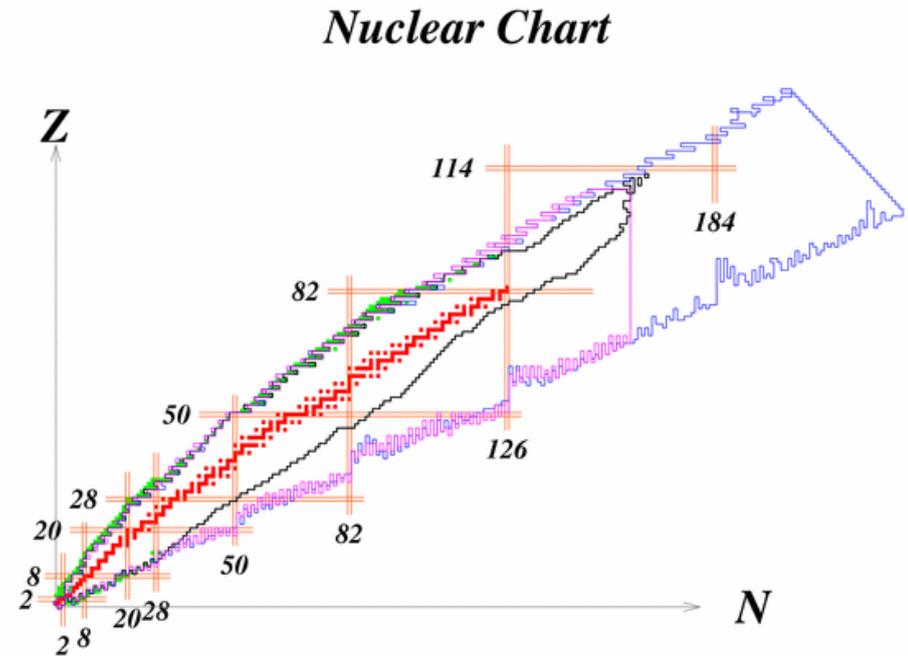
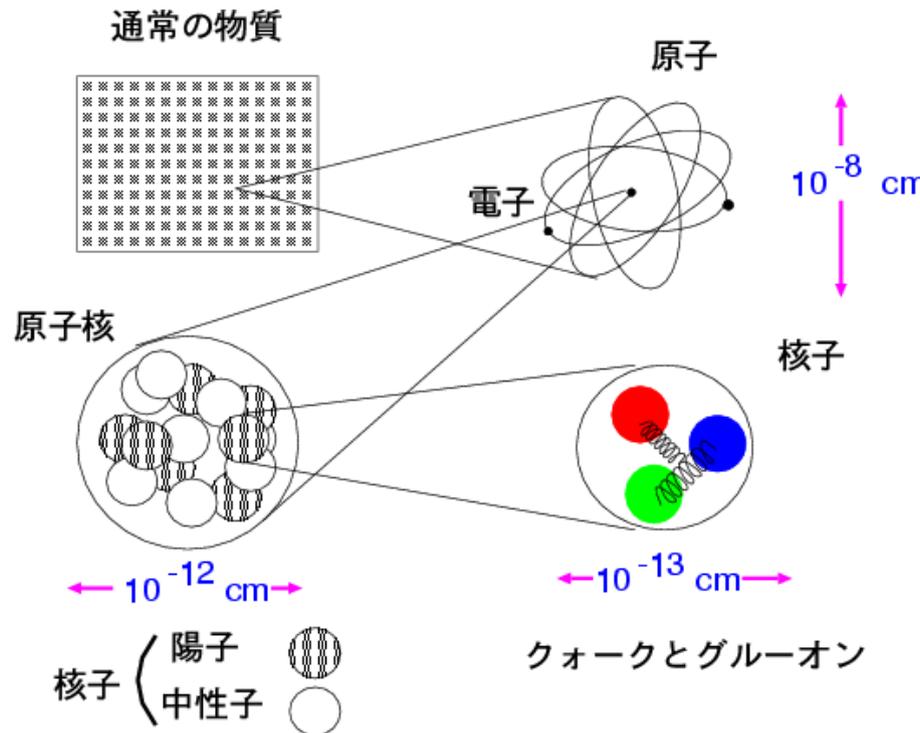


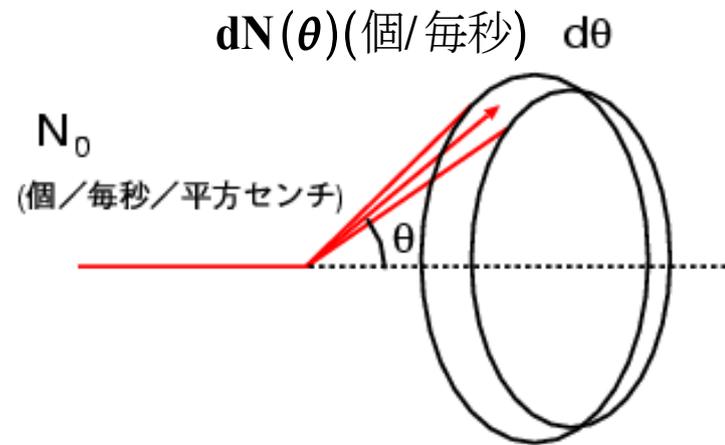
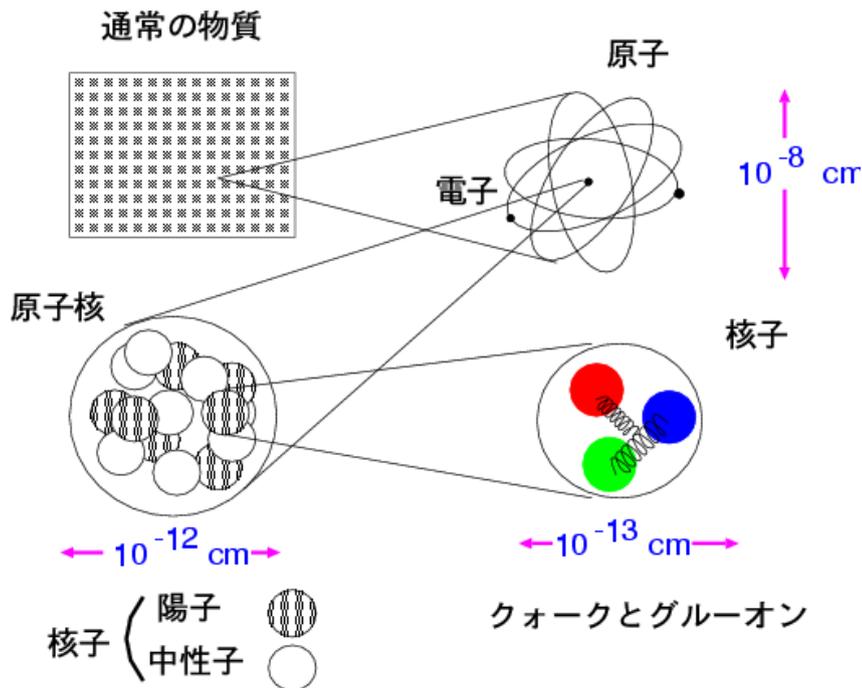
■ 第一回 (11/5): 原子核とはどのようなものか？

- 原子核の大きさ、エネルギー、構造、形、存在領域など、20世紀までに分かってきた原子核の基本的性質について解説します。



原子核の大きさ(1)

- 原子核の大きさ：直径が $(2-16) \times 10^{-13} \text{ cm}$ 程度 $\sim 10^{-12} \text{ cm}$
 → 原子の大きさ $\sim 10^{-8} \text{ cm}$ の 1 万分の1
- 「目で見えない」小さなものをどうやってみるか？
 → 粒子をぶつけて散乱させて測る
- 散乱断面積 = 単位入射流束当たり、一つの標的で散乱される確率
 → 面積の次元



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{N_0} \frac{dN(\theta)}{2\pi \sin\theta d\theta} \quad \sigma = \int \sin\theta d\theta d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

原子核の大きさ(2) — ラザフォード散乱

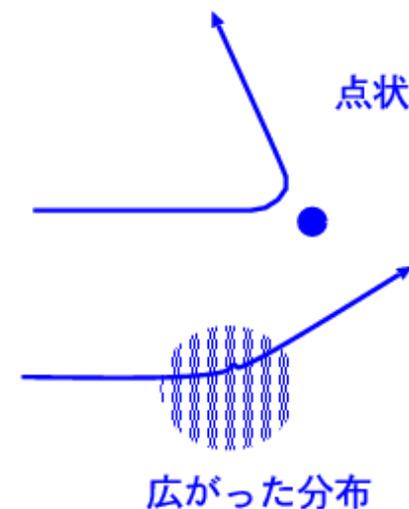
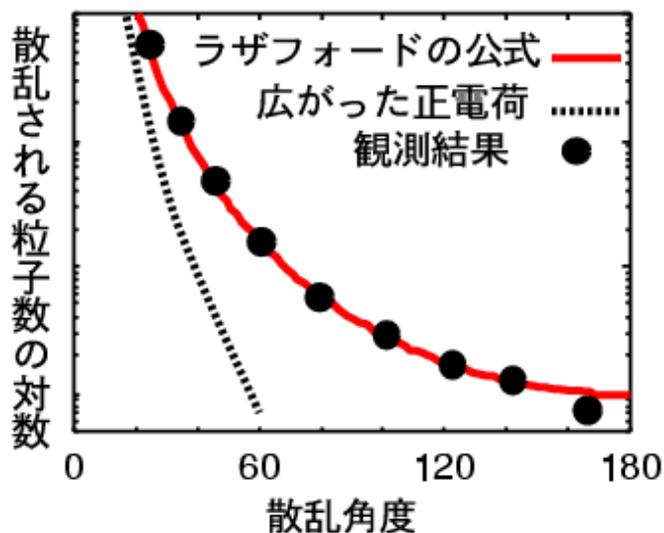
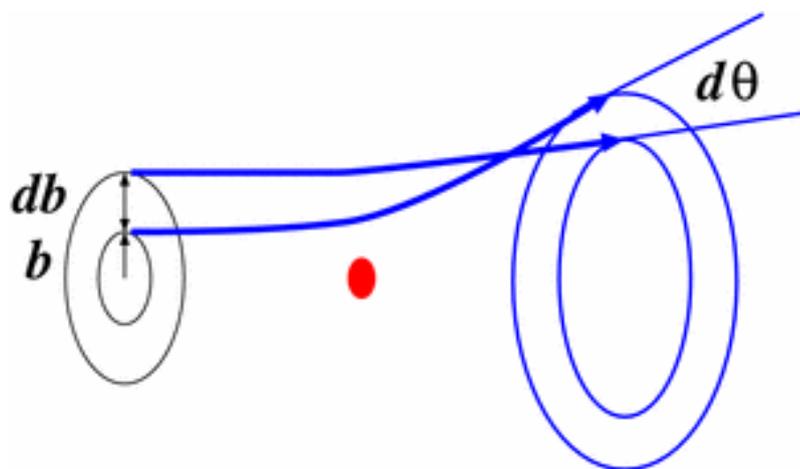
■ クーロンポテンシャルでの散乱

- エネルギーと衝突係数 (b) を決めると散乱角 (Θ) が決まる
- 一つ一つの α 粒子の衝突係数は分からないが、面内に一様に入射すると散乱角度分布が決まる

■ ラザフォードの公式

- 正電荷が一点に集まっているとしたときの荷電粒子の散乱角分布

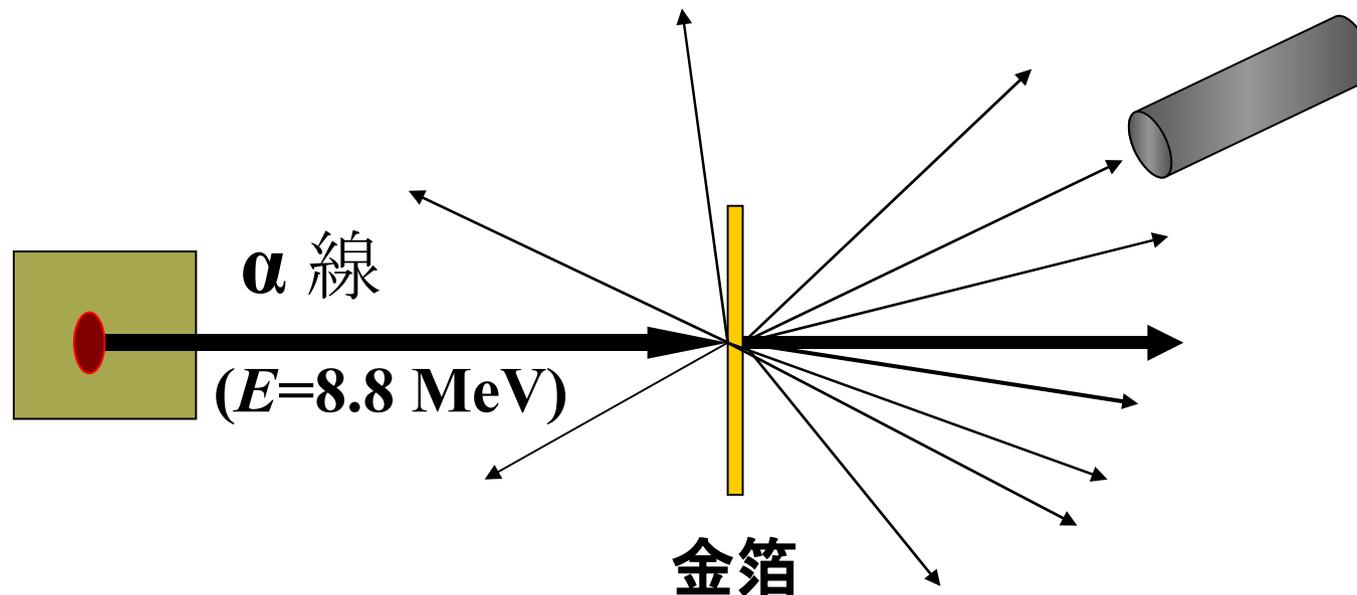
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi b db}{2\pi \sin\theta d\theta} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{d\Theta(b)}{db} \right|^{-1} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$



原子核の大きさ(3) — ガイガー・マースデンの観測

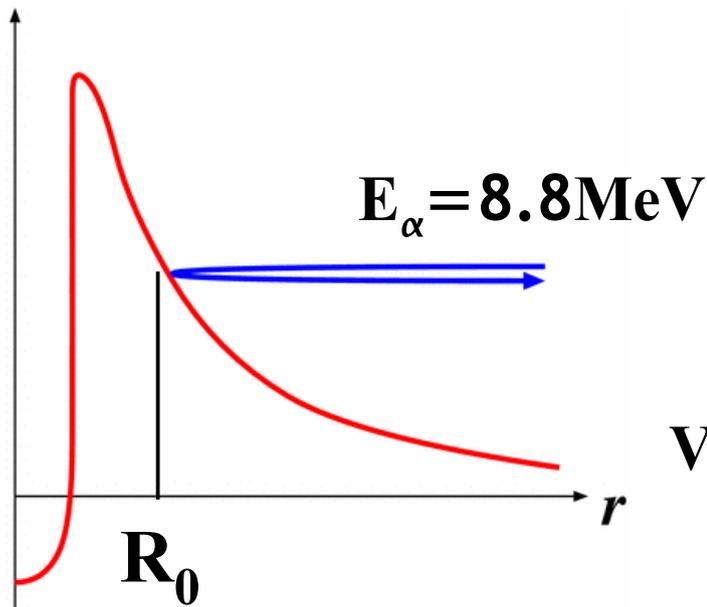
■ ガイガー・マースデンの観測

- 放射性原子から出てくる α 粒子を金箔に当てて散乱角の分布を測る
- ラザフォードの公式と一致
→ **原子の有核模型(ラザフォード模型)の成立**



原子核の大きさ(4) — 原子核に触れるには？

- 演習問題： ガイガー・マースデンの実験で、 α 粒子は原子核に「触れて」いたか？
 - α 線のエネルギーを 8.8 MeV 、 $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ として、最近接距離 R_0 を求めよ。(金の原子番号は 79 である。)
 - 原子核の半径は $R \sim 1.1 A^{1/3} \text{ (fm)}$ と表せる。 α 粒子は、原子核に触れていたか？(金の原子量は $A=197$ である。)
 - 触れていないとすると、原子核に触れるにはどうすればよいか？



1 eV = 素電荷に 1V の電圧をかけて
得られるエネルギー

1 MeV = 10^6 eV

1 fm = 10^{-15} m = 10^{-13} cm

$$V(r) = \frac{Z_\alpha Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = 1.44 \frac{2Z_T}{r}$$

補足

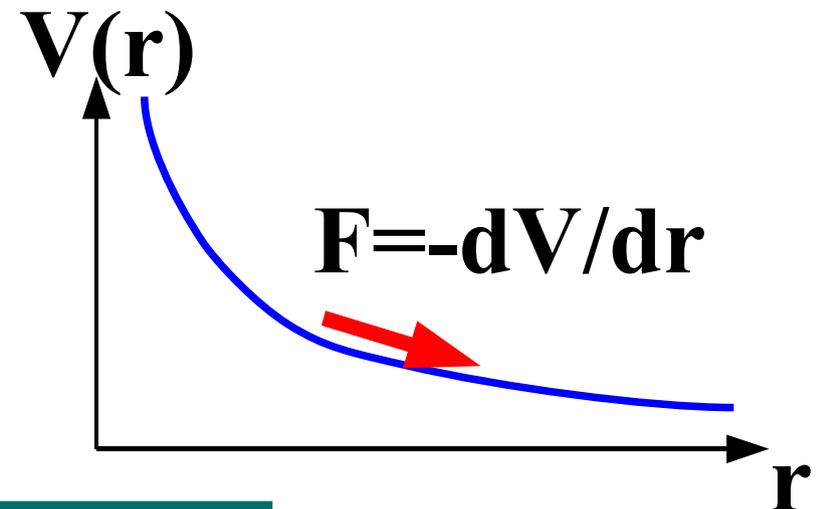
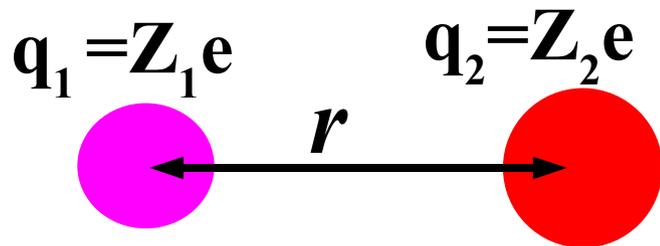
- 距離 r 離れた電荷 q_1 と q_2 の間には、クーロン力 F が働き、 F はクーロンポテンシャル V の微分で表せる。

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = -\frac{dV}{dr} \rightarrow V = k \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

(大学では、クーロン定数を $k=1/4\pi\epsilon_0$ と書くことが多い。)

- 原子番号 Z_1 の原子核と Z_2 の原子核の間のクーロンポテンシャル
→ $Z_1 e$ と $Z_2 e$ の電荷の間のポテンシャルを考えるとよい。
 $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ を使うと ϵ_0 を使わずに計算可。

$$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{r} \simeq 1.44 (\text{MeV} \cdot \text{fm}) \frac{Z_1 Z_2}{r}$$



原子核の大きさ(5) — 原子核の密度分布

■ エネルギーを少し上げたときの散乱断面積

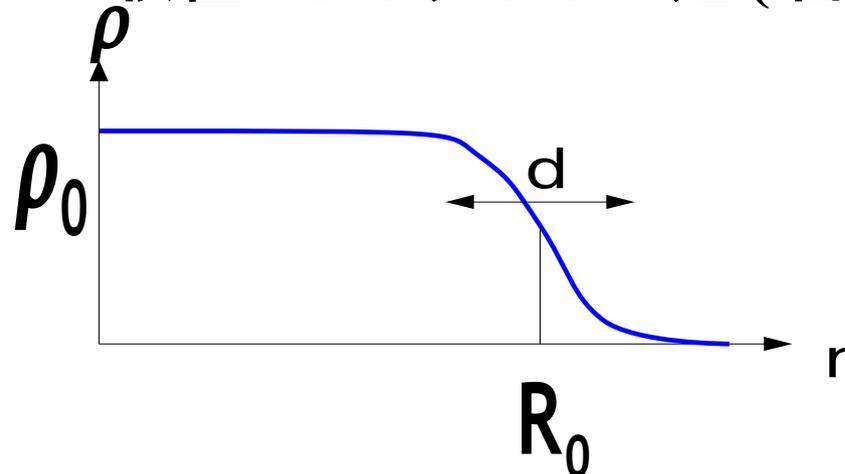
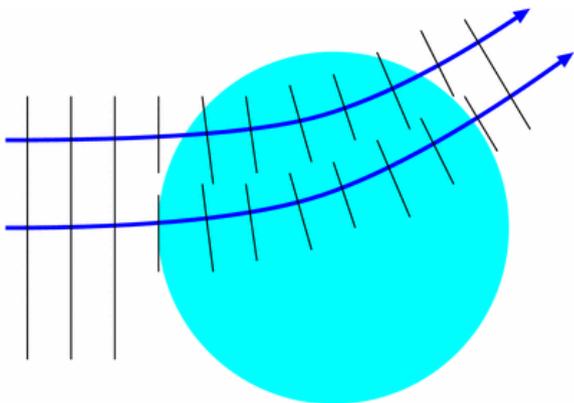
- 粒子は波としても振舞う(ドブロイ波)
- ドブロイ波長が原子核の大きさ程度になると、原子核内の異なる点で散乱した波が干渉
→ 干渉の様子から原子核内の「密度分布」が分かる！

■ 原子核の密度分布

- 多くの原子核の密度分布が、Woods-Saxon 型で近似的に表せる

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/d]} \quad (\rho_0 \sim 0.15(\text{fm}^{-3}) \quad R_0 = 1.1A^{1/3}(\text{fm}) \quad d = 0.6(\text{fm}))$$

- 半径 $\propto A^{1/3}$ → 体積 $\propto A$ → 原子核の中心部分の密度は、核種によらずほぼ一定(密度の飽和性)



原子核の質量(1) — 核子と原子核の質量

■ 原子核の表現方法

${}^A_Z X_N$ Z: 陽子数 (= 原子番号)、N: 中性子数
A=Z+N: 核子数 (= 原子量)、X: 元素記号

■ 質量の単位

$$1 \text{amu} = 12 \text{ g}/12 N_A = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(中性炭素原子 (${}^{12}_6\text{C}$) の質量 = 12.0)

■ アインシュタインの関係式 (質量とエネルギーの等価性) $E=mc^2$

$$\rightarrow 1 \text{amu} = 931.494 \text{ MeV}/c^2 \sim 1000 \text{ MeV}/c^2$$

■ 核子の質量

$$M_p = 938.2723 \text{ MeV}/c^2, M_n = 939.5656 \text{ MeV}/c^2$$

■ 核子の質量の和 > 原子核の質量

● 原子核の反応では「質量保存則」は成り立たない

→ 質量をエネルギーに換算して、
反応前後の運動エネルギーを加えた「全エネルギー」が保存する

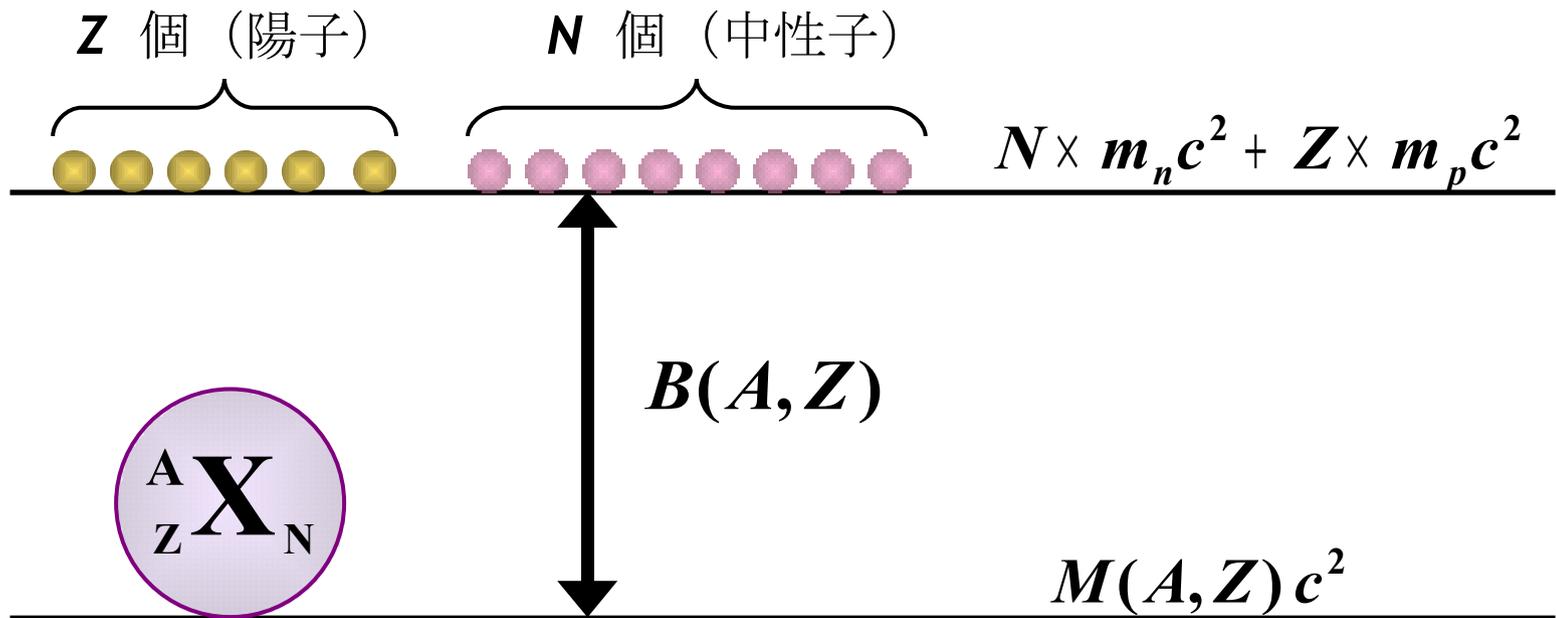
原子核の質量(2) - 束縛エネルギー

- 質量欠損 = 「核子の質量の和」 - 「原子核の質量」

$$\Delta M(A, Z) = (N m_n + Z m_p) - M(A, Z) \quad (\text{中性子数 } N = A - Z)$$

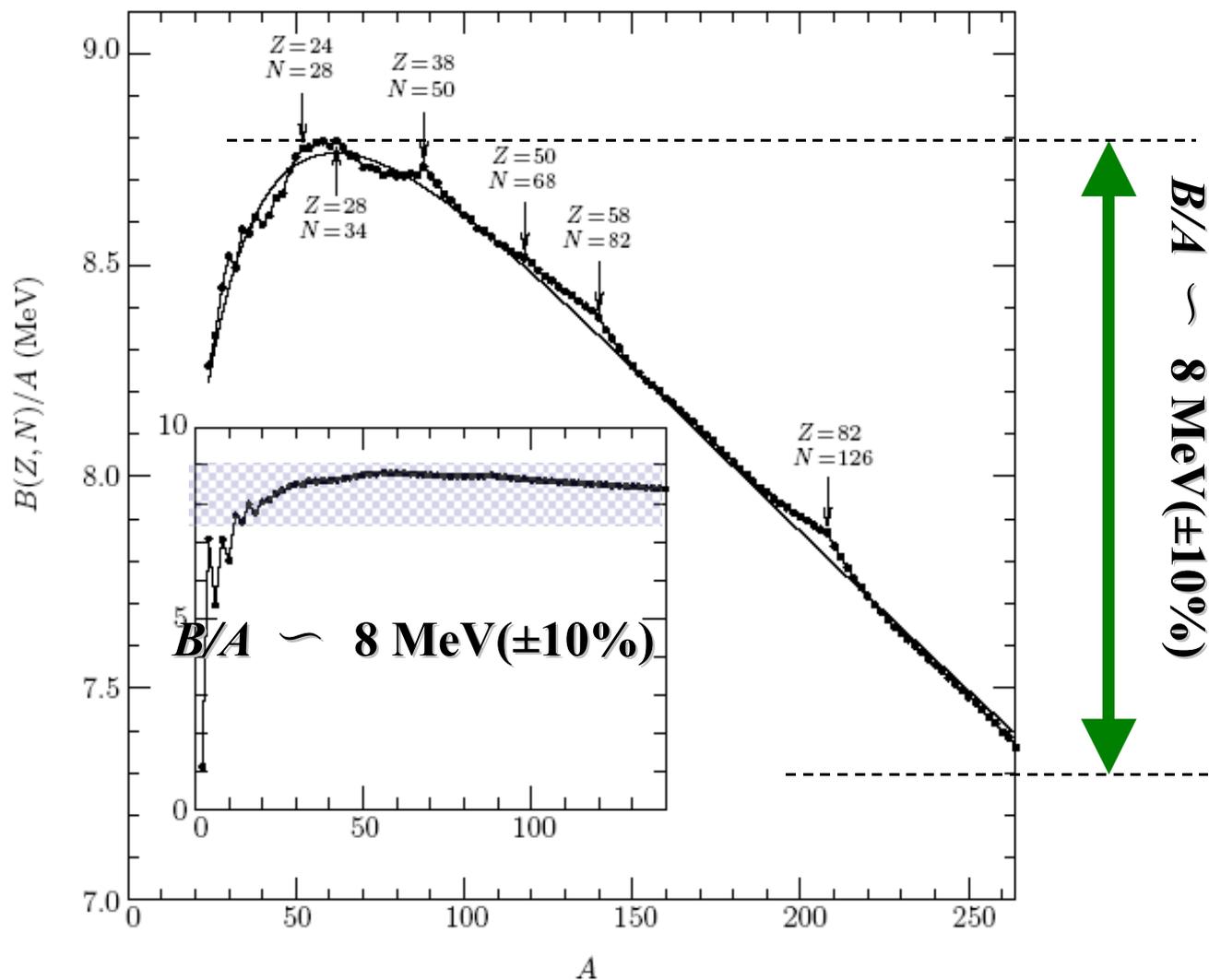
- 束縛エネルギー (結合エネルギー)
= エネルギーに換算した質量欠損

$$B(A, Z) = \Delta M(A, Z) c^2$$



束縛エネルギーの観測値

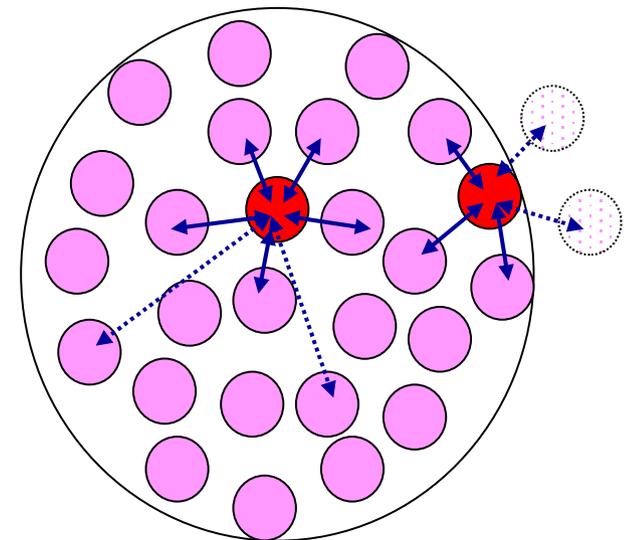
- 束縛エネルギーの観測値 : $16 \leq A \leq 240$ において、 $B/E \sim 8 \text{ MeV}$



それぞれの質量数で最も大きい束縛エネルギーを示す

原子核の質量(3) — 液滴模型

- 原子核は、
 - 中心部分で密度がほぼ一定
 - 核子あたりの束縛エネルギーがほぼ一定
- クーロン力以外は短距離相互作用のみの非圧縮性の液体のように振舞う(液滴模型)
- 体積項 = 核子あたりの束縛エネルギーが一定の部分
 \propto 核子数 $A \propto R^3 \propto V$
- 表面項 = 表面積に比例して束縛エネルギーが減る部分
(外側の核子は相互作用が小さい)
 \propto 核子数 $A^{2/3} \propto R^2 \propto S$
- クーロン項 = クーロンエネルギーのため束縛エネルギーが減る部分
 \propto 電荷 $Z^2 /$ 半径 $R \propto Z^2 / A^{1/3}$



原子核の質量(4) – 液滴模型(続き)

■ 量子力学的な項

- 対称エネルギー $\propto (N-Z)^2 / A$

核子はフェルミ粒子なので同じ軌道に入れない

→ $N=Z$ のときにエネルギー的に有利

- 対エネルギー

核子はスピンの上向きと下向きの状態を取れる

→ N, Z が偶数のとき、エネルギー的に有利

■ ベーテ・ワイゼッカーの質量公式

$$B(A, Z) = a_{vol} A - a_{surf} A^{2/3} - a_{Coulomb} \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} + a_{pair} \delta(A, Z) A^{-3/4}$$

$\delta(A, Z) = 1$ (A, Z がともに偶数)、 0 ($A =$ 奇数)、 -1 ($N=A-Z, Z$ がともに奇数)

原子核の質量(5) – 原子核の存在領域

■ 核図表 (Nuclear Chart)

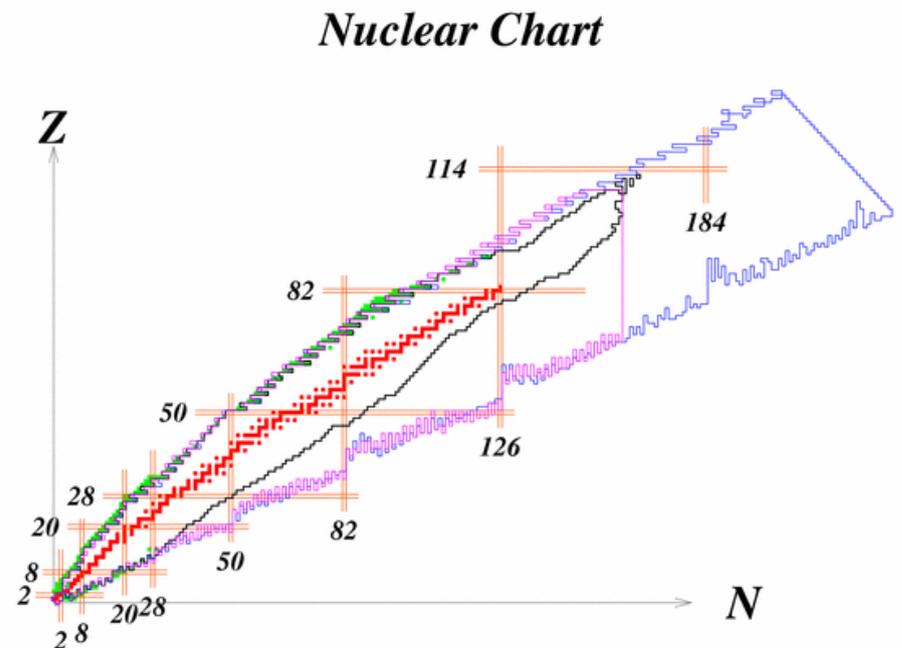
- 横軸に N (中性子数)、縦軸に Z (陽子数 = 原子番号) をとった原子核の地図
- 質量数 $A=Z+N$ を与えたとき、束縛エネルギーが最大となる原子核が「安定」
→ ハイゼンベルグの谷
(軽い原子核では、 $Z \sim N$ 、大きな原子核では $N \sim 1.5 Z$ で安定)

■ 原子核の存在領域

- 安定な原子核 → 256 種
- 既に発見 → 3000 種程度
- 存在が予想される原子核
→ 7000 種程度

■ 理化学研究所の RIBF

- 1000 個程度の新しい原子核が発見できる予定

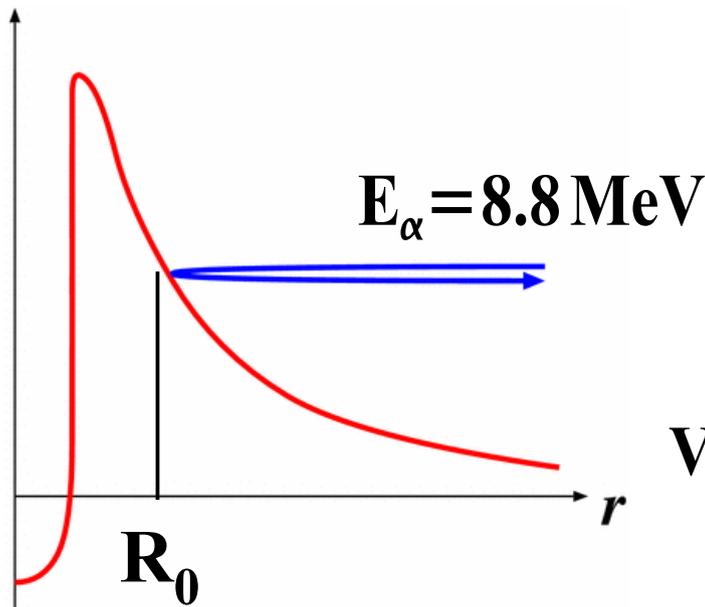


第一回のまとめ

- 原子核の大きさは、原子の1万分の1程度 ($10 \text{ fm} = 10^{-12} \text{ cm}$) であり、半径は質量数の $1/3$ 乗に比例する。
 - 密度の飽和性
 - 小さなものの大きさを測る方法
 - 高いエネルギーの粒子を衝突させて「散乱断面積」で測る
- 原子核の束縛エネルギーは、広い範囲で核子あたり 8 MeV 程度であり、「液滴」として大まかな振る舞いが理解できる。
 - 束縛エネルギーの飽和性
 - 質量の和は保存しない
 - 「質量欠損」を転化したエネルギーで我々は生きている！
(太陽の放出するエネルギーは核融合)
- 資料は
<http://nucl.sci.hokudai.ac.jp/~ohnishi>
からリンクしておきます。

レポート問題 (Part1)

- 第一回 (1 問)、第二回 (3 問)、第三回 (3 問) の 7 問から 2 問選択し、解答用紙 (A4 一枚、裏も可) に解答して提出すること。
 - ガイガー・マースデンの実験で α 粒子は金の原子核に触れていたかどうか答えよ。また触れていないとすれば、原子核に触れるためにはどうすればよいか、考察せよ。



1 eV = 素電荷に 1V の電圧をかけて
得られるエネルギー

1 MeV = 10^6 eV

1 fm = 10^{-15} m = 10^{-13} cm

$$V(r) = \frac{Z_\alpha Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = 1.44 \frac{2Z_T}{r}$$