2023/8/4@場の理論と弦理論2023

AdS/CFT対応による 純粋AdS_{d+1}時空のバルク再構築

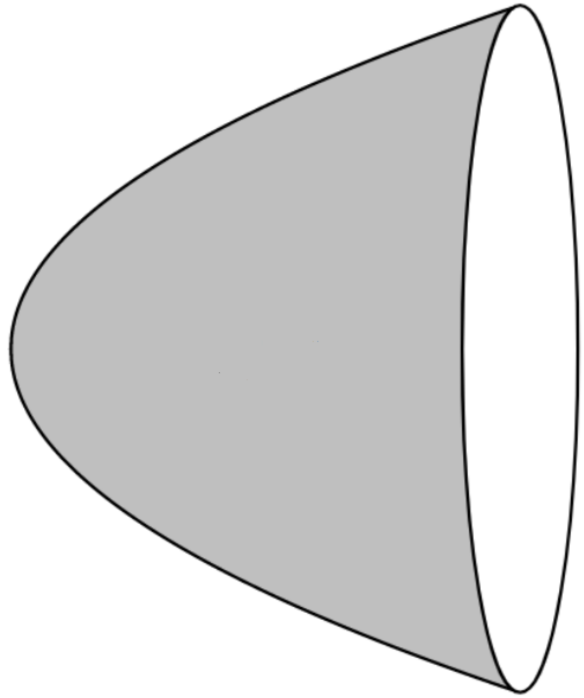
京都大学　素粒子論研究室

杉浦　駿

Sugiura　Kakeru

Based on arXiv:2212.10065 (with Daichi Takeda)

$$g_{\mu\nu} = \Omega^2 \, \tilde{g}_{\mu\nu}$$



CFTデータ

どうすればバルク時空を再構築できるか？

Outline（~20 min.）

1. 任意次元のバルク再構築 (14 pages)

2. Kinematic Space (5 pages)

——より一般的な再構築手法に向けて

Outline（~20 min.）

1. 任意次元のバルク再構築 (14 pages)

2. Kinematic Space (5 pages)

——より一般的な再構築手法に向けて

バルク計量を完全に再構築する手法を提案

	境界		バルク
1.	相関関数	⟶	因果構造 $\tilde{g}_{\mu\nu}$
2.	因果律		
	＋	⟶	共形因子 Ω
3.	エンタングルメント		

[KS, Takeda 2022]

具体例：**任意次元**の純粋AdS時空

Step 1：光円錐切断法

境界 | バルク

1. 相関関数 ⟶ 因果構造 $\tilde{g}_{\mu\nu}$

光円錐切断

2. 因果律

＋ 共形因子 Ω

3. エンタングルメント

[KS, Takeda 2022]

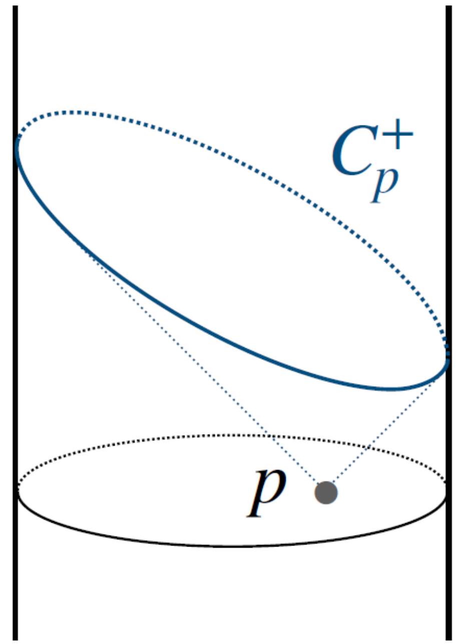
具体例：任意次元の純粋AdS時空

[バルク] 光円錐切断は因果構造の情報を持つ

<u>光円錐切断</u> $C_p^+ := \partial J^+(p) \cap \partial \mathcal{M}$

[Engelhardt, Horowitz 2016]

- $p \in I^-(\partial \mathcal{M}) \xleftrightarrow{\text{1対1対応}} C_p^+$



- C_p^+ と C_q^+ がただ1点で接する

$\Longrightarrow$ p, q は**ヌル的に**離れている

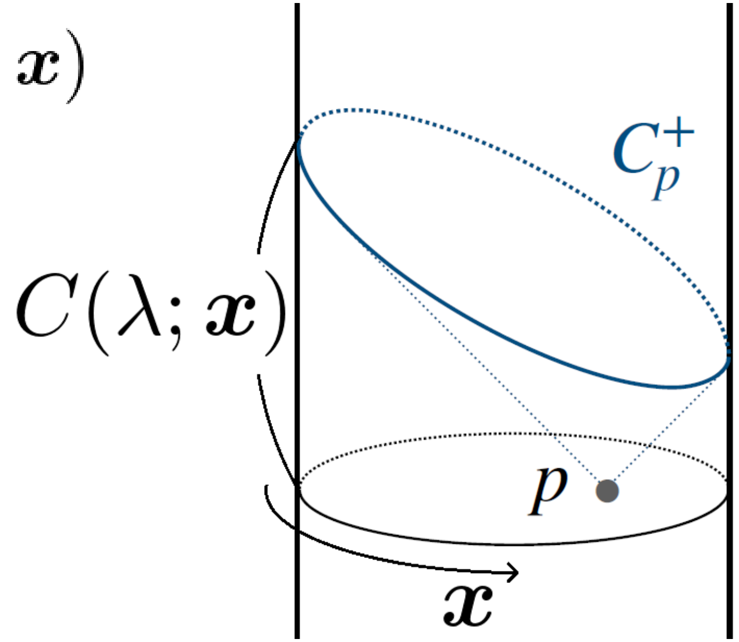
[バルク] 光円錐切断は因果構造の情報を持つ

<u>光円錐切断</u>　$C_p^+ : \ t = C(\lambda; \boldsymbol{x})$

[Engelhardt, Horowitz 2016]

$$\begin{cases} C(\lambda + \delta\lambda; \boldsymbol{x}) = C(\lambda; \boldsymbol{x}) \\ \nabla_{\boldsymbol{x}} C(\lambda + \delta\lambda; \boldsymbol{x}) = \nabla_{\boldsymbol{x}} C(\lambda; \boldsymbol{x}) \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad g_{\mu\nu}(\lambda)\delta\lambda^\mu \delta\lambda^\nu = 0$$



[境界] 相関関数の発散から光円錐切断を再構築

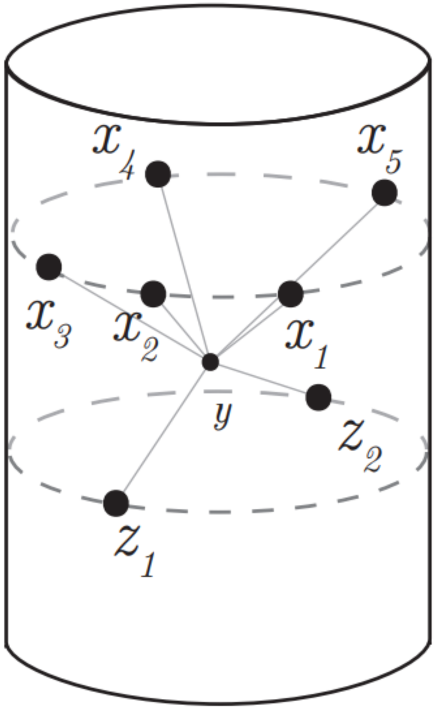
ホログラフィックCFTでは...

バルク内部を**ヌル的**に伝播

↓

境界の相関関数が**発散**

[Maldacena et al. 2015]



相関関数 ⟶ 光円錐切断 ⟶ **因果構造**

Figure from Engelhardt, Horowitz ‘16

Step 2：光円錐切断から極小曲面を得る

	境界		バルク
1.	相関関数	$\longrightarrow$	因果構造 $\tilde{g}_{\mu\nu}$
2.	因果律		
	＋	$\longrightarrow$	共形因子 Ω
3.	エンタングルメント		

RT = CIS

[KS, Takeda 2022]

具体例：任意次元の純粋AdS時空

[バルク] CISは極小曲面の外側に存在

CIS（Causal Information Surface） [Headrick et al. 2014]

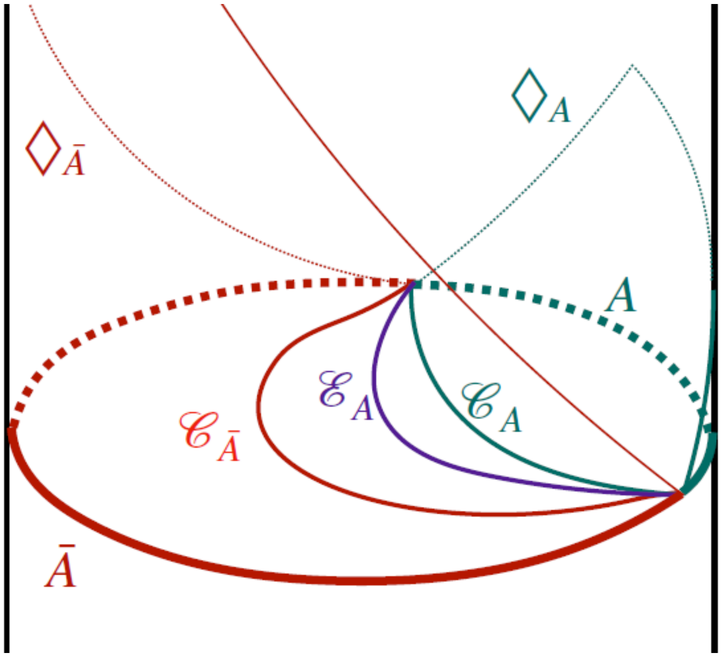
$$\mathcal{C}_A := \partial J^-(\Diamond_A) \cap \partial J^+(\Diamond_A)$$

[KS, Takeda 2022]

- 光円錐切断から構成できる

- 極小曲面 $\mathcal{E}_A$ の外側に存在

$$\mathcal{C}_A = \mathcal{C}_{\bar{A}} \implies \mathcal{E}_A = \mathcal{C}_A$$



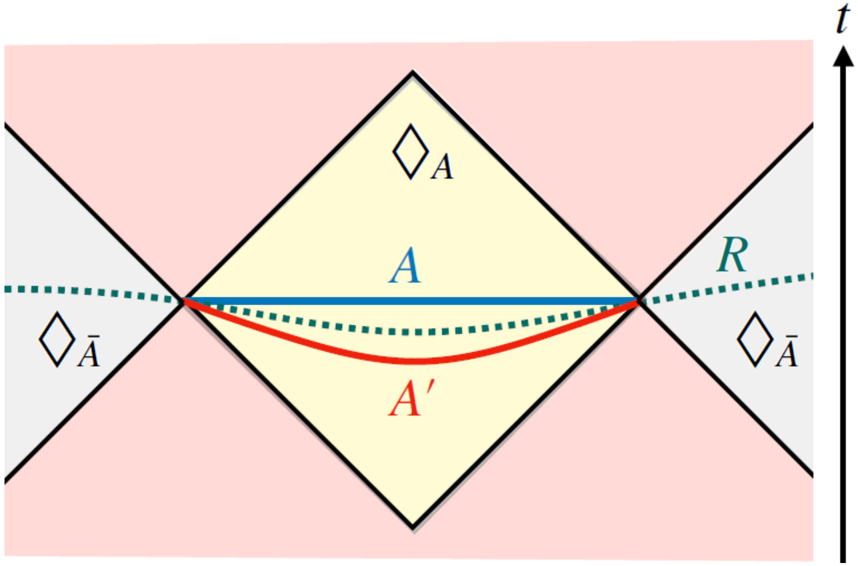
[境界] 因果律が曲面の位置関係を保証

エンタングルメント・エントロピー S_A は

$R \subset \Diamond_A \cup \Diamond_{\bar{A}}$ 上の摂動に影響されない [Headrick et al. 2014]

↓

バルクのCISは極小曲面の外側に存在



光円錐切断 ⟶ CIS ⟶ 極小曲面 ⟶ **共形因子**

Step 3：笠-高柳公式から積分定数を決定

境界 | バルク

1. 相関関数 ⟶ 因果構造 $\tilde{g}_{\mu\nu}$

2. 因果律

＋ ⟶ 共形因子 Ω

3. エンタングルメント

笠-高柳公式

[KS, Takeda 2022]

具体例：任意次元の純粋AdS時空

どんな時空が再構築できるのか？

○　**共形因子まで完全に再構築**

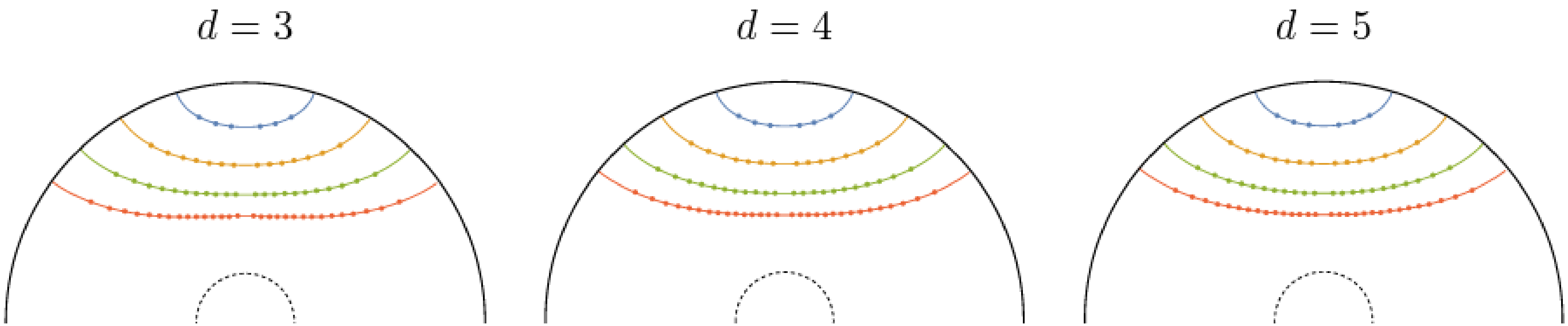
○　任意次元、共変的

△　因果律による再構築はグローバル座標のみ

△　$\mathcal{E}_A = \mathcal{C}_A$

……時間依存性？ 真空解？ 混合状態？

AdS BHでも $\mathcal{E}_A = \mathcal{C}_A$ が成立



$\longrightarrow$ 今回の手法（の改良版）で再構築できるはず

具体例：純粋AdS$_{d+1}$時空

境界 / バルク

1. 相関関数 ⟶ 因果構造 $\tilde{g}_{\mu\nu}$

2. 因果律
+ ⟶ 共形因子 Ω
3. エンタングルメント

[KS, Takeda 2022]

具体例：**任意次元**の純粋AdS時空

具体例：純粋AdS$_{d+1}$時空

$$\left(\text{相関関数} \longrightarrow\right)$$

光円錐切断

$$t = T \pm L\cos^{-1}\left(\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}}\cos(\theta^1 - \Theta^1)\right)$$

CIS $$\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}} = \frac{\cos(\alpha/L)}{\cos\Theta^1}$$
$$= \frac{\cos((\pi L - \alpha)/L)}{\cos(\pi - \Theta^1)}$$

因果律

因果構造

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = -\frac{L^2}{R^2+L^2}dT^2 + \frac{L^6}{(R^2+L^2)^3}dR^2 + \frac{L^4}{(R^2+L^2)^2}R^2 d\Omega_{d-1}^2$$

共形因子

$$\Omega^2 \propto \frac{(R^2+L^2)^2}{L^4}$$

エンタングルメント $\longrightarrow$

[KS, Takeda 2022]

純粋AdS$_{d+1}$時空！

バルク計量を完全に再構築する手法を提案

境界		バルク
1. 相関関数	⟶	因果構造 $\tilde{g}_{\mu\nu}$
2. 因果律 + 3. エンタングルメント	⟶	共形因子 Ω

[KS, Takeda 2022]

具体例：**任意次元**の純粋AdS時空

Outline

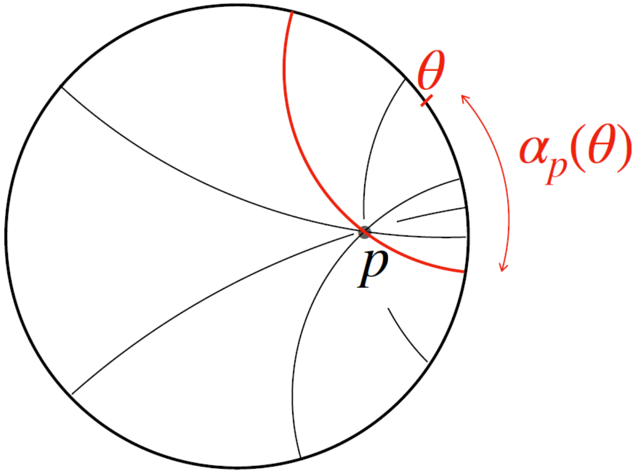
1. 任意次元のバルク再構築 (14 pages)

2. Kinematic Space (5 pages)

——より一般的な再構築手法に向けて

バルクの点＝極小曲面の族

<u>Kinematic Space</u> $K_d = \{(\alpha, \boldsymbol{\theta})\}$



$$\mathcal{E}_A : \ R(\boldsymbol{\Theta})^2 = \frac{L^2 \cos^2(\alpha/L)}{\cos^2 \Omega_{d-1}(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\theta}) - \cos^2(\alpha/L)}$$

$$\longrightarrow \quad \alpha_p(\boldsymbol{\theta}) = L \cos^{-1}\left(\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}} \cos \Omega_{d-1}(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\theta})\right)$$

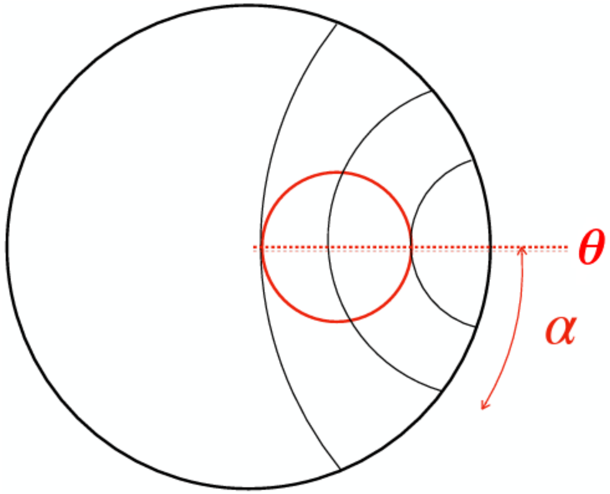
：「点曲面」 [KS, Takeda '22]

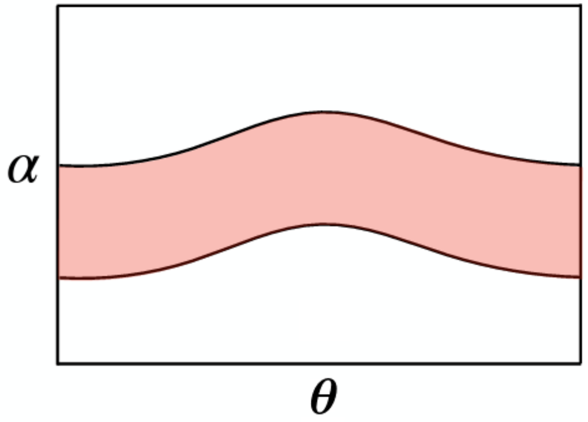
……点曲面がわかれば、極小曲面がわかる！

バルク時空をkinematic spaceにエンコード

[Czech, Lamprou, McCandlish, Sully ’15]

バルクAdS_3	K_2
測地線	点
曲線	部分領域
点	「点曲線」





境界データから計量を定義

[Czech, Lamprou, McCandlish, Sully '15]
[Headrick, Myers, Wien '14]

<u>Hole-ography</u>

$$\frac{(\text{曲線}\gamma\text{の長さ})}{4G} = \frac{1}{4}\int_{\gamma\subset K_2} ds_K\, n(\alpha,\theta) \qquad n：\text{交差回数}$$

where $\boxed{ds_K^2 = -\frac{\mathrm{d}^2 S(\alpha)}{\mathrm{d}\alpha^2}\left(-d\alpha^2 + L^2 d\theta^2\right)}$

e.g.) 純粋AdS3 $\quad S(\alpha) = \frac{c}{3}\ln\left(\frac{L\sin(\alpha/L)}{\varepsilon}\right) \qquad S''(\alpha) = -\frac{c}{3L^2}\frac{1}{\sin^2(\alpha/L)}$

⟶ 点曲線は K_2 上の測地線！

K_d 上に計量を導入

[KS, Takeda '22]

要請：点曲面 $\alpha = \alpha_p(\boldsymbol{\theta})$ が K_d 上で面積を停留

$$\longrightarrow \boxed{ds_K^2 = \frac{1}{\sin^2(\alpha/L)}\left(-d\alpha^2 + L^2 d\Omega_{d-1}^2\right)}$$

- Hole-ographyはできない

- 境界データへの翻訳は？

  エントロピー、情報量？カットオフ依存性など

……**より一般的な再構築手法**に向けて

極小曲面の再構築に向けてkinematic spaceを導入

<u>Kinematic Space</u> $K_d = \{\text{バルクの極小曲面}\}$

K_d 上に計量を導入

⟶ バルク上の点 ＝ 極小曲面の族
＝ K_d 上の「極小曲面」

……**計量を境界データに翻訳したい！**