

素粒子論研究 Vol.17 「時間とエネルギーの不確定性 関係 II.- 非可換性の視点から」に対するコメント

堀田昌寛

東北大学大学院理学研究科

hotta[at]tuhep.phys.tohoku.ac.jp

Comment on "Uncertainty Relation between Time and Energy. II. - From
the Viewpoint of Noncommutativity"

Masahiro Hotta

Graduated School of Science, Tohoku University, Japan

素粒子論研究電子版 Vol.17 に、谷村氏に対する筆者のコメント [1] に対する反論が掲載されている [2]。まずは谷村氏にご回答して頂いたことに感謝したい。ただこちらのコメントの意図が正しく伝わっていないようなので、改めてコメントを書かせて頂くことにした。

今回の谷村氏の主張の中で強調されているのは、全ハミルトニアンと部分系エネルギー演算子（無摂動ハミルトニアン）との非可換性である。運動量や角運動量と異なり、エネルギーは部分系間の相互作用のために相加的保存量ではない。つまり可換な部分系の演算子の和で全体の保存量が記述されないのが、エネルギーの大きな特徴である。そのためなんらかの部分系のエネルギーの理想測定をしてその固有値を観測することは、光子箱の例のようにエネルギー保存則を利用する例ではそもそも本質的に意味をなさないのは自明である。[1]と同様に、対象系 S と測定器系 A の合成系の全ハミルトニアン \hat{H} を、互いに非可換な各々の部分系の寄与 \hat{H}_S, \hat{H}_A の和 $\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_A$ として与えられているとしよう。ここで谷村氏は \hat{H}_A を測って固有値 E_A^i を得ても、 \hat{H} の初期値 E からそれ引いて、対象系 S のエネルギーが確定値 $E_S^i = E - E_A^i$ になっているとは言えないと [2] の P6 で主張している。ここでの議論では \hat{H} の初期値は確定しており、 \hat{H} の固有値 E として解釈されているようである。つまり合成系の初期状態はこの固有値に対応する全エネルギーの固有状態 $|E\rangle$ としている。（縮退があった場合でも、その縮退している固有状態の1つを選択することに対応する。）しかし $\exp(-it\hat{H}/\hbar)|E\rangle = \exp(-itE/\hbar)|E\rangle$ という関係から、この場合明らかに合成系に非自明な時間発展は起きない。従って、そもそも S から A に非零のエネルギー量の移動が起きるような反応は生じないのである。従って全エネルギーの保存則を用いて部分系間のエネルギー移動を議論する場合、全体系がエネルギー固有状態にあっては意味がないのは自明である。従って [1] の議論でも、様々なエネルギー固有状態の重ね合わせ状態を合成系全体に用意することは極自然に仮定されている。実はこれは無摂動ハミルトニアンの固有状態を始状態とする谷村氏の設定にも当てはまる。従って \hat{H}_A を測ってその固有値 E_A^i を観測する谷村氏の議論の中で

も、全エネルギー E 自身は量子的にばらついており、確定的な値をそもそも持っていない。このため、今のようにエネルギー保存則に基づいて部分系のエネルギーやその変化量を議論したい場合には、谷村氏のように 1 回 1 回観測値として現れる固有値をみても有難味が全くないのだ。演算子の非可換性や相互作用時間との関係性を論じる前の時点で既に、エネルギー保存に関して谷村氏の固有値測定の議論は用をなさないのである。これらのことからむしろ何回も実験を行って統計を溜めて、期待値レベルでのエネルギー保存則 $\langle \hat{H} \rangle = \langle \hat{H}_S \rangle + \langle \hat{H}_A \rangle$ を考えるのが自然であることも分かる。合成系の初期状態におけるエネルギー期待値を $E = \langle \hat{H} \rangle$ とし、測定器系 A のエネルギー期待値 $E_A = \langle \hat{H}_A \rangle$ を測れば、対象系 S のエネルギー期待値 $E_S = \langle \hat{H}_S \rangle$ が $E_S = E - E_A$ として確定する。光子箱の例においても、(たぶんアインシュタインと同様の) エネルギー保存則を重視する立場をとれば、谷村氏のように勝手に選んだ可換な無摂動系ハミルトニアン \hat{H}_s, \hat{H}_a を 1 回 1 回理想測定しても何も意味がないことになる。

筆者がコメント [1] で提示した 2 粒子間の弾性散乱の例は、対象系内部の反応を記述するために挙げたものではない。対象系である 1 つの高速粒子が測定器内部に固定されたターゲットの原子核内部の粒子と散乱するという背景で書いたものであり、この原子核内の粒子は測定器のプロープとして議論されるべきものである。[1] で述べたように、対象系入射粒子が測定器の粒子と相互作用する時間は一般に非常に短いものである。散乱されたターゲット粒子はその後測定器内部の信号増幅過程を経るが、入射粒子との相互作用が切れているためにこの信号のマクロ化も測定器内部過程とみなされるべきものである。そのマクロ化の時間自体は、対象系と測定系との相互作用時間とみなすべきではないだろう。[1] における筆者の主張は、対象系の入射粒子と測定器系のターゲット粒子が相互作用する時間は、対象系から測定器系に移動したエネルギー量の誤差と全く関係がないという主張である。

これらのことから、谷村氏が提案している「対象系と測定系間の相互作用時間とエネルギー移動量の不確定性関係」という [2] の P2 の (6) 式の呼称は、依然として一般に誤解を招くものと考えられる。

なおご回答の中にある私のコメントに対する 7 つの御反論があるので、以下ではそれらに答える。

谷村氏が主張する筆者の誤解 (1): 「第 1 に、堀田氏の論文の web 掲載アブストラクトおよび本文に【光子箱の思考実験から相互作用時間とエネルギー移動量の不確定性関係が導かれるという谷村氏の主張】と書かれているが、そのような主張を私はどこにも書いていない。」 P4

回答: これに関してはこちらの言葉が足りなかったと思われる。「相互作用時間とエネルギー移動量の不確定性関係をかなり一般的なモデルの摂動近似

計算によって導き、これを適用すれば光子箱の思考実験が合理的に解釈できるという旨を主張したのである。」ということでこちらとしても、全く問題はない。谷村氏がされたことは、光子箱の思考実験から問題意識が生まれて、有限次元系では正当化される摂動論最低次の議論をこの系にも適用して一般論を展開し、ある”不確定性関係”を得たということであると認識している。しかしこれは本質的なポイントではない。私のコメント [1] も一般的な測定モデルに関して適用できる内容になっているためである。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(2):「部分系のハミルトニアン $\hat{H}_s + \hat{H}_a$ は全ハミルトニアン $\hat{H} = \hat{H}_s + \hat{H}_a + \hat{H}_s + \hat{V}$ と可換ではない。だから $\hat{H}_s + \hat{H}_a$ は保存量ではない。」

回答: このことはもちろん把握しており、これを否定するコメントも [1] に全く書いていないため、谷村氏の誤解であろうと思われる。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(3):「堀田氏の言わんとするところの対象系ハミルトニアン $\hat{H}_S = \hat{H}_s$ と測定系ハミルトニアン $\hat{H}_A = \hat{H}_a + \hat{V}$ は可換ではない。ゆえに両者は同時対角化できない。ゆえに、おのおののエネルギー固有値 E_S, E_A を同時に指定することは、一般にはできない。」 P5.

回答: このことも自明であり、このことを否定するコメントも [1] にはない。これも谷村氏の誤解と思われる。むしろこの事実から上記のように、なぜエネルギー保存則を部分系の寄与の和で表現するときに固有値ではなく期待値を使う必要があるのかが説明される。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(4) その1:「アインシュタインは「物理量の期待値が不確定であるのはおかしい」と言っていたのではなく、「一回ごとの測定値が原理的に不確定であるのはおかしい」と言いたくて、「光子箱を使えば一つ一つの光子のエネルギーを正確に決められるはずではないか」と言いたかったのではないだろうか。」 P6.

回答: これに関してはアインシュタイン本人でなければ本当のところは分からないことであり、このような科学的な興味自体はコメント [1] の本質的テーマからはずれているため、特に付け加えることはない。[1] の主旨は、相互作用時間とエネルギー移動量の誤差の間には不確定性関係は存在しないということである。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(4)その2:「堀田氏が示したエネルギー期待値保存則(7)は不確定性関係を覆すものではないと判断せざるを得ない。」P6.

回答:まず有限系の対象系と測定器系の場合には、谷村氏が定義した無摂動エネルギー \hat{H}_s, \hat{H}_a についての摂動最低次での結果:

$$E_s^f - E_s^i \pm \frac{\hbar}{t} = -(E_a^f - E_a^i)$$

を否定することは筆者の主張ではない。しかしこれを「相互作用時間とエネルギー移動量の不確定性関係」と呼ぶことに関して、誤解を招くと指摘したものである。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(5):「私の議論は、各系の無摂動ハミルトニアンをうまく選べて摂動論が適用できるなら、始状態・終状態のエネルギー固有値に関してこれこれの関係式が成立すると言っているだけである。無摂動ハミルトニアンを一意的に選ぶ原理があるとは言っていないし、つねに摂動論が適用できるとも言っていない。」P7.

回答:少なくとも有限次元系に対しては、筆者も谷村氏が示した関係式が数学的に間違っていると主張していない。これを「相互作用時間とエネルギー移動量の不確定性関係」と呼ぶのは不適當であろうという主旨にすぎない。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(6):「たしかに堀田氏自身が誤解を呈してくださったように、「相互作用時間」を「測定される対象系内部の相互作用の時間」だと思われたのは誤解である。」

回答:これに関しては上記に詳しく回答を与えた。

谷村氏が主張する筆者の”誤解”(7):「各部分系のハミルトニアンを $\hat{H}_A = \hat{H}_1 + \hat{V}_1$ と $\hat{H}_B = \hat{H}_2 + \hat{V}_2$ で定めれば、全体系のハミルトニアンは $\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_B$ と書かれ、たしかにこれは保存量であるが、そうしたところで、 \hat{H}_A と \hat{H}_B は可換ではないので、両方のエネルギー固有値を同時に指定することはできず、前述の問題は回避できない。」

回答:これは谷村氏が主張する筆者の”誤解”(3)とほぼ同じ内容であり、非自明な時間発展を行う系で部分系のエネルギーの演算子の固有値を測定することは、保存則の観点から意味がない。前に述べたように、エネルギーの保存則を用いて部分系間のエネルギー変化を議論したい場合には、各エネルギー期待値(平均値)を扱うほうが理に適っている。

参考文献

- [1] 堀田昌寛, 「素粒子論研究 Vol. 16 「時間とエネルギーの不確定性—腑に落ちない関係」に対するコメント」, 素粒子論研究電子版 Vol.16 (2013) No. 5.
- [2] 谷村省吾, 「時間とエネルギーの不確定性関係 II.-非可換性の視点から」, 素粒子論研究電子版 Vol.17 (2013) No. 2.