

ローレンツ不変性を破る可能性について

中西 襄^{*1}

最近、ローレンツ不変性を破るような理論の可能性が話題になっているようである。私もローレンツ不変性が自発的に破れるモデル¹⁾を提起したこともあり、関心があるので私見を述べてみたい。

ローレンツ不変性の正しさは、極めて多くの精密な実験で確認されている。数年前、宇宙背景放射の光子との衝突のために生ずる GZK 限界²⁾を超える超高エネルギー宇宙線粒子が観測された³⁾とかで、一時期ローレンツ不変性が超高エネルギーで破れているためではないかと疑われた。しかし最近のより精密な観測⁴⁾では、GZK 限界は守られているようだ。また、プランク・スケールで光速がエネルギー依存する可能性も、遠方で起こった短いガンマ線バーストの観測結果から、否定的結論が最近発表された⁵⁾。従って現在、実験的サイドからローレンツ不変性の破れを考えるべき根拠は、全くないといってよい。

ローレンツ不変性は、場の量子論の作用積分の選定において極めて重要な統制原理を与えている。実際、明白なローレンツ共変性の要請がなければ、ラグランジアン密度をどのように決めたらよいのか全く分からなくなる。標準理論の輝かしい成功を最も基礎的なところで支えているのは、明白なローレンツ共変性なのである。

ローレンツ不変性がプランク・エネルギーより十分低いところでだけ成り立つ近似的対称性であるということは、論理的可能性としてはもちろん存在する。しかしそれを単なる偶然の結果とするのでは、とてもまともな理論とは看做せない。すなわち、ローレンツ不変性の破れの項に、係数として手でプランク・レングスを挿入しておくようなものは、到底正しい理論の候補にはなりえないであろう。元になっている理論が持つ基本的性質から、低エネルギーでローレンツ不変性が復活することが自然に導かれるのでなければならぬ。このような理論を作るのは非常に難しいことである。

その誕生のときから、場の量子論は紫外発散の困難に悩まされてきた。ローレンツ不変性とユニタリー性を要請する限り、少なくとも摂動論では発散は避けられないようである。くりこみ理論は無限大を物理定数に閉じ込めることに成功したが、物理定数の補正項は計算できないし、またくりこみ理論は第 2 種相互作用には使えない。無理に発散を除去しようとすると、ほぼ確実に

^{*1} 京大 (数理解析研究所) 名誉教授 e-mail: nbr-nak@trio.plala.or.jp

ユニタリー性が破れて、量子論の確率解釈が破綻する。ユニタリー性を破らないように発散を除くには、ローレンツ不変性を破るしか手がないように見える。もしあらわにローレンツ不変性を破ってもよいとするならば、発散のないユニタリーな理論を構築するのは、いとも簡単である。たとえば、相互作用項に空間座標にだけ依存する形状因子を入れておけばよい(非局所相互作用)。実際、非相対論的モデルでは、このような方法はしばしば用いられてきた。しかしこれを相対論的に拡張すると、ユニタリー性が破れてしまう。また、自由場のラグランジアン密度に高階微分の項を導入しても、同様である。これはレギュレーターの方法として知られるものと同値であるが、発散の困難を除去するにはゴーストの導入が不可避で、ローレンツ不変性を壊さない限り、ユニタリー性が破れる。

明白なローレンツ共変性は統制原理として極めて重要なので、作用積分はローレンツ不変性を保っているのが望ましい。理論はオペレーター・レベルではローレンツ不変だが、表現の段階でローレンツ不変性を破るという可能性が考えられる。正ノルムの場合と負ノルムの場合が、対角的でない質量行列を持つとすると、実係数の2次方程式が複素根を持ちうるのと同じ理由で、複素質量を持ついわゆる「複素ゴースト」が現れうる。この場合、エネルギー保存則のため、初期状態に複素ゴーストがなければ終状態にも現われえず^{*2}、ユニタリー性は保たれる。しかしその代わりローレンツ不変性が破れることが証明される⁶⁾。つまり、ローレンツ不変性が自発的に破れるのである^{*3}。

しかし、ゴーストがあるので、それをレギュレーターとして発散の除去に利用することは可能である。非可換ゲージ不変性などをこわさないようにレギュレーターを導入するのはなかなか難しいことだが、たとえば複素ゴーストを用いて標準理論のヒッグス場のクォーク・反クォーク対による自己エネルギーの2次発散を除去することは可能である⁷⁾。なお、複素ゴーストによるローレンツ不変性の破れは高エネルギーの素粒子反応でのみ現れるので、光の伝播速度が変わったりはしないから、文献5の観測結果とは矛盾しない。

話は変わるが、最近でた坂本氏の解説記事⁸⁾や佐藤氏の修士論文⁹⁾によると、ホジャバとかいう人が、ローレンツ不変性をあらわに破る高階の空間微分の項を付け加えて紫外発散を抑える方法^{*4}を重力場に適用する理論を提起した¹¹⁾ということである^{*5}。くりこみ可能でユニタリーな重力場の量子論を構成するのがその目的のようだ。もちろんこの理論では、一般座標変換は空間3次元でしかできない。

重力場の共変的量子論はくりこみ不可能であり、従って物理的に意味のある理論ではありえな

^{*2} 複素ゴースト・共役複素ゴースト対の中間状態でも、非相対論的な場合と異なり、相対論的エネルギーは一般に実数にならない(実数になる場合の測度はゼロである)。

^{*3} ただし、南部・ゴールドストーン流の自発的対称性の破れとは異なる。

^{*4} 運動量空間で考えれば、これはファインマン・プロパゲーターの分母に3次元運動量の高次項を付け加えることである。ファインマン積分を絶対収束させる手段としてこれが用いられたことがある¹⁰⁾。

^{*5} よく検討したわけではないが、この理論は文献5の観測結果によりかなり制約されるのではないだろうか。

いという主張がよくなされる。こういう主張をする人たちは、重力場の共変的量子論を、故意に誤ってその共変的摂動論ないしはファインマン経路積分と同一視する。そして、重力場の作用積分は自由場の項と相互作用の項とに分けることなどできない形をしているという事実を、ことさら無視する。彼らは、量子重力場 $g_{\mu\nu}$ に摂動論を適用したいがために、まさにそのために、全く根拠のないアンザッツ*6

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(m)} + \sqrt{\kappa} h_{\mu\nu}$$

を導入するのである。ここに、 $g_{\mu\nu}^{(m)}$ は特定の古典的時空計量（通常はミンコフスキー計量 $\eta_{\mu\nu}$ ）、 κ はアインシュタインの重力定数、 $h_{\mu\nu}$ は重力場の量子効果を記述するオペレーターである。このアンザッツで暗黙に了解されてるように、 $h_{\mu\nu}$ は $\kappa \rightarrow 0$ で有限であるとすると、

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(m)} (= c \text{ 数} \neq 0)$$

と仮定していることになる。しかしこれは正しくない。なぜなら、オペレーター・レベルにおいて、 $g_{\mu\nu}$ の $\kappa \rightarrow 0$ 極限が、 $g_{\mu\nu}^{(m)}$ で指定される特定の座標系を選択するということ（これは状態ベクトルによる表現のレベルにおいてのみ可能なことである）はありえないからである*7。したがって、上のアンザッツを文字通りにとれば、 $h_{\mu\nu}$ は $\kappa \rightarrow 0$ において有限ではありえない、すなわちそれは無限大だということである。このことはもちろん、摂動展開が $\sqrt{\kappa}$ の冪級数であることと矛盾している。つまり、摂動展開において発散がつぎつぎと現われるのは当然のことで、むしろアンザッツが間違っていたことの証左と看做した方が自然である。

このように、重力場の共変的量子論はくりこみ不可能だから物理的に意味のある理論ではないという主張は、たんなる誤解の産物に過ぎない。実際に量子アインシュタイン重力において、発散の困難が不可避かどうかについては全く分かっていないのである。ホジャバは、重力場の量子論を摂動論的にくりこみ可能にするというようなほとんど無意味なことを実現するために、重力理論の本質的基盤である 4 次元的対称性をはじめから手でこわしてしまったわけだが、これはどう考えても物理学を進展させる方向に向かっているとは思えない。

多くの研究者がいまだに、「量子アインシュタイン重力はくりこみ不可能だからダメ」というドグマを無反省に信仰しているのは、困ったものだ。へんてこな亜流量子重力理論にはまる前に、量子アインシュタイン重力には本当に発散の困難があるのかどうか、先入観にとらわれないできちんと検討していただきたいものである。

*6 この式は、重力場の量子効果が背景時空計量に影響を与えないほど弱い場合の近似式として考えられたのかもされない。もしそうならば、量子効果が小さいと限定できない場合にそれを無反省に適用したのが、誤解のもとになったのであろう。

*7 「 $g_{\mu\nu}^{(m)}$ はゲージ固定項で導入するつもりだから、作用積分ですでに特定の座標系を選んでるのだ」と反論する人がいるかもしれないので、もう少し正確に議論すると次のようになる。よく知られているように、一般座標変換のような局所変換のもとで不変な理論を量子化するには、作用積分にゲージ固定項と FP ゴースト項を BRS 不変になるように付け加えなければならない（BRS 不変性がないと物理的 S 行列のユニタリー性が保証されない）。このとき一般座標変換は BRS 変換という q 数の変換に置き換わる。BRS 変換は κ に依存しないように定義されるので、BRS 変換される量 $g_{\mu\nu}$ の $\kappa \rightarrow 0$ 極限 ($\neq 0$) は、もちろん BRS 変換される量である。したがって、それが BRS 不変量である c 数に等しいことはありえないのである。なお、ここに述べた議論のもう少し詳しい説明（および文献）は、「重力場の量子論と一般相対論」¹²⁾ 参照。

文 献

- 1) N. Nakanishi, Prog. Theor. Phys. **118** (2007), 913.
- 2) K. Greisen, Phys. Rev. Lett. **16** (1966), 748.
G. T. Zatsepin and V. A. Kuz'min, JETP Lett. **41** (1966), 78.
- 3) M. Takeda *et al.*, Astropart. Phys. **19** (2003), 447.
- 4) The HiRes Collaboration, Phys. Rev. Lett. **100** (2008), 101101.
The Pierre Auger Collaboration, Science **318** (2007), 938.
- 5) A. A. Abdo *et al.*, Nature **462** (2009), 331.
- 6) N. Nakanishi, Phys. Rev. **D5** (1972), 1968.
- 7) N. Nakanishi, arXiv:0711.4628v1 [hep-th] (2007).
- 8) 坂本真人, 日本物理学会誌 **65** (2010), 437.
- 9) 佐藤勇貴, 素粒子論研究・電子版 **4** (2010).
- 10) W. Zimmermann, Commun. Math. Phys. **11** (1968), 1.
- 11) P. Hořava, Phys. Rev. **D79** (2009), 084008.
- 12) 中西 襄, 素粒子論研究・電子版 **1** (2009).