スケール不変性と電磁双対性による超弦理論の臨界次元の導出

YITP Workshop 場の理論と弦理論 2023

静岡大学 森田 健

Based on

TM 2305.15161

◆ Overview

「超弦理論では, 10次元や11次元(M理論)が重要.」

今回やったこと: SUSYや超弦理論, 超重力を使わずに, 次元解析だけから
10/11次元の特殊性を示した.

スケール不変性 & 電磁双対性 を
満たす量子重力の候補は
M理論など非常に限られることを
示した.

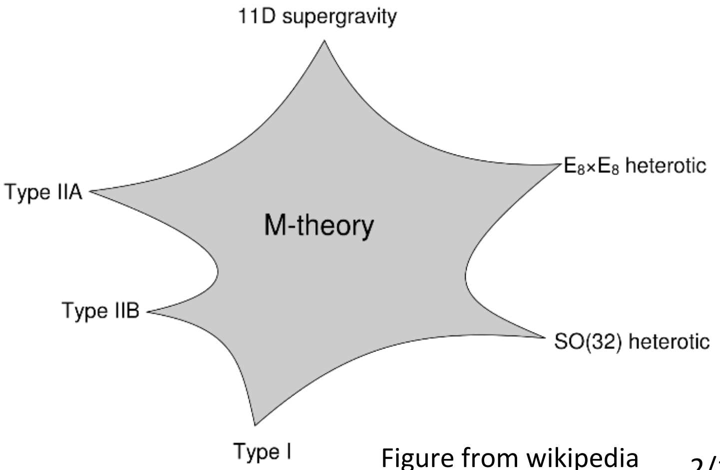
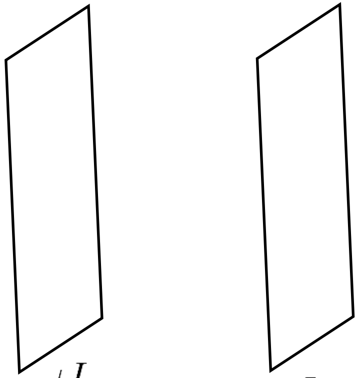


Figure from wikipedia

★ Set up

Two p-dimensional objects (p-branes)
in D-dimensional spacetime.

D-dim



ϕ_1^I ϕ_2^I

p-brane

ϕ_a^I: coordinates in the D-dimensions

$$\begin{cases} I = 1, \cdots, D - p - 1 \\ a = 1, 2 \end{cases}$$

この系の低エネルギー
有効理論

$$S = \int d^{p+1}x \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{2} (\partial \phi_a^I)^2 + \cdots$$

便宜上, カノニカルな
規格化(あとで次元解析)

Situations

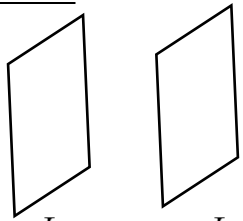
- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

○ 遠距離での相対座標を通した相互作用に注目

D-dim



ϕ_1^I ϕ_2^I

$$S = \int d^{p+1}x \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{2}(\partial\phi_a^I)^2 + \underline{\frac{(\partial\phi_1 - \partial\phi_2)^{2n}}{|\phi_1 - \phi_2|^X}} \cdots$$

$n = 0, 1, 2, \cdots$: 適当な非負整数

スケール不変性: 指数 X は次元解析で決まる.

$$[\phi] = \frac{p-1}{2} \quad \rightarrow \quad X = 2(n-1) + \frac{4(n-1)}{p-1}$$

特にXが整数の場合:

$\frac{1}{|\phi_1 - \phi_2|^X}$ は通常の遠距離ポテンシャルの形 (*D=X+p+3*)

(例) *D=4, p=0* → *X=1* (点電荷), *D=4, p=2* → *X=-1* (コンデンサー)

「Xが整数」を要請すると, 特定の(*n,p*)の組しか許されない.

→ (*n,p,D*)に非自明な関係

Situations

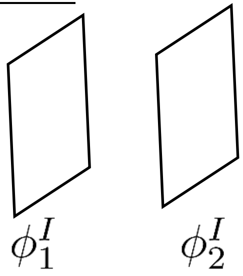
- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

○ 可能な*(n,p,D)*

D-dim



$$n = 0, 1, 2, \cdots$$

$$S = \int d^{p+1}x \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{2}(\partial\phi_a^I)^2 + \underline{\frac{(\partial\phi_1 - \partial\phi_2)^{2n}}{|\phi_1 - \phi_2|^{X}}} \cdots$$

$$\begin{cases} X = 2(n-1) + \dfrac{4(n-1)}{p-1} & \text{: 整数} \\ D = X + p + 3 \end{cases}$$

n<4の解:
(n=1除く)

n=0 p=0, X=2 → D=5
n=2 p=2, X=6 → D=11
p=3, X=4 → D=10
p=5, X=3 → D=11
n=3 p=2, X=12 → D=17
p=3, X=8 → D=14
p=5, X=6 → D=14
p=9, X=5 → D=17

(p≧0, D≧1)

Situations

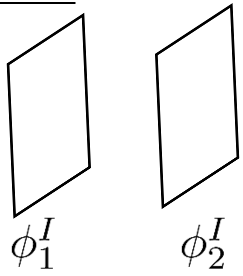
- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

○ 可能な*(n,p,D)*

D-dim



$$n = 0, 1, 2, \cdots$$

$$S = \int d^{p+1}x \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{2}(\partial\phi_a^I)^2 + \underline{\frac{(\partial\phi_1 - \partial\phi_2)^{2n}}{|\phi_1 - \phi_2|^{X}}} \cdots$$

$$\begin{cases} X = 2(n-1) + \dfrac{4(n-1)}{p-1} & : \text{整数} \\ D = X + p + 3 \end{cases}$$

n<4の解:
(n=1除く)

~~n=0 p=0, X=2 → D=5~~
n=2 p=2, X=6 → D=11
p=3, X=4 → D=10
p=5, X=3 → D=11
n=3 ~~p=2, X=12 → D=17~~
~~p=3, X=8 → D=14~~
p=5, X=6 → D=14
~~p=9, X=5 → D=17~~

電磁双対性

p-brane に対して
電磁双対な
(D-p-4)-brane も
解として出現を
要請する.
cf) Dirac 量子化

Situations

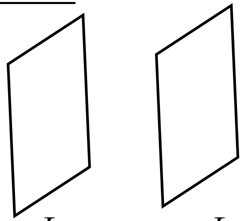
- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

○ 可能な*(n,p,D)*

D-dim



ϕ_1^I ϕ_2^I

$$n = 0, 1, 2, \cdots$$

$$S = \int d^{p+1}x \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{2}(\partial\phi_a^I)^2 + \underline{\frac{(\partial\phi_1 - \partial\phi_2)^{2n}}{|\phi_1 - \phi_2|^{X}}} \cdots$$

$$\begin{cases} X = 2(n-1) + \dfrac{4(n-1)}{p-1} & \text{: 整数} \\ D = X + p + 3 \end{cases}$$

Situations

- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

一般解 (2種類のみ存在)

①: (n,p,D)=(2,2,11) と (2,5,11)
→ M-theory (M2 & M5)

②: (n,p,D)=(n,2n-1,4n+2)
→ self-dual 解
(p=D-p-4)

$$n = 1, 2, 3, \cdots$$

電磁双対性

p-brane に対して
電磁双対な
(D-p-4)-brane も
解として出現を
要請する.
cf) Dirac 量子化

○ 解の性質

M理論解: (n,p,D)=(2,2,11) と (2,5,11)

→ M2 & M5 in 11 dim

n=2はSUGRAのbrane相互作用と一致 (Maldacena 1998)

Self-dual解: (n,p,D)=(n,2n-1,4n+2) $n = 1, 2, 3, \cdots$

(p=D-p-4)

n=1 → (p,D)=(1,6) → little string theoryのself-dual string (non-gravitational theory) (Gustavsson 2003)

n=2 → (p,D)=(3,10) → D3-brane in IIB superstring

n=3 → (p,D)=(5,14) → ?

n=4 → (p,D)=(7,18) → ?

n=5 → (p,D)=(9,22) → ?

n=6 → (p,D)=(11,26) → ?

・・・・

- consistentな理論か不明.
- 通常の重力ではなさそう.
- Higher-Spin theoryの可能性.

Situations

- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

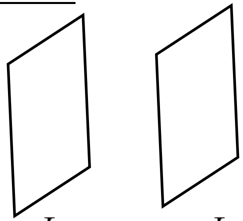
Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

まとめ

★ まとめ

D-dim



ϕ_1^I ϕ_2^I

$$n = 0, 1, 2, \cdots$$

$$S = \int d^{p+1}x \sum_{a=1}^{2} \frac{1}{2}(\partial\phi_a^I)^2 + \frac{(\partial\phi_1 - \partial\phi_2)^{2n}}{|\phi_1 - \phi_2|^X} \cdots$$

$$\rightarrow D = X + p + 3$$

IRの物理から, 次元に制限がかかる.

一般解 (2種類のみ存在)

①: (n,p,D)=(2,2,11) と (2,5,11)
→ M-theory (M2 & M5)

②: (n,p,D)=(n,2n-1,4n+2)
→ self-dual 解
(p=D-p-4)

$$n = 1, 2, 3, \cdots$$

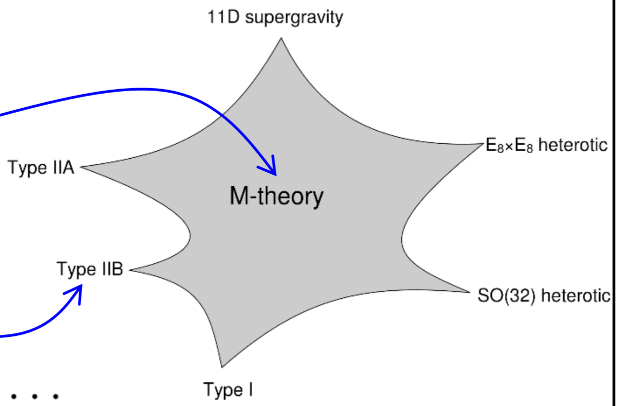


Figure from wikipedia

Situations

- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通

★ まとめ

D

今後の展望

- self-dual解で n≧3の物理的意味
- スケール不変な理論としてのM理論の理解
- 超対称性の起源?

$2, \cdots$

$\partial\phi_2)^{2n} \quad \cdots$

$\phi_2|^X$

かかる.

一般解 (2種類のみ存在)

①: (n,p,D)=(2,2,11) と (2,5,11)
　→ M-theory (M2 & M5)

②: (n,p,D)=(n,2n-1,4n+2)
　→ self-dual 解
　(p=D-p-4)　　$n = 1, 2, 3, \cdots$

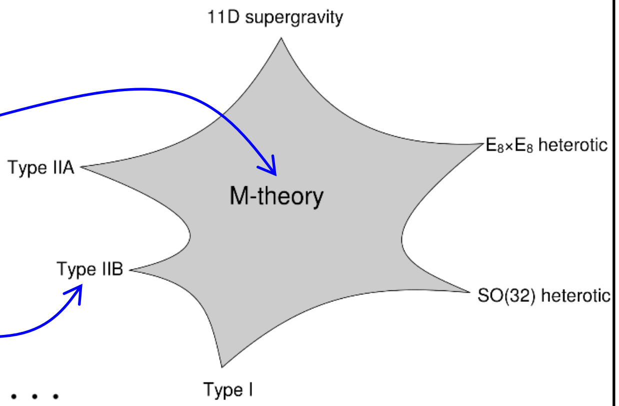


Figure from wikipedia

Situations

- Low energy
- braneは遠距離.
- braneはほぼ平行
- $\partial\phi \gg \partial^2\phi \gg \partial^3\phi \cdots$

Assumptions

- tension-lessでない.
- 通常の運動項
- 並進不変性
- 微分展開可能
- スケール不変
- Xが次元を決める.
- 電磁双対性
- nは双対で共通