ は非物理的なモードである。また条件 (4) をとることで fermion は decouple する。そのため YM4 の物理には、fermion の周期性は影響を与えないはずである。具体的に式で表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} Z^{\mathrm{SYM5}}_{(\mathrm{AP,AP})} &= \mathrm{Tr}\, e^{-\beta H_{\mathrm{SYM5}}} \to \mathrm{Tr}\, e^{-\beta H_{\mathrm{YM4}}}, &\quad (\lambda_4 \to 0,\ \ L_4/\lambda_4\beta \to 0), \\ Z^{\mathrm{SYM5}}_{(\mathrm{P,AP})} &= \mathrm{Tr}(-1)^F e^{-\beta H_{\mathrm{SYM5}}} \to \mathrm{Tr}\, e^{-\beta H_{\mathrm{YM4}}}, &\quad (\lambda_4 \to 0,\ \ L_4/\lambda_4\beta \to 0). \end{aligned} \tag{5}$$

ここで (A)P は (半) 周期境界条件を表し、$F$ は fermion 数である。各分配関数で周期性を 2 つ書いたのは、考えている有限温度 SYM5 において、温度に対する $S^1_\beta$ と、元々YM4 を得るために用いた $S^1_{L_4}$ の 2 つが存在し、その各々に対する fermion の周期性を表すためである。(1 つ目の周期性が $S^1_\beta$ に対するもので、2 つ目が $S^1_{L_4}$ に対するものである。)

一方、我々が実際に解析を行うのは bulk の強結合領域であり、そこでは fermion が強く結合しているため、fermion の周期性によって物理的な性質が変わりうる。そこで fermion の寄与をきちんと調べるために我々は通常の有限温度の系で課す半周期境界条件の他に周期境界条件も課し、各々の結果を比較してみることにする。

### *3.1.* 有限温度 D4 ブレーン模型の相構造

有限温度における D4 ブレーン模型の相図を Fig. 1 にのせた。ここでは逆温度 $\beta$ と有効結合定数 $\lambda_4$ の 2 つのパラメータによる相構造を図示してある。また fermion の $S^1_\beta$ 方向に対する周期性を、

AP と P の二種類とったため、2 つの図で示した。

*3.1.1.* **オーダーパラメータ**　まず相構造を見ていく上で有用なオーダーパラメータを定義する。今 SYM5 は $S^1_\beta$ と $S^1_{L_4}$ という 2 つの $S^1$ にコンパクト化されている。そのため各々の $S^1$ に対する Polyakov loop をオーダーパラメータとして定義する。

$$W_0 = \frac{1}{N}\mathrm{Tr}Pe^{i\int_0^\beta A_0 dx^0}, \quad W_4 = \frac{1}{N}\mathrm{Tr}Pe^{i\int_0^{L_4} A_4 dx^0}. \tag{6}$$

よく知られているように $W_0 = 0$ の場合が confinement を表し、$W_0 \neq 0$ の場合が deconfinement を表す。

*3.1.2.* **(AP,AP) 境界条件の場合**　はじめに温度 $S^1_\beta$ に半周期境界条件を課した場合の結果を見る。我々の研究以前は D4 ブレーン模型ではこの周期境界条件しか調べられていなかった。

まず bulk での記述が良い強結合領域に関して議論する。(図 1 左図 青色の領域) この領域では低温で **D4 ソリトン解**が安定に存在する。この解は 2 節ですでに議論した閉じ込め相に対応する重力解である。だがこの解より熱力学的に安定な **black D4 ブレーン解**と呼ばれる重力解が高温 ($\beta < L_4$) で現れ、両者の間での相転移が $\beta = L_4$ 上で起こる。

実は長年この相転移が YM4 における閉じ込め・非閉じ込め相転移と対応し、black D4 ブレーン解が YM4 の deconfinement 相と対応すると考えられていた [5]。しかしこの相図を見るとすぐにこの対応に問題があることに気がつく。それは black D4 ブレーン解と YM4 の非閉じ込め相の間で相転移が起きていることである [6]。またこれと関連してオーダーパラメータ $W_4$ の値がこれら 2 つの相で異なる。(オーダーパラメータに関しての詳細は文献 [4] で詳しく議論してある。) これは black D4 ブレーンでの物理量が、YM4 の非閉じ込め相の物理量と連続的につながらないことを意味しており、長年信じられてきた **black D4 ブレーン解と YM4 の非閉じ込め相の対応が誤りであったことを示している。**そのため (AP,AP) 境界条件の場合は QGP など高温での YM4 の振る舞いを bulk 理論でこのまま解析することは出来ない [3]。

*3.1.3.* **(P,AP) 境界条件の場合**　次に温度 $S^1_\beta$ に周期境界条件を課した場合の結果を見る。この場合も低温では閉じ込め相に対応する **D4 ソリトン解**が安定に存在する。そして高温にいくと相転移が

$$T_c \sim \frac{\lambda_4}{L_4} \tag{7}$$

で起こり、**localized D3 ソリトン**と呼ばれる解がこの温度より高温では安定に存在する。ここで重要なのはこの localized D3 ソリトン解が YM4 と同じオーダーパラメータの振る舞いを示し、両者の間に相転移が起こらない可能性が高いことを示唆する点である。これは **localized D3 ソリトンが YM4 の非閉じ込め相に対応し、温度 (7) での bulk 理論の相転移が YM4 での閉じ込め・非閉じ込め相転移に対応することを強く示唆している。**特に相転移温度 (7) が $\lambda_4$ に比例するのは良い傾向で、YM4 が出現する弱結合極限 (4) で、この相転移が実際に YM4 の現れる低温に向かうことを意味している。(図 1 右図)

ただしここで一点注意することがある。この相転移温度 (7) は結合定数 $\lambda_4$ に比例し、強結合領域では非常に高温で起こる。このような高温では温度 $S^1_\beta$ の半径が非常に小さくなり、string スケールに達してしまうため、通常の超重力理論の解析が信頼出来なくなる。しかしこの問題は温度 $S^1_\beta$ に対して T-dual をとることで、回避することができ **T-dual をとった後の理論では超重力**

[3] black D4 ブレーン解を YM4 と連続的につながらない非物理的な解だと見なし、無視することで、(AP,AP) 境界条件でも YM4 を解析できる可能性がある。実際 $\beta = L_4$ の相転移は一次相転移なので D4 ソリトンはこの温度より高温でも安定に存在できる。そしてある程度高温では、(AP,AP) 境界条件も (P,AP) 境界条件の場合と同様に D4 ソリトンが不安定化し、YM4 の閉じ込め・非閉じ込め相転移を記述できると期待されている。

**の解析が信頼出来る** [4]**。**(T-dual をとる前の超重力理論は IIA 型で、T-dual をとった後の超重力理論は IIB 型である。D4 ソリトンは IIA 型で記述され、localized D3 ソリトンは IIB 型で記述されている。)

このように T-dual をとらなければ、YM4 の非閉じ込め相を超重力理論で記述出来ないと言うことは重要である。これは YM4 の低温から高温までの全ての温度領域を記述するような 1 つの重力理論は存在していないことを意味している。

YM4 の非閉じ込め相に対応する localized D3 ソリトン解は、(T-dual をとる前の)IIA 型超重力の視点だと弦の励起によって構成された解となっており、もはや IIA 型超重力の範疇では記述出来ない。逆に YM4 の高温での記述が良い IIB 型超重力理論では、YM4 の低温のを記述するためには IIB 型の弦の励起を取り入れる必要がある。

このように YM4 の閉じ込め・非閉じ込め相転移を記述するために (IIA の視点では) **弦の励起を取り入れる必要がある**という今回の bulk の解析の結果は、Yang-Mills 理論による既存の閉じ込め・非閉じ込め相転移の描像と定性的に似ている。Yang-Mills 理論では閉じ込め・非閉じ込め相転移は **QCD string のハゲドロン不安定性**と関係があるとされていた [8]。一方、今回の解析では、相転移点 (7) 近傍で、D4 ソリトン時空が string の効果で不安定化することを示せる。そしてこの不安定 string と YM4 の QCD string の不安定性は定性的に類似していることがわたった [4]。これは我々の解析は自然に YM4 を記述できることを示唆している。

## 4. Conclusion

この研究では Witten によって提唱された D4 ブレーン模型を用いて、4 次元 YM 理論の非閉じ込め相や閉じ込め・非閉じ込め相転移が bulk の理論でどのように記述されるのか議論した。そして既存の black D4 ブレーンを用いた解析では本質的に問題があることを指摘し、localized D4 ソリトン解を用いることで、この問題を回避出来ることを示した。そしてこの結論は様々な重要な点を示唆している。

### *4.1.* universal viscosity ratio

viscosity ratio $\eta/s$ は高階微分のないアインシュタイン重力における black hole 解に関しては常に $1/4\pi$ という一定値をとることが知られている [9]。しかし今回の結論は QGP に対応する bulk 理論では弦の励起が重要なことを示唆しており、単なるアインシュタイン重力による記述はおそらく悪い。そのため **viscosity ratio が** $1/4\pi$ **となる根拠はない。**実際に viscosity がどのような値を取るのか localized D3 ソリトンで評価すれば良いのだが、その解析はいくつかの困難のためなされていない。またそれが出来たとしても強結合展開に頼る bulk の解析では定量的な議論は難しいと考えられる。

### *4.2.* 有限温度におけるカイラル対称性の回復

今回問題があることが解明された black D4 ブレーン解は、酒井杉本模型における高温でのカイラル対称性の回復の機構を説明するためにも用いられた [6]。そのため black D4 ブレーン解を応用し、有限密度や磁場がカイラル対称性に与える影響を調べるという研究が数多くなされてきた。しかし今回の研究で black D4 ブレーン解自体に問題があることが理解されたため、カイラル対称性の研究も localized D3 ソリトンを用いて見直す必要がある。

localized D3 ソリトンを用いてカイラル対称性がどのように高温で回復するかは、文献 [4] ですでに議論されているので、有限密度や磁場を加えた解析もそれほど難しくはないのではと考えられている。

### *4.3.* 現象論的な holographic QCD の模型に関するコメント

この研究では、YM4 の閉じ込め・非閉じ込め相転移や非閉じ込め相を記述するためには bulk で弦の励起を取り入れるか、T-dual をとって解析する必要性が理解された。この結果を深刻にとらえると、これまで現象論的に構成されてきた holographic QCD(AdS/QCD) における重力の模型は弦の励起をあまり考慮していないので、きちんと QGP の性質をとらえ切れていない可能性が

高い。(もちろんある特定のパラメータ領域や特定の性質は現象論的にうまく YM 理論を再現出来る可能性はある。) 今後の課題として、QGP の性質でどのような性質が単純な重力理論で記述でき、どのような性質に弦理論的な補正が重要になるのかを理解する必要がある。

## References


[1] N. Itzhaki, J. M. Maldacena, J. Sonnenschein and S. Yankielowicz, "Supergravity and the large N limit of theories with sixteen supercharges," Phys. Rev. D **58** (1998) 046004 [arXiv:hep-th/9802042].

[2] E. Witten, "Anti-de Sitter space, thermal phase transition, and confinement in gauge theories," Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 505 [arXiv:hep-th/9803131].

[3] T. Sakai and S. Sugimoto, "Low energy hadron physics in holographic QCD," Prog. Theor. Phys. **113** (2005) 843 [arXiv:hep-th/0412141].

[4] G. Mandal, T. Morita, "Gregory-Laflamme as the confinement/deconfinement transition in holographic QCD," JHEP **1109** (2011) 073. [arXiv:1107.4048 [hep-th]].

[5] O. Aharony, S. S. Gubser, J. M. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz, "Large N field theories, string theory and gravity," Phys. Rept. **323**, 183 (2000) [arXiv:hep-th/9905111].

[6] O. Aharony, J. Sonnenschein and S. Yankielowicz, "A holographic model of deconfinement and chiral symmetry restoration," Annals Phys. **322** (2007) 1420 [arXiv:hep-th/0604161].

[7] D. J. Gross and H. Ooguri, "Aspects of large N gauge theory dynamics as seen by string theory," Phys. Rev. D **58** (1998) 106002 [arXiv:hep-th/9805129].

[8] J. J. Atick, E. Witten, "The Hagedorn Transition and the Number of Degrees of Freedom of String Theory," Nucl. Phys. **B310** (1988) 291-334.

[9] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, "The Shear viscosity of strongly coupled N=4 supersymmetric Yang-Mills plasma," Phys. Rev. Lett. **87**, 081601 (2001) [hep-th/0104066].