

# クォーク・グルーオンプラズマにおけるプラズマ不安定性と粒子生成

筒井翔一朗、飯田英明、国広悌二、大西明<sup>A</sup>

京都大学、京大基研<sup>A</sup>

古典背景場が存在する状況下での粒子生成は、相対論的重イオン衝突における「早い熱平衡化」過程において重要な役割を果たす。2PI法はそのような問題を第一原理的に定式化できる有用な方法である。本研究では、2PI法にもとづいて導出される古典グルーオン場の運動方程式と Kadanoff-Baym-Cornwall-Jackiw-Tomboulis (KB-CJT) 方程式を摂動論的に解き、プラズマ不安定性を持つ系の定性的な性質を議論する。

## 1 はじめに

RHIC 及び、LHC における相対論的重イオン衝突実験では、衝突から 0.6-1.0fm/c 程度の極めて短い時間で系が熱平衡状態に至ることが知られている。この早い熱平衡化の物理を理論的に明らかにすることは、重イオン衝突の物理に残された難問の一つである。相対論的重イオン衝突における非平衡過程の本質は、古典的なグルーオン背景場が存在する下で粒子が生成・衝突するということにある。この問題を取り扱った従来の代表的な方法としては、Boltzmann 方程式を用いたいわゆる Bottom-up thermalization シナリオ [1] や、古典統計近似によるもの [2] が挙げられる。前者は、摂動論的に  $gg \leftrightarrow gg$ 、 $gg \leftrightarrow ggg$  衝突の断面積を計算し、Boltzmann 方程式を用いて熱緩和を議論する方法である。ところが、そこでの議論は背景場が崩壊した後のものであるため、 $g \leftrightarrow gg$  のような粒子生成をより早く起こすようなチャンネルは考慮されていない。後者は、適当なゆらぎを入れて（格子上の）古典 Yang-Mills 方程式を解く方法である。この手法には、非線形効果を近似無しに扱えるという利点があるが、平衡分布は Bose-Einstein 分布にならないという問題があり、あくまで量子ゆらぎをシミュレートするモデルの一つとして捉えるべきでものである。2PI法はこれらの欠点を克服し、背景場と粒子のダイナミクスを自然に取り扱うことのできる手法である。以下では 2PI法について簡単に解説し、プラズマ不安定性があるような衝突直後の時間に適用した結果について述べる。

## 2 2PI 有効作用

2PI 有効作用は、次式で定義される汎関数である [4]。

$$\Gamma[A, G] = \underbrace{S[A]}_{\text{tree}} + \underbrace{\frac{i}{2} \text{Tr} \ln G^{-1} + \frac{i}{2} \text{Tr} \ln G_0^{-1}(A)G}_{\text{1-loop}} + \underbrace{\Gamma_2[A, G]}_{\text{2,3,..loop}} \quad (1)$$

$A$  は古典グルーオン場、 $G$  は Keldysh の Green 関数である。 $\Gamma_2$  は 2 粒子既約なループグラフを表す。この停留条件から、解くべき運動方程式が得られる [3][4]。

$$\left. \frac{\delta \Gamma[A, G]}{\delta A} \right|_{J=R=0} = 0 \quad (2)$$

$$\left. \frac{\delta \Gamma[A, G]}{\delta G} \right|_{J=R=0} = 0 \quad (3)$$

このようにして、系の非平衡時間発展は古典グルーオン場の運動方程式と、KB-CJT 方程式を連立させて解く問題に帰着する。膨張系における具体形は、3-loop まで取る近似で八田・西山によって与えられている [5]。

### 3 プラズマ不安定性

以下では、簡単のためカラー SU(2) を考え、平坦な時空の場合について議論する。また、以下の表式は temporal ゲージ  $A_0 = 0$  をとったものである。得られた方程式 (2)(3) を、重イオン衝突直後に適用することを考える。そのような最初期においては、プラズマ不安定性が存在し、系の等方化を早める働きをすることが、古典統計近似に基づく計算などで示されており、早い熱平衡化のメカニズムを理解する上で重要である [6]。従って、2PI 法に基づく手法でプラズマ不安定性を議論することは有意義である。そこで、以下では系に  $z$  方向のカラー磁場が背景場として存在するような状況を考える [7][8]。結合定数に関する摂動展開

$$A = \frac{1}{g} A^{(0)} + A^{(1)} + \mathcal{O}(g) \quad \mathcal{F} = \mathcal{F}^{(0)} + g\mathcal{F}^{(1)} + \mathcal{O}(g^2)$$

を実行し ( $\mathcal{F}$  は Green 関数の実部)、背景場に対応するようなゲージ場の配位  $A_i^{a(0)} = \tilde{A}(t)(\delta^{a2}\delta_{ix} + \delta^{a1}\delta_{iy})$  を代入すると、グルーオン場の運動方程式の NLO は次のようになる。

$$\partial_t^2 A^{(1)} = -\Omega[A^{(0)}]A^{(1)} \quad (4)$$

$\Omega$  は時空とカラーの足を持ったベクトルに作用する  $9 \times 9$  行列であり、その一部の固有値が  $\omega_{\text{NO}}^2 \sim p^2 - \tilde{A}^2$  で与えられる。これは Nielsen-Olesen の不安定モードとして知られる固有モードに他ならない。これを、一次の不安定モードと呼ぶことにする。同様に KB-CJT 方程式の LO を書き下すと、

$$\partial_t^2 \mathcal{F}^{(0)} = -\Omega[A^{(0)}]\mathcal{F}^{(0)} \quad (5)$$

が得られる。 $\mathcal{F}(x^0 - y^0, \mathbf{p})$  は、平衡状態において  $\cos(x^0 - y^0)\omega_{\mathbf{p}}(n(\mathbf{p}) + \frac{1}{2})/\omega_{\mathbf{p}}$  のようになり、占有数  $n(\mathbf{p})$  を用いて書かれるような量であり、非平衡系においても有効的な粒子数の情報を含むものと考えられる。(5) から明らかに、 $\mathcal{F}$  も背景場と同じ不安定モードを持つので、背景場が不安定性を持つときには、同時に粒子生成も爆発的に起きることが分かる。

上述のような不安定モードが成長する典型的な時間スケール  $1/\sqrt{gB}$  が経過すると、 $A^{(1)} = \mathcal{O}(1/g)$  になり (4) を用いた議論は破綻する。そこで、次にグルーオン場の時間発展を支配する NNLO の運動方程式を考えてみる\*1。

$$\partial_t^2 A_i^{a(2)} = -\Omega A_i^{a(2)} + J_i^a[A^{(1)}, \mathcal{F}^{(0)}] \quad (6)$$

$$J_i^a = f^{abc} \left( D_{xi}^{be} \tilde{\mathcal{F}}_{jj}^{ec}(x, y) + D_{xj}^{be} \left( \tilde{\mathcal{F}}_{ji}^{ec}(x, y) - 2\tilde{\mathcal{F}}_{ij}^{ec}(x, y) \right) \right)_{y=x} \quad (7)$$

ここに、 $f$  は構造定数、 $D$  は共変微分、 $\tilde{\mathcal{F}}_{ij}^{ab}(x, y) = A_i^{a(1)}(x)A_j^{b(1)}(y) + \mathcal{F}_{ij}^{ab(0)}(x, y)$  である。このオーダーから、 $\mathcal{F}$  を通じて非自明な量子効果が背景場の時間発展に効いてくることになる。(7) は物理的には、(4) が有効な時間スケールにおいて生成された粒子が作る誘導電流を表しており、量子効果はその振幅に影響を与える。また、(7) のある成分は一次の不安定モード  $A_{\perp}^{(1)}\mathcal{F}_{\perp\perp}^{(0)}$  を用いて書き表すことができる。例えば、

$$J_z^a, J_{\perp}^3 \propto \tilde{\mathcal{F}}_{\perp\perp}[A_{\perp}^{(1)}, \mathcal{F}_{\perp\perp}^{(0)}]$$

\*1 正確には、不安定性によって  $\mathcal{F}$  が非自明なオーダーになるので、摂動展開の power counting をやり直す必要がある。

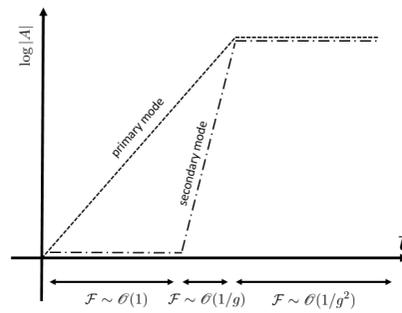


図1 背景場の時間発展の概略

である。従ってこれらの成分は一次の不安定モードの2倍の **growth rate** を持ち、背景場に新たな不安定性をもたらすことが分かる（二次の不安定モード）。同様の議論により、この系を時間発展させていくと、大きな **growth rate** を持った高次の不安定モードが次々と現れ、系が安定な状態に至るまで粒子生成が続くことになる。

最後に、二次的不安定性と初期条件との関係について述べる。2PI法では系の初期ゆらぎなどの情報は、微分方程式(2)(3)の初期条件に反映される。例えば、一次不安定モードの一般解は  $A_{\perp}^{(1)} \propto \partial_z f(z) \sin \omega_{\text{NO}} t$  という関数形で表されるが、 $z$  方向に関する初期の非一様性を与えれば  $f(z)$  が決まる。極端な例として、系に  $z$  方向の初期ゆらぎが全く無い場合を考える。この時、系は  $z$  方向に対して一様になるから、 $f$  は定数として良く  $A_{\perp}^{(1)} = 0$  となる。一方で、二次的不安定性を引き起こす誘導電流(7)は  $A_{\perp}^{(1)}$  の2次に比例していたから、( $\mathcal{F}$ の初期条件の与え方にも依るが)  $z$  方向の初期ゆらぎがない場合、二次的不安定性は生じないことが分かる。このような不安定性と初期ゆらぎとの関連性は、古典系におけるシミュレーションでも見られている [9]。

## 4 まとめ

重イオン衝突直後の非平衡過程に2PI法を適用し、Nielsen-Olesen不安定性が存在するときの古典グルーオン場の振る舞いについて主に議論した。ここでは詳しく触れなかったが、適当な初期条件から出発したときに、場の不安定性によって粒子分布が具体的にどう時間発展するかなども興味ある課題である。また、KB-CJT方程式は2-loopまでとる近似で  $g \leftrightarrow gg$  過程の衝突積分を含むので、これを解いてBottom-upシナリオとの比較を行うことも今後の課題である。

## 参考文献

- [1] R. Baier, A. H. Mueller, D. Schiff, and D. T. Son, Phys. Lett. **B502**, 51 (2001).
- [2] P. Romatschke and R. Venugopalan, Phys. Rev. Lett. **96**, 062302 (2006).
- [3] L. P. Kadanoff and G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics*, Benjamin, New York (1962).
- [4] J. M. Cornwall, R. Jackiw, and E. Tomboulis, Phys. Rev. D **10**, 2428 (1974).
- [5] Y. Hatta and A. Nishiyama, Nucl. Phys. **A873**, 47 (2012).
- [6] S. Mrowczynski, Phys. Lett. **B214**, 587 (1988).
- [7] H. Fujii and K. Itakura, Nucl. Phys. **A809**, 88 (2008).
- [8] J. Berges, S. Scheffler, S. Schlichting, and D. Sexty, Phys. Rev. D **85**, 034507 (2012).
- [9] H. Iida *et al.*, (2013), arXiv:1304.1807.