

- 第二回 (11/12): 原子核の構造と元素合成
 - 原子核の基本的な構造である Shell 構造と、宇宙における元素合成について解説します。あわせて「量子力学」についてお話します。
 - Shell 構造
 - 量子力学とシュレディンガー方程式
 - 原子の Shell 構造
 - 原子核の Shell 構造と魔法数
 - 元素合成
 - 太陽系の元素組成
 - 様々な元素合成過程
 - 元素合成における核構造の役割
 - まとめ

■ 資料は

<http://nucl.sci.hokudai.ac.jp/~ohnishi>

からリンクしておきます。

(物理のホームページ (<http://phys.sci.hokudai.ac.jp>)

→ 研究室・教官一覧 → 大西でたどり着けます。)

前回の復習

■ 原子核の表現方法

${}^A_Z X_N$ Z: 陽子数 (= 原子番号)、N: 中性子数
A=Z+N: 核子数 (= 原子量)、X: 元素記号

■ 原子核の大きさ: 直径は 10^{-12} cm 程度

→ 原子の大きさ $\sim 10^{-8}$ cm の 1 万分の1

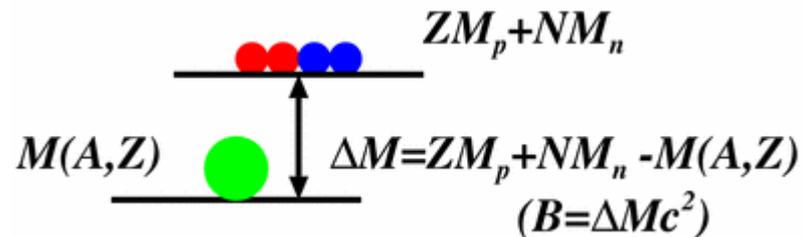
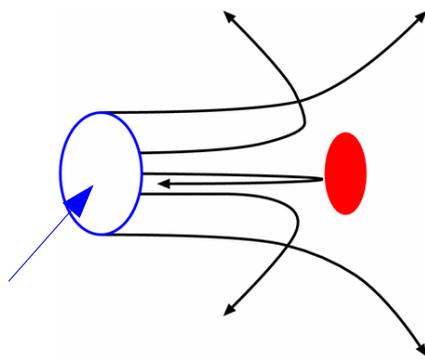
→ 目で見えない小さなものは、粒子をぶつけて散乱させて測る
(「断面積」の概念)

● 原子核の半径は、 $R=1.1 A^{1/3}$ fm 程度 → 密度の飽和性

■ 原子核の質量は、核子の質量の和より小さい

→ 原子核が融合するとき、質量欠損をエネルギーとして取り出せる
($E=mc^2$ から、質量自体がエネルギーを持っている)

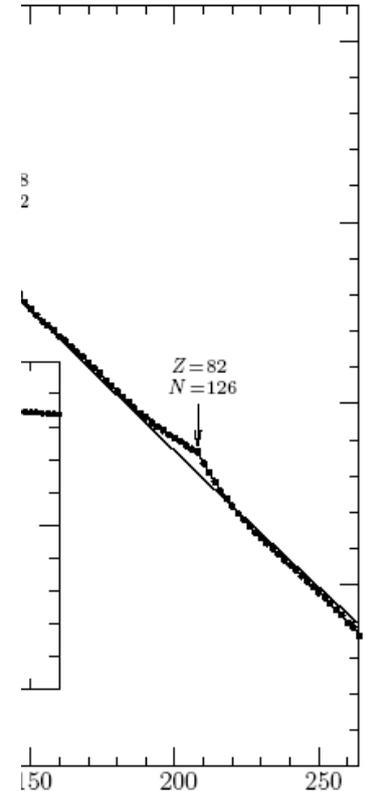
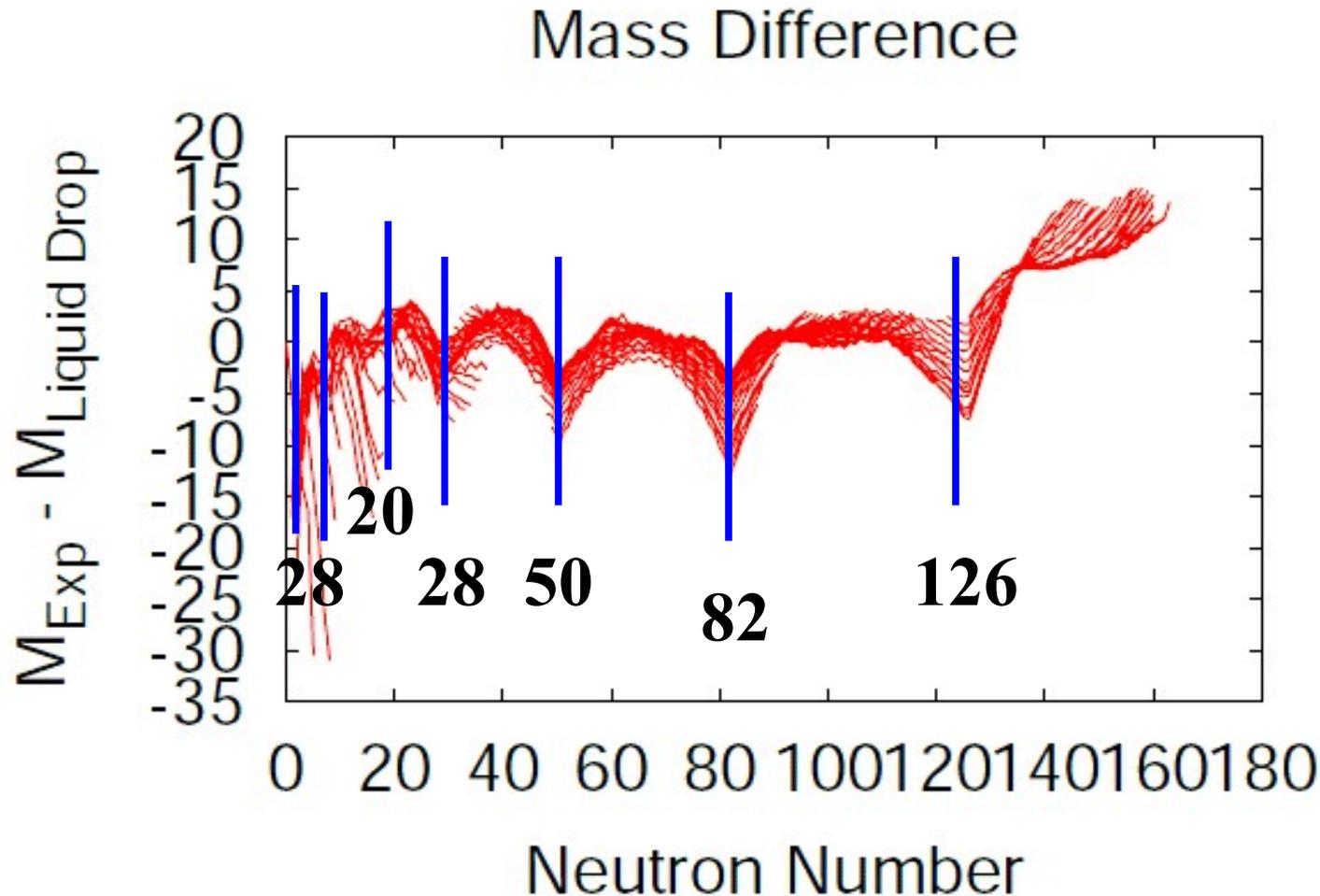
断面積



質量欠損 = 核子質量の和 - 原子核の質量
束縛エネルギー = 質量欠損 $\times c^2$

Shell 構造 (1)

- 原子核の束縛エネルギーには、滑らかな液滴模型公式のまわりで N 、 Z の値に応じて「振動」が見られる
→ 原子核の Shell (殻) 構造

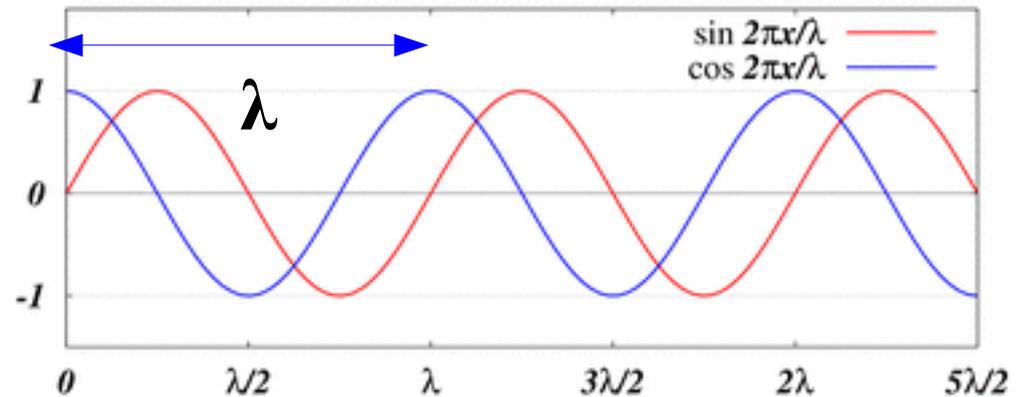


なぜ Shell 構造が現れるのか？ → 量子力学！

補足(量子力学の成立)お話として聞いてください

■ ドブロイの仮説

「物質は運動量 (p) に反比例した波長 (λ) をもつ波として伝播する」



■ 進行波を指数関数で表すと、

ドブロイ波長 $\lambda = h/p$ 振幅 $\psi(x) = \exp(2\pi i x/\lambda) = \exp(ipx/\hbar)$

プランク定数 $\hbar = h/2\pi$ オイラーの公式 $\exp(ix) = \cos x + i \sin x$

■ 運動量を「演算子」として表すと、波長が一定でない波でも成り立つ

$$\frac{d}{dx} \exp(iax) = ia \exp(iax) \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi = p \psi$$

補足(量子力学の成立)お話として聞いてください

- シュレディンガー方程式
→ 古典力学を ψ にかかる演算子で置き換えて得られる

$$\text{古典力学} \quad \frac{\vec{p}^2}{2M} + V = E$$

$$\rightarrow \text{量子力学} \quad -\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}^2}{2M} \psi + V \psi = E \psi$$

$$p_x \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

- 量子力学から導かれる物質像

- 物質波振幅 ($\psi(x,y,z)$) の絶対値の2乗がその点での粒子の存在確率
- プランク定数 h はとても小さいので、大きな物質では波長が小さすぎて波として観測されない。
- 軌道角運動量は、 $\hbar (=h/2\pi)$ の整数倍
- 粒子がポテンシャルに引き止められている状態 (束縛状態) では、エネルギーは「離散的」になる。

この2つは使います。

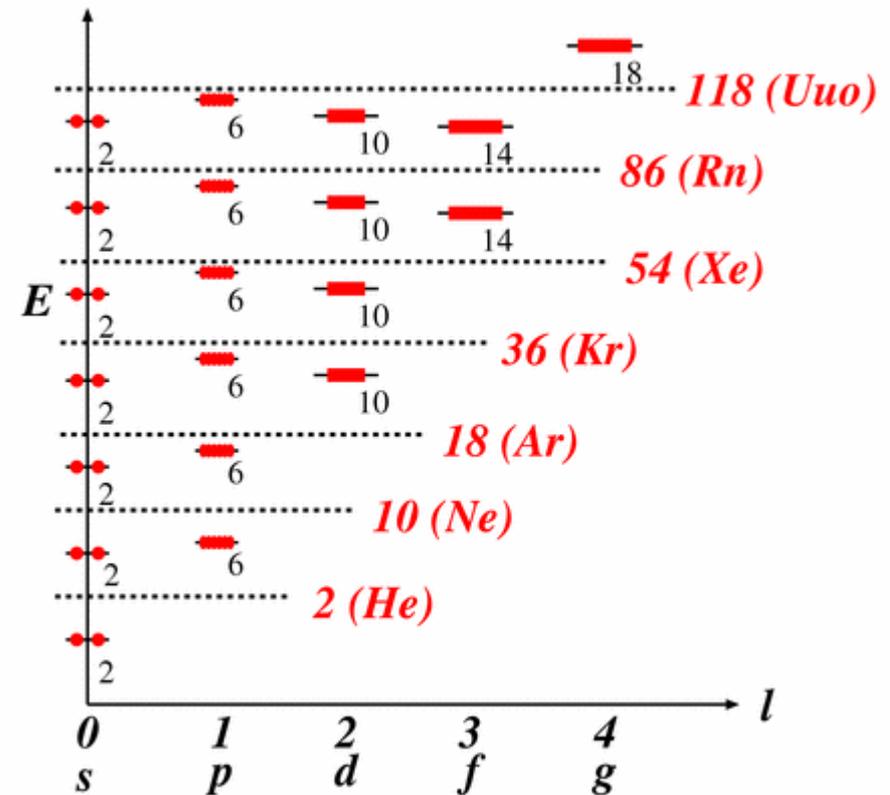
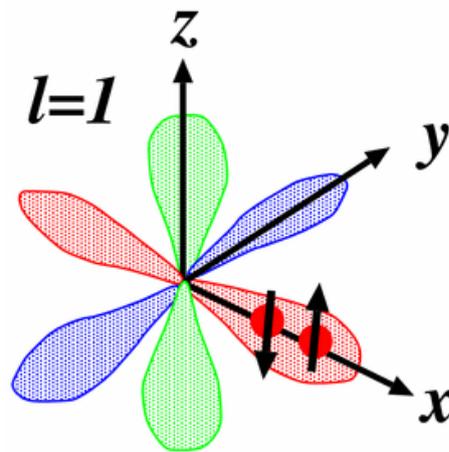
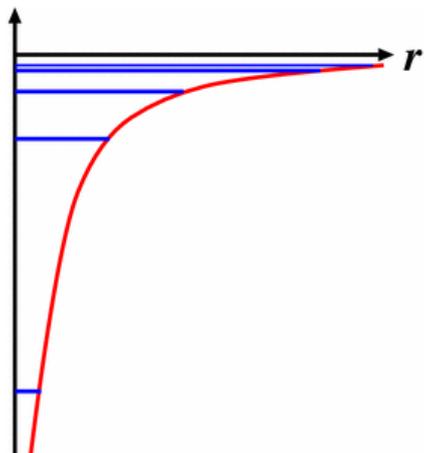
Shell 構造 (2) - 電子の軌道

■ 原子の安定性

= 「低いエネルギーの電子軌道から電子が埋まり、
エネルギーの近い軌道の集まり (Shell) が埋まると安定」

- 原子核 (陽子数 Z) と電子からのクーロン・ポテンシャルにより、シュレディンガー方程式を解く。
- 角運動量が l の軌道には、 $(2l+1) \times 2$ 個の電子が入る

➤ 例: $l=1$ の場合、 x, y, z 方向の空間軌道にスピン上向きと下向きの電子が一つずつ入る。



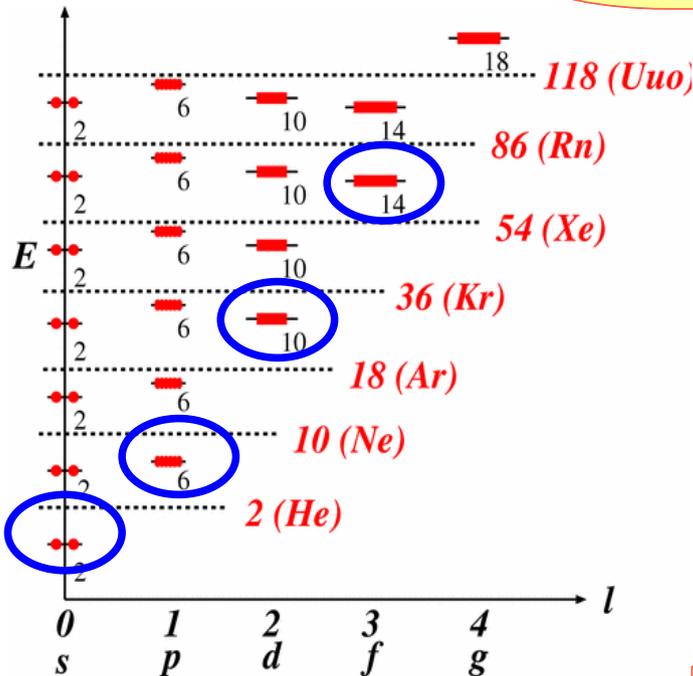
Shell 構造 (3) — 原子の魔法数と周期律表

- 魔法数 = 原子が安定 (不活性) になる電子数 (= 陽子数 Z)
 → 原子では、2, 10, 18, 36, 54, 86, 118
 (希ガス: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, Uuo)
- 周期は、2, 8, 18, 32 → $l = 0, 1, 2, 3$ の軌道 (s,p,d,f 軌道) が埋まる

周期律表は原子核と電子からのクーロン・ポテンシャルで決まる!

$l=2$ の状態に 10 個の電子
 ($l=0, 1$ とあわせて周期は 18)

$l=1$ の状態に 6 つの電子
 ($l=0$ とあわせて周期は 8)



1																	18		
1 H	2															2 He			
3 Li	4 Be													13 B	14 C	15 N	16 O	17 F	18 Ne
11 Na	12 Mg	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar		
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr		
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe		
55 Cs	56 Ba	*1	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn		
87 Fr	88 Ra	*2	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Uub	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo		
		*1	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu		
		*2	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr		

$l=3$ の状態に 14 個の電子

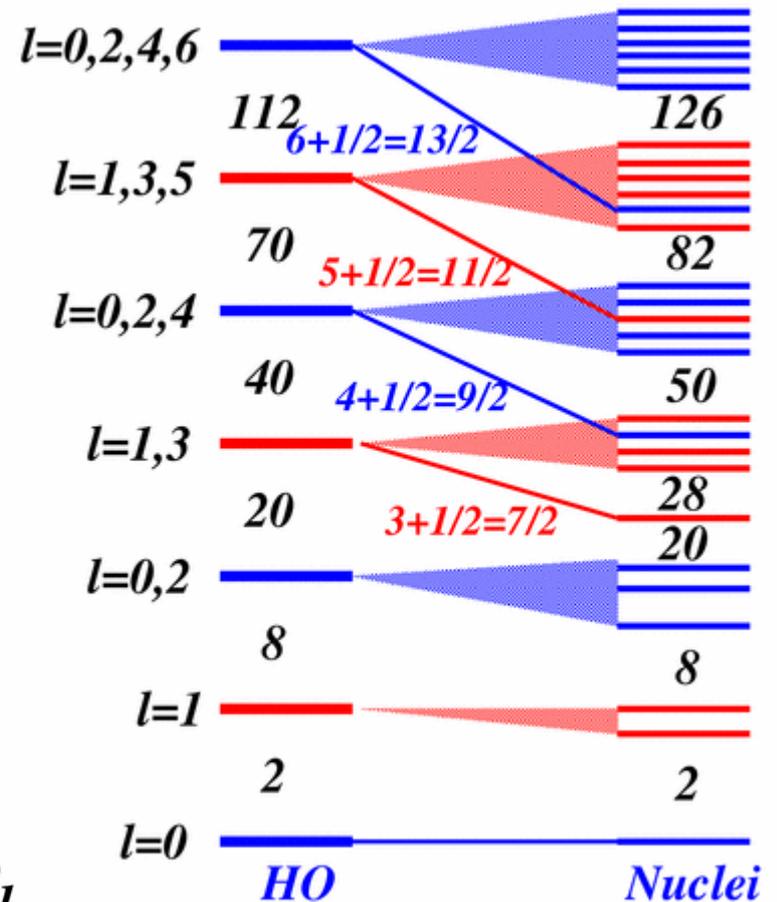
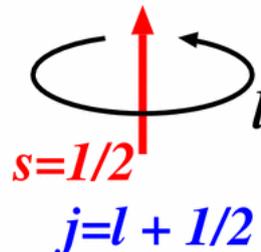
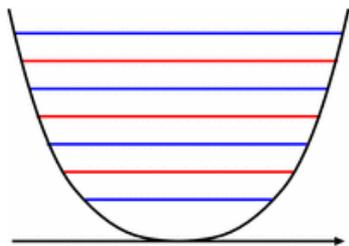
(周期律表: Wikipedia)

Shell 構造 (4) — 原子核の魔法数

- 原子核の魔法数 = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126
- どのようなポテンシャルが働いているのだろうか？

- 調和振動子 ($V = m \omega^2 r^2 / 2$)
 - 魔法数は 2, 8, 20, **40, 70, 112**
- スピン軌道力
 - 大きな軌道角運動量 l が核子のスピン ($1/2$) と向きそろうとエネルギーが下がる
(全角運動量 $j = l + 1/2$, $2j + 1$ 個の核子が入る)

- 調和振動子 + スピン軌道力により原子核の魔法数を説明！
(マイヤー・イェンセン、ノーベル賞)



補足

■ 調和振動子ポテンシャル (バネを表すポテンシャル)

バネが与える力 $F = -kx$

バネのポテンシャル $F = -\frac{dV}{dx} \rightarrow V = \frac{1}{2} kx^2$

バネの力による質点の運動 $x = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad \omega = \sqrt{k/m}$

調和振動子ポテンシャル $V = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$

3次元調和振動子ポテンシャル $V = \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$

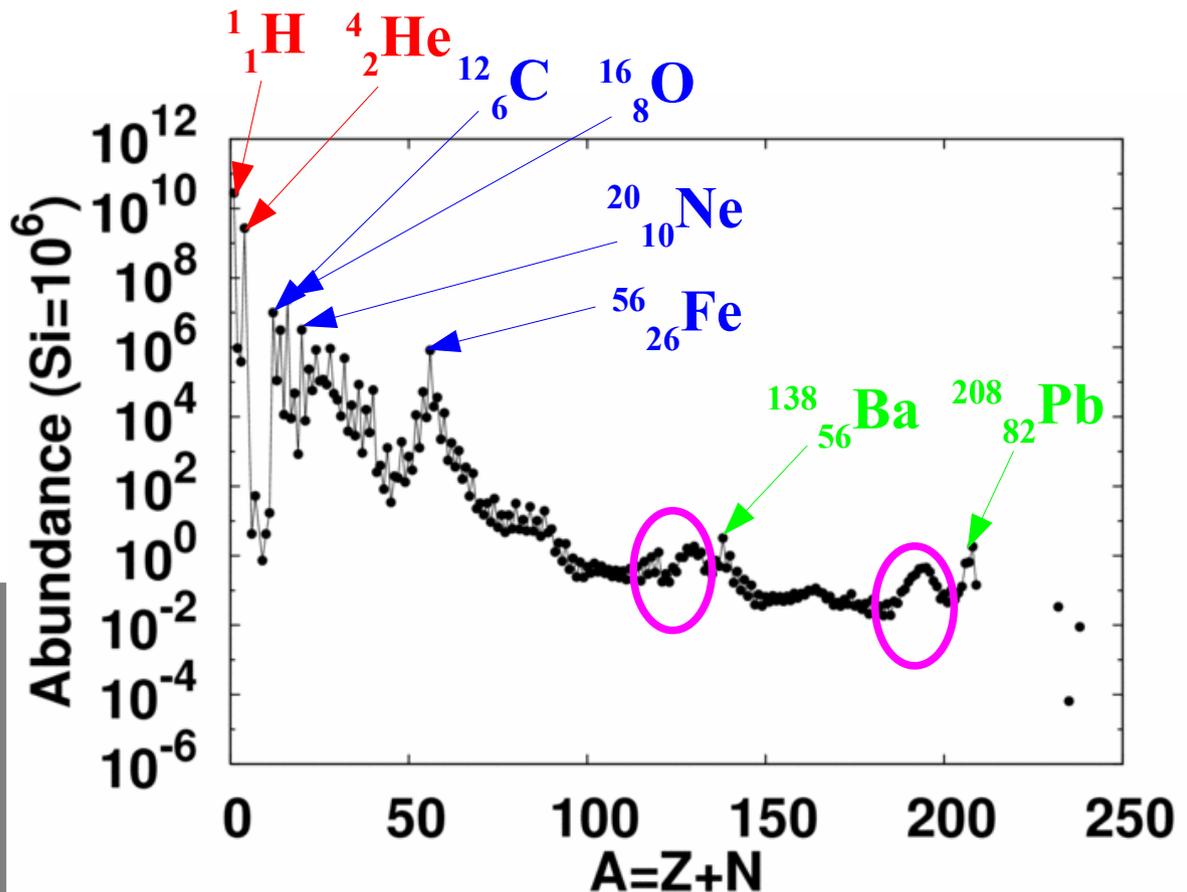
■ 電子・核子のスピン

- 軌道角運動量が l のとき、 $2l+1$ 個の状態が同じエネルギーに存在
- 電子や核子は、同じ「空間波動関数」の状態に2つ入れる
→ 電子・核子は $2 = 2s+1$ より、
内部角運動量 $s=1/2$ を持っていると考えられる。

元素合成(1)－太陽系の元素組成

■ 太陽系での元素組成

- 水素 (陽子) が多く、次が α (${}^4\text{He}$, 水素の 10% 程度)
- 酸素 (${}^{16}_8\text{O}$)、炭素 (${}^{12}_6\text{C}$)、ネオン (${}^{20}_{10}\text{Ne}$)、鉄 (${}^{56}_{26}\text{Fe}$)... 等が続く
- 重い原子核では バリウム (${}^{138}_{56}\text{Ba}$), 鉛 (${}^{208}_{82}\text{Pb}$) 等がとびぬけて多い。
- これらより少し小さな $A=Z+N$ の領域 (錫 (Sn), 金 (Au)) で大きく盛り上がる。



これらの元素は、
いつ、どこで、どのように
作られたのだろうか？

元素合成(2) — 様々な過程

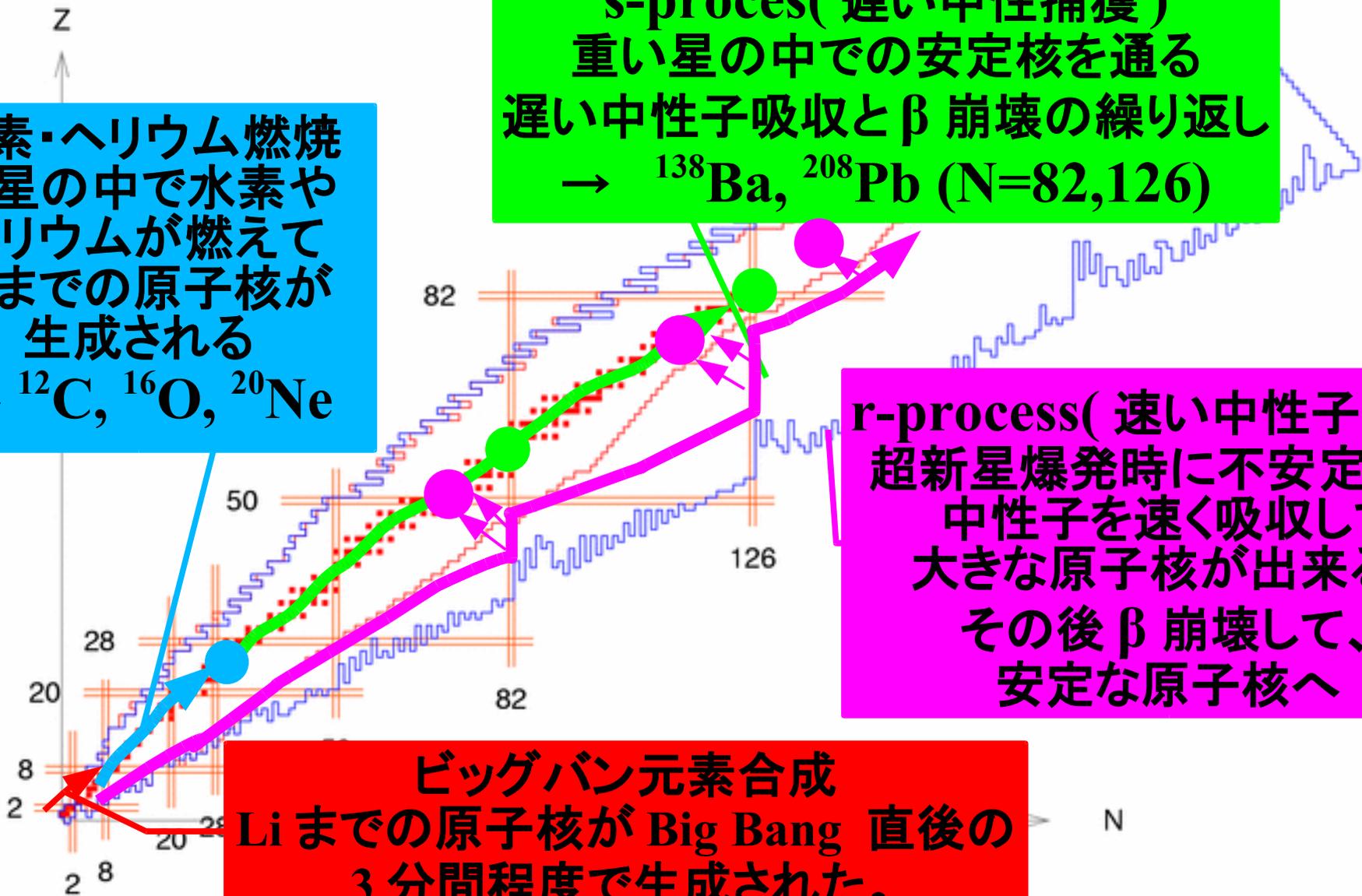
■ 核図表の上で元素合成を見ると

水素・ヘリウム 燃焼
恒星の中で水素や
ヘリウムが燃えて
鉄までの原子核が
生成される
→ ^{12}C , ^{16}O , ^{20}Ne

s-process(遅い中性子捕獲)
重い星の中での安定核を通る
遅い中性子吸収と β 崩壊の繰り返し
→ ^{138}Ba , ^{208}Pb (N=82,126)

r-process(速い中性子捕獲)
超新星爆発時に不安定核が
中性子を速く吸収して
大きな原子核が出来る。
その後 β 崩壊して、
安定な原子核へ

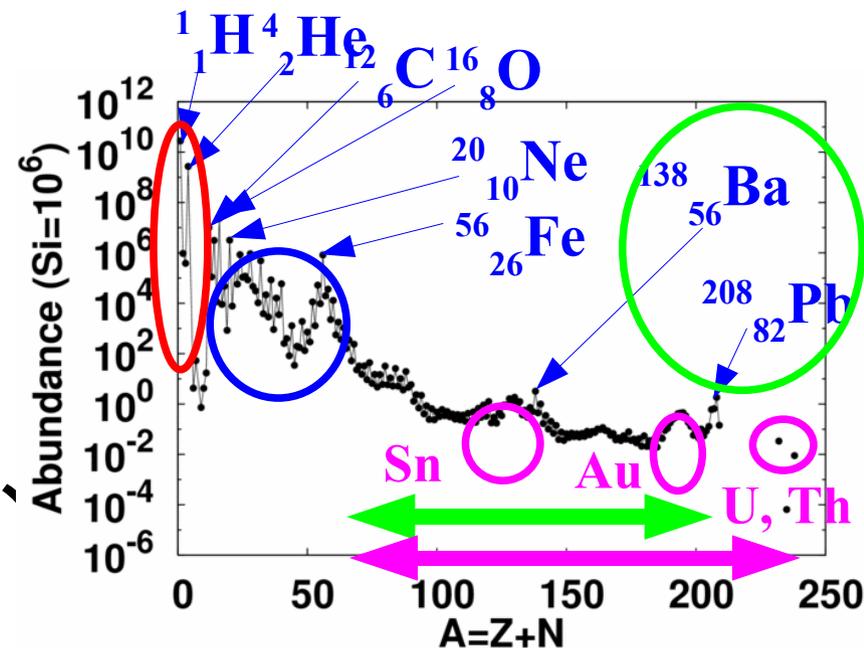
ビッグバン元素合成
Li までの原子核が Big Bang 直後の
3 分間程度で生成された。



元素合成(3) — 様々な元素合成過程

■ 様々な元素合成過程

- **ビッグバン元素合成** → クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) から核子(陽子、中性子)が作られ、陽子・中性子が結合して $\alpha(^4\text{He})$ 、および Li までの元素が作られた。
(残った中性子は β 崩壊して電子と陽子へ)
- **水素・ヘリウム燃焼** → 恒星中で、水素、 α が原子核と融合反応を起こし、 α や C, O 等の鉄(最も安定)までの原子核を合成
- **s-process (遅い中性子捕獲)** → 大きな星の中で、安定な原子核がゆっくりと中性子捕獲と β 崩壊を繰り返して、Ba, Pb (N=82,126) 等の ^{209}Bi までの原子核を合成
- **r-process (速い中性子捕獲)**
→ 超新星爆発時に不安定核が中性子を速く吸収して大きな原子核が出来る。その後 β 崩壊で、Au(金)、Sn(錫)等の安定な原子核や放射性核(U, Th)へ



元素合成(4)－元素合成過程の特徴

- それぞれの過程において、「温度・密度・中性子量」が異なる。
 - 星の元素組成から、
その星がいつ生まれたか、どのように進化したか
推定することができる**かもしれない**
(例：宇宙物理学研究室 → 元素組成から宇宙最初の星の探索)
- 原子核の魔法数が大きく関連する (s-process, r-process)
 - 魔法数は知られているから元素合成のモデルの検証ができる
かもしれない (不安定核では、魔法数が「変化」する！)
- 多くの不安定核(中性子が普通の核よりもずっと多い原子核等)が関係する
 - 地上に存在しない原子核の性質を推定することができる
かもしれない (ただし、現在不安定核の性質を実験で直接観測できる
例もあり、その場合には星のモデルの不定性の方が大きい)

宇宙の元素組成は、
「ビッグバン」、「超新星爆発」、「星」、「不安定核」等のモデルを
検証する場を与え、我々がどこから生まれたのかを教える
「宇宙の履歴書」である **が、まだまだ分からないことが多い**

第二回のまとめ

- 原子核は、**スピン軌道力を含むポテンシャル**の中を核子がほぼ自由に動きまわっている**量子系**として、**魔法数**が理解できる。
→ 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126
- 我々を形作る元素は、
ビッグバン、恒星、超新星爆発
で主に作られ、**元素合成過程**には
原子核の魔法数と多くの不安定核
が大きな役割を果たす。
- 次回の予告
次回(第3回)は、3つのトピックについてお話します。
 - 不安定核における性質の変化
 - 超重元素の生成
 - Japonium は周期表に現れるか?
 - クォーク・グルーオン・プラズマ生成
 - 地上でミニ・ビッグバンはできたか?
- 資料は <http://nucl.sci.hokudai.ac.jp/~ohnishi> からリンク。

レポート問題 (Part2)

- 第一回 (1 問)、第二回 (3 問)、第三回 (3 問) の 7 問から 2 問選択し、解答用紙 (A4 一枚、裏も可) に解答して提出すること。

- ヒトが生きていくのに必要な元素を 5 種類 (以上) あげ、それらの元素が宇宙の「どこで、どのように」作られたか述べてよ。
- もしも、原子の魔法数と原子核の魔法数が一致していれば、どのようなことが起こっていたか述べてよ。
(ヒント: 魔法数をもつ原子核は作られやすい。魔法数をもつ原子核・原子は安定 (= 不活性) である。)

- 3 次元調和振動子ポテンシャルでの魔法数は、

2, 8, 20, 40, 70, 112, ...

である。1 (又は 3) 次元調和振動子ポテンシャルでのエネルギーが

$$1 \text{次元} \quad E = \hbar \omega \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \quad 3 \text{次元} \quad E = \hbar \omega \left(n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2} \right)$$

$$(n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots)$$

であることを用いて、この魔法数を導出せよ。

(ヒント: $n = n_x + n_y + n_z$ を 3 つの整数に分ける場合の数を考えよ)