

QCD 相転移における核生成ダイナミクス

栗田竜一 平野哲文¹

東京大学大学院理学系研究科 理化学研究所仁科加速器センター 上智大学理工¹

QCD 相図におけるバリオン化学ポテンシャルが大きい領域では、QGP 相からハドロンの相への相転移が 1 次相転移であることが示唆されている。本稿では、相転移が 1 次相転移である場合に普遍的な現象である核生成に注目し、重イオン衝突反応でのダイナミクスを記述するモデルを構築する。

1 はじめに

物質の最小単位とされるクォークやグルーオンは非可換ゲージ理論である量子色力学 (QCD) で記述される。QCD が漸近的自由性を持つことから、温度の低い側ではクォークやグルーオンが閉じ込められたハドロンの存在し、温度を上げるとクォークやグルーオンが自由に運動するクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) が実現すると予想される。ところで、高エネルギー重イオン衝突実験において生成された QGP は、粘性が非常に小さく完全流体としての振る舞いがよいことが示されている [1]。近年では、楕円フローの実験値を説明するために粘性流体の枠組みが用いられ、QGP 物性の理論的な解析が進んでいる。

QGP からハドロンの物質の間の転移は、バリオン化学ポテンシャルがゼロの場合、格子 QCD の計算によりクロスオーバーであることが示されている [2]。有限バリオン化学ポテンシャルでは格子 QCD 計算が困難であるが、有効模型に基づいた解析から臨界点の存在が示唆されている。ところが臨界点の存在の有無、及びその位置はモデルに依存して様々であり、一致した結論は得られていないのが現状である。臨界点より大きなバリオン化学ポテンシャル側では、QGP とハドロンの相の移り変わりが 1 次相転移となる。重イオン衝突反応実験において、衝突エネルギーを下げる事でバリオンストップピングの効果によりバリオン化学ポテンシャルの高い状態となる。本稿では、臨界点の存在を実験結果から引き出すことを大きな目標として、重イオン衝突反応における QGP からハドロンの相の転移の回数に応じたダイナミクスの違いに注目し、1 次相転移のダイナミクスを記述するモデルを構築する。

1 次相転移に特有なダイナミクスとして核生成がある。先行研究 [3] では、過冷却下にある QGP 中にハドロンの泡が生成し、生成された泡の膨張を考慮して 1 次相転移のダイナミクスを記述していた。ところが、ハドロンの泡同士が合体する過程がダイナミクスに含まれていない。本稿ではハドロンの泡の生成・膨張に加え、泡同士の合体も含めた総括的なダイナミクスを記述するモデルを構築する。

2 流体 + 核生成モデル

核生成とは、2 つの異なる相が 1 次相転移で移り変わる場合に、過冷却あるいは過熱下においてエネルギー的により安定な相の泡が生成する現象を表す。今回の QGP の場合では、重イオン衝突反応によって作られた QGP が急速な冷却により過冷却に至り、QGP 中にハドロンの泡が生じる現象を表す。QGP の時間発展は流体的な記述がよいため、状態方程式と合わせて相対論的流体力学の枠組みを用いる。ここで核生成は非平衡現象であり、混合相中の QGP の割合を表す q という物理量が新たな変数となるため、状態方程式に加えてこの量の時間発展を記述することが必要である。以下ではそれについて論じる。

さて、QGP 中に半径 R のハドロンの泡が生じた時の自由エネルギーの変化分は

$$\Delta F_{QGP} = 4\pi R^2 \alpha - \frac{4\pi}{3} R^3 (P_h - P_q) \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 α は表面張力、 P_h 、 P_q はそれぞれハドロン相、QGP 相の圧力である。表面を作るためにはエネルギーが必要であるため表面項が正で効き、過冷却状態から来るエネルギーの利得による項が体積項として負で効く。

式 (1) はイジングモデルにおけるドメイン形成を思い起こさせる。始めにある方向 (z 軸正) に磁場をかけておきスピンをすべて磁場の方向に揃える。続いて磁場を逆向きにする事を考えると、全てのスピンの向きが z 軸正の向きを向いている中で、磁場だけ z 軸負の向きを向いていることになる。これは上の例では、QGP が過冷却中に置かれている事に対応している。ここで、 z 軸正の向きを向いているスピンの中で、磁場の方向である z 軸負の向きを向いた l 個のスピンから成るドメインが生じたことによる自由エネルギーの変化分は

$$\Delta F_{Ising} = \frac{1}{2} c J l^{2/3} - h l \quad (2)$$

と書ける。ここで、 c は体積と表面積の比から来る無次元量の定数で、 J はスピン間相互作用、 h はエネルギーの次元を持った実効的な磁場である。

動的臨界現象におけるダイナミクスは自由エネルギーによって支配されることに注目する。そこで、 ΔF_{QGP} と ΔF_{Ising} の形の類似性をもとに QGP 側の物理量である α 、 $P_h - P_q$ とイジング側の物理量である J 、 h を対応付け、イジングモデルの時間発展を基に QGP 側の動的ダイナミクスの情報を得ることを考える。QGP とハドロンの混合相中の QGP の割合 q をイジング側の物理量 n_l 、すなわち l 個の z 軸負の向きを向くスピンから成るドメインの個数、と対応づける事ができる。つまり

$$1 - q = \sum_{l=1}^N \frac{l n_l}{N}. \quad (3)$$

ここで、 N は格子のサイズである。この n_l の時間発展は現象論的に書き下されている [4]。

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_l \rangle}{dt} &= \sum_{l'} \langle n_{l+l'+1} S_{l+l'+1, l'} \rangle - \frac{1}{2} \sum_{l'} \langle n_l S_{l, l'} \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{l'} \langle n_{l-l'-1} n_{l'} C_{l-l'-1, l'} \rangle - \sum_{l'} \langle n_l n_{l'} C_{l, l'} \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\langle \dots \rangle$ はスピンの配位に対する状態和である。また $S_{l+l'+1, l'}$ は $l+l'+1$ 個のスピンからなるドメインが l 個と l' 個のスピンからなるドメインに分離する単位時間当りの確率を、 $C_{l, l'}$ は l 個のスピンからなるドメインと l' のスピンからなるドメインの合体する単位時間当りの確率を表す。 $C_{l, l'}$ は先行研究 [3] を基に構成し、 $S_{l+l'+1, l'}$ は詳細釣り合いから $C_{l, l'}$ で書き下す事ができる。つまり、

$$C_{0,0} = \frac{16}{3\pi} \left(\frac{\alpha}{3T} \right)^{2/3} \frac{\alpha \eta_q R_*}{\xi_q^4 (\Delta w)^2} e^{-\beta \Delta F_{QGP}(R_*)}, \quad (5)$$

$$C_{l,0} = \frac{1}{\tau_s(l, 0)}, \quad (6)$$

$$C_{l, l'} = \frac{1}{\tau_s(l, l')} \frac{c l^{2/3}}{N - l}, \quad (7)$$

$$n_{l+l'+1}^f S_{l+l'+1, l'} = n_l^f n_{l'}^f C_{l, l'}. \quad (8)$$

$$(9)$$

ここで、 η_q 、 ξ_q はそれぞれ QGP 相のズレ粘性係数、相関長であり、 Δw は QGP 相とハドロン相のエンタルピー密度の差である。 R_* は ΔF_{QGP} の極値を与える臨界半径であり、反応のタイムスケールを与える $\tau_s(l, l')$ は、

$$\frac{4\pi}{3} (R_l + \tau_s(l, l')v(T))^3 + \frac{4\pi}{3} (R_{l'} + \tau_s(l, l')v(T))^3 - \frac{4\pi}{3} R_l^3 - \frac{4\pi}{3} R_{l'}^3 = \frac{4\pi}{3} R_*^3 \quad (10)$$

により定まる。ここで $v(T)$ は泡の半径の膨張速度であり [3] と同様に $v(T) = v_0 [1 - T/T_c]^{3/2}$ と取る。今、イジングモデル側の無次元体積 l は $\frac{4\pi}{3} R_*^3$ を単位に取っている。また、 n_l^f は n_l の終状態の分布であり、 $n_l^f \propto e^{-\beta_I \Delta F_{Ising}}$ として一粒子分布で書けることを仮定し、格子サイズの条件から規格化は $n_0^f + \sum_{l=1}^N l n_l^f = N$ で定める。

式 (4) において、 $l' = 0$ が生成・膨張に対応し、 l' が非ゼロの部分が合体の反応を表す。和の取り方を $l' = 0$ のみと、和を全体で取ることの比較を行う事で泡同士の合体の反応の効果を検証する事ができる。上の対応から今度は逆にイジング側の時間発展をもとに QGP 側の q の時間発展を追い、方程式系が閉じて 1 次相転移のダイナミクスを記述できる。

以上のモデルの構築についてまとめると

- 相対論的流体力学 + 状態方程式 (QGP の時間発展を記述)
- 3 次元イジングモデルとの対応 (QGP 相の割合である q 、自由エネルギーの対応)
- イジングモデルの時間発展 (q の時間発展の情報を引き出す)

となる。

3 まとめ

QCD 相図の構造を実験結果から引き出す事を大きな目標として、相転移の回数に応じたダイナミクスの違いに注目し、本稿では QGP からハドロン物質への転移が 1 次相転移の場合のダイナミクスを記述した。3 次元イジングモデルと QGP 中にハドロンの泡が生じた状態における自由エネルギーの類似性に基づき、先行研究のハドロンの泡の生成・膨張に加えて泡同士の合体の反応も含めたモデルを構築した。このモデルに基づいた数値計算は、現在進行中である。

参考文献

- [1] T. Hirano, Phys. Rev. C 65, 011901 (2001)
- [2] S. Borsanyi, *et al.*, JHEP 11, 077 (2010)
- [3] L. P. Csernai and J. I. Kapusta, Phys. Rev. Lett. 69, 737 (1992)
- [4] K. Binder, D. Stauffer and H. M. Krumbhaar, Phys. Rev. B 12, 5261 (1975)