

有限密度領域におけるカラー遮蔽ポテンシャル

高橋純一^a, 永田桂太郎^b, 斎藤卓也^c, 中村純^d, 佐々木崇宏^a, 河野宏明^e, 八尋正信^a
九大院理^a, KEK^b, 高知大^c, 広大情報^d, 佐賀大院工^e

1 はじめに

近年、RHIC や LHC といった高エネルギー大型加速器実験施設において、重イオン衝突実験が行われている。この実験の目的の一つとして、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) の性質を解明することが挙げられる。この QGP の性質は理論的にも長年研究されており、特に有限温度 (T)・ゼロ化学ポテンシャル ($\mu = 0$) では量子色力学 (QCD) の第一原理計算である格子 QCD 計算によっていくつかの重要な結果をもたらされてきた。しかしながら、有限 μ の格子 QCD 計算は符号問題により実行が困難である。最近ではこの符号問題を回避するために様々な方法が提案されている。その中でも我々は虚数化学ポテンシャル (μ_I) に注目した。 $i\mu = \mu_I$ と化学ポテンシャルを純虚数とすることで格子 QCD 計算を可能にし、 μ_I 領域で計算した後に解析接続によって実数 μ 領域の予言をする。

μ_I 領域における QCD の相構造には特有のものがある。 μ_I 領域では QCD の分配関数が μ_I/T について周期 $2\pi/3$ の周期性を持つ [1]。これを Roberge-Weiss (RW) 周期性と呼ぶ。また、 $2\pi/3$ 毎に分配関数が不連続になる RW 相転移線が存在する。こういった性質を用いて我々は μ_I 領域における格子 QCD 計算を行った (図 1)。

これらを踏まえて本研究では、2 フレーバーの格子 QCD を用いて、 μ_I 領域におけるカラー SU(3) のカラー遮蔽ポテンシャルを測定した。これを実数 μ 領域に解析接続することで、カラー遮蔽ポテンシャルの $(\mu/T)^2$ 依存性を調べた。さらにこのポテンシャルからカラーデバイ遮蔽質量を求め、その $(\mu/T)^2$ 依存性を調べた。これは、QGP 内での J/Ψ や Υ といった重クォーク束縛状態の性質を研究するうえで有用である。

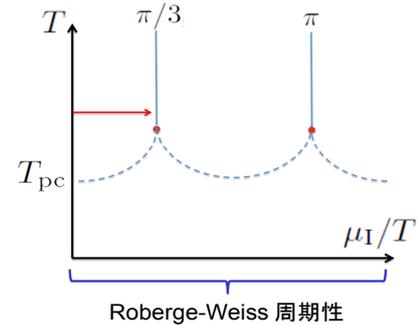


図 1: 虚数化学ポテンシャル領域の QCD 相図。点線より上为非閉じ込め相に、下が閉じ込め相に対応する。

2 格子 QCD のセットアップ

本研究で用いた格子作用は、ゲージ場の作用が繰り込み群改良型岩崎ゲージ作用、クォーク場の作用が 2 フレーバーのクローバー改良型ウィルソフェルミオン作用である。格子サイズは $N_s^3 \times N_\tau = 16^3 \times 4$ 、擬スカラー中間子とベクター中間子の比が $m_{PS}/m_V = 0.80$ の line of constant physics であり、温度は $T/T_{pc} \sim 1.20$ (T_{pc} は $\mu = 0$ での閉じ込め-非閉じ込め相転移温度)、虚数化学ポテンシャルは $\mu_I/T = 0.0 \sim 1.0$ の範囲でシミュレーションを行った (図 1 の矢印部分)。統計数は 150 個を 100 trajectory 毎に採ってきた。ちなみに、格子間隔は $a \sim 0.2[\text{fm}]$ である。その他、詳細は [2] を参照してほしい。

3 結果

3.1 カラー遮蔽ポテンシャルとその解析接続

カラー遮蔽ポテンシャルは Polyakov loop の相関関数 (2),(3) を用いて定義される。

$$L(\mathbf{x}) = \prod_{\tau=1}^{N_\tau} U_4(\tau, \mathbf{x}) \quad (1)$$

$$e^{-V_{q\bar{q}}(r)/T} = \langle \text{tr}L(\mathbf{x})\text{tr}L^\dagger(\mathbf{y}) \rangle \quad (2)$$

$$e^{-V_{q\bar{q}}(r)/T} = \langle \text{tr}L(\mathbf{x})\text{tr}L(\mathbf{y}) \rangle \quad (3)$$

ここでトレースはカラーについてとっている。適切なゲージ固定の後、クォーク・反クォーク間ポテンシャルはカラー一重項チャンネル (1), カラー八重項チャンネル (8) に、クォーク・クォーク間ポテンシャルはカラー六重項チャンネル (6), カラー反三重項チャンネル (3*) に分けられる [3, 4]。本研究では、クローンゲージ固定を適用した。

μ_1 領域から実数 μ 領域への解析接続は次のように行う。まず μ_1 領域で測定したカラー遮蔽ポテンシャルを

$$\frac{V_M(r, T, \mu_1)}{T} = v_0(r) + v_1(r) \left(\frac{i\mu_1}{T} \right) + v_2(r) \left(\frac{i\mu_1}{T} \right)^2 + v_3(r) \left(\frac{i\mu_1}{T} \right)^3 + v_4(r) \left(\frac{i\mu_1}{T} \right)^4 + \dots \quad (4)$$

と $i\mu_1/T$ で展開する ($M = 1, 3^*, 6, 8$)。ここから $i\mu_1/T \rightarrow \mu_R/T$ ($\mu_R \equiv \mu$) と置き換えることで、実数 μ 領域のカラー遮蔽ポテンシャル

$$\frac{V_M(r, T, \mu_R)}{T} = v_0(r) + v_1(r) \left(\frac{\mu_R}{T} \right) + v_2(r) \left(\frac{\mu_R}{T} \right)^2 + v_3(r) \left(\frac{\mu_R}{T} \right)^3 + v_4(r) \left(\frac{\mu_R}{T} \right)^4 + \dots \quad (5)$$

が求められる。先行研究 [5] においては reweighting 法とテイラー展開を用いて展開係数の 2 次まで求めていた。本研究では 4 次までの展開係数を求めてカラー遮蔽ポテンシャルを実数 μ 領域へ外挿した。

図 2 の左はカラー一重項ポテンシャルの $v_2(r)$ (赤) と $v_4(r)$ (青) である。これを見ると 2 次比べて 4 次は無視できない大きさを持つことが分かる。

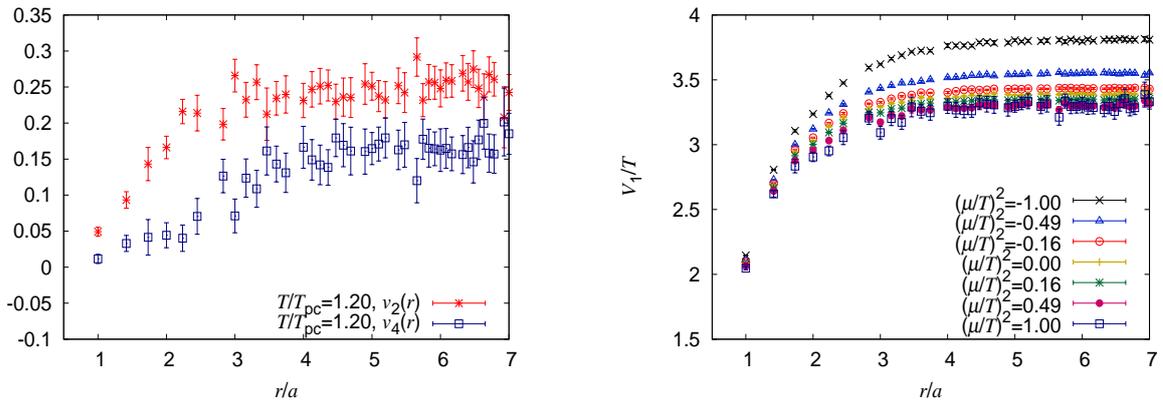


図 2: (左) カラー一重項ポテンシャルの展開係数の 2 次 (赤) と 4 次 (青)。 (右) カラー一重項ポテンシャルの $(\mu/T)^2$ 依存性。どちらの図も横軸はクォーク・反クォーク間の距離。

図 2 の右はカラー一重項ポテンシャルの $(\mu/T)^2$ 依存性である。 $(\mu/T)^2 \leq 0$ が μ_1 領域に対応し実際に格子 QCD 計算をした結果で、 $(\mu/T)^2 \geq 0$ が実数 μ 領域に対応し解析接続により外挿をした結果で

ある。これを見ると、 μ_I 領域の化学ポテンシャル依存性に比べて実数 μ 領域の化学ポテンシャル依存性の方が弱いことが分かる。これは μ/T の 4 次の効果である。もし 4 次を考えていなかったら、ポテンシャルの遠方での高さは $\mu = 0$ を境に対称になるはずである。 $i\mu_I/T \rightarrow \mu_R/T$ の解析接続の際に 4 次の展開係数は符号が変わらずに、実数 μ 領域での $(\mu/T)^2$ 依存性を弱める働きをする。そのため実数 μ 領域の化学ポテンシャル依存性が μ_I 領域のそれに比べて弱いのである。

図 3 は遠方で $V_M \rightarrow 0$ となるように規格化したカラー遮蔽ポテンシャルである。規格化は Polyakov loop から求まるクォークの自由エネルギーを用いて行っている。カラー一重項チャンネルとカラー反三重項チャンネルは引力、カラー八重項チャンネルと六重項チャンネルは斥力であった。また μ_I を大きくしていくと、全てのチャンネルで相互作用が強くなっていくことが分かった。これは温度一定のまま μ_I を大きくしていくと相対的に閉じ込め相転移線に近づいていくこととなり、より閉じ込めの性質が強くなっていくと解釈できる。

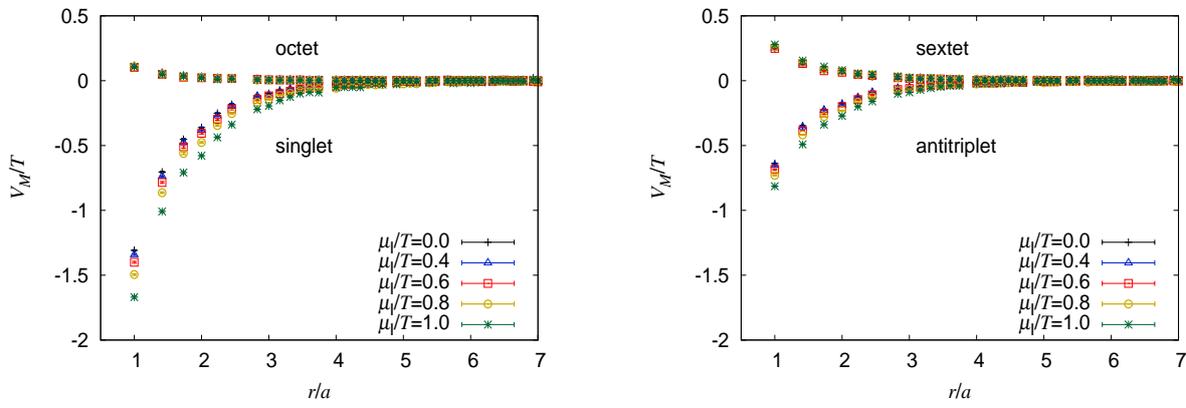


図 3: (左) クォーク・反クォーク間のカラー遮蔽ポテンシャル。(右) クォーク・クォーク間のカラー遮蔽ポテンシャル。

3.2 カラーデバイ遮蔽質量

カラーデバイ遮蔽質量については遠距離で規格化されたカラー遮蔽ポテンシャルを湯川型のポテンシャル

$$V_M(r; T, \mu) = C_M \frac{\alpha_{\text{eff}}(T, \mu)}{r} e^{-m_D(T, \mu)r} \quad (6)$$

でフィッティングすることで求める。 $\alpha_{\text{eff}}(T, \mu)$ は effective running coupling、 $m_D(T, \mu)$ はカラーデバイ遮蔽質量、 $C_M = \langle \sum_{a=1}^8 t_1^a \cdot t_2^a \rangle_M$ はカシミア因子である。今回は物理的なチャンネルであるカラー一重項チャンネルについての結果を見せる。ちなみに、カラー一重項チャンネルの場合は $C_1 = -4/3$ である。

図 4 はカラーデバイ遮蔽質量の $(\mu/T)^2$ 依存性である。青の誤差付きの点が我々の計算結果、赤の誤差付きの点が先行研究 [6] の結果、黒の実線が hard thermal loop 近似を用いた leading order の摂

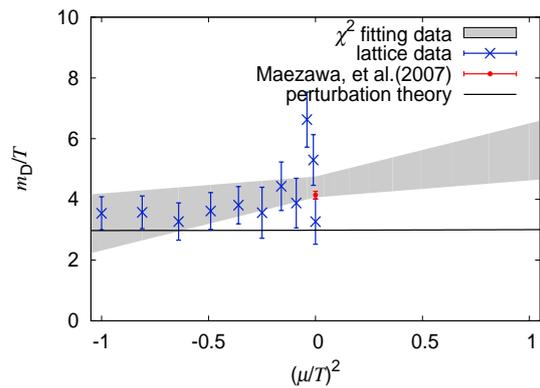


図 4: カラーデバイ遮蔽質量の $(\mu/T)^2$ 依存性。カラー一重項チャンネルに対してフィッティングをした結果である。

動計算結果 [7, 5]、灰色の部分が我々の結果を μ/T の 2 次の関数 $m_D/T = a_0(T) + a_1(T)(\mu/T)^2$ を用いて χ^2 フィッティングして実数 μ 領域まで外挿した結果である。結果を見ると、格子 QCD による結果、実数 μ に外挿した結果ともに化学ポテンシャル依存性が摂動論よりも強いものとなった。

4 まとめ

本研究では、2 フレーバーの格子 QCD を用いて虚数化学ポテンシャル領域におけるカラー遮蔽ポテンシャルとカラーデバイ遮蔽質量を測定した。カラー一重項チャンネルについて $i\mu_I/T$ で展開した時の 4 次の係数は 2 次に比べて無視できないほどの大きさを持っていた。また、4 次の効果は実数 μ 領域におけるポテンシャルの μ 依存性を弱める働きをしていた。さらに、カラー一重項、反三重項チャンネルが引力、カラー八重項、六重項チャンネルが斥力であり、 μ_I を大きくしていくにつれて相互作用が強くなる傾向であった。カラーデバイ遮蔽質量に関しては、我々が μ_I 領域で求めたもの、及び実数 μ 領域まで外挿した結果が摂動論より強い $(\mu/T)^2$ 依存性を見せた。

参考文献

- [1] A. Roberge and N. Weiss, Nucl. Phys. B 275, 734 (1986)
- [2] J. Takahashi, *et al.*, arXiv:1308.2489 [hep-lat].
- [3] S. Nadkarni, Phys. Rev. D 33, 3738 (1986).
- [4] S. Nadkarni, Phys. Rev. D 34, 3904 (1986).
- [5] S. Ejiri, *et al.* (WHOT-QCD Collaboration), Phys. Rev. D 82, 014508 (2010).
- [6] Y. Maezawa, *et al.* (WHOT-QCD Collaboration), Phys. Rev. D 75, 074501 (2007).
- [7] Le Bellac, Cambridge Monographs on Mathematical Physics ; Thermal Field Theory (1996).