

Black Hole Extremality In Nonlinear Electrodynamics

Kaho Yoshimura (Kobe U.)

Reference:

arXiv:2305.17062 with Yoshihiko Abe (UW-Madison), Toshifumi Noumi (U Tokyo)

場の理論と弦理論 2013 @ YITP

August 4th in 2023

目次

- 1. 研究の背景
- 2. ブラックホールと弱い重力予想
- 3. 非線形電磁気学のモデル
- 4. 漸近的平坦時空での結果
- 5. 漸近的de Sitter時空での結果
- 6. まとめと展望

1. 研究の背景

統一理論とは何か？
私達の宇宙はどう始まったのか？

量子重力理論？

直接観測は難しい！

スワンプランド条件

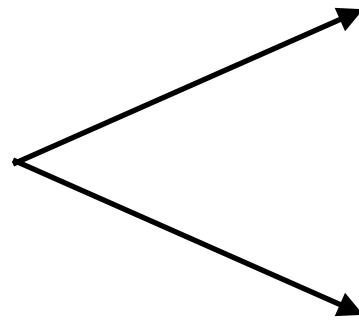
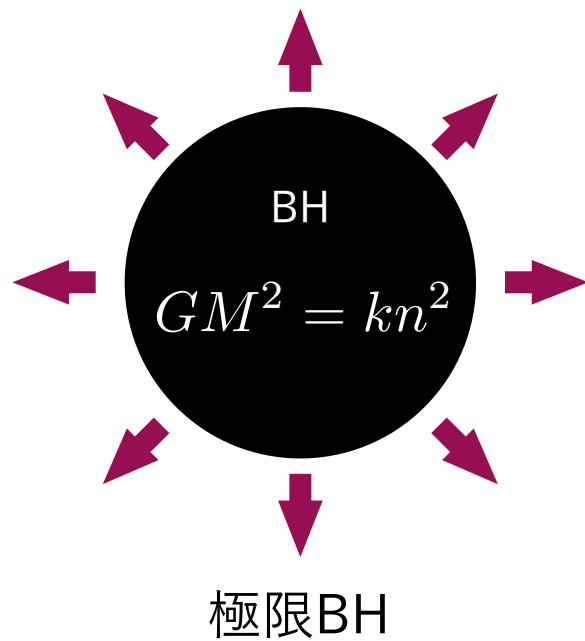
量子重力と整合的な場の理論モデルを判別するための条件

現象論への応用が考えられる ex) ダークマター、ダークエネルギー

ブラックホール(BH)の蒸発の思考実験によるアプローチ

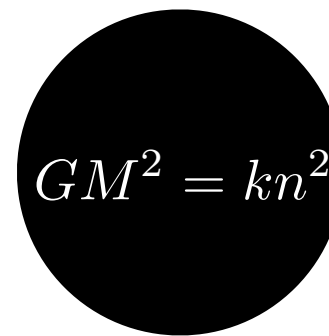
- 1. 研究の背景
- 2. ブラックホールと弱い重力予想
- 3. 非線形電磁気学のモデル
- 4. 漸近的平坦時空での結果
- 5. 漸近的de Sitter時空での結果
- 6. まとめと展望

2-1. 極限ブラックホール(BH)



~~裸の特異点~~

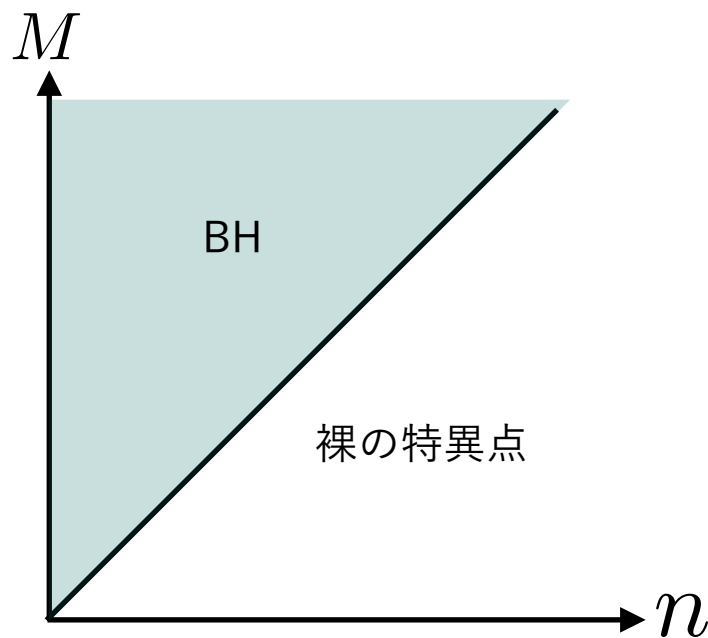
$$Gm^2 > kq^2$$



$$Gm^2 < kq^2$$



このような粒子が存在するのか？



M : BHの質量

n : BHの電荷(整数)

k : クーロン定数

m : 粒子の質量

q : 粒子の電荷(整数)

G : ニュートン定数

荷電BHのスペクトラム(Einstein Maxwell)

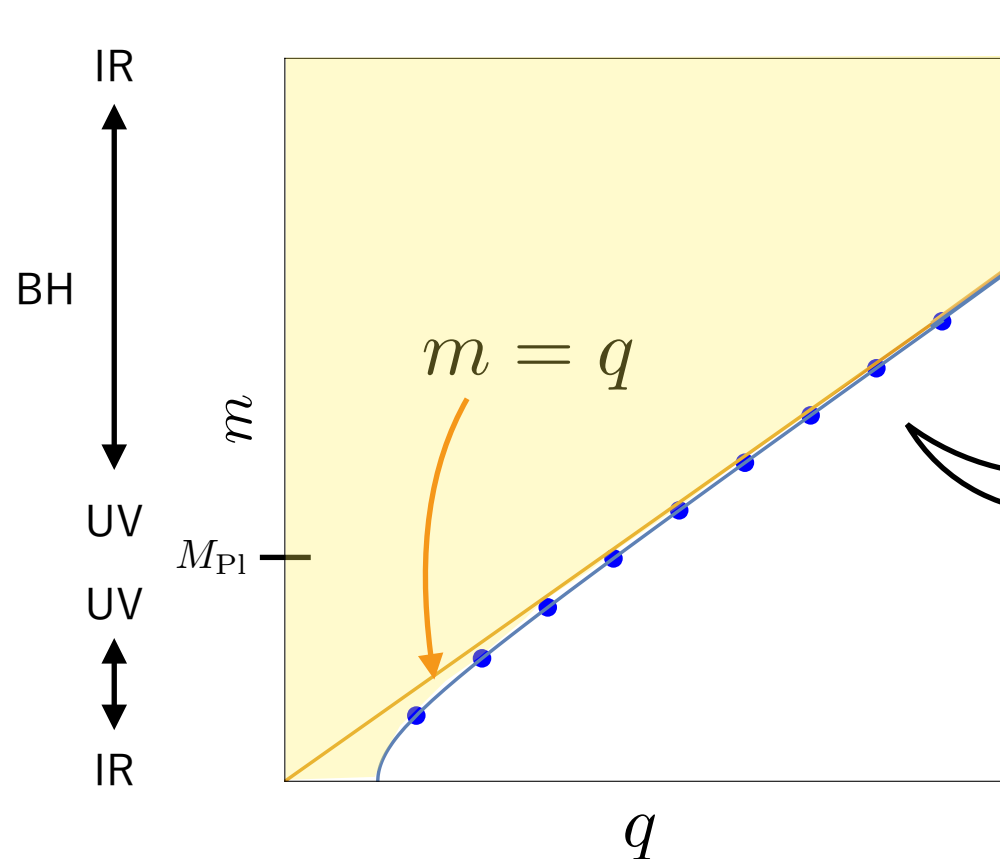
2-2. 弱い重力予想 (WGC)

弱い重力予想

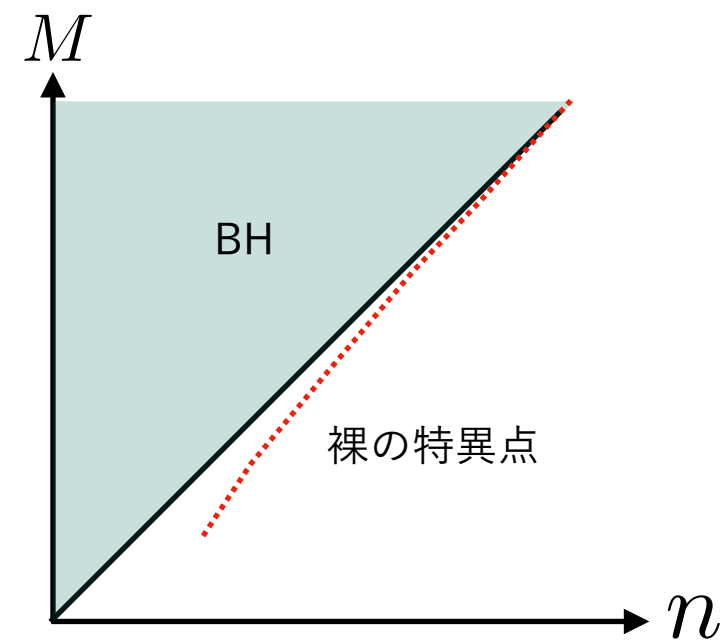
以下の不等式を満たすような荷電状態があらゆるエネルギースケールに存在する。

$$Gm^2 < kq^2 \quad (\text{重力} < \text{電磁気力})$$

[Arkani Hamed-Motl-Nicolis-Vafa 06']



ヘテロ弦のスペクトラム



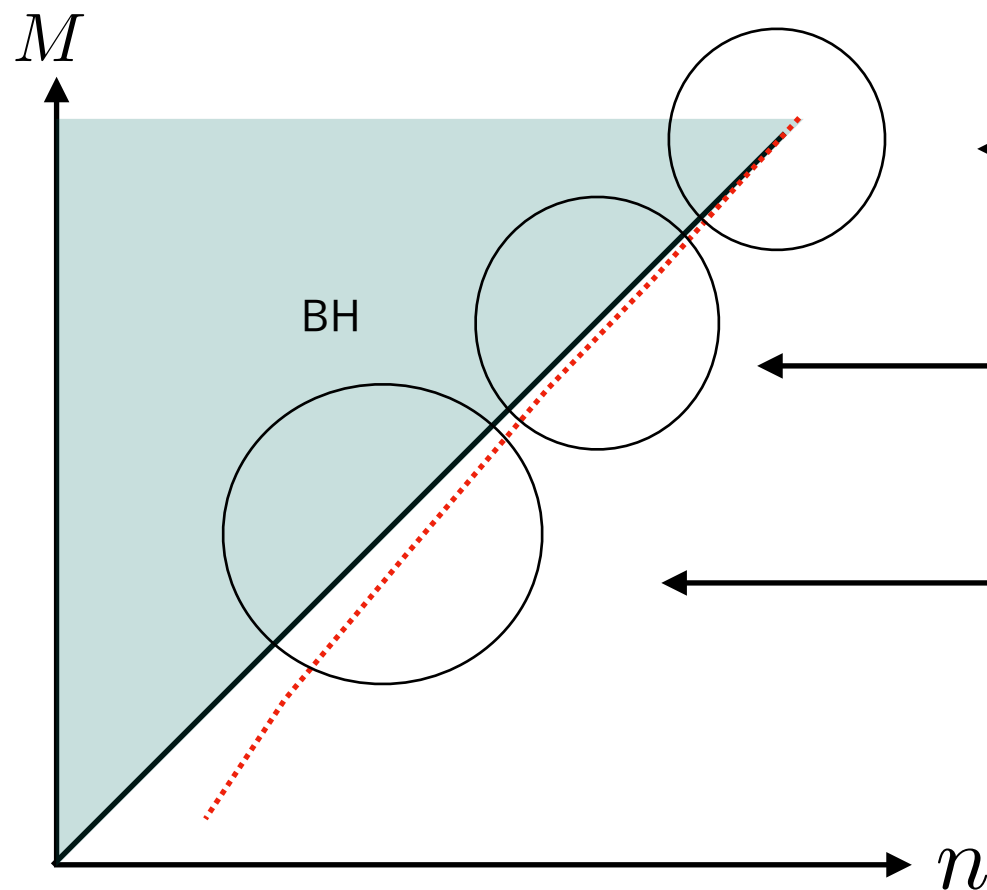
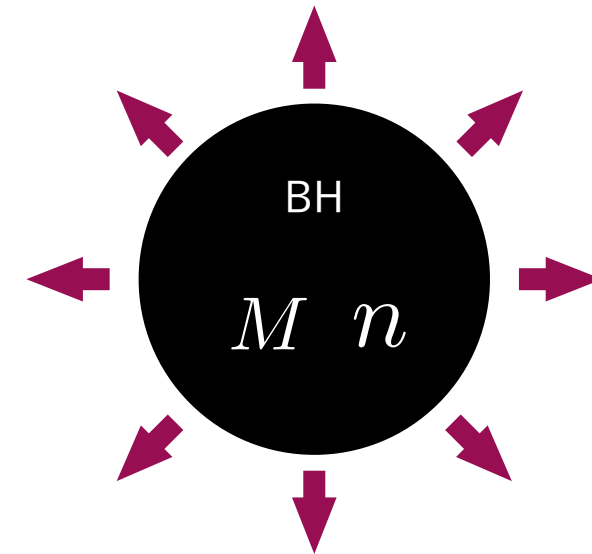
BHが小さいほど(電磁場が強くなるほど)
極限BHの質量電荷比が1から単調に減少する？

→電磁場の非線形効果を考慮してBH解を解析

2-3. 非線形電磁気学におけるBH

The mass to charge ratio of extremal BHs

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \underbrace{\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} (R - 2\Lambda)}_{\text{Einstein-Hilbert}} - \underbrace{\frac{1}{4g_e^2} F^2}_{\text{Maxwell term}} + \alpha_1 (F^2)^2 + \alpha_2 (F\tilde{F})^2 + \dots \right\}$$



← n が十分大きい領域 : Einstein-Maxwell model

← Maxwell項への4階微分補正

[Kats-Motl-Padi '07, Loges-TN-Shiu '19, '20, TN-Satake '22]

← Maxwell項への全次数の高階微分補正 **New!**

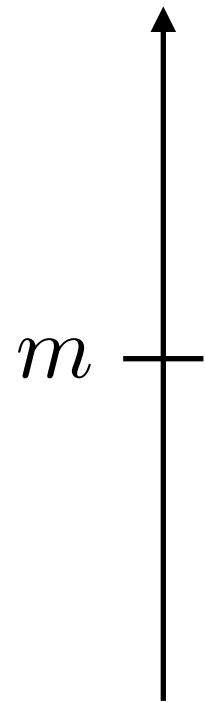
目次

- 1. 研究の背景
- 2. ブラックホールと弱い重力予想
- 3. 非線形電磁気学のモデル
- 4. 漸近的平坦時空での結果
- 5. 漸近的de Sitter時空での結果
- 6. まとめと展望

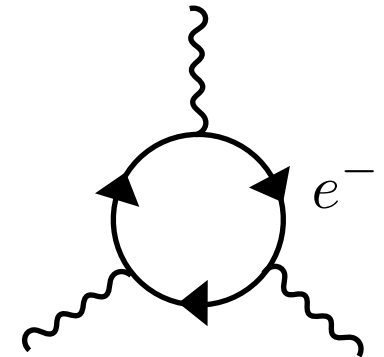
- 
- Euler-Heisenbergモデル
 - Dirac-Born-Infeld モデル

3-1. Euler-Heisenbergモデル

エネルギー



QED: $\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\Psi} (\not{D} + m) \Psi$



Euler-Heisenbergモデル

m :荷電粒子の質量

- スカラー 1-ループ

$$\mathcal{L}_{\text{EH}} = -\frac{\mathcal{F}}{g_e^2} + \frac{1}{32\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s} e^{-sm^2} \left[\frac{\mathcal{G}}{\text{Im} \cosh(sX)} - \frac{1}{s^2} + \frac{\mathcal{F}}{3} \right]$$

- フェルミオン1-ループ

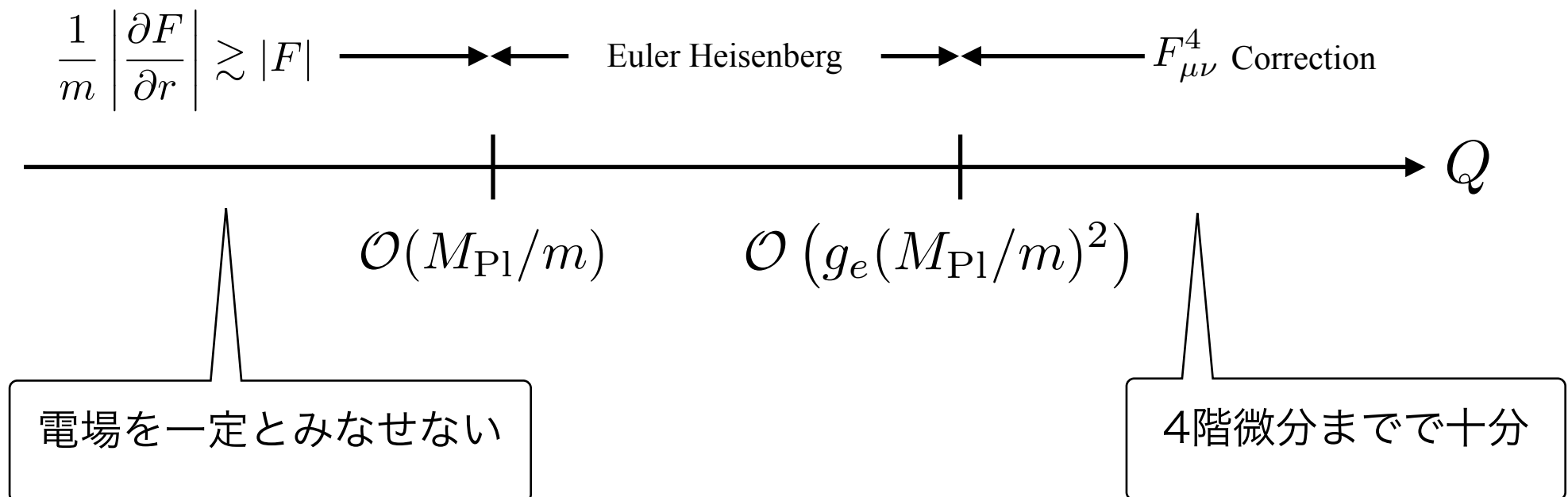
$$\mathcal{L}_{\text{EH}} = -\frac{\mathcal{F}}{g_e^2} - \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s} e^{-sm^2} \left[\frac{\text{Re} \cosh(sX)}{\text{Im} \cosh(sX)} \mathcal{G} - \frac{1}{s^2} - \frac{2}{3} \mathcal{F} \right]$$

$$\mathcal{F} \equiv \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad \mathcal{G} \equiv \frac{1}{4} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{8} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} \quad X = \sqrt{2(\mathcal{F} + i\mathcal{G})}$$

3-2. Euler-Heisenbergモデルが有効な範囲

— 考えるべき条件 —

- 場の強さは一定
- 高階微分項が支配的になる領域



$$\mathcal{L}_{\text{EH}} = -\frac{\mathcal{F}}{g_e^2} + \frac{7}{2880\pi^2 m^4} \mathcal{F}^2 + \mathcal{O}(\mathcal{F}^3)$$

3-3. Dirac-Born-Infeldモデル

ブレーンの振動のエネルギー有効理論

$$\mathcal{L}_{\text{DBI}} = \Lambda_{\text{DBI}}^4 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2\mathcal{F}}{\Lambda_{\text{DBI}}^4} + \frac{\mathcal{G}^2}{\Lambda_{\text{DBI}}^8}} \right)$$

Λ_{DBI} :DBIのカットオフスケール

DBIモデルが有効な領域(EHモデルの時と同じ)

Extremal BH

$$\left(\frac{M_{\text{Pl}}}{\Lambda_{\text{DBI}}} \right) < Q < g_e \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{\Lambda_{\text{DBI}}} \right)^2$$

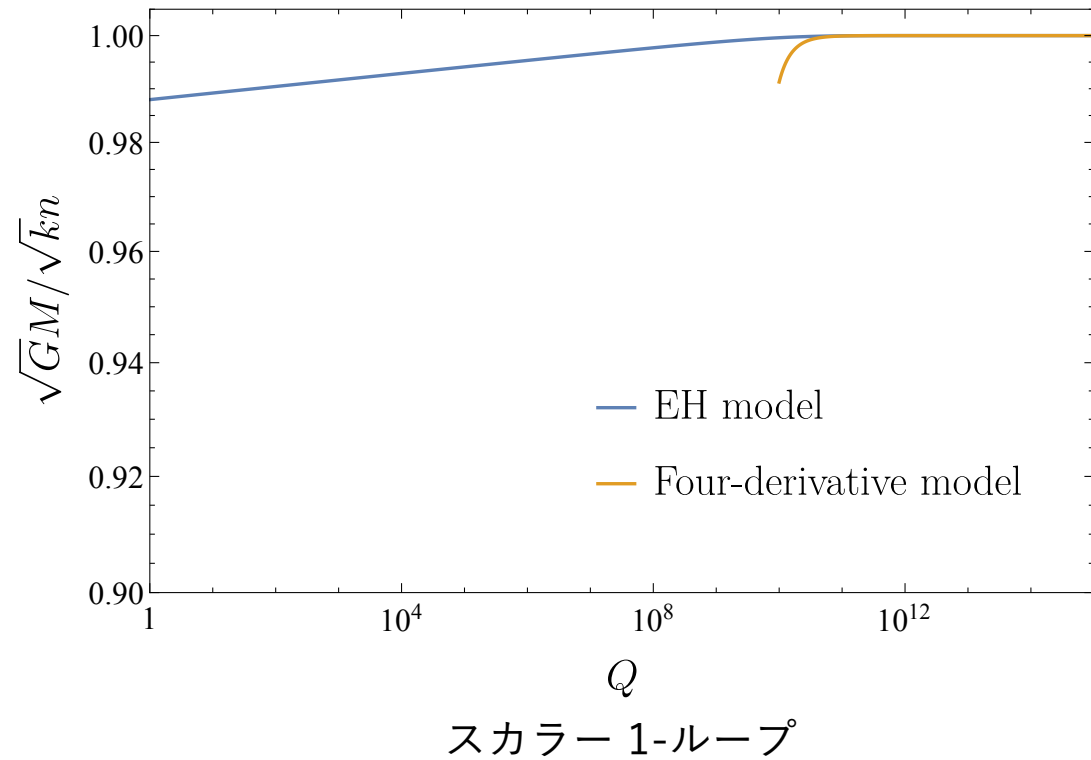
- 1. 研究の背景
- 2. ブラックホールと弱い重力予想
- 3. 非線形電磁気学のモデル
- 4. 漸近的平坦時空での結果
- 5. 漸近的de Sitter時空での結果
- 6. まとめと展望

※計算では磁荷のみを持ったBHを考えた。

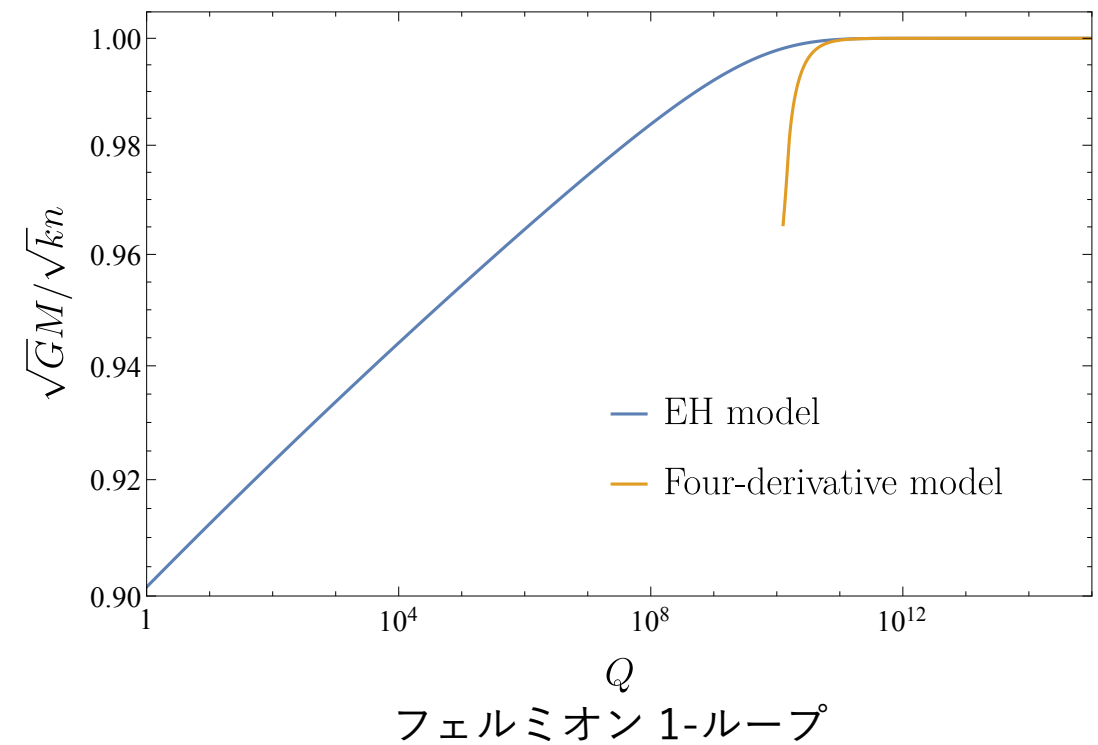
→BHが電荷(electric)を持つ場合、高階微分補正が効いてくる領域では Schwinger effectの効果を含めてBH解を改めて考える必要がある。

4.1 極限BHの質量電荷比 EH&DBI

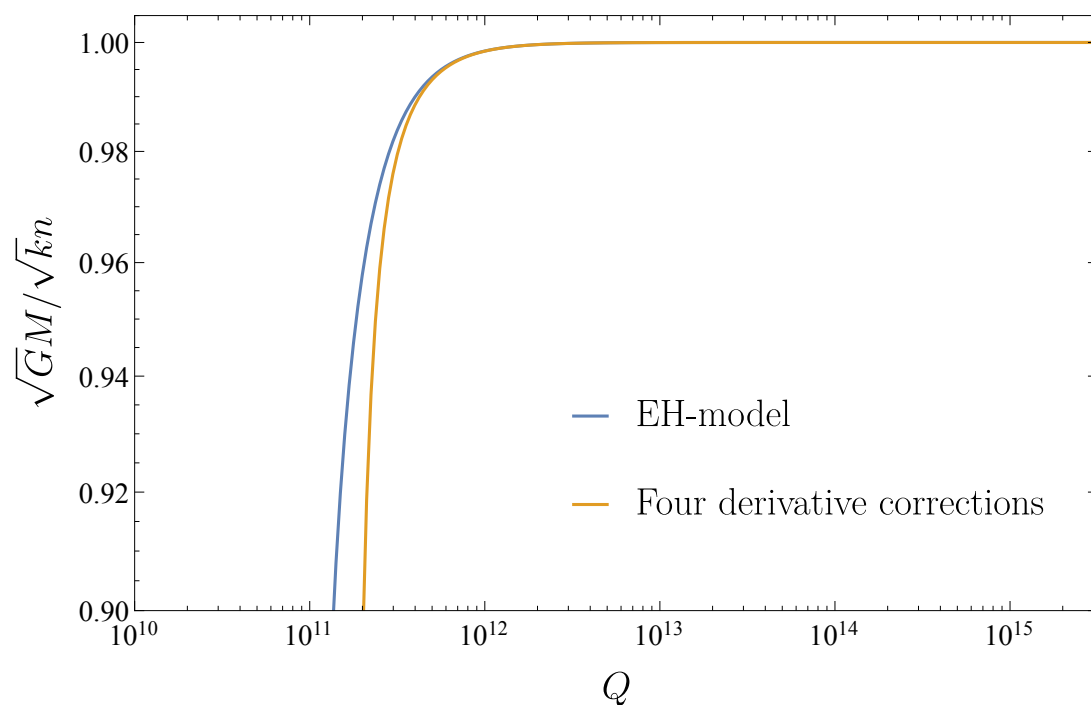
EH モデル ($m = 10^{-5} M_{\text{Pl}}$) $Q = gn$



g : 結合定数



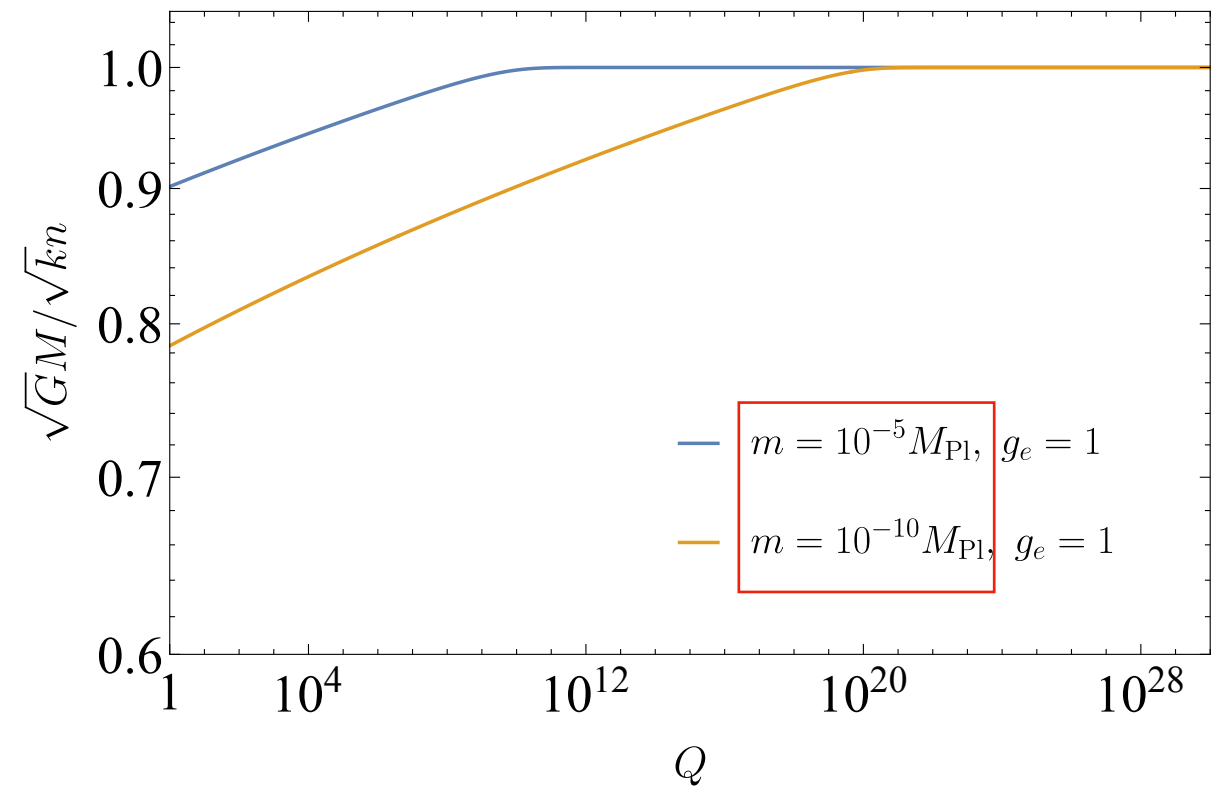
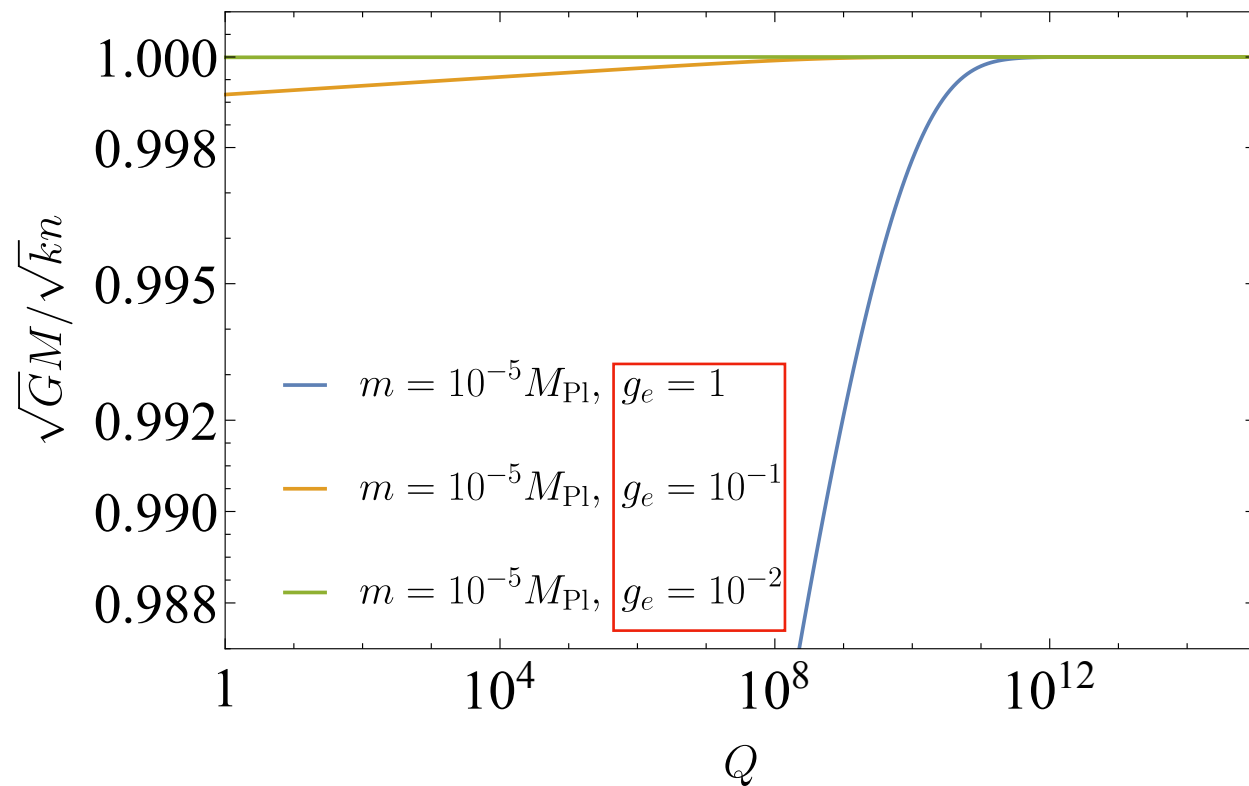
DBI モデル ($\Lambda_{\text{DBI}} = 10^{-5} M_{\text{Pl}}$)



- 質量電荷比の単調性は確認された。
- 全次数の結果は、4階微分の曲線より傾きが緩やか
- ホライズン構造の変化によって4階微分の曲線は途中で終わっている

4.2 極限BHの質量電荷比 EH

フェルミオン 1-ループ



ここまで、重力のcorrectionに比べて荷電粒子の量子効果が大きいことを想定していた。

重力の寄与 (4階微分 FFR...)

$$\Delta\mu_{\text{grav}} \sim \frac{m^2}{M_{\text{Pl}}^2} \left(\frac{Q_*}{Q} \right)^2$$

荷電粒子の寄与

$$\Delta\mu_{\text{EH}} \sim -g_e^2 \ln \frac{Q_*}{Q}$$

逆符号！

$$Q_* = g_e (M_{\text{Pl}}/m)^2$$

WGCが満たされる条件は $E \lesssim \sqrt{g_e m M_{\text{Pl}}}$

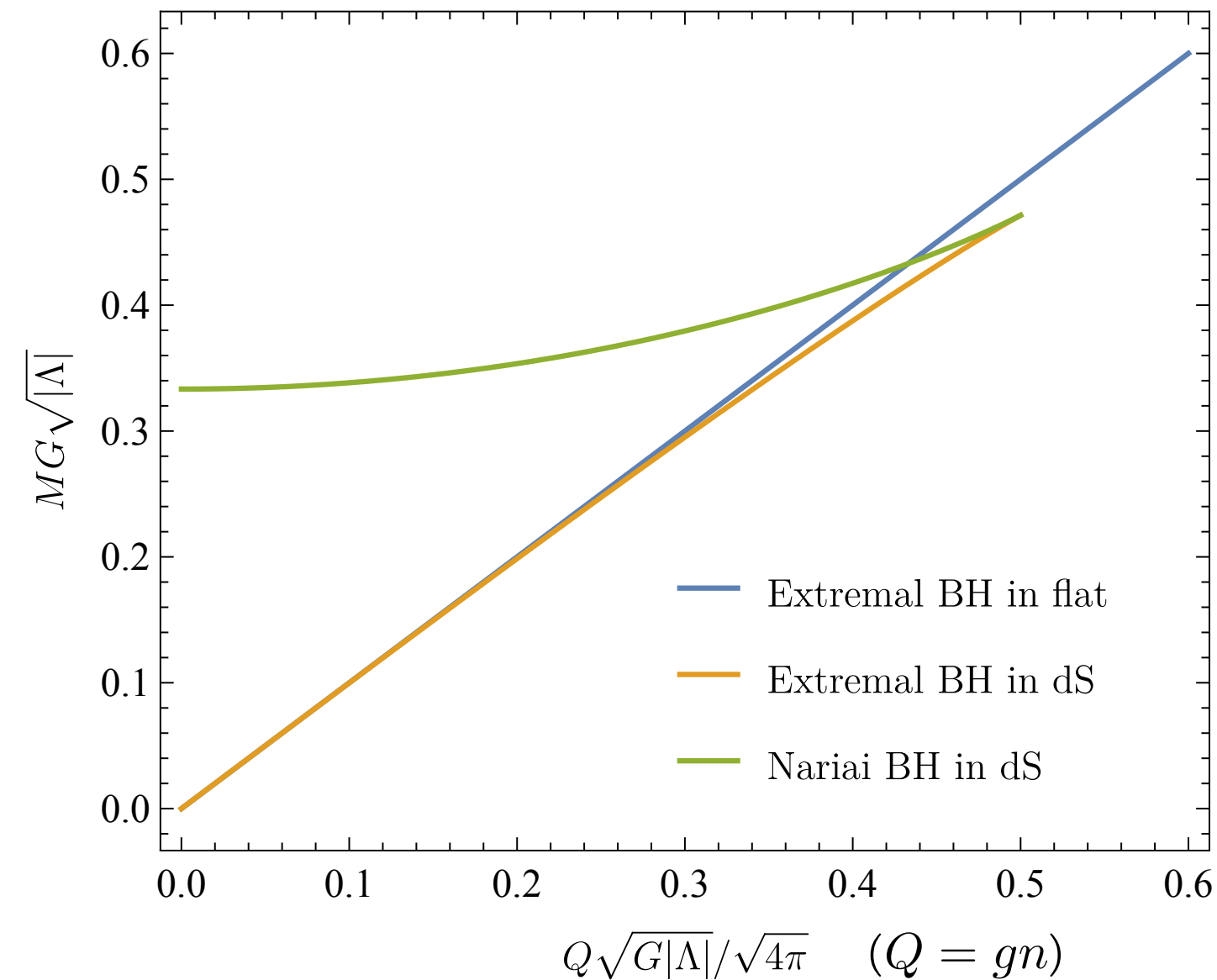
⇔ Gravitational positivity の結果と関係がある？

- 1. 研究の背景
- 2. ブラックホールと弱い重力予想
- 3. 非線形電磁気学のモデル
- 4. 漸近的平坦時空での結果
- 5. 漸近的de Sitter時空での結果
- 6. まとめと展望

5-1. de Sitter時空中のBHのスペクトラム

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} (R - 2\Lambda) - \frac{1}{4g_e^2} F^2 \right\}$$

正の宇宙項を持つ→de Sitter (dS)時空



dS BHのスペクトラム

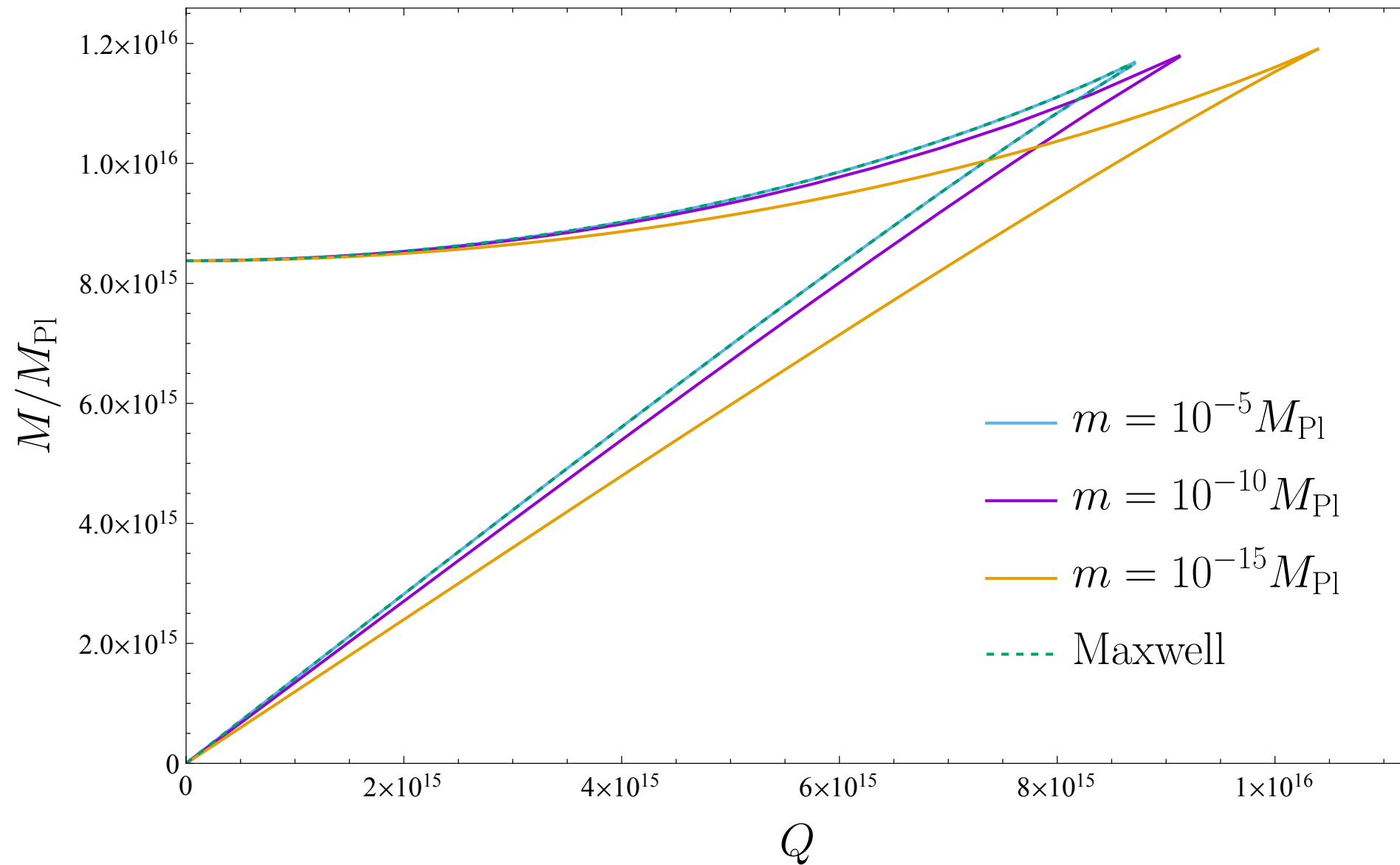
Extremal BH
Cauchyホライズン = BHホライズン

dS BH に特有の極限

Nariai BH
宇宙論的ホライズン = BHホライズン

5-2. de Sitter時空中のNariai BH EH

フェルミオン 1-ループ ($\Lambda = 10^{-30} M_{\text{Pl}}^2$)



- 軽い粒子を考えるほど補正は大きくなる。
- Nariai BHのスペクトラムも変更を受けている。

5.まとめと展望

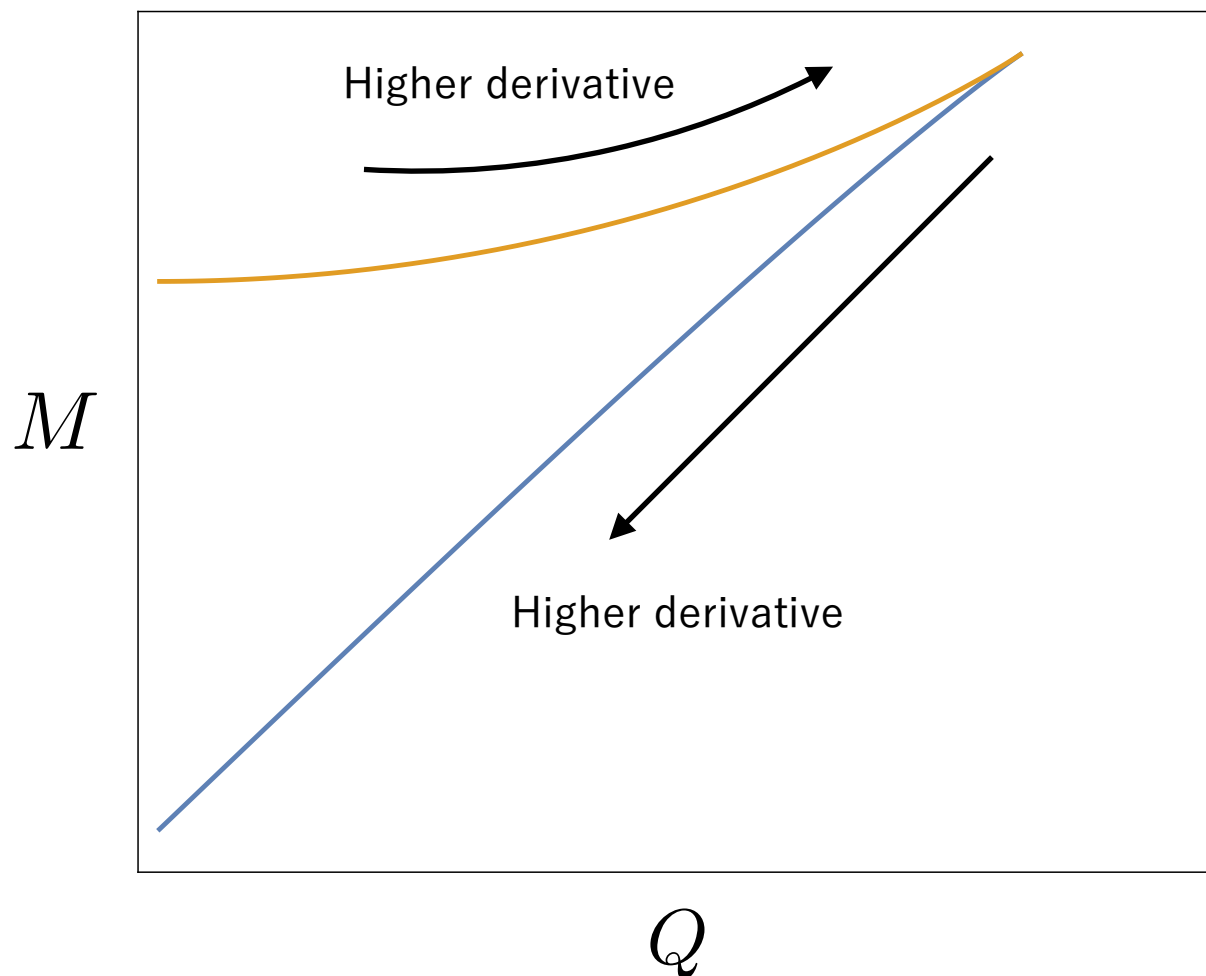
- 荷電粒子の量子効果によってBHのスペクトラムは変更を受ける。
- 極限BHの質量電荷比はWGCの予言通り単調性を持っている。
- 荷電粒子の量子効果による補正は $\Delta\mu_{\text{EH}} \sim -g_e^2 \ln \frac{Q_*}{Q}$ と見積もることができる。
- dS時空中の荷電BHについては、Nariai BHも量子効果によって変更を受けることを示した。
- Nariai BHについての解析から得られるFestina Lente boundも修正が必要なのではないか。
- Schwinger効果を考えてelectric BHについても計算したい。
- 重力の効果も入れた計算も行なっているところである。

Back up slides

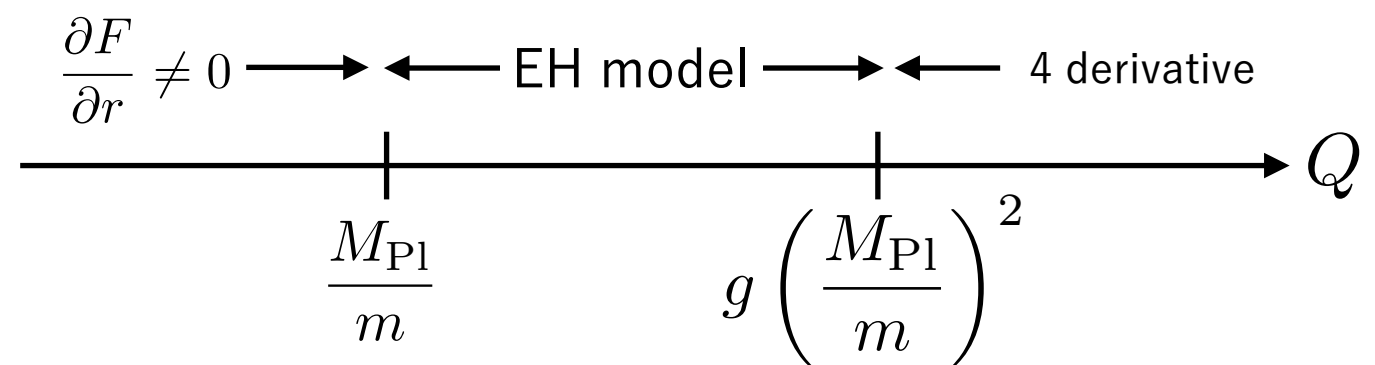
3-1. Valid region of Euler-Heisenberg model

	Uniform electric/magnetic field $F = \text{const.}$	Higher derivative terms is dominant $m^4 F^2 < F^4$	Electron is not excited by H $m > H$
Extremal	$Q \gtrsim \frac{M_{\text{Pl}}}{m}$	$Q \lesssim g \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{m} \right)^2$	$m > H$
Nariai	$m > H$	$Q \gtrsim \frac{m^2}{g^2 H^2}$	$m > H$

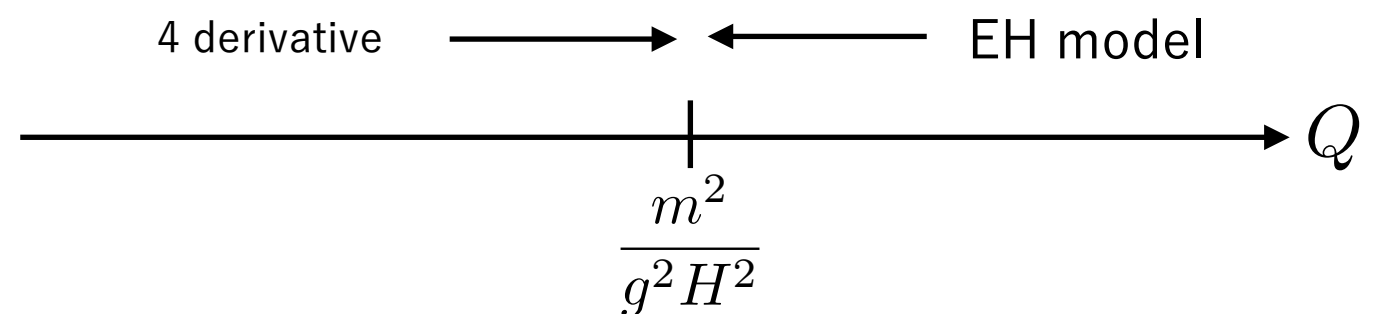
H : Hubble scale



Extremal



Nariai



3-3. Dirac-Born-Infeldモデル

ブレーンの振動のエネルギー有効理論

$$\mathcal{L}_{\text{DBI}} = \Lambda_{\text{DBI}}^4 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2\mathcal{F}}{\Lambda_{\text{DBI}}^4} + \frac{\mathcal{G}^2}{\Lambda_{\text{DBI}}^8}} \right)$$

Λ_{DBI} :DBIのカットオフスケール

DBIモデルが有効な領域(EHモデルの時と同じ)

Extremal BH

Nariai BH

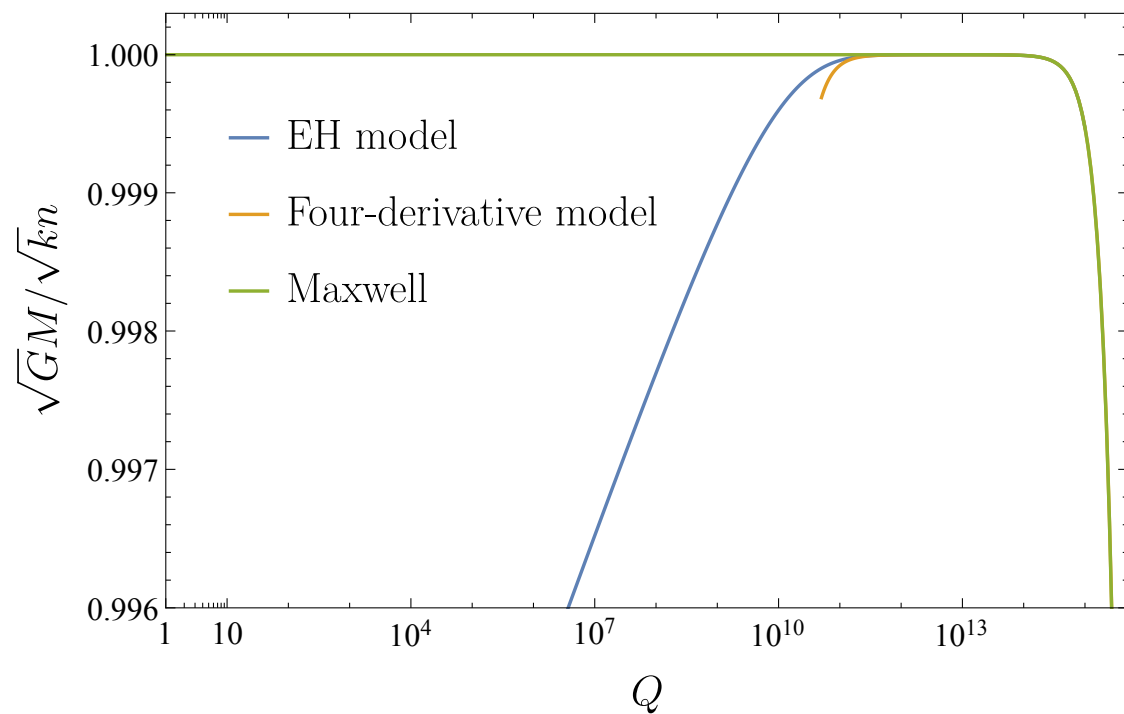
$$\left(\frac{M_{\text{Pl}}}{\Lambda_{\text{DBI}}} \right) < Q < g_e \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{\Lambda_{\text{DBI}}} \right)^2$$

$$Q > \frac{\Lambda_{\text{DBI}}^2}{g_e^2 H^2}$$

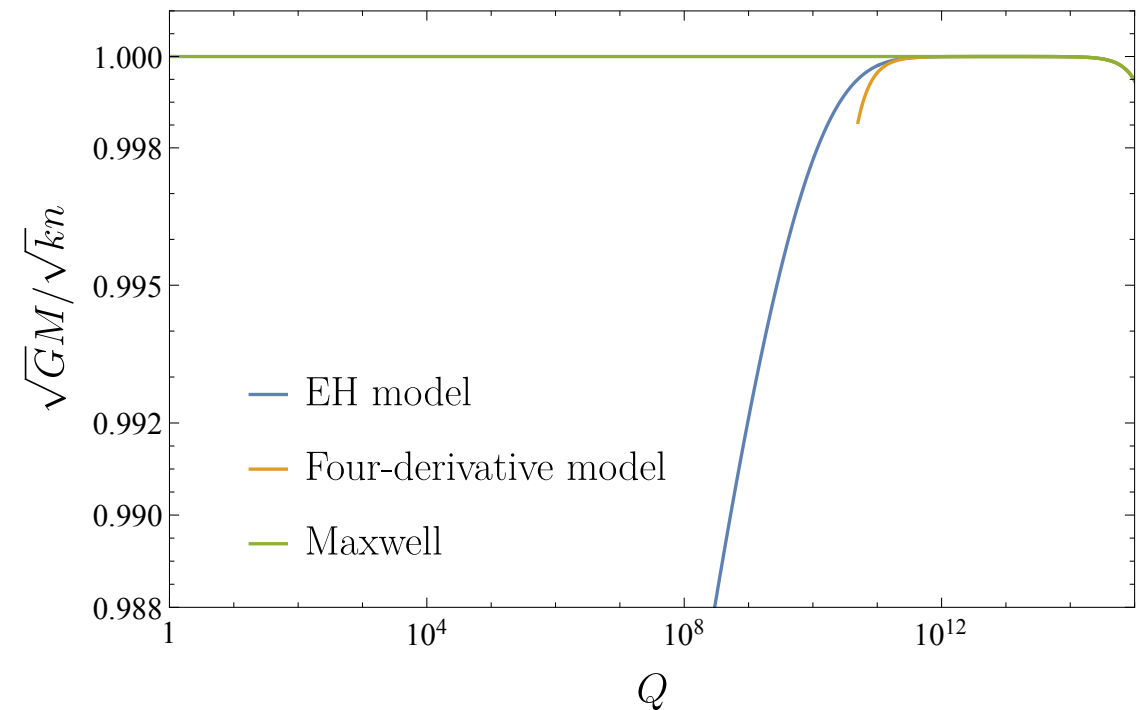
4-1. Extremal BHs in de Sitter

EH model ($\Lambda = 10^{-30}, M_{\text{Pl}}^2$) $m = 10^{-5} M_{\text{Pl}}$ $Q = gn$

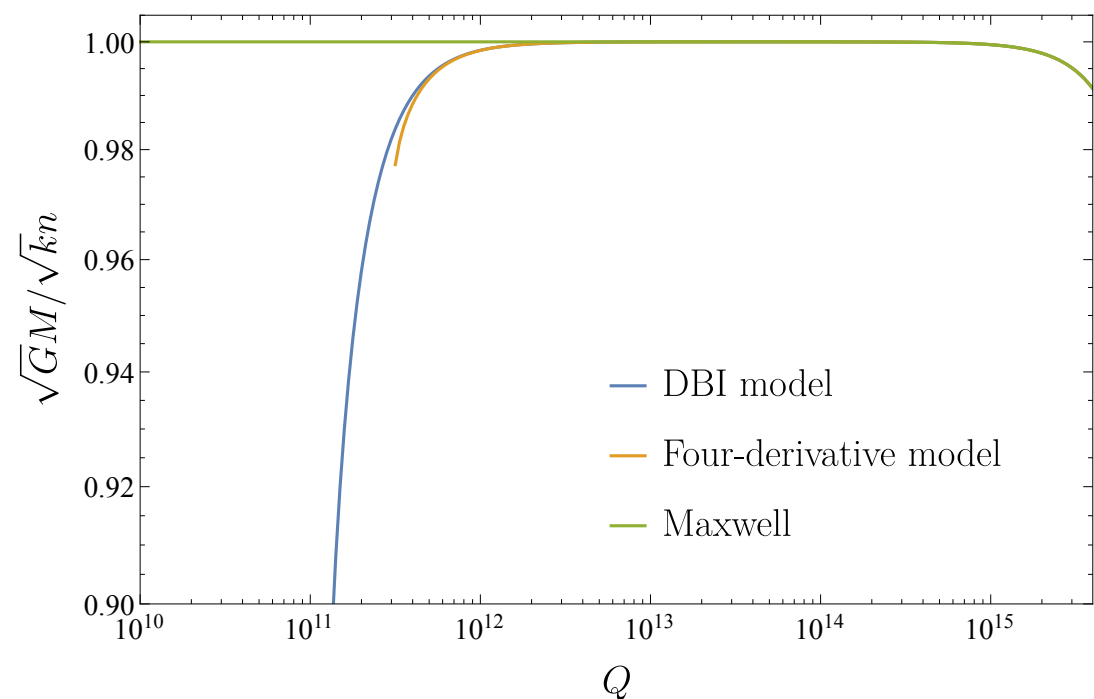
Scalar 1-loop



Fermion 1-loop



DBI model ($\Lambda = 10^{-30} M_{\text{Pl}}^2$ $\Lambda_{\text{DBI}} = 10^{-5} M_{\text{Pl}}$)



- The monotonicity of mass to charge ratio is confirmed.
- The behavior in large Q region is special for dS.

Future works

Festina Lente Bound (FL bound)

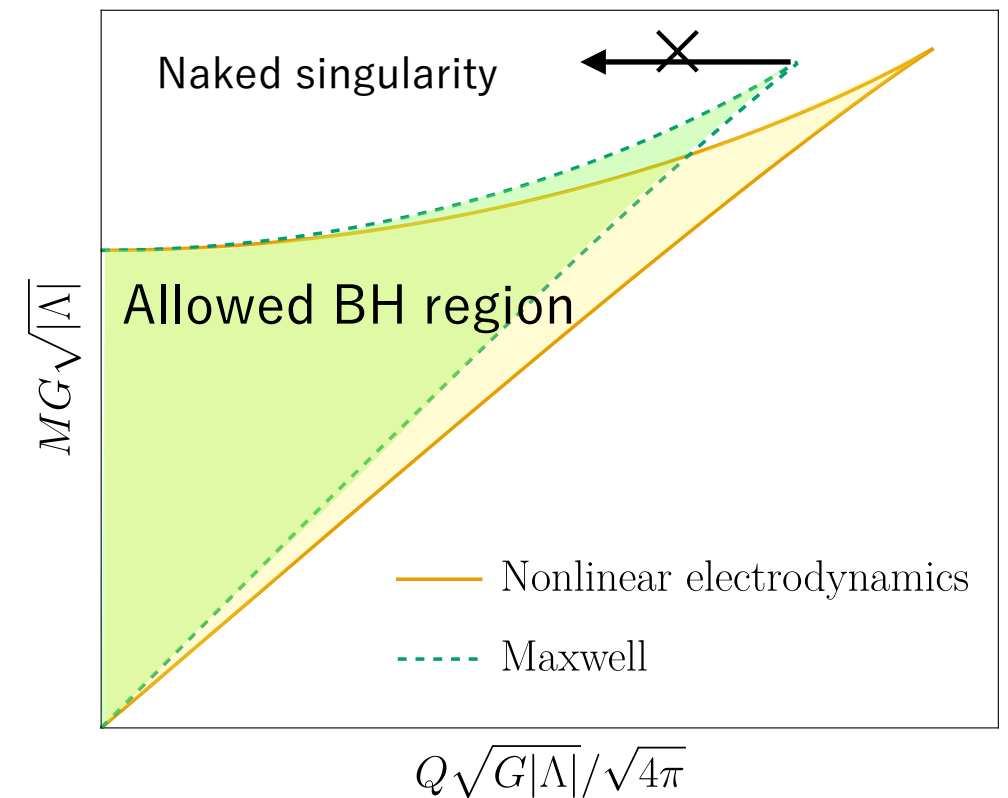
$$m \gtrsim \sqrt{qgM_{\text{Pl}}H} \quad \Lambda \sim H^2$$

H : Hubble scale g : coupling constant

✗ The discharge process "BH $\rightarrow$ Naked singularity"

➡ This discussion depends on BH spectrum.

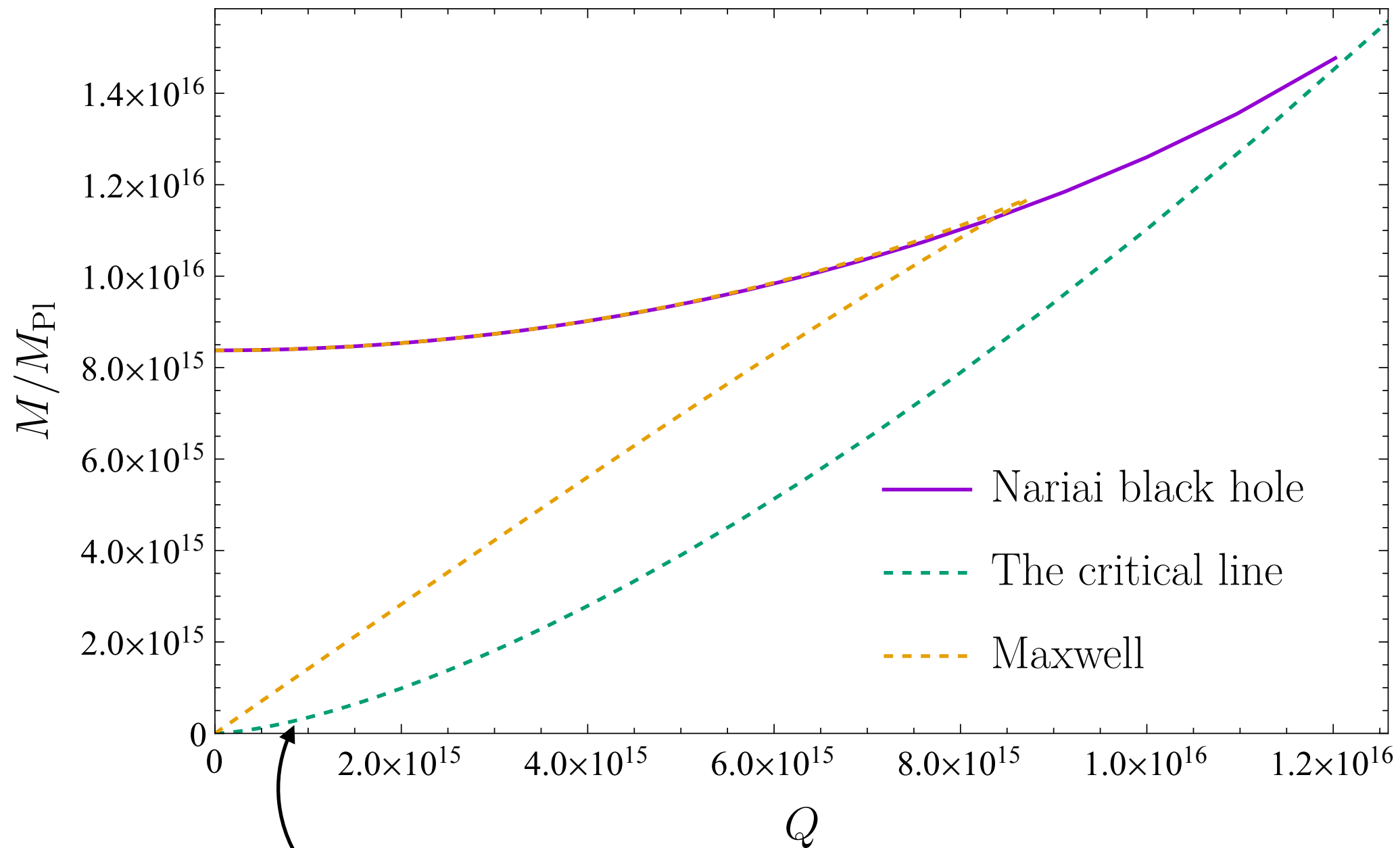
- If the Nariai BH which has electric charge shows similar correction, we should consider FL bound more precisely.
- Gravitational effect should be also included.
 - The rough estimate of "correction from charged particle vs gravitational correction" has done at asymptotically flat.
 - dS case is work in progress



Nariai BH in de Sitter with DBI model

$$\Lambda = 10^{-30} M_{\text{Pl}}^2$$

$$\Lambda_{\text{DBI}} = 10^{-7.5} M_{\text{Pl}}$$



The Cauchy horizon disappears and there is an only event horizon.

4-3. Festina Lente bound

Our results are for **magnetic BHs**, but there are some implications to **electric BHs**.

Festina Lente Bound (FL bound)

$$m \gtrsim \sqrt{qgM_{\text{Pl}}H} \quad \Lambda \sim H^2$$

H : Hubble scale g : coupling constant

[Miguel Montero-Riet-Venken '19]

One of the swampland condition which is discussed in de Sitter spacetime.



● Massless charged particle



Spacetime with naked singularity

✗ The discharge process "BH → Naked singularity"



This discussion depends on BH spectrum.

