EOM tests in string field theory

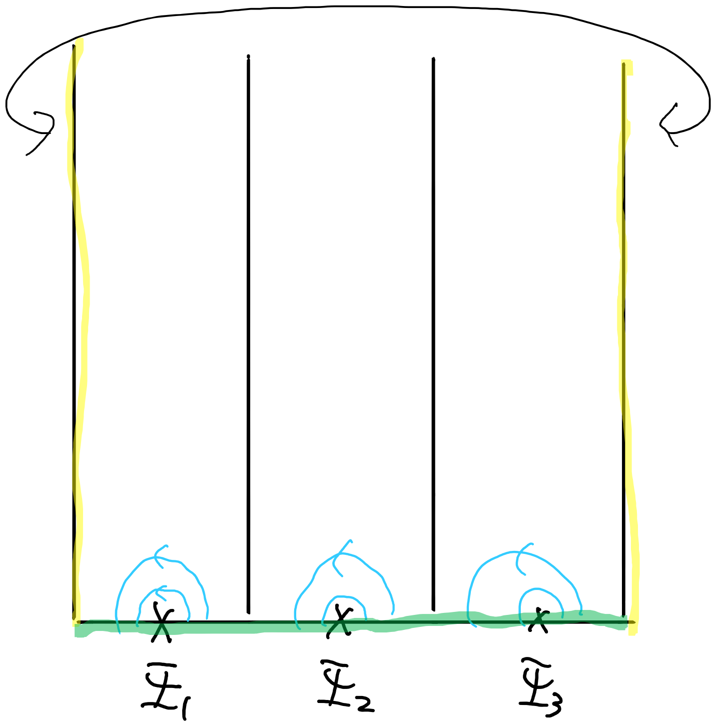
瀬々　将吏

（秋田県立横手高等学校）

Abstract

- **開弦の場の理論**（OSFT）において、K_ϵ 正則化された KBc 多重 D-brane 解の運動方程式を成り立たせるような場の空間を調べた。
- 非自明な場が多数あることがわかった。

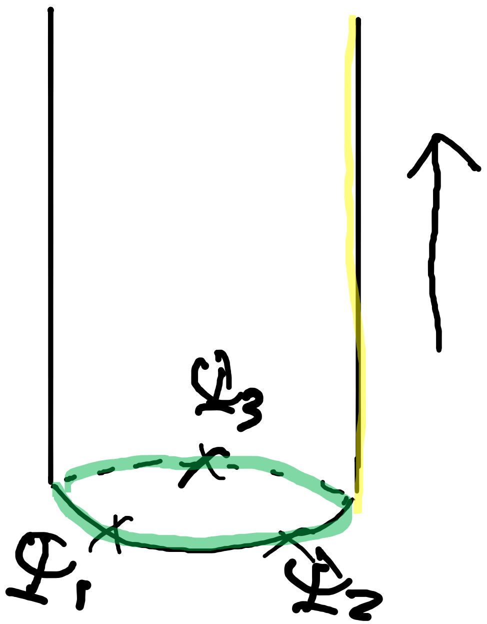
開弦の場の理論（OSFT）



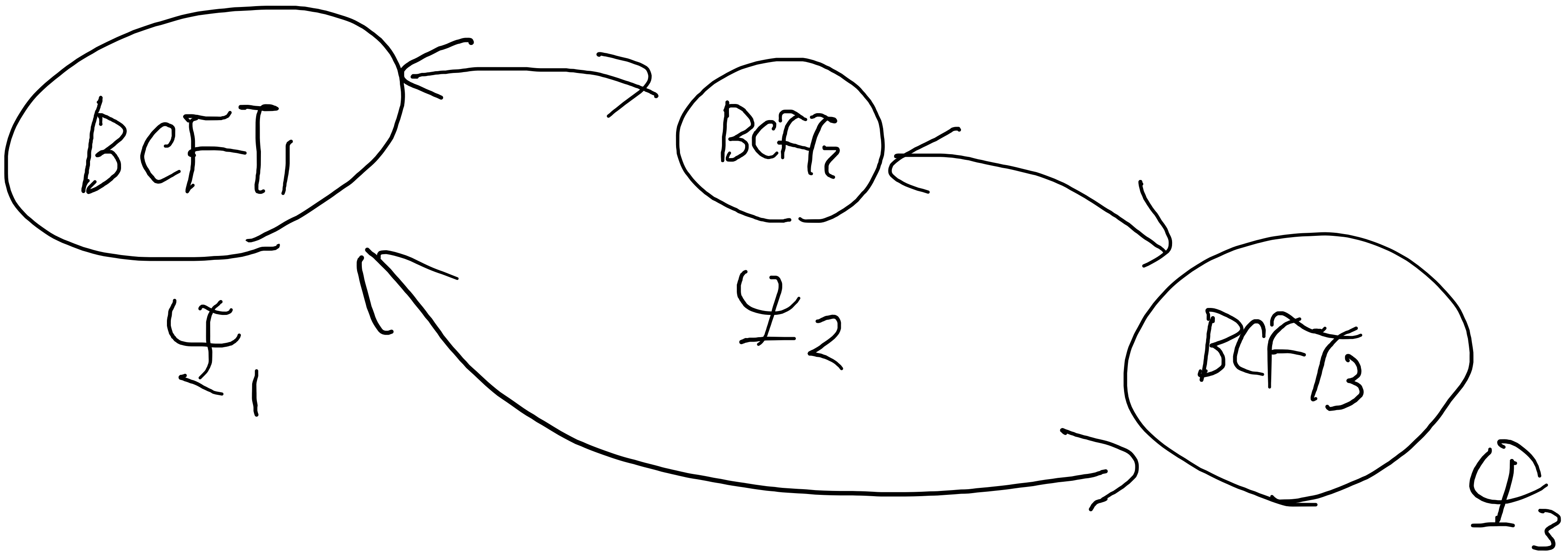
$$\int \Psi_1 \Psi_2 \Psi_3$$

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q \, \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 \right)$$

Witten 1986



OSFTの古典解　　弦理論の background-independence



多重D-brane解　（解析的）

	KBc	Interwinding
	Murata-Schnabl '12 Hata-Kojita '11, '13 Kojita '19 **Hata '19**	Erler-Maccaferri '14, '19
材　料	$\boldsymbol{K, B, c}$	$\boldsymbol{K, B, c}$ and $\boldsymbol{\Sigma}$
Fock space場とのカップリング	**発 散**	有 限
場のChan-Paton 分解	?	○ explicit

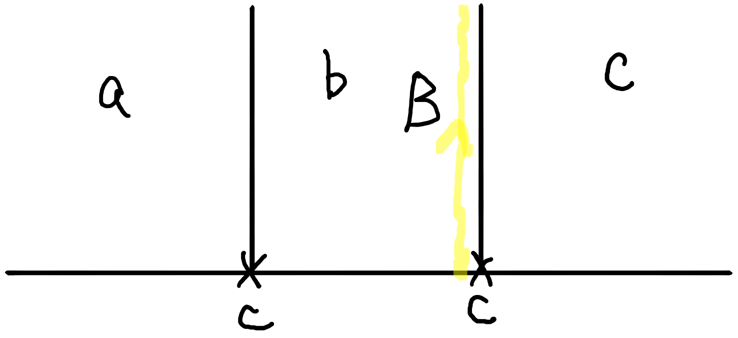
KBc 多重D－brane解 (Hata '19)

$$\boxed{\begin{array}{c}[K,B]=0\\ \{B,c\}=1\\ Qc=cKc\end{array}}$$

KBc 代数

$$\Psi=\sum_{(X,Y,Z)}\overset{a}{X}\,cK\,\overset{b}{Y}\,Bc\,\overset{c}{Z}$$

$$=\boldsymbol{E_{abc}}\,(cK)_{ab}(Bc)_{bc}$$



KBc 多重D-brane解 (Hata '19)

$\boxed{\text{EOM}}$ $Q\Psi + \Psi^2 = 0$ $\Psi = E_{abc}\,(cK)_{ab}(Bc)_{bc}$

$\boxed{\text{EOM}}$ $E_{acd} - E_{abd} + E_{abb}E_{bcd} - E_{abc}E_{ccd} = 0$

- OSFT古典作用は Chern-Simon 型
- 非自明な解→ K の**特異点**

KBc 多重D-brane解 (Hata '19)

$$G = \frac{1+K}{K}$$

N=1
Double brane

$$E_{abc} = \frac{\sqrt{1-G_a}\sqrt{1-G_c}}{G_b} = -\sqrt{\frac{1}{K_a}\frac{K_b}{1+K_b}}\sqrt{\frac{1}{K_c}}$$

N=2
Triple brane

$$E_{abc} = 1 + \frac{1}{G_b^2} - \frac{G_a}{G_b} - \frac{G_c}{G_b}$$

$$= 1 + \left(\frac{K_b}{1+K_b}\right)^2 + \frac{K_b}{1+K_b}\left(1 - \frac{K_c}{K_a} - \frac{K_b}{K_c}\right)$$

K_ϵ 正則化

$$\Psi = E_{abc}\,(cK)_{ab}(Bc)_{bc}$$

$$\Big\downarrow\; K \to K + \epsilon$$

$$\Psi_\epsilon = E^{\epsilon}_{abc}\,(c(K+\epsilon))_{ab}(Bc)_{bc}$$

$$= E^{\epsilon}_{abc}\,(cK)_{ab}(Bc)_{bc} + \boldsymbol{\epsilon E^{\epsilon}_{abc}\,(c)_{ab}(Bc)_{bc}}$$

EOMを破る！

Kができる。

$\Psi = UQU^{-1}$

E.

しかし、**「古典作用の中で」**
EOMが成り立つ場合がある（次スライド）

EOM test (Φ, Ψ)

Ψ：古典解
Φ：揺らぎ

- K_ϵ 正則化した解は**EOMを破る**
- しかし、**古典作用の中で**EOMが回復することがある

$\boxed{\text{EOM test}}$ $\boxed{(\Phi, \Psi) \equiv \int \Phi(Q\Psi + \Psi^2)}$

- 古典解自身はEOM test に合格：$(\Psi, \Psi) = 0$
- **他の揺らぎ場 Φ ではどうなるか？**

Φ の構成

- Hataの多重D-brane 解は、$\frac{1}{G}$ 展開において

$$\boxed{E^{\epsilon}_{aaa} = \frac{1}{G}\text{の0次} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{G}\right) \quad \cdot \ \cdot}$$

有限なEOM testが求まる条件

- これを真似して Φ を構成する

$$\frac{1}{G_\varepsilon} = \frac{K_\varepsilon}{1+K_\varepsilon} \sim \mathcal{O}(\varepsilon)$$

Φ の構成

$$\boxed{E_{abc}^{\Phi} = (G_a G_c)^{\frac{N}{2}} \sum_{k,l=0}^{N} \frac{\beta_{kl}}{G_a^k G_b^{N-k-l} G_c^l}}$$

$$(\beta_{kl} = \beta_{lk}^*)$$

- 実 $(N+1)^2$ 次元

EOM test

$$G \sim 1/K_\epsilon$$

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 0$$

$$(\Phi, \Psi)$$

$$= \sum_{\{n_k\}} a_{n_1 n_2 n_3 n_4} \times \epsilon \int Bc \frac{1}{K_\epsilon^{n_3}} c \frac{1}{K_\epsilon^{n_4 - 1}} c \frac{1}{K_\epsilon^{n_1}} c \frac{1}{K_\epsilon^{n_2 - 1}}$$

$$= \sum_{\{n_k\}} a_{n_1 n_2 n_3 n_4} \mathcal{T}_{n_1 n_2 n_3 n_4}$$

合流型超幾何級数.

- Sliver frame 上の相関関数
- Mathematicaで計算できる

例：$N=1$ の解 Ψ と $N=1$ の弦場 Φ

$$E^{\Psi}_{abc}=\sqrt{G_aG_c}\times\frac{1}{G_b}$$

$$E^{\Phi}_{abc}=\sqrt{G_aG_c}\left(\frac{\beta_{00}}{G_b}+\frac{\beta_{01}}{G_a}+\frac{\beta_{01}}{G_c}+\frac{\beta_{11}G_b}{G_aG_c}\right)$$

$$(\Phi,\Psi)=0 \quad \text{for } \forall\beta_{kl}$$

$\mathrm{Dim}(\Phi)=4$

例：$N=2$ の解 Ψ と $N=2$ の弦場 Φ

$$E^{\Psi}_{abc} = G_a G_c \left(\frac{1}{G_a G_c} - \frac{1}{G_b G_a} - \frac{1}{G_b G_c} \right)$$

$$E^{\Phi}_{abc} = G_a G_c \left(\frac{\beta_{00}}{G_b^2} + \frac{\beta_{01}}{G_a G_b} + \frac{\beta_{01}}{G_b G_c} + \frac{\beta_{11}}{G_a G_c} + \frac{\beta_{02}}{G_a^2} + \frac{\beta_{02}}{G_c^2} + \frac{\beta_{22}\, G_b^2}{G_a^2 G_c^2} + \frac{\beta_{12}\, G_b}{G_a G_c^2} + \frac{\beta_{12}\, G_b}{G_a^2 G_c} \right)$$

$$(\Phi, \Psi) = 2\beta_{00} - 4\beta_{02} - 4\beta_{12}$$

- EOM test を 0 にする場 Φ は、
  $2\beta_{00} - 4\beta_{02} - 4\beta_{12} = 0$ を満たすもの。

- Dim(Φ) = 9-1 =8

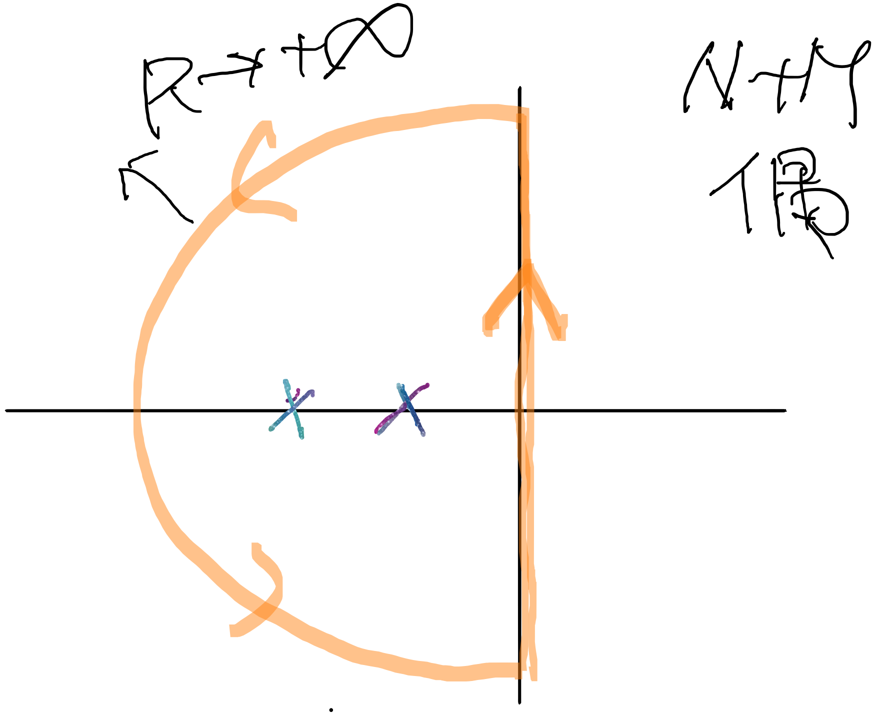
Nを増やしても同様に、

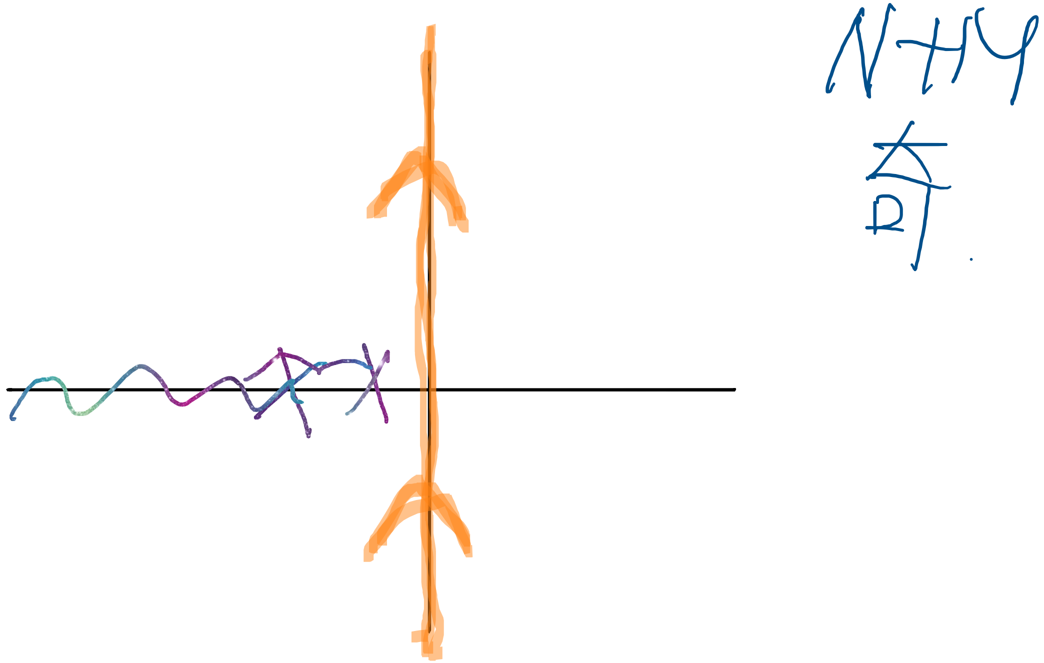
$$\mathrm{Dim}(\Phi) = (N+1)^2 - 1$$

の場$\boldsymbol{\Phi}$が得られる。

(Φ_N, Ψ_M)

- $N+M$ ＝偶数　→ 前と同様に評価できる。
- $N+M$ ＝**奇数**　→ 相関関数にcut が現れ、同様に評価できない。





結果

- KBc 多重 D-brane 解の EOM test に合格するような場を求めた。
- 解と同じ N に対して、$(N+1)^2\ -1$ 次元の場を構成した
- 解と異なる N に対しても場が構成できる

展望

- EOM test を満たす Φ を、D-brane上の場と解釈したい。
- そのためには，Chan-Paton分解，すなわち Φ の**直交性**を示す必要がある。

直交性

$$\boxed{\int \Phi^{\forall}\,\Phi_i\Phi_j \sim \delta_{ij} \quad \text{を示したい。}}$$

- ところが，この積分は世界面全体の幅s に対して

  $\int_0^\infty \frac{e^{-s}}{s} ds \sim \Gamma(0)$ のように**発散**

- 正則化に関する技術的な問題？