

開弦の場の理論における数値解周りの質量スペクトラムについて

岸本 功

山口東理大

2023 年 8 月 4 日 (金) ポスターセッション [オンライン]

YITP Workshop, 場の理論と弦理論 2023 (8/4(金) - 8/10(木), 2023)



公立大学法人 山陽小野田市立
山口東京理科大学
Sanyo-Onoda City University

はじめに

- [Sen-Zwiebach(1999)]:
開弦の場の理論のレベル切断法で Siegel ゲージのタキオン真空解 Ψ^T を数値的に構成.
 Ψ^T に対しエネルギーの値が評価され, D ブレーンが消えていることと整合することが示された. (→ 高レベルへ... [岸本 (2011)]: $L_{\max} = 26$, [Kudrna-Schnabl(2018)]: $L_{\max} = 30$)
- [Giusto-Imbimbo(2003), Imbimbo(2006)]:
タキオン真空解 Ψ^T 周りの理論について, 運動項のスペクトラムを数値的に調べ,
ghost 数 $g = 1$ の部分に非自明な物理的状態がないことと整合することが示された.
→ D ブレーンが消えている
- タキオン真空解 Ψ^T 以外の Siegel ゲージの数値解について,
Imbimbo らと同様の方法を用いて数値解周りの理論のスペクトラムを調べてみよう.
今回, 「二重ブレーン」解 Ψ^D [Kudrna-Schnabl(2018)] 周りの理論と
単位弦場に基づく解周りの理論の「一重ブレーン」解 Φ^S [岸本-高橋 (2009)] 周りの理論
を調べた.

目次

- ① Siegel ゲージの運動項と数値解析について
- ② 数値計算の結果 (タキオン真空解周り)
- ③ 数値計算の結果 (「二重ブレーン」解周り)
- ④ 数値計算の結果 (「一重ブレーン」解周り)
- ⑤ まとめと展望

Siegel ゲージの運動項

開弦の場の理論の作用を, 運動方程式 $Q_B \Psi + \Psi * \Psi = 0$ の解 Ψ_0 周りで展開すると, Q_B から

$$Q' \phi = Q_B \phi + \Psi_0 * \phi - (-1)^{|\phi|} \phi * \Psi_0$$

の Q' に変わる. この作用を Siegel ゲージ $b_0 \phi = 0$ に固定したときの運動項は $L'_0 \equiv \{b_0, Q'\}$ で評価できる. (Ψ_0 は運動量 0 として) ghost 数 g , 運動量 p^μ の基底を $\{|e_r^{(g)}(p)\rangle\}$ とすると

$$\langle e_{r_1}^{(2-g)}(p_1), c_0 L'_0 e_{r_2}^{(g)}(p_2) \rangle = (G^{(g)} L'_0{}^{(g)}(p_2))_{r_1 r_2} (2\pi)^{26} \delta^{26}(p_1 + p_2)$$

$\langle e_r^{(2-g)}(p_1), c_0 e_s^{(g)}(p_2) \rangle = (G^{(g)})_{rs} (2\pi)^{26} \delta^{26}(p_1 + p_2)$ によって定義される行列 $(L'_0{}^{(g)}(p))_{rs}$ の行列式の展開:

$$\det L'_0{}^{(g)}(p) = a_g (p^2 + m^2)^{d_g} (1 + O(p^2 + m^2)) \quad (a_g \neq 0)$$

から質量 m をもつ状態の個数 d_g を読みとれる.

$\Rightarrow p^2$ を変えたときの $(G^{(g)} L'_0{}^{(g)}(p))_{rs}$ の絶対値最小の固有値の振る舞いを調べた.

基底の取り方

数値計算を行うため, $p^\mu = (p^0, 0 \cdots, 0)$ とし, Siegel ゲージで

$$a_{l_1}^{\mu_1 \dagger} a_{l_2}^{\mu_2 \dagger} \cdots b_{-n_1} \cdots b_{-n_k} c_{-m_1} \cdots c_{-m_{g+k-1}} c_1 |p\rangle$$

の形のもので,

$\mu = i = 1, 2, \cdots, 25$ の潰れたもの (scalar) と 1 つだけ浮いたもの (vector)

のみに限り,

レベル: $L = l_1 + l_2 + \cdots + n_1 + \cdots + n_k + m_1 + \cdots + m_{g+k-1}$ の最大値 $L_{\max}$ を定める.

数値解 Ψ_0 として twist-even SU(1,1)-singlet なもの (Ψ^T, Ψ^D, Φ^S) を考える

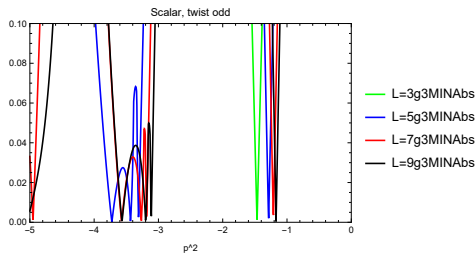
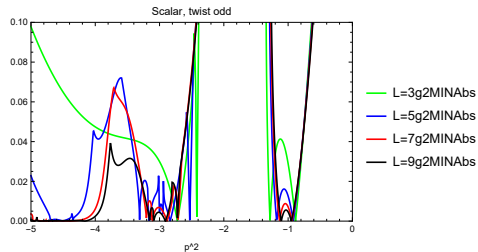
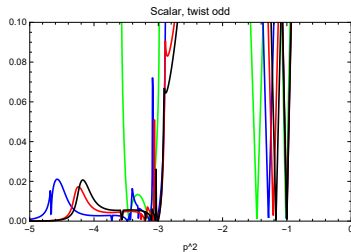
$\Rightarrow (G^{(g)} L_0'^{(g)}(p))_{rs}$ の固有値を

scalar twist-even, scalar twist-odd, vector twist-even, vector twist-odd

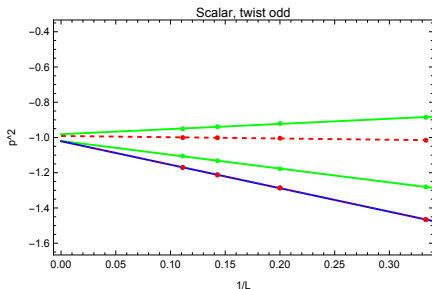
に分けて調べることができる.

タキオン真空解 Ψ^T 周りの場合

横軸: $\alpha' p^2$, 縦軸: $G^{(g)} L_0'^{(g)}(p)$ ($L_{\max} = 3, 5, 7, 9$; $g = 1, 2, 3$) の絶対値最小の固有値の絶対値:



→ ゼロ固有値をとる $\alpha' p^2 \sim -1$ の値を求め, $1/L_{\max}$ の一次式で $L_{\max} \rightarrow \infty$ の外挿:



赤の破線 (上, 下): $g = 1$ の状態

緑の実線 (上, 下): $g = 2, 0$ の状態

青の実線: $g = 3, -1$ の状態

横軸 $1/L_{\max}$, 縦軸 $\alpha' p^2$

⇒ vector twist-odd/even も同様に調べて, それぞれ対応する固有ベクトルを求める:

scalar twist-odd: $\alpha' m^2 \simeq 1$ に SU(1,1)-singlet, doublet, triplet の状態

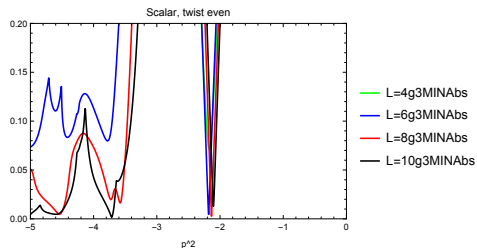
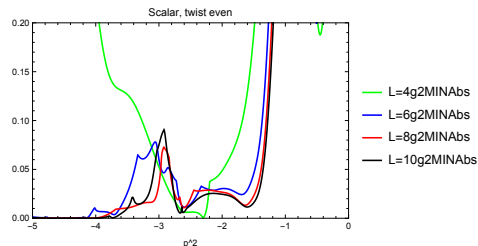
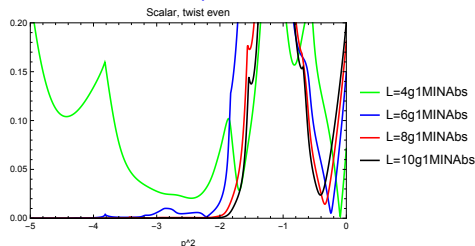
vector twist-even: $\alpha' m^2 \simeq 2$ に SU(1,1)-singlet, doublet, triplet の状態

vector twist-odd: $\alpha' m^2 \simeq 3$ に SU(1,1)-singlet, doublet, triplet の状態

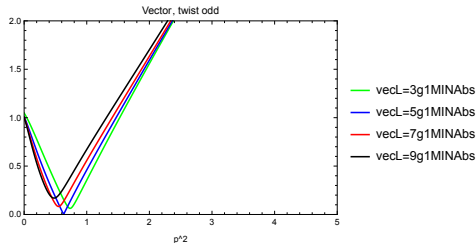
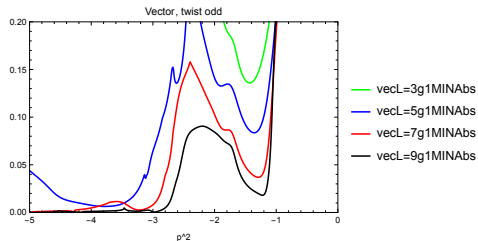
が得られた. 以上は [Imbimbo(2006)] の計算結果の確認.

「二重ブレン」解 Ψ^D 周りの場合

scalar twist-even ($L_{\max} = 4, 6, 8, 10; g = 1, 2, 3$):



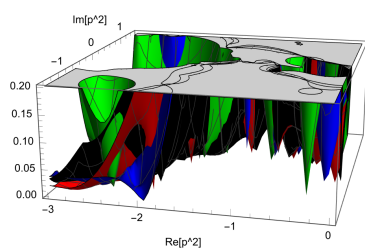
vector twist-odd ($L_{\max} = 3, 5, 7, 9; g = 1$):



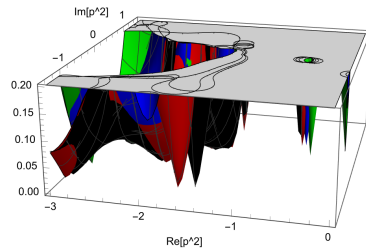
→ $g = 1, 2$ の部分などで絶対値最小の固有値がゼロに近づく傾向があるようにも見えるが、タキオン真空解のときほどゼロに近くはなく、はっきりしない。

「二重ブレン」解 Ψ^D 自体が複素数値解なので、 p^2 を複素数に広げて調べるべき?

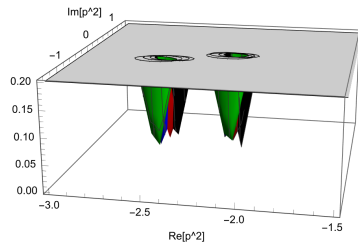
scalar twist-even ($L_{\max} = 4, 6, 8, 10; g = 1, 2, 3$):



■ $L=4$
■ $L=6$
■ $L=8$
■ $L=10$

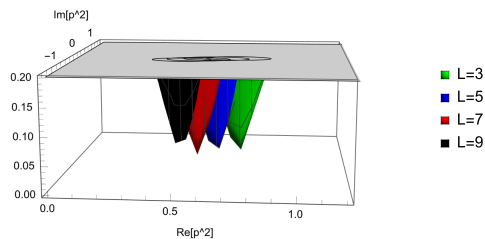
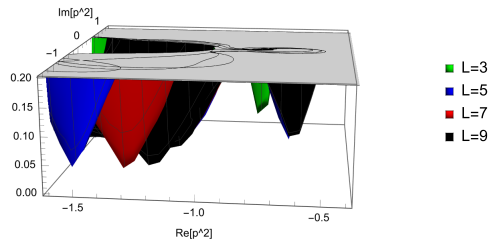


■ $L=4$
■ $L=6$
■ $L=8$
■ $L=10$



■ $L=4$
■ $L=6$
■ $L=8$
■ $L=10$

vector twist-odd ($L_{\max} = 3, 5, 7, 9; g = 1$):



→ p^2 の実軸近くで、切断レベル 10 まででは、ゼロ固有値の振る舞いははっきりとはしない。
 これらの結果からは、D ブレーン 2 枚に対応するとはいえない。

単位弦場に基づく解周りの理論の「一重ブレーン」解 Φ^S 周りの場合

単位弦場に基づく解 ([高橋-谷本 (2002)] の $a = -1/2$ (タキオン真空解)) 周りの理論では

$$Q_B \rightarrow Q_{TT} = \frac{1}{2}Q_0 - \frac{1}{4}(Q_2 + Q_{-2}) + 2c_0 + c_2 + c_{-2}.$$

この理論の twist-even $SU(1,1)$ singlet の「一重ブレーン」解 Φ^S ([岸本-高橋 (2009)]) 周りの

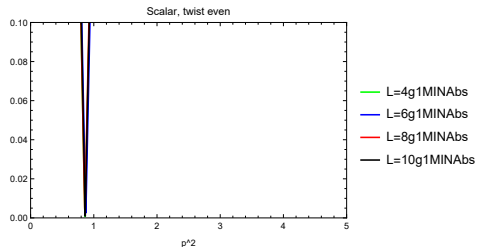
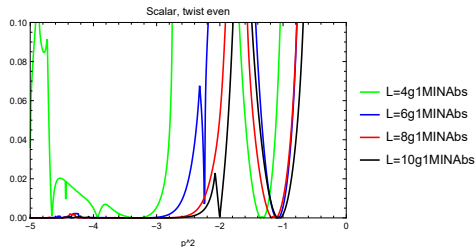
$$Q_{TT} \longrightarrow Q'$$

の理論について

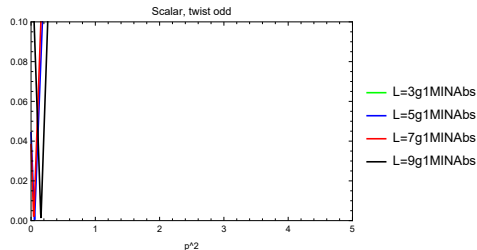
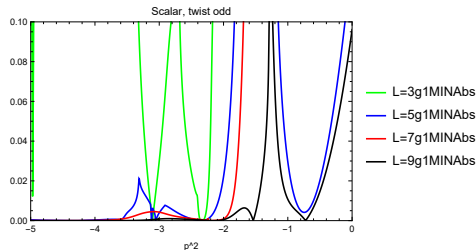
$$L_0 \rightarrow \frac{1}{2}L_0 - \frac{1}{4}(L_2^{\text{mat}} + L_2^{\text{gh}'} + L_{-2}^{\text{mat}} + L_{-2}^{\text{gh}'}) + 2, \quad \Psi^T \rightarrow \Phi^S$$

により, タキオン真空解 Ψ^T の場合と同様の方法で調べることができる

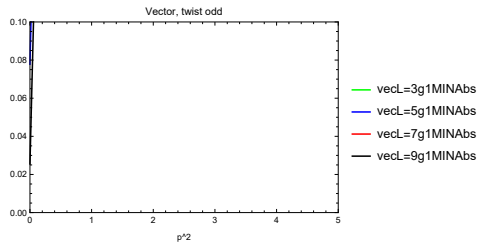
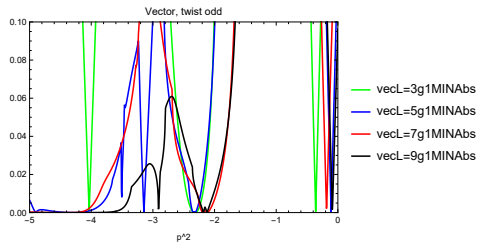
scalar twist-even ($L_{\max} = 4, 6, 8, 10; g = 1$):



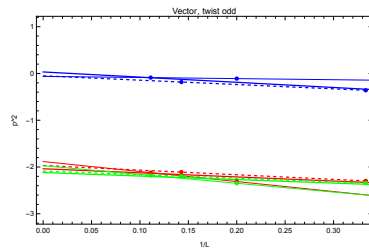
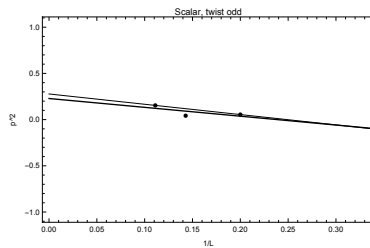
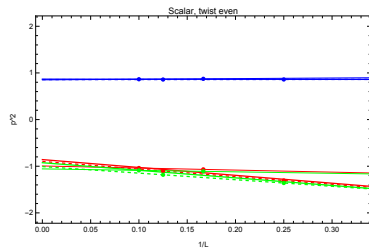
scalar twist-odd ($L_{\max} = 3, 5, 7, 9; g = 1$):



vector twist-odd ($L_{\max} = 3, 5, 7, 9; g = 1$):



→ $g = 1$ でゼロ固有値をとる $\alpha' p^2 \sim 1, 0, -1, -2$ の値を求め $1/L_{\max}$ の一次式で外挿:



⇒ これらのゼロ固有値に対応する固有ベクトルを調べて

$g = 1$ の部分に

scalar twist-even: $\alpha' m^2 \simeq -1$ に 1 つ, $\alpha' m^2 \simeq 1$ に 2 つ

scalar twist-odd: $\alpha' m^2 \simeq -0$ に 1 つ,

vector twist-odd: $\alpha' m^2 \simeq +0$ に 1 つ, $\alpha' m^2 \simeq 2$ に 2 つ

いずれも $SU(1,1)$ -singlet の状態

⇒ D ブレーン 1 枚のタキオン, 零質量状態と整合

まとめと展望

- Imbimbo らの方法を用いて、「二重ブレーン」解 Ψ^D 周りの理論及び「一重ブレーン」解 Φ^S 周りの理論の Siegel ゲージに固定したときの運動項 $G^{(g)} L_0'^{(g)}(p)$ を数値的に調べた.
- 「二重ブレーン」解 Ψ^D 周りの理論では, $G^{(g)} L_0'^{(g)}(p)$ のゼロ固有値の存在が曖昧.
 $\Rightarrow$ 二重ブレーンという解釈で良いのか不明のまま
- 「一重ブレーン」解 Φ^S 周りの理論では, $G^{(g)} L_0'^{(g)}(p)$ のゼロ固有値が D ブレーン 1 枚の場合のスペクトラムと矛盾しない.
 $\Rightarrow$ [岸本-高橋 (2009)] の数値解 Φ^S が摂動的真空に対応するという解釈と整合
- 以上の結果は Mathematica による計算のため, 今回の切断レベル 10 くらいが限界.
 $\longrightarrow$ 高レベルのデータを得るには C++ 等で計算を遂行する必要がある.
- 高階のテンソル状態を含めた計算は, より難しくなる.
- 零固有値の状態の BRST 不変性の評価等は今後の課題.