

# 重イオン衝突実験における高次ゆらぎの時間発展への有限体積効果

坂井田美樹、浅川正之、北沢正清  
阪大理

## 概要

重イオン衝突実験によって生成されたハドロン相における保存電荷ゆらぎの時間発展に対する全電荷が保存する効果 (有限体積効果) を、拡散マスター方程式を用いて評価する。その結果、現在の実験で観測可能な rapidity 領域において、ゆらぎは有限体積効果の影響を受けないことが示唆されるのを見る。

## 1 はじめに

量子色力学 (QCD) は有限温度・密度において、QCD 臨界点の存在等、多様な相構造を持つことが理論的に予想されており、これら QCD 相構造の実験的探索は重要な研究課題である。重イオン衝突実験における QCD 相構造の探索という目的に適すると考えられる物理量の一つに、保存電荷のゆらぎが挙げられる。ゆらぎが臨界点近傍で示す特異な振る舞い [1] が、QCD 臨界点のシグナルになると期待されるためである。このような理由から、RHIC の Beam Energy Scan 実験では陽子数分布のゆらぎの測定 [2] が行われてきたが、現状では、QCD 臨界点に関する決定的な実験的情報は得られていない。

その一方で最近、体積依存性を除去した電磁電荷の二次のゆらぎ  $\langle Q_{(\text{net})}^2 \rangle_c / \langle Q_{(\text{tot})} \rangle_c$  の、ハドロン相における平衡値からの抑制、及び rapidity 幅に対する強い依存性が LHC の ALICE 実験で観測された [3]。  $\langle Q_{(\text{net})}^2 \rangle_c / \langle Q_{(\text{tot})} \rangle_c$  の QGP 相における平衡値はハドロン相の  $1/3 \sim 1/2$  であることが理論的に予想されている [4]。そのためこれらの実験結果は、QGP 相で生成されたゆらぎが観測時まで生き残っており、ゆらぎが実験で生成された高温物質の時間発展の情報を反映する物理量 [4] であることを示唆している。

しかし、ゆらぎの平衡値からの抑制は、rapidity 幅を広く取った場合には全電荷が保存する効果 (有限体積効果) によっても起こりうる。それ故、平衡値からの抑制という実験結果が示す物理を正しく解釈するためには、有限体積効果を考慮した上で保存電荷のゆらぎの時間発展を解析し、有限体積効果の大きさを定量的に評価する必要がある。本研究では、無限体積の系で解析を行った先行研究 [5] と同様に拡散マスター方程式を採用し、ゆらぎの時間発展を衝突軸方向に有限な系で解くことにより、保存電荷のゆらぎの時間発展に対する有限体積効果の見積もりを行う。

## 2 手法 ( 一次元離散空間をブラウン粒子が拡散する模型 )

重イオン衝突実験において Bjorken 描像を仮定すれば、実験で生成された高温物質の全系の時空 rapidity  $\eta$  空間における長さを  $\eta_{\text{total}}$  とすると、生成されたハドロン粒子は時空 rapidity 空間  $-\eta_{\text{total}}/2 \leq \eta \leq \eta_{\text{total}}/2$  の範囲を拡散するとみなせる。ハドロン化及び化学的凍結直後から運動学的凍結までの  $\eta$  方向のハドロン粒子の拡散を記述するために、一次元空間における多数のブラウン粒子の運動を考える。

まず、一次元空間を長さ  $a$  の離散的なセルに分割する。  $m$  番目のセルには  $n_m$  個の粒子が存在しており、全ブラウン粒子は単位時間あたり  $\gamma(\tau)$  の確率で隣のセルに移動する。時刻  $\tau$  に、各セルに粒子数  $\mathbf{n} = (\dots, n_{m-1}, n_m, n_{m+1}, \dots)$  が存在する確率分布を  $P(\mathbf{n}, \tau)$  とすると、  $P(\mathbf{n}, \tau)$  は拡散マスター方程式

$$\partial_t P(\mathbf{n}, \tau) = \gamma(\tau) \sum_m [(n_m + 1) \{P(\mathbf{n} + \mathbf{e}_m - \mathbf{e}_{m+1}, \tau) + P(\mathbf{n} + \mathbf{e}_m - \mathbf{e}_{m-1}, \tau)\} - 2n_m P(\mathbf{n}, \tau)] \quad (1)$$

に従う [5]。

拡散マスター方程式を採用した理由は、確率論的拡散方程式

$$\partial_\tau n(\eta, \tau) = D(\tau) \partial_\eta^2 n(\eta, \tau) + \partial_\eta \xi(\eta, \tau) \quad \text{但し、} \gamma(\tau) a^2 = D(\tau) : \text{拡散係数} \quad (2)$$

が保存電荷の二次のゆらぎまでしか記述できないのに対し、拡散マスター方程式は重イオン衝突実験で観測される高次のゆらぎも記述できるからである。なお、期待値と二次のゆらぎに関しては、これらの式は同等であり、それらの時間発展についての結果は一致する。

本研究では有限体積効果を取り込むため、 $\eta = \pm \eta_{\text{total}}/2$  に境界が存在し、境界において粒子の流入がないという境界条件を課す。この境界条件に加えて、ある初期条件の下で拡散マスター方程式を解いた後、空間を連続にする極限をとれば、rapidity 幅  $\Delta\eta$  で観測される保存電荷  $Q(\tau)$  のゆらぎの時間発展が得られる。今回は、ハドロン化及び化学的凍結直後を初期時刻  $\tau = 0$  とし<sup>1</sup>、電荷は期待値  $\langle Q(0) \rangle_c = M\Delta\eta$  で  $-\eta_{\text{total}}/2 \leq \eta \leq \eta_{\text{total}}/2$  に一様に分布しており、ゆらぎは存在しない、つまり  $\langle Q(0)^n \rangle_c = 0$  ( $n \geq 2$ ) という初期条件で解析を行った。

これらの条件の下で、保存電荷  $Q(\tau)$  の期待値は、

$$\langle Q(\tau) \rangle_c = \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} d\eta \langle n(\eta, \tau) \rangle_c = M\Delta\eta \quad (3)$$

という結果が得られ、時間発展しないことがわかる。二次のゆらぎに関しては、

$$\begin{aligned} \langle Q(\tau)^2 \rangle_c &= \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} d\eta_1 d\eta_2 \langle n(\eta_1, \tau) n(\eta_2, \tau) \rangle_c \\ &= M\Delta\eta \left\{ 1 - \frac{\Delta\eta}{\eta_{\text{total}}} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left[ \frac{k\pi \Delta\eta}{2\eta_{\text{total}}} \right]}{\left[ \frac{k\pi \Delta\eta}{2\eta_{\text{total}}} \right]} \cos \left[ \frac{k\pi}{2} \right] \right)^2 \exp \left[ -2 \int_0^\tau d\tau' D(\tau') \left( \frac{k\pi}{\eta_{\text{total}}} \right)^2 \right] \right] \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

が得られる。前述のように、これらの結果は確率論的拡散方程式 (2) を用いて記述した結果と一致する。

### 3 結果と考察

図1は、保存電荷の二次のゆらぎ  $\langle Q_{(\text{net})}^2 \rangle_c / \langle Q_{(\text{tot})} \rangle_c$  を横軸  $\Delta\eta / (\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2}$  に対し、プロットしたものである。今回は、 $L = \eta_{\text{tot}} / (\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2}$  をパラメータとした。 $L \rightarrow \infty$  のプロットが先行研究の無限体積の系における解析結果に相当し、その他の  $L$  に対するプロットが本研究の有限体積の系における解析結果である。

図1からはまず、 $\Delta\eta = \eta_{\text{total}}$  のとき  $\langle Q_{(\text{net})}^2 \rangle_c / \langle Q_{(\text{tot})} \rangle_c = 0$  となることがわかる。これは生成された高温物質の全系を観測すると、全電荷は保存しており、ゆらがないためである。

次に、 $L \rightarrow 0 \Leftrightarrow \tau \rightarrow \infty$  の極限、つまり時間が十分経過し、熱平衡状態に近づくに従って、ゆらぎの  $\Delta\eta$  依存性が直線に近づくことがわかる。この結果は以下のように理解できる。 $\tau = 0$  では粒子は互いに相関している。しかし十分時間が経過すると、各粒子のランダムな運動によって粒子間の相関はもはや失われ、各粒子が空間のある地点に見出される確率は一樣になる。それ故、粒子が rapidity 幅  $\Delta\eta$  において観測される確率  $p$  は、等しく  $p = \Delta\eta / \eta_{\text{total}}$  になる。従って、 $\Delta\eta$  において、全粒子数  $n$  個のうち  $r$  個の粒子が観測される確率分布は、熱平衡化すると二項分布  ${}_n C_r p^r (1-p)^{n-r}$  になる。そ

<sup>1</sup>この定義は、衝突時刻を  $\tau = 0$  とする通常のものとは異なることに注意せよ。

れ故、本研究結果は  $L \rightarrow 0$  で、二項分布のゆらぎ  $\langle Q^2 \rangle_c / \langle Q \rangle_c = 1 - p = 1 - \Delta\eta / \eta_{\text{total}}$  に近付き、ゆらぎの  $\Delta\eta$  依存性は直線になる。

次に、 $L$  が有限のときの結果を無限体積のものと比較すると、パラメータの値に依らず、 $\Delta\eta \sim \eta_{\text{total}} - 2\sqrt{2}(\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2}$  から無限体積の結果とのずれが生じ始め、有限体積効果が現れることがわかる。この結果について考察するために、有限体積効果が現れ始める領域に関して、次のような変形を考える。

$$\Delta\eta = \eta_{\text{total}} - 2\sqrt{2}(\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2} \Leftrightarrow \frac{\eta_{\text{total}} - \Delta\eta}{2} = \sqrt{2} \left( \int_0^\tau d\tau' D(\tau') \right)^{1/2} \quad (5)$$

変形後の左辺は観測を行う rapidity 領域の端から境界までの距離、右辺はブラウン粒子の平均拡散距離  $\sqrt{\langle \eta^2 \rangle}$  に対応している。 $\tau = 0$  に境界  $\eta = \pm\eta_{\text{total}}/2$  に存在したブラウン粒子は、時刻  $\tau$  経過後、境界から中心 rapidity 領域に向かってブラウン粒子の平均移動距離  $\sqrt{\langle \eta^2 \rangle} = \sqrt{2}(\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2}$  程度まで拡散することが可能である。従って、境界の存在を認識しているこれらの粒子が観測にかかる時、つまり式 (5) が成り立つときに、境界が存在する効果が観測されるゆらぎに寄与し始めるはずである。 $\Delta\eta \geq \eta_{\text{total}} - 2\sqrt{2}(\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2}$  の領域に有限体積効果が現れるのはこのような理由による。

最後に、本研究の結果を用いて ALICE 実験で観測されたゆらぎ [3] に対する有限体積効果の寄与を考察する。現在の ALICE 実験において、 $\Delta\eta$  の最大値は  $\Delta\eta = 1.6$  である。一方、 $\eta_{\text{total}} \sim 14$  と見積もって、結果を比較すると、有限体積効果の寄与を受ける条件  $\Delta\eta \geq \eta_{\text{total}} - 2\sqrt{2}(\int_0^\tau d\tau' D(\tau'))^{1/2}$  は現状の実験では満たされていないことが示唆される。それ故、実験で観測されたゆらぎの平衡値からの抑制は、QGP 相の情報が生き残っていることが要因であると考えられる。

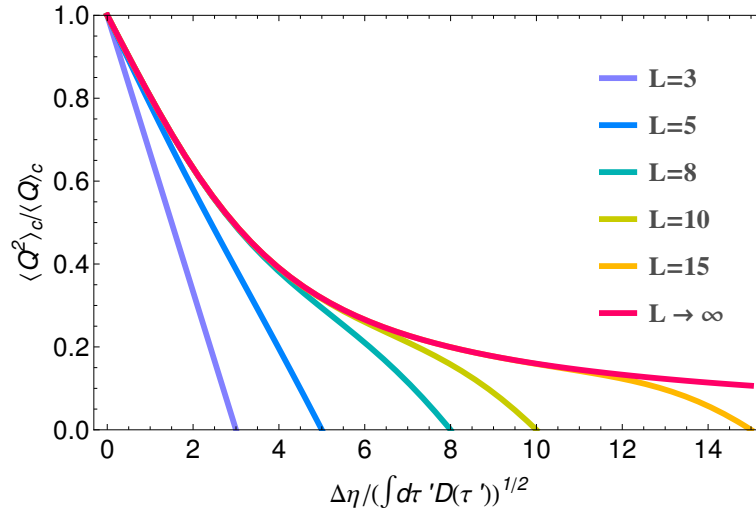


図 1: 保存電荷の二次のゆらぎの rapidity 幅依存性

## 4 まとめ

本研究では、保存電荷のゆらぎの時間発展を、拡散マスター方程式を用いて有限体積の系で記述し、実験で観測されるゆらぎに寄与する有限体積効果の大きさを評価した。その結果、ゆらぎの rapidity 幅依存性を見ると、有限体積効果の大きさを見積もることが可能であること及び、現在の ALICE 実験で観測可能な rapidity 領域において有限体積効果はほとんど寄与しないことが示唆されることがわかった。RHIC ではこれまでに保存電荷のゆらぎの rapidity 幅依存性は測定が行われていないが、実験で観測されるゆらぎに関する理解を深めるために、今後このような測定が行われることを期待したい。

## 参考文献

- [1] M. Asakawa, S. Ejiri, and M. Kitazawa, *Phys. Rev. Lett.*103, 262301 (2009).
- [2] B. L. Adamczyk *et al.* [STAR Collaboration], arXiv:1309.5681 [nucl-ex].
- [3] B. Abelev *et al.* [ALICE Collaboration], *Phys. Rev. Lett.*110, 152301 (2013).
- [4] M. Asakawa, U. W. Heinz, and B. Müller, *Phys. Rev.Lett.* 85, 2072 (2000);  
S. Jeon and V. Koch, *Phys. Rev. Lett.* 85, 2076 (2000).
- [5] M. Kitazawa, M. Asakawa, and H. Ono, to appear in *Phys. Lett.* [arXiv:1307.2978 [nucl-th]].