

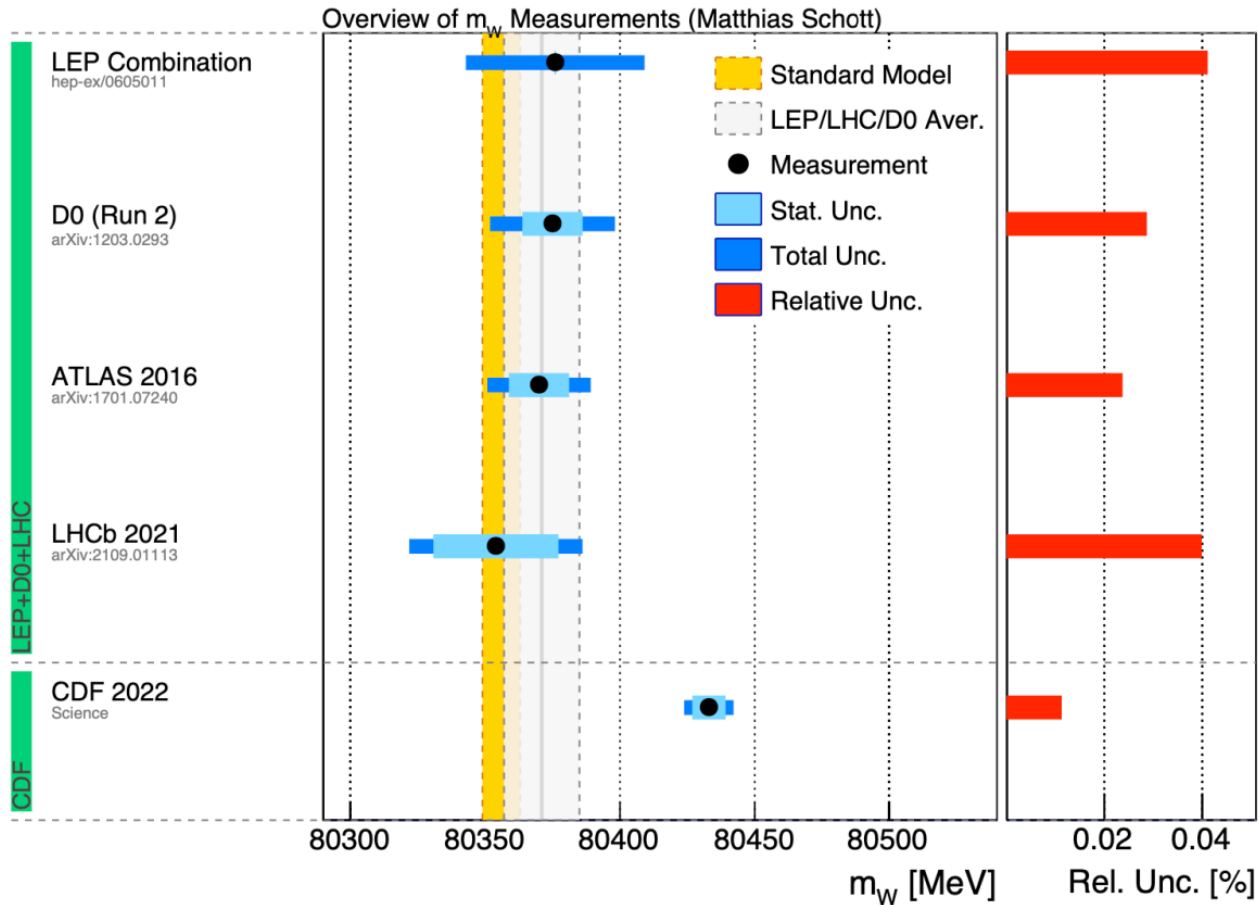
2022.7.23 北陸信越地区素粒子論グループ研究会

W-boson mass anomaly and grand unification

横崎 統三 (浙江大学)

arXiv:2205.03877 (accepted by Phys. Lett. B)

W-boson mass anomaly



$$(M_W)_{\text{exp}} = (80.4133 \pm 0.0080) \text{ GeV}$$

$$(M_W)_{\text{SM}} = (80.3500 \pm 0.0056) \text{ GeV}$$

$\delta M_W \sim 50 \text{ MeV}$ くらい必要

[2204.04204]

CDFの結果を含めた平均値とSMの予言値に大幅な乖離

W boson mass shift from new physics

ミューオンの崩壊から決まるフェルミ定数とW-bosonの質量をマッチさせる

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2M_W^2 s_W^2} (1 + \Delta r)$$

$$\Delta r : \text{radiative correction} \quad s_W^2 = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}$$

$$M_W \approx (M_W)_{\text{SM}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{c_W^2}{c_W^2 - s_W^2} (\Delta\rho)_{\text{NP}} \right)$$

$$(\Delta\rho)_{\text{NP}} \sim \frac{g_2^2}{(16\pi^2)} \frac{M_W^2}{m_{\text{NP}}^2} \quad \longrightarrow \quad m_{\text{NP}} \sim 200 \text{ GeV}$$

ループでシフトさせるようなモデルは、一般的にはLHCで厳しく制限される

W-boson mass anomaly and triplet Higgs

- SU(2) triplet with zero hyper-chargeを導入するのがおそらく一番簡単

$$\mathcal{L} \ni 2 \text{Tr}[(D_\mu \Sigma_3)^\dagger D^\mu \Sigma_3] \quad \Sigma_3 = \Sigma^a \frac{\tau^a}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H_T & \sqrt{2}H_1^+ \\ \sqrt{2}H_2^- & -H_T \end{pmatrix}$$

$$D_\mu \Sigma_3 = \partial_\mu \Sigma_3 - ig_2 [W_\mu, \Sigma_3] \quad [W_\mu, \langle \Sigma_3 \rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -\langle H_T \rangle W_\mu^+ \\ \langle H_T \rangle W_\mu^- & 0 \end{pmatrix}$$



Tree-levelでW-bosonの質量だけに新たな寄与 $\delta M_W^2 = 2g_2^2 \langle H_T^2 \rangle$

W-boson mass anomaly and triplet Higgs

ミューオンの崩壊から決まるフェルミ定数とこの模型の予言をマッチさせると

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} \simeq \frac{\alpha\pi(1 + \Delta r)}{M_W^2} \left(s_W^2 + \sqrt{s_W^4 + \frac{32\pi\alpha \langle H_T \rangle^2}{M_Z^2}} \right)^{-1}$$

Δr : radiative correction $s_W^2 = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}$ [e.g. Diessner, Weiglein, 2019]



$$M_W \approx (M_W)_{\text{SM}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{c_W^2}{c_W^2 - s_W^2} \frac{4 \langle H_T \rangle^2}{v^2} \right) \quad \langle H_T \rangle \sim 3 \text{ GeV} \rightarrow \delta M_W \sim 60 \text{ MeV}$$

しかし、なぜそんな場が低エネルギーに要求されるのか？

Scalar Potential

SMに複素SU(2) triplet Higgsを導入する

$$V(H, \Sigma_3) = -\mu_H^2 |H|^2 + \lambda_H |H|^4 + A_{3H} H^\dagger \Sigma_3 H + h.c. \\ + 2\mu_3^2 \text{Tr}(\Sigma_3^\dagger \Sigma_3), \quad (\text{簡単のため他の項は落とす})$$

最小化条件を使うと

$$\langle H \rangle = (0, v)^T, \quad \langle \Sigma_3 \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_T & 0 \\ 0 & -v_T \end{pmatrix}$$

$$v^2 = (\mu_H^2 + A_{3H} v_T) / (2\lambda_H), \quad v_T = \frac{A_{3H} v^2}{2\mu_3^2}. \\ \approx (174 \text{ GeV})^2$$

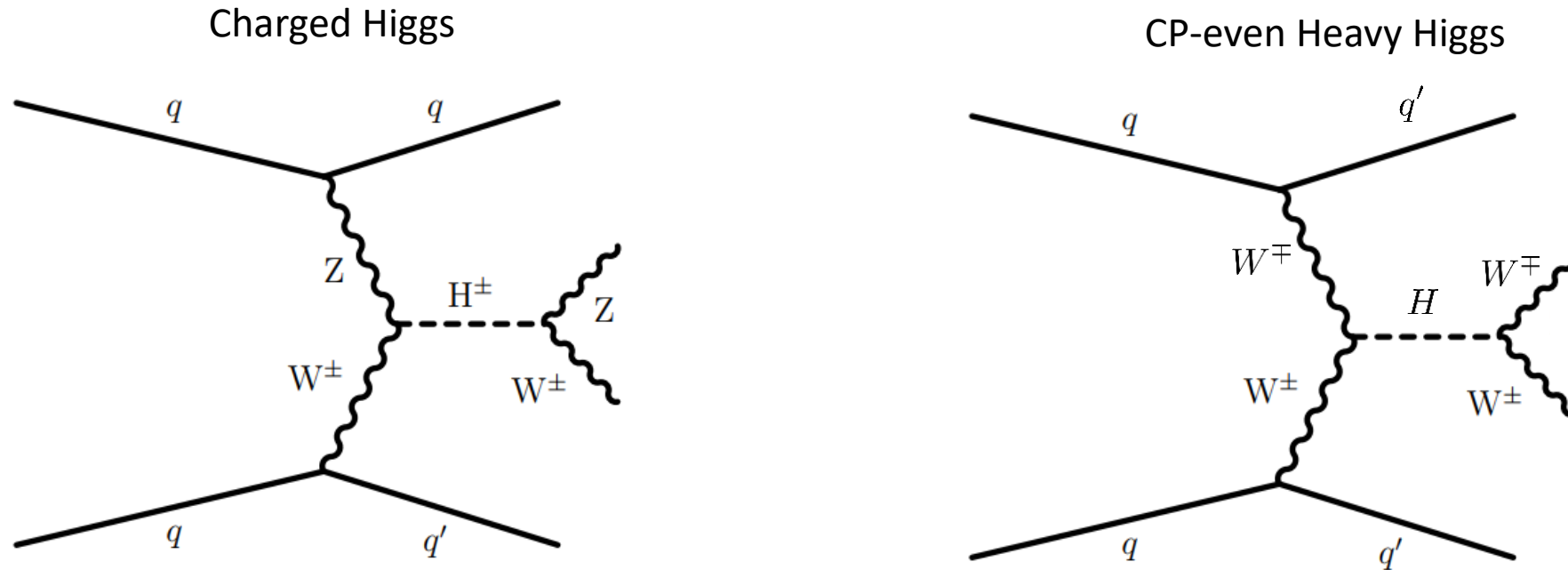
例

$$A_{3H} = 200 \text{ GeV}$$

$$\mu_3 = 1 \text{ TeV}$$

6つの新たな自由度: H, A, H_a^\pm, H_b^\pm mass $\approx |\mu_3|$

Searches for additional Higgs bosons



($t b$ への崩壊分岐比は小さい)

両方ともナイーブな現在のバウンドは2 TeVくらい

しかし、Higgs-vector-vectorの結合定数は v_T に比例するため生成断面積は相当小さい

- SU(2) Triplet Higgs(with zero-hypercharge)は W^\pm にのみ質量を与えるので、簡単にW-bosonの質量をずらせる
- VEVは3GeVくらいで良い
- LHC実験ともコンシステント

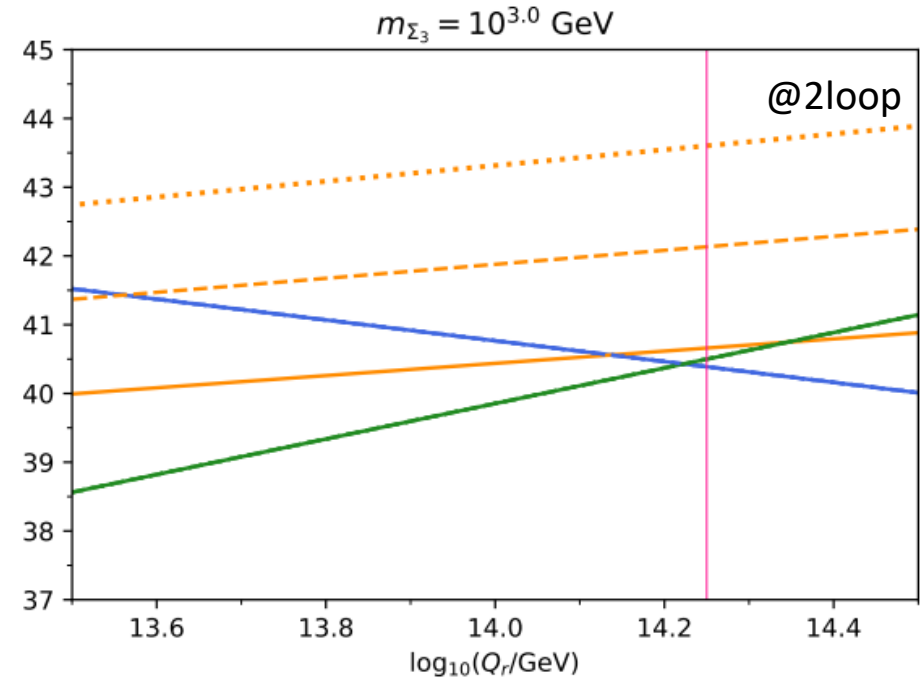
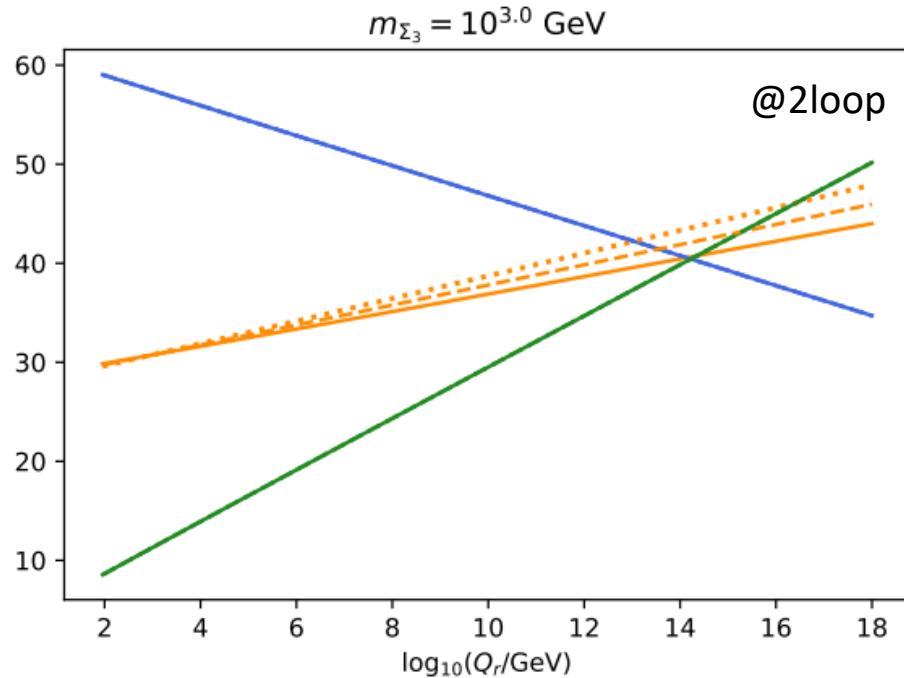
- しかし、なぜそんなSU(2) Triplet HiggsなんてものがTeVスケールに必要なのか？



大統一理論の存在を示唆しているのでは？

$$\Sigma_{24} \ni \Sigma_3 = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0) (SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y)$$

Gauge coupling unification with triplet Higgs



Dotted: SM

Dashed: Real SU(2) triplet

Solid: **Complex SU(2) triplet**

$$\Delta b_2 = \frac{2}{3} \text{ for complex SU(2) triplet}$$

Gauge coupling unificationがとても良くなる

A few $\times 10^{14}$ GeVに大統一理論があるように思える

(陽子崩壊がやばそうだが後で議論する)

Minimal SU(5) Grand Unified Theory

- Standard Model gauge groupが埋め込める最小の群がSU(5) (rank=4)
- 物質場は10表現と5*表現に統一される
- 電荷の量子化が説明される
- Higgs場は5表現に埋め込まれる (colored Higgsも居る)

$$\bar{\mathbf{5}}_i = (\bar{D}, L)_i \quad \mathbf{10}_i = (Q, \bar{U}, \bar{E})_i$$

$$H_5 = (H_C, H) \quad H_C : \text{colored Higgs}$$

$$A_\mu^a T^a = \begin{pmatrix} G_\mu & X_\mu/\sqrt{2} \\ X_\mu^\dagger/\sqrt{2} & W_\mu \end{pmatrix} - \frac{1}{2\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 2B_\mu & \\ & -3B_\mu \end{pmatrix}$$

$X_\mu(\mathbf{3}, \mathbf{2}, -5/6)$ は陽子崩壊を引き起こす

Higgs potential

SU(5)はadjoint Higgs (実場) によって、SM gauge groupに破れる

$$V \ni -\mu_{24H}^2 \text{Tr}(\Sigma_{24H}^2) + \lambda_{1H} \text{Tr}(\Sigma_{24H}^2)^2 + \lambda_{2H} \text{Tr}(\Sigma_{24H}^4)$$

$$\langle \Sigma_{24H} \rangle = v_{\text{GUT}} \text{diag}(2, 2, 2, -3, -3)$$

$$v_{\text{GUT}}^2 = \mu_{24}^2 / (60\lambda_{1H} + 14\lambda_{2H}), \quad 30\lambda_{1H} + 7\lambda_{2H} > 0$$

GS modeでない場 Σ_{3H} , Σ_{8H} 質量は2:1

残念ながら、このトリプレットは軽く($\sim 1\text{TeV}$)できない

Light SU(2) triplet from SU(5) adjoint scalar

Σ_{24} はSU(2) tripletを含む

$$\Sigma_{24} = \begin{pmatrix} \Sigma_3 & X_1/\sqrt{2} \\ X_2^\dagger/\sqrt{2} & \Sigma_8 \end{pmatrix} + \text{gauge singlet}$$

$$\Sigma_3 : (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0) \quad \Sigma_8 : (\mathbf{8}, \mathbf{1}, 0) \quad X_1, X_2 : \left(\mathbf{3}, \mathbf{2}, -\frac{5}{6}\right)$$

U(1)対称性をもった一般的なポテンシャル $\Sigma_{24} \rightarrow e^{i\alpha} \Sigma_{24}$

($H_5^\dagger \Sigma_{24} H_5 \ni H^\dagger \Sigma_3 H$ だけU(1)対称性をソフトに破る)

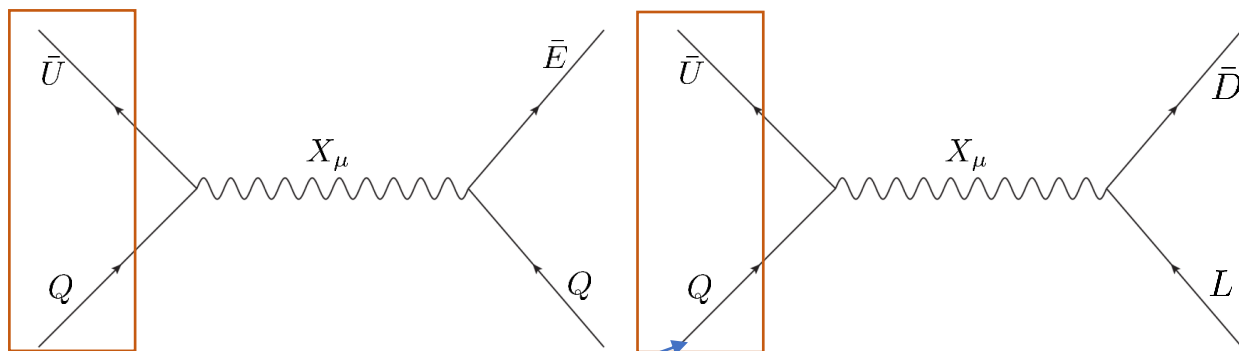
$$\begin{aligned} V \ni & 2\mu_{24}^2 \text{Tr}(\Sigma_{24}^\dagger \Sigma_{24}) + 2A_1 \text{Tr}(\Sigma_{24H} \Sigma_{24}^\dagger \Sigma_{24}) + 2A_2 \text{Tr}(\Sigma_{24}^\dagger \Sigma_{24H} \Sigma_{24}) \\ & + \lambda_1 \text{Tr}(\Sigma_{24H}^2) \text{Tr}(\Sigma_{24}^\dagger \Sigma_{24}) + 2\lambda_2 \text{Tr}(\Sigma_{24H}^2 \Sigma_{24}^\dagger \Sigma_{24}) + 2\lambda_3 \text{Tr}(\Sigma_{24H} \Sigma_{24}^\dagger \Sigma_{24H} \Sigma_{24}) \end{aligned}$$

パラメータを調整すれば、 Σ_3 以外は全て重く(\sim GUT scale)できる

Proton decay

X gauge bosonによって引き起こされるもの

$$p \rightarrow e^+ \pi^0$$



共通部分

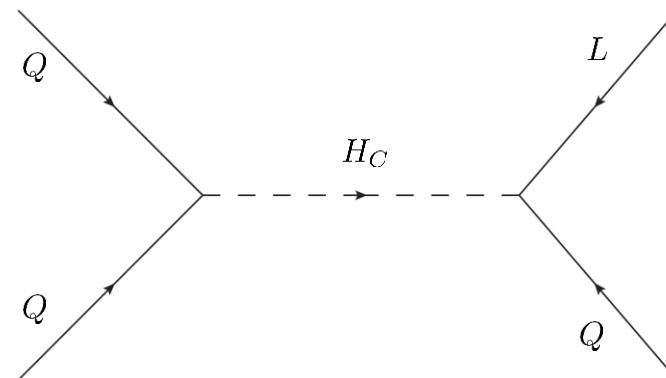
$$\tau_p = \frac{1}{\Gamma_p} \sim \frac{M_X^4}{\alpha_{\text{GUT}}^2 m_p^5} = 2.4 \times 10^{34} \text{ yrs} \left(\frac{1/40}{\alpha_{\text{GUT}}} \right)^2 \left(\frac{M_X}{5.3 \times 10^{15} \text{ GeV}} \right)^4$$

$M_X \approx 5.3 \times 10^{15} \text{ GeV}$ で実験の制限ギリギリくらい

明らかに $M_X \sim 10^{14} \text{ GeV}$ では寿命が短すぎる

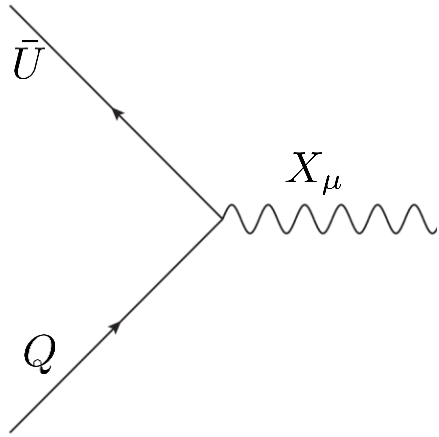
Colored Higgsによって引き起こされるもの

$$p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$$



普通はあまり効かないが、左をサプレスしようとする、これがエンハンスする

Suppression of proton decay



このvertexをサプレスすればよい

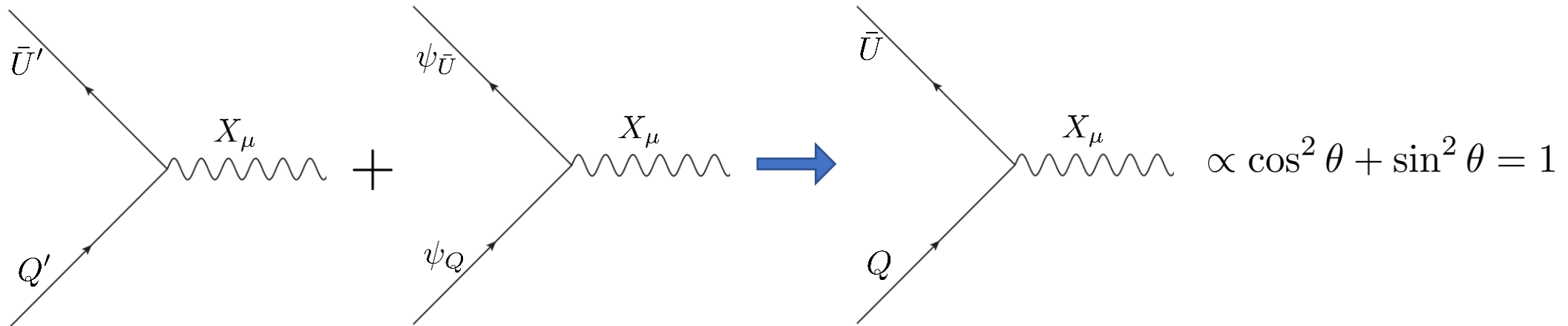
Vector-like matter $\psi_{\mathbf{10}} = (\psi_Q, \psi_{\bar{U}}, \psi_{\bar{E}})$ $\psi_{\overline{\mathbf{10}}}$

を導入するしてカイラルな場と混ぜる

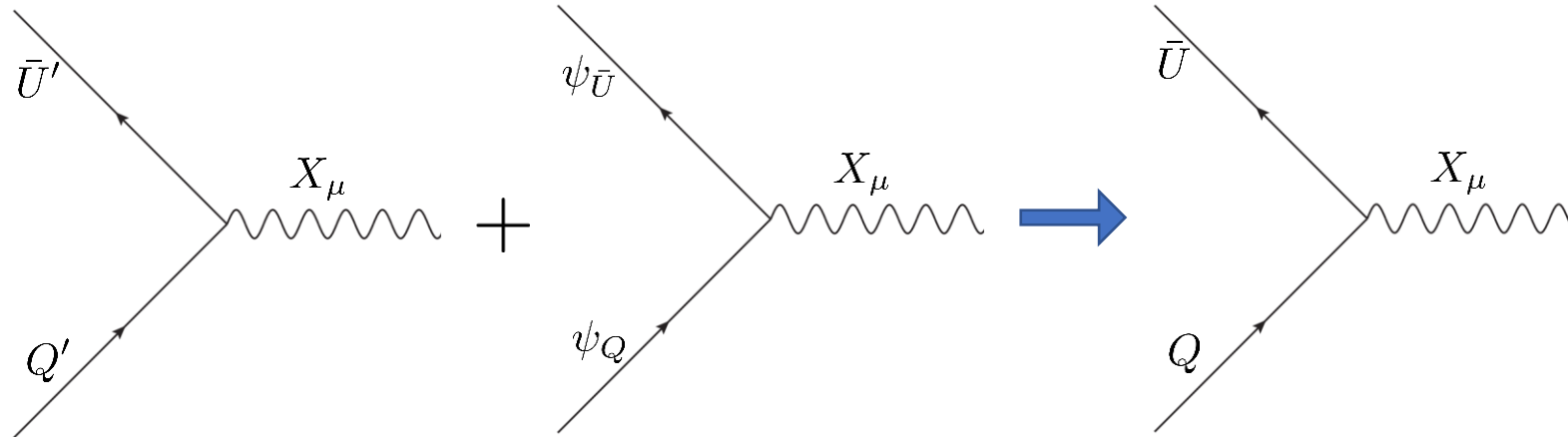
ミニマルには第1世代だけでよい

massless

$$\begin{pmatrix} \mathbf{10}' \\ \psi_{\mathbf{10}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{10}_{\text{SM}} \\ \psi_{\mathbf{10}, \text{heavy}} \end{pmatrix} \quad \text{ではうまくいかない}$$



Suppression of proton decay



SMのクォーク Q , \bar{U} がそれぞれ別のmultipletから来ているような状況が必要

$$\begin{pmatrix} Q' \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_Q & \sin \theta_Q \\ -\sin \theta_Q & \cos \theta_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ \psi_{Q,\text{heavy}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{U}' \\ \psi_{\bar{U}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_U & \sin \theta_U \\ -\sin \theta_U & \cos \theta_U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U} \\ \psi_{\bar{U},\text{heavy}} \end{pmatrix}$$

$$\text{vertex} \propto \cos \theta_Q \cos \theta_U + \sin \theta_Q \sin \theta_U$$

Suppression of proton decay

$$\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) \approx 3.3 \times 10^{27} \text{ yrs } A_{\text{mix}} \left(\frac{g_5}{0.55} \right)^{-4} \left(\frac{M_X}{10^{14} \text{ GeV}} \right)^4$$

$$A_{\text{mix}} = (\cos \theta_Q \cos \theta_U + \sin \theta_Q \sin \theta_U)^2$$

$\sin \theta_U \sim 10^{-4}$ and $\cos \theta_Q \sim 10^{-4}$ もしくは $\sin \theta_Q \sim 10^{-4}$ and $\cos \theta_U \sim 10^{-4}$
ならばこの低いスケールのSU(5) GUTも実験とコンシステント

$p \rightarrow \mu^+ \pi^0$ などのモードもサプレスされる

小さなmixing angleはSU(5) consistentな項から出すことが出来る (微調整は必要)

$$-\mathcal{L} \ni \psi_{\mathbf{10}} (M_{10} + \lambda_{10} \Sigma_{24H}) \mathbf{10} + \psi_{\mathbf{10}} (M'_{10} + \lambda'_{10} \Sigma_{24H}) \psi_{\mathbf{10}} + h.c.$$

$$-\mathcal{L} \ni M'_U \bar{U}' \psi_U + M_U \psi_{\bar{U}} \psi_U \\ + M'_Q Q' \psi_{\bar{Q}} + M_Q \psi_Q \psi_{\bar{Q}}$$

例えば M_U と M'_Q を小さくとれば、陽子崩壊はサプレスされる

Proton decay induced by colored Higgs

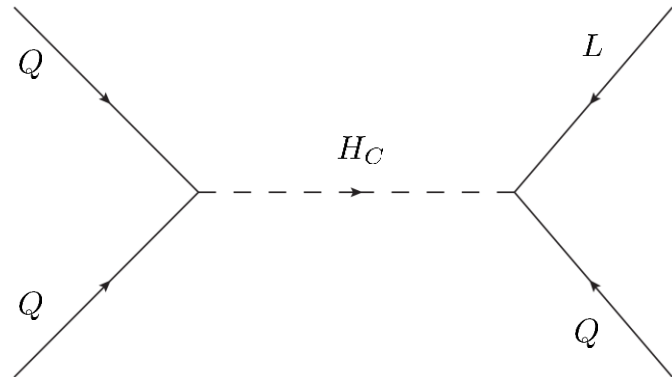
Colored Higgsによる陽子崩壊が大幅にエンハンスされる

$\sin \theta_Q \sim 10^{-4}$ のケースを考えてみる

$$-\mathcal{L} \ni \frac{1}{4} Y_{10,i} \delta_{ij} \mathbf{10}'_i \mathbf{10}'_j H_5 + h.c. \quad \rightarrow \quad (Y_{10,1} \sin \theta_U) Q H \bar{U} = Y_u Q H \bar{U}$$

$$\frac{1}{2} Y_{10,1} (Q \cdot Q) H_C = \frac{1}{2} \left(Y_u / \sin \theta_U \right) (Q \cdot Q) H_C$$

$p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$



$$\tau_p = \frac{1}{\Gamma_{p \rightarrow K^+ \bar{\nu}_\tau}} = 9.4 \times 10^{33} \text{ yrs} \left(\frac{m_{H_C}}{2 \times 10^{13} \text{ GeV}} \right)^4 \left(\frac{\sin \theta_U}{10^{-4}} \right)^2$$

X gauge bosonによる陽子崩壊をサプレス → colored Higgsによる陽子崩壊のエンハンスメント
このシナリオが正しければどちらかが見える可能性がある

Threshold corrections and exact unification

GUT scale付近に以下のスカラー場が存在する

$$\Sigma_{3H}, \Sigma_{8H}, H_C, X \left(3, 2, -\frac{5}{6} \right), \Sigma_8$$

Minimal SU(5)にもともと居る場

これらの粒子の寄与を含めたゲージ結合定数がXY gauge bosonの質量スケールで正確に一致することを要求

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha}_1^{-1}(M_X) &= \alpha_1^{-1}(M_X) - \frac{b_{1,H_C}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{H_C}} - \frac{b_{1,X_1}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{X_1}} - \frac{b_{1,X_2}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{X_2}}, \\ \tilde{\alpha}_2^{-1}(M_X) &= \alpha_2^{-1}(M_X) - \frac{b_{2,X_1}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{X_1}} - \frac{b_{2,X_2}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{X_2}} - \frac{b_{2,\Sigma_{3H}}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{2m_{\Sigma_{8H}}}, \\ \tilde{\alpha}_3^{-1}(M_X) &= \alpha_3^{-1}(M_X) - \frac{b_{3,H_C}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{H_C}} - \frac{b_{3,X_1}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{X_1}} - \frac{b_{3,X_2}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{X_2}}, \\ &\quad - \frac{b_{3,\Sigma_{8H}}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{\Sigma_{8H}}} - \frac{b_{3,\Sigma_8}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{m_{\Sigma_8}},\end{aligned}$$

$$\tilde{\alpha}_1^{-1}(M_X) = \tilde{\alpha}_2^{-1}(M_X) = \tilde{\alpha}_3^{-1}(M_X) \longrightarrow m_{H_C} \sim 10M_X \quad \text{その他} \sim 10^{\pm 1}M_X \text{ の範囲}$$

SU(5) GUTと完全にコンシステントでcolored Higgsによる陽子崩壊も抑制される

Yukawa couplings

SMの湯川も higher dimensional operator を含めれば、全て説明可能

$$-\mathcal{L}_{\text{dim } 5} \ni \sqrt{2} \frac{c_{ij}}{M_*} \bar{\mathbf{5}}_i \Sigma_{24H} \mathbf{10}'_j H_5^* + h.c.,$$

A. Running fermion masses in SM at GUT scale = 2×10^{16} GeV

TABLE-II COMPARISON OF FERMION MASSES IN SM, 2-LOOP

Fermion	Update Mass (This work)	Mass (Das, Parida)
m_u	$0.4565^{+0.1742}_{-0.1483}$ MeV	$0.8351^{+0.1636}_{-0.1700}$ MeV
m_c	$0.2225^{+0.0280}_{-0.0280}$ GeV	$0.2426^{+0.0235}_{-0.0247}$ GeV
m_t	$70.5188^{+0.9585}_{-0.9479}$ GeV	$75.4348^{+9.9647}_{-8.5401}$ GeV
m_d	$1.0773^{+0.4474}_{-0.4365}$ MeV	$1.7372^{+0.4846}_{-0.2636}$ MeV
m_s	$20.4323^{+5.7159}_{-5.4912}$ MeV	$34.5971^{+4.8857}_{-5.1971}$ MeV
m_b	$0.9321^{+0.0166}_{-0.0172}$ GeV	$0.9574^{+0.0037}_{-0.0169}$ GeV
m_e	0.4413 ± 0.0003 MeV	0.4413 ± 0.0001 MeV
m_μ	93.116 ∓ 0.0117 MeV	$93.1431^{+0.0136}_{-0.0101}$ MeV
m_τ	1.6109 ∓ 0.00003 GeV	$1.5834^{+0.000}_{-0.0005}$ GeV

$Y_b = Y_\tau$ はインコンシステント

O(0.01)のGUTの破れが必要

$$\left(\frac{\langle \Sigma_{24} \rangle}{M_*} \sim 0.01 \right)$$

[Bora, 1206.5909]

ただし、 $M_* = M_{\text{planck}}$ の場合、GUTを破るヒッグスのVEVが小さいので、3世代目に関して $5+5^*$ のベクターライク場が必要

Summary

- SU(2) triplet Higgs with zero hyper-chargeはW-boson massのアノマリーを簡単に説明できる
- 複素SU(2) tripletはGUTを示唆しているかもしれない
- 陽子崩壊のサプレス、結合定数の統一、Yukawaの構造がすべて説明できる
- 必要な微調整はSU(5)xU(2)などのProduct group GUTを考えればより簡単に説明できる可能性がある

