Worldsheet Instanton Corrections to 5^2_2-brane Geometry

北里大学 佐々木 伸

E-mail: shin-s@kitasato-u.ac.jp

エキゾチックブレーンの一つである、5^2_2-brane geometry への worldsheet インスタントン補正を調べた。この講演は木村哲士氏 (立教大) との共同研究に基づきます。

超弦理論における T 双対性は、コンパクト化された弦理論において、Kaluza-Klein (KK) mode と winding mode を入れ替える。T 双対性は様々な弦理論に存在する extended objects (brane) を結びつける。T 双対変換を繰り返す事により、よく知られた通常の (geometric) brane の他に、エキゾチックブレーン *(exotic brane)* と呼ばれる非幾何学的 (non-geometric) な対象が現れる場合がある [1]。Co-dimension 2 のエキゾチックブレーンは単体としては無限遠方で平坦時空に漸近しない。また、その計量および、超重力多重項場の解はブレーン周りで非自明な T 双対変換モノドロミーを持ち、時空の一価関数とはならない。この意味で、解は非幾何学的と呼ばれる。

我々は、type II 弦理論における NS5-brane を含む連続 T 双対変換に注目した。NS5-brane の transverse 方向 (ここでは X^8, X^9 方向) に T 双対を 2 回取る事で、5^2_2-brane と呼ばれるエキゾチックブレーンが得られる:

$$\text{H-monopole} \quad \xrightarrow[T_9]{} \quad \text{KK-monopole} \quad \xrightarrow[T_8]{} \quad 5^2_2\text{-brane} \tag{1}$$

ここで、H-monopole は NS5-brane を transverse (X^9) 方向に S^1 コンパクト化し、X^9 依存性を平均化して得られる。こうする事で X^9 方向に isometry を作る事ができ，Buscher rule を用いて T 双対変換を施す事ができる。ここで、T_i は i 方向への T 双対変換を表す。(1) における各種ブレーンは 6 次元の世界体積を持つ超重力理論の古典解である。H/KK-monopole 解は co-dimension 3 の解で、調和関数 $H(r) = \frac{1}{g^2} + \frac{Q}{2r}$ により特徴付けられる。g および、Q は定数で、$\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ である。一方、5^2_2-brane は co-dimension 2 のブレーンであり、調和関数 $H(\rho) = h_0 + \sigma \log \frac{\mu}{\rho}$ によって特徴付けられる。h_0, σ, μ は定数、$\vec{\rho} \in \mathbb{R}^2$ である。H-monopole および、KK-monopole への worldsheet インスタントン補正は [2] および [3] で議論された。Tong は H-monopole を IR での標的空間とする gauged linear sigma model (GLSM) を考え、$g \to 0$ のパラメーター領域で geometry へのインスタントン補正を考えた。$g \to 0$ では、コンパクト S^1 の半径が大きくなり、軽い KK-mode の補正が spectrum に現れるはずである。実際、これにより調和関数が補正され

$$H(r) = \frac{1}{g^2} + \frac{Q}{2r} \quad \xrightarrow[\text{instantons}]{} \quad \frac{1}{g^2} + \frac{Q}{2r}\frac{\sinh(r)}{\cosh(r) - \cos(X^9)} \tag{2}$$

となり、X^9 依存性が復活する。インスタントン効果により、H-monopole は (本来の意味での)NS5-brane に昇華された。

一方、Harvey および Jensen は H-monopole の T 双対として、KK-monopole へのインスタントン補正を考え、(2) と同じものを得た。T 双対描像へ移ったので、X^9 は geometrical な座標ではなく、winding mode に付随する双対座標である。$g \to 0$ では、T 双対 circle S^1 の半径は小さくなり、軽い winding mode の補正が加わったと理解できる。このように、点粒子ではなく、弦を probe とすることで、運動量だけでなく winding charge を用いて時空を見る事になる。

これを踏まえて、我々は非幾何的なエキゾチックブレーンへの弦理論インスタントン補正を調べた。これには、以下の二通りの方法が考えられる。

1. KK-monopole へのインスタントン補正を 5^2_2-brane へ T_8-dual 変換する
2. 5^2_2-brane を表す GLSM を用い、インスタントン補正を直接計算する

一番目の方法は、[3] の結果を T_8-dual することで得られる。[3] によって考えられたインスタントンは、X^8 方向の isometry を破らないため、通常の Buscher rule が使える。これより、5^2_2-brane へのインスタントン補正は

$$H(\rho) = h_0 + \sigma \log \frac{\mu}{\rho} \quad \xrightarrow[\text{instantons}]{} \quad h_0 + \sigma \log \frac{\mu}{\rho} + \sigma \sum_{n \neq 0} e^{inX^9} K_0(|n|\rho) \tag{3}$$

となった。ここで、$K_0(x)$ は modified Bessel 関数である。もう一つは 5^2_2-brane を uplift した co-dimension 3 の five-brane ($\widehat{5}^2_2$-brane と記す) を表す worldsheet 理論を、gauged linear sigma model (GLSM) で構成し、その BPS インスタントン解を調べる事である。$\widehat{5}^2_2$-brane を表す 2 次元 $\mathcal{N} = (4,4)$ $U(1)^k$ GLSM は [4] で構成された。Tong, Harvey, Jensen にならい、$g \to 0$ での領域を考える事にする。すると、このパラメータ領域で GLSM は truncate され、Lagrangian の boson 部分は

$$\mathcal{L}_{\text{truncated}} = \sum_{a=1}^{k} \left[\frac{1}{2e_a^2}(F_{12,a})^2 + |D_m q_a|^2 + \frac{e_a^2}{2}\left(|q_a|^2 - \sqrt{2}\zeta_a\right)^2 + i\sqrt{2}\theta F_{12,a} \right] \tag{4}$$

となる。ここで、Euclidean 空間へ Wick 回転を行った。これは k 個の Abelian-Higgs 模型であり、q_a は charged hypermultiplet、e_a はゲージ結合定数、ζ_a は FI パラメーター、$\theta = X^9$ である。この模型のインスタントン解は ANO vortex 解となる。次に、このインスタントン背景で charged hypermultiplet fermion の 4 点関数

$$G_4^{(n_a)}(x_1, x_2, x_3, x_4) = \langle \bar{\psi}_{a+}(x_1)\psi_{a-}(x_2)\tilde{\psi}_{a+}(x_3)\bar{\tilde{\psi}}_{a-}(x_4)\rangle_{n_a\text{-instantons}}. \tag{5}$$

を計算する。n_a は a sector でのインスタントン数を表す。この 4 点関数の結果は、GLSM の低エネルギー極限で得られる non-linear sigma model (NLSM) の fermion 項

$$\mathcal{L}_{\text{NLSM}} \sim R_{\mu\nu\rho\sigma}\Omega^\mu_+\Omega^\nu_+\Omega^\rho_-\Omega^\sigma_- \tag{6}$$

と比べると、標的空間の Riemann テンソル $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ への弦理論インスタントン補正として読み取れる。Riemann テンソルから計量の情報を読み取り、調和関数への修正として書き直すと、結果は (3) と一致した。ここで、インスタントンモジュライ空間の体積は適切に規格化した。

参考文献

[1] J. de Boer and M. Shigemori, Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 251603 [arXiv:1004.2521 [hep-th]], arXiv:1209.6056 [hep-th].

[2] D. Tong, JHEP **0207** (2002) 013 [hep-th/0204186].

[3] J. A. Harvey and S. Jensen, JHEP **0510** (2005) 028 [hep-th/0507204].

[4] T. Kimura and S. Sasaki, Nucl. Phys. **B876** (2013) 493 [arXiv:1304.4061 [hep-th]].

[5] T. Kimura and S. Sasaki, JHEP **1308** (2013) 126 [arXiv:1305.4439 [hep-th]].