

# 原子核物理学入門

大西 明  
京都大学基礎物理学研究所

## 1 はじめに

原子核の発見 [1] から約 100 年、中性子星 (パルサー) の発見 [2] から約 50 年が経過した。近年の実験・観測・理論研究の進展を通じて、地上実験からの予測と天体観測結果が高い精度で比較できる段階となっている。まず近年の原子核物理学の広がり と中性子星物理の現状を見ておこう。

### 1.1 原子核物理学の広がり

我々の身の回りの物質は原子から出来ており、原子の中心には正電荷をもった原子核がある。原子核は数個から数百個の核子 (陽子 ( $p$ ) と中性子 ( $n$ )) からなる多体系である。原子核の研究は自然に多く存在する安定な原子核から始まったが、近年の実験・観測の進展により研究対象は大きく広がっている。

まず、安定な原子核と比べて陽子数 ( $Z$ )、あるいは中性子数 ( $N$ ) が大きくずれた不安定原子核の研究が進んでいる。不安定原子核は加速器を用いて数多く作られ、またこうして作られた原子核をビームとして他の原子核と反応させることにより性質が明らかになってきた [3]。超新星爆発や中性子星合体過程においては陽子と比べて中性子が圧倒的に多い状況が生まれ、中性子過剰な原子核が作られることによりウランまでの重い元素が作られたと考えられている。また陽子・中性子比が異なる物質のエネルギーが様々な方法で推定可能となってきた [4]。

次に、陽子・中性子以外のハドロン (強く相互作用する粒子) を含む原子核の研究も進んでいる。クォークは 6 種類 (アップ ( $u$ ), ダウン ( $d$ ), ストレンジ ( $s$ ), チャーム ( $c$ ), ボトム ( $b$ ), トップ ( $t$ )) 存在することが知られているが、これらのうち通常の原子核を作る陽子・中性子は  $u, d$  クォークのみからできている。他のクォークのうち最も軽いストレンジクォークを含むバリオン (クォーク 3 つを含む重

核物質の相図 (phase diagram)

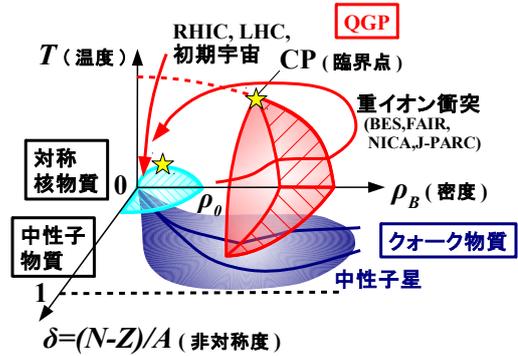


図 1: 核物質の相図

いハドロン) はハイペロンとよばれ、ハイペロンを含む原子核 (ハイパー核) の研究が J-PARC などの研究施設で進んでいる [5]。真空中では安定なハイパー核や単独のクォークは存在しないが、通常の原子核密度の数倍程度に達する中性子星の中心部では核子がハイペロンに置きかわった物質、あるいはクォークがバラバラになった状態となっている可能性がある。

原子核を熱する、あるいは圧縮することにより作られる高温・高密度物質も原子核物理学の研究対象である。実験室では大きな原子核 (重イオン) 同士を衝突させることにより、短時間ではあるが高温・高密度核物質を作ることができる。超高温状態ではハドロンが溶けて、ハドロンを構成する基本粒子であるクォークとグルーオンがバラバラになった状態、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) が現れる。一方で原子核を強く圧縮した場合にもクォーク物質が現れると考えられる。核子はクォークからなる有限の大きさをもつ複合粒子であり、超高密度になると核子が重なりあい、どのクォークがどの核子に属しているかの判別がつかなくなってくるためである。

こうした不安定核の物理、クォーク・ハドロン物理、高温・高密度物質の物理は核子・ハドロン・クォークからなる物質 (簡単のため「核物質」と

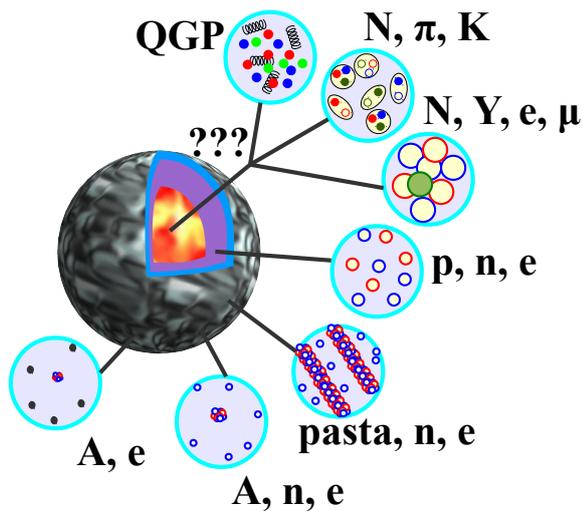


図 2: 中性子星の構造と組成

呼ぶ)の状態方程式等を通じて、重イオン衝突やコンパクト天体の物理につながる。図 1 に現在考えられている核物質の相図を示す。この相図は核子数密度 ( $\rho_B$ )、温度 ( $T$ )、非対称度 ( $\delta$ ) の違いにより現れる物質の性質・組成が大きく変化することを示している。こうした状態の変化は重イオン衝突実験や中性子星の観測により探索できると期待される。

## 1.2 中性子星の構造と組成

中性子星は半径が 5-20 km と非常に小さいにもかかわらず太陽の 1-2 倍の質量をもつ天体である。太陽の半径 (70 万 km) と平均密度 ( $1.4 \text{ g/cm}^3$ ) から、典型的な中性子星 (半径 12 km、質量  $1.4 M_\odot$ 、 $M_\odot$  は太陽質量) の平均密度は  $4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$  ( $1 \text{ cm}^3$  に 400 兆 g!) であり、原子核の中心密度 ( $M_N \rho_0 \simeq 2.7 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ ,  $M_N$  は核子質量) よりも高いことが分かる。通常物質や星は主として電子の圧力で支えられているが、中性子星は原子核と同様に、核子 (陽子・中性子) の間に働く強い力、すなわち核力により支えられているのである。

現在考えられている中性子星の構造と組成を図 2 に示す。中性子星表面は通常物質と同様に安定な原子核と電子からなるが、内側に入って密度が上がるにつれて電子密度が大きくなり、原子核は中性子過剰になっていく (外殻, outer crust)。密

度が  $4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$  程度になると中性子が原子核からこぼれ落ち (neutron drip)、中性子過剰な原子核と drip した自由中性子、および電子が構成要素となる (内殻, inner crust)。さらに密度が高くなると原子核間の距離が小さくなってくると、球形よりも棒状・板状等の形の方がエネルギー的に有利となり、いわゆる「パスタ原子核」が現れると期待されている。こうした密度領域は原子核中心密度よりも低く、相図でみれば気体 (核子ガス)・液体 (原子核) の混合相に対応する。密度が  $\rho_B \sim 0.5\rho_0$  程度に達すると、核子と電子からなる一様な物質が現れる (outer core)。中性子星コア (inner core) は我々の宇宙に安定に存在する物質の中では最も高い密度 ( $(5-10)\rho_0$ ) に達する。核子間の斥力とフェルミエネルギーのため、高密度では核子を他の粒子に置き換える方が安定になる可能性があり、物理学者は核子以外のハドロンを含む物質、あるいはクォーク物質等の極限状態物質が現れているのではないかと夢をふくらませてきた。特に 2010 年の重い中性子星の発見 [6] は中性子星コアの組成について大きな問題を投げかけている。

## 1.3 講義の内容

この講義では核物質の状態方程式と中性子星の物理について解説する。このためまず原子核の半径・質量と核物質の状態方程式について量子力学 (散乱問題) と統計力学 (フェルミ分布) を使って説明する [7]。次に核物質の状態方程式について主として現象論的な立場から議論し、クォークやハイペロンが含まれる場合の状態方程式の変化について触れる。後半では中性子星をなす高密度核物質の性質と中性子星の質量・半径について議論する [8]。国内ではハイパー核・中性子過剰核・天体観測・理論研究を組み合わせた科研費研究「中性子星核物質」 [9] も進行中であり、活発に研究が行われている。そこで近年大きな問題となっている「ハイペロンパズル」について解説しよう [10]。

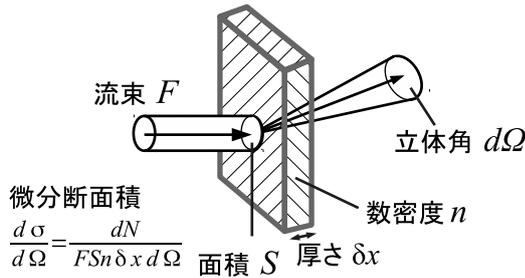


図 3: 断面積

## 2 原子核の大きさ

### 2.1 微分断面積と散乱振幅

原子核の質量は物質の質量の 99%以上を占め、その大きさは  $10 \text{ fm} (= 10^{-14} \text{ m})$  程度である。これは原子の大きさ ( $\sim 0.1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}$ ) や可視光の波長 ( $380 - 750 \text{ nm}$ ) に比べて圧倒的に小さく、その大きさを通常の方法で「見る」ことはできない。こうした小さな物体の大きさは量子力学の「干渉」を使って観測する。

散乱における観測量は断面積である。図 3 のように、入射流束 (強度  $F(\text{s}^{-1}\text{m}^{-2})$ 、面積  $S(\text{m}^2)$  のビームを数密度  $n(\text{m}^{-3})$  の物質からできた厚さ  $\delta x(\text{m})$  の薄膜に入射し、入射粒子が小さな立体角  $d\Omega$  内の角度に単位時間あたり  $dN$  個の割合で散乱されたとしよう。散乱数は  $F, S, n, \delta x, d\Omega$  に比例し、面積の次元をもつ比例係数を微分散乱断面積 ( $d\sigma/d\Omega$ )、微分散乱断面積を全立体角で積分した量を全散乱断面積 ( $\sigma$ ) とよぶ。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{FSn\delta x d\Omega}, \quad \sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (2-1)$$

全散乱数は  $N = FS \times \sigma \times n\delta x$  で与えられる。 $FS$  は単位時間あたりに入射する粒子数、 $n\delta x$  は単位面積あたりの散乱体の数であるから、散乱確率 ( $N/FS$ ) は単位面積あたり  $n\delta x$  個の面積  $\sigma$  の散乱体が占める割合に等しくなる。つまり、断面積  $\sigma$  は単位入射流束あたりの 1 つの散乱体による散乱確率を表す。

上述の散乱過程を量子力学で理解しよう。ポテンシャル  $V(\mathbf{r})$  中を運動する質量  $m$  の粒子の波動関数  $\Psi$  が従う (時間に依存しない) シュレディン

ガー方程式は

$$\left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}) \quad (2-2)$$

である。ポテンシャルは遠方でゼロになるとする。このときエネルギー固有値が負の束縛状態では  $|\Psi|^2$  は規格化可能であり、確率密度分布を表す。一方、エネルギーが正の場合には定常状態波動関数は遠方でゼロにならず、絶対的な確率解釈はできなくなる。例えば平面波  $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  はポテンシャルがゼロの領域でシュレディンガー方程式の解であり、全空間で積分すると発散する。ところが流れの密度  $\mathbf{j} = -i\hbar[\Psi^* \nabla \Psi - (\nabla \Psi^*) \Psi] / 2m$  を計算してみると、平面波が  $\mathbf{j} = \hbar\mathbf{k}/m$  の「定常的に粒子の流れがある状態」を表すことが分かる。

標的に定常的に流れ込み、ポテンシャル  $V(\mathbf{r})$  により散乱されて流れ出ていく粒子の波動関数は、ポテンシャルが短距離力 (遠方で十分速く 0 となる) である場合には、

$$\Psi(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2-3)$$

と与えられる。ここで  $\mathbf{k}$  は入射波数ベクトル、 $k$  は波数の大きさである。右辺の第一項は入射平面波、第二項はポテンシャルによる散乱波 (外向き球面波) を表す。散乱波から得られる外向きの流れの密度は散乱振幅  $f(\theta, \phi)$  を用いて  $j_r = \hbar k |f(\theta, \phi)|^2 / mr^2$  と求まるので、散乱断面積は  $d\sigma/d\Omega = |f(\theta, \phi)|^2$  となる。

散乱振幅  $f(\theta, \phi)$  はシュレディンガー方程式を解くことにより求められる。グリーン関数を用いてシュレディンガー方程式を形式的に解くと、

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \int d\mathbf{r}' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') \quad (2-4)$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') \\ & = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | V | \Psi \rangle \frac{e^{ikr}}{r} \end{aligned} \quad (2-5)$$

となる。<sup>1</sup> ここで  $G(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r}$  は  $(E - H_0)G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  を満たすグリーン関数、

<sup>1</sup> 式 (2-2) を  $(E - H_0)\Psi = V\Psi$  と書きなおしておくと、一般解は両辺に  $G = (E - H_0)^{-1}$  をかけて得られる特解と左辺 = 0 の斉次項の和となる。式 (2-4) の第 2 項は特解、第 1 項は境界条件を満たすために加えた斉次項と理解できる。求めるべき波動関数  $\Psi$  が右辺に含まれているので問題が解けているとはいえない (形式的にしか解けていない) ことに注意。

$H_0 = -\hbar^2 \nabla^2 / 2m$  は自由粒子のハミルトニアン、 $\mathbf{k}_f = \mathbf{k}r/r$  は終状態の波数ベクトルである。式(2-3)と比較して散乱振幅は  $f(\theta, \varphi) = -m/2\pi\hbar^2 \times \langle \mathbf{k}_f | V | \Psi \rangle$  と求まる。

ポテンシャルが弱い場合には、入射波と比べて散乱波の振幅が十分小さいとして右辺の波動関数  $\Psi$  を平面波で置き換える近似(ボルン近似)が成立する。

$$f_{\text{Born}}(\theta, \varphi) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | V | \mathbf{k} \rangle, \quad (2-6)$$

$$\langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \rangle = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = \tilde{V}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \quad (2-7)$$

ボルン近似では散乱振幅はポテンシャルのフーリエ変換  $\tilde{V}$  に比例する。

## 2.2 ラザフォード散乱と構造因子

前節でボルン近似の下では散乱断面積がポテンシャルのフーリエ変換で与えられることが分かった。逆に言えば散乱断面積を正確に測ればポテンシャルが分かる。<sup>2</sup> 入射粒子と標的原子核内の核子の間に湯川型ポテンシャル  $v(\mathbf{r}) = C \exp(-\mu r)/r$  が働く場合、核子密度  $\rho(\mathbf{r})$  で湯川ポテンシャル  $v(\mathbf{r})$  を「畳み込んだ」入射粒子と原子核全体の間のポテンシャルを考えよう。

$$V(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') \quad (2-8)$$

畳み込みのフーリエ変換はフーリエ変換の積なので、入射粒子と原子核の散乱断面積は以下のように与えられる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 |\tilde{v}(\mathbf{q})|^2 |F(\mathbf{q})|^2 \quad (2-9)$$

$$F(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \quad (2-10)$$

ここで  $\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$  は運動量移行である。

特にクーロン散乱では、湯川ポテンシャルのフーリエ変換において  $\mu \rightarrow 0$  の極限を取ること

<sup>2</sup>実際には入射粒子と標的粒子の散乱だが、2体問題の場合には重心座標と相対座標に変数分離することによりポテンシャル散乱に還元することができる。すなわち、ポテンシャル中心からの位置ベクトルと質量を相対座標と換算質量、( $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_T$ ,  $m \rightarrow \mu \equiv m_p m_T / (m_p + m_T)$ ) に置き換えれば適用可能。

により、入射粒子と原子核の微分散乱断面積が点電荷の散乱断面積(ラザフォード散乱断面積)  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{Ruth}}$  と構造因子  $F(\mathbf{q})$  を用いて表せる。

$$\tilde{v}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi C}{\mu^2 + q^2} \rightarrow \frac{4\pi C}{q^2}, \quad (2-11)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} |F(\mathbf{q})|^2, \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} &= \left( \frac{2m\alpha\hbar c Z_1 Z_2}{\hbar^2 q^2} \right)^2 \\ &= \frac{(\alpha\hbar c Z_1 Z_2)^2}{E^2 (2 \sin(\theta/2))^4} \end{aligned} \quad (2-13)$$

密度が規格化されている ( $\int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) = 1$ ) として、ポテンシャル強度を  $C = e^2 Z_1 Z_2 / 4\pi\epsilon_0 = \alpha\hbar c Z_1 Z_2$  ( $Z_1, Z_2$  は入射粒子、標的粒子の電荷) と選んだ。また式(2-13)では弾性散乱における運動量移行が  $q = 2k \sin(\theta/2)$  であることを用いている。

さて式(2-12)の有用性を運動量移行  $q$  が小さな場合に見てみよう。原子核内の電荷分布が等方的であるとする。このとき構造因子(2-10)は次のように  $q$  で展開できる。<sup>3</sup>

$$\begin{aligned} F(\mathbf{q}) &= \int 4\pi r^2 dr \rho(r) \frac{\sin qr}{qr} \\ &= \int 4\pi r^2 dr \rho(r) \left( 1 - \frac{1}{6} q^2 r^2 + \mathcal{O}(q^4) \right) \\ &= 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle q^2 + \mathcal{O}(q^4) \end{aligned} \quad (2-14)$$

よって荷電粒子と原子核の散乱のラザフォード比を前方で測定すると、<sup>4</sup> 原子核の電荷分布についての平均自乗半径が決まる。

$$\frac{d\sigma/d\Omega}{(d\sigma/d\Omega)_{\text{Ruth}}} = |F(\mathbf{q})|^2 = 1 - \frac{1}{3} \langle r^2 \rangle q^2 + \mathcal{O}(q^4) \quad (2-15)$$

## 2.3 原子核の密度分布

大きな運動量移行の領域までクーロン散乱断面積を測定すると、密度分布の詳細まで知ることが

<sup>3</sup>平面波の  $s$ -wave 成分が 0 次の球ベッセル関数  $j_0(x) = \sin x/x$  であることを用いる。

<sup>4</sup>クーロンポテンシャルは遠距離力であるため、前方での微分散面積や全断面積は無限大であるが、比を取ることににより無限大を回避できる。

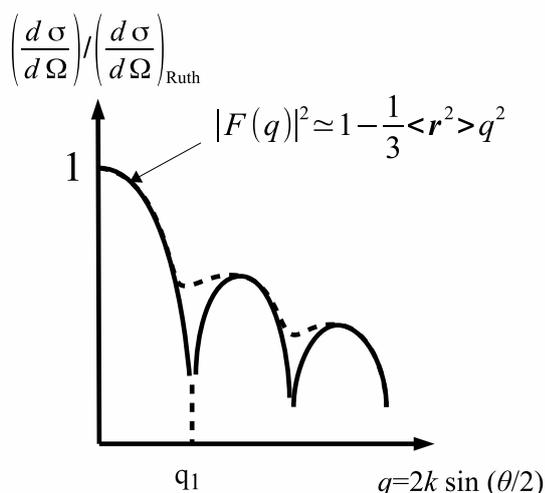


図 4: ラザフォード比。運動量移行  $q$  の関数としてラザフォード比  $(d\sigma/d\Omega)/(d\sigma/d\Omega)_{\text{Ruth}}$  を対数で示している。

できる。例えば原子核が半径  $R$  の一様帯電球である場合、 $\rho(r) = (4\pi R^3/3)^{-1} \Theta(R-r)$  ( $\Theta(x) = 1(x>0), 0(x<0)$  はヘビサイド関数)、構造因子は  $F(q) = 3/q^3 R^3 \times (\sin qR - qR \cos qR)$  となる。 $qR$  が  $\sin x/x = \cos x$  の解となる場合 (正で最小の解は  $qR \simeq 1.3\pi$ )、構造因子はゼロとなる。このため図 4 に示すように微分断面積の抑制 (dip) が起きている最小の運動量移行を  $q_1$  とすると、原子核の半径は  $R \simeq 1.3\pi/q_1$  と推定できる。

1950 年代に原子核を標的とする電子散乱実験が系統的に行われ、原子核の密度分布が明らかになった。<sup>5</sup> 重い原子核において、陽子と中性子を合わせた核子の密度分布は Woods-Saxon 型 (あるいは Fermi 型) と呼ばれる関数系でよく表せることが分かった [11]。

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[\frac{r-R_{\text{WS}}}{d}\right]} \quad (2-16)$$

$$R_{\text{WS}} \simeq 1.07A^{1/3} \text{ fm}, \quad d \simeq 0.54 \text{ fm} \quad (2-17)$$

中心密度  $\rho_0$  は重い原子核ではほぼ一定であり、 $\rho_0 \simeq 0.16 \text{ fm}^{-3}$  となる。 $R_{\text{WS}}$  は密度が中心の半分となる半径である。 $d$  は diffuseness (ぼやけ度) であり、原子核の表面で密度が減る割合を表す。

<sup>5</sup>電子散乱の場合にはスピンの影響や相対論効果による変更が必要であるが、ここでは触れない。

原子核を一様球と考えた場合、密度分布 (2-16) と同じ平均自乗半径を与えるように半径を決めると  $R = r_0 A^{1/3}$ ,  $r_0 \simeq 1.21 \text{ fm}$  となる。半径が  $A^{1/3}$  に比例する、すなわち体積が核子数  $A$  に比例することは、核子の密度が原子核の種類によらず、ほぼ一定であることを意味する。実際に原子核密度を測定した結果は、大きな原子核の中心部分では密度がほぼ一定になっていることが分かる。このような核子からなる一定の密度をもつ体積無限大の物質を核物質と呼ぶ。実際の原子核では陽子間のクーロン斥力のため、無限の大きさの原子核は存在しないが、核物質は平均的な原子核の性質を理解する上で有用な概念である。

## 2.4 不安定原子核

さて、ここまでの話は電子 (あるいは他の粒子) をビームとして原子核を標的として行う散乱実験に基づく知見であった。標的とするためには原子核は寿命が長くなければならず、極端に陽子、あるいは中性子が多い原子核の密度分布を測定することは困難であった。ところが 1980 年代に不安定な原子核をビームとする技術が開発され、不安定な原子核と安定な原子核の衝突実験が行えるようになった [3]。こうした実験を通して、不安定な原子核、特に中性子過剰核は同様の質量を持つ安定な原子核と比べて大きな半径を持つことがわかってきた。過剰な中性子はコアとなる原子核の周りで月の暈 (かき) のように広がっている分布をしているのである。これを中性子ハローと呼ぶ。中性子ハローは主として束縛が小さな  $s$ -wave (軌道角運動量が 0) 中性子をもつ原子核で見られる。こうした場合には中性子は遠方で  $\exp(-\sqrt{2mSr}/\hbar)/r$  ( $S$  は中性子分離エネルギー) という形の波動関数を持ち、原子核の外にトンネル効果でしみだすのである。

## 3 原子核の質量

### 3.1 質量公式

原子核は核子から作られる有限量子多体系であるが、前章で述べたように中心部分はほぼ一樣な物質 (核物質) とみなすことができ、またその束

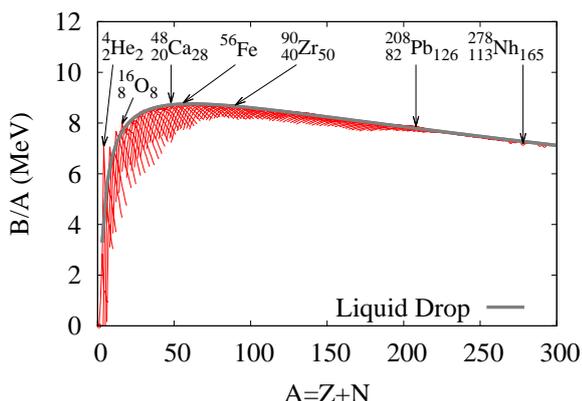


図 5: 原子核の束縛エネルギー

縛エネルギーも平均的にはマクロな物質と同様の記述が可能である。質量とエネルギーの等価性 ( $E = Mc^2$ ) から、束縛エネルギーは質量から

$$B(A, Z) = ZM_p + NM_n - M(A, Z) . \quad (3-1)$$

と求められる。(この講義では光速を速度の単位として  $c = 1$  とする。) ここで  $B(A, Z)$ ,  $M(A, Z)$  は質量数  $A$ 、陽子数 (=原子番号)  $Z$ 、中性子数  $N = A - Z$  の原子核の束縛エネルギーと質量であり、 $M_p$ ,  $M_n$  はそれぞれ陽子と中性子の質量である。つまり核子をバラバラにした状態から原子核を作った場合に取り出せるエネルギーの大きさ、あるいは核子の質量の和と原子核の質量の差が束縛エネルギーであり、質量欠損とも呼ばれる。核子あたりの束縛エネルギーを図 5 に示す。<sup>6</sup> 質量数が  $16 \leq A \leq 240$  の領域において安定な原子核の束縛エネルギーは約 8 MeV の値をとることが分かる。<sup>7</sup> 核子あたりの束縛エネルギーが最大となるのは  $^{56}\text{Fe}$  近辺であり、 $B/A \simeq 8.7$  MeV である。

こうした束縛エネルギーの振る舞いは、液滴模型に基づく Weizsäcker の半経験的質量公式 [13] によりおおまかに記述できる。大きさの測定から、原子核をほぼ密度一定の帯電球と考えよう。このとき原子核の束縛エネルギーは次のように与えら

<sup>6</sup>主として参考文献 [12] に示されている評価済み原子核質量に基づき、超重核領域では質量数が決まった原子核のみを示している。

<sup>7</sup>1 eV は素電荷に 1 V の電位をかけた時のエネルギーであり、1 MeV はその  $10^6$  倍。

表 1: 液滴模型のパラメータ。単位は MeV ( $\gamma$  は無次元)。対エネルギーの質量依存性として  $\gamma = 1/2$  の場合を示す。

$a_v$	$a_s$	$a_c$	$a_a$	$a_p$	$\gamma$
15.85	18.34	0.71	23.21	12.0	0.5

れる。

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + a_p \frac{\delta_p}{A^\gamma} \quad (3-2)$$

前節の結果から原子核の体積は核子数に比例することを考慮すると、第 1 項、第 2 項、第 3 項は原子核の体積、表面積、(電荷)<sup>2</sup>/半径に比例する項であり、それぞれ体積エネルギー、表面エネルギー、クーロンエネルギーと呼ばれる。

第 4 項、第 5 項は「一様に帯電した液滴」の描像からはでてこない。第 4 項は中性子数 ( $N = A - Z$ ) と陽子数の差から現れ、中性子過剰、あるいは陽子過剰な原子核において顕著に現れる対称エネルギー項である。第 5 項は 2 核子の対相関を表す対エネルギーである。 $\delta_p$  は、 $Z, N$  がともに偶数の原子核 (偶偶核)、 $Z, N$  の一方が奇数、一方が偶数の原子核 (奇核)、 $Z, N$  がともに奇数の原子核 (奇奇核) に対して  $\delta_p = 1, 0, -1$  の値をとる。対エネルギーとは、超伝導状態において電子対 (ボソン) が凝縮することによりエネルギーを得るように、逆の運動量をもつフェルミオンが対になるとエネルギーが低くなるために現れるエネルギーである。質量数への依存性については現象論的に決められており、 $\gamma = 1/2, 3/4$  などの値が用いられている。

質量公式 (3-2) において、質量数  $A$  を固定して対エネルギーを無視すると、束縛エネルギーは  $Z$  の 2 次関数となる。このとき束縛エネルギーを最大にする陽子数、すなわち最も安定なアイソトープを与える  $Z$  は、

$$\left(\frac{Z}{A}\right)_{\text{optimal}} = \frac{1}{2} \left(1 + a_c A^{2/3} / 4a_a\right)^{-1} \quad (3-3)$$

と与えられる。図 5 にて、質量公式から求めた  $A$  ごとの最大束縛エネルギーを実際の束縛エネ

ルギーと比較している (対エネルギーは 0 とした)。質量公式が実際に存在する安定核の  $(N, Z)$  (Heisenberg の谷) とほぼ一致していること、また広い質量数領域にわたって束縛エネルギーの性質がよく記述できていることが分かる。

質量公式の各項のうち、クーロンエネルギーは学部 1,2 年で学ぶ物理で評価できる。原子核を半径  $R$  の一様帯電球と考えよう。半径  $r$  の球内の電荷は、原子核の外側  $r \geq R$  では  $Ze$ 、内側  $r \leq R$  では  $Ze(r/R)^3$  であるから、ガウスの法則から電場は  $E(r) = Ze/4\pi\epsilon_0 r^2 (r > R)$ 、 $Ze(r/R)^3/4\pi\epsilon_0 r^2 (r < R)$  となる。これを積分すると電位は  $\phi(r) = Ze/4\pi\epsilon_0 r (r > R)$ 、 $Ze/4\pi\epsilon_0 R \times (3 - r^2/R^2)/2 (r < R)$  となるため、クーロンエネルギーは

$$E_C = \frac{1}{2} \int dr \phi(r) \rho_Q = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{\alpha \hbar c}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (3-4)$$

と求まる。 $r_0 = 1.21 \text{ fm}$  とすればクーロンエネルギーの係数は  $a_C \simeq 0.72 \text{ MeV}$  となり、現象論的に求められた係数とほぼ一致している。

### 3.2 フェルミガス模型

質量公式の体積エネルギー、対称エネルギー項についても考察してみよう。この 2 項は無限の大きさをもつ核物質においても核子あたりのエネルギーが有限となる項である。このためにまず一様なフェルミオン系を記述する上での基本となるフェルミガス模型を導入する。<sup>8</sup> フェルミガス模型では原子核を局所的には温度ゼロで一様な自由な核子気体からできているとみなす。核子は粒子の入れ替えについて波動関数の符号が変わる粒子 (フェルミオン) であるから、一つの量子状態に同じ種類 (陽子、中性子)、同じスピン ( $\uparrow$ ,  $\downarrow$ ) の核子は一つしか入れない。よって、原子核の基底状態では、それぞれの量子状態に 2 つ (スピン  $\uparrow$ ,  $\downarrow$ ) の陽子、中性子が入ると考えることができる。このとき質量数は

$$A = 2 \times 2 \times \sum_n f(E_n) \quad (3-5)$$

<sup>8</sup> フェルミ分布などは統計力学で学ぶ。大学 3 年の夏休みだとまだ習っていないかも知れない。

で与えられる。ここで  $f(E)$  はフェルミ分布関数であり、温度ゼロでは Heaviside の階段関数となる。

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp[(E - \mu)/T]} \xrightarrow{T \rightarrow 0} \Theta(\mu - E) \quad (3-6)$$

状態数は周期境界条件を課すことにより容易に数えることができる。長さ  $L$  の 1 次元自由空間で周期境界条件  $\phi(x) = \phi(x+L)$  を課すと、波数は  $\exp(ikx) = \exp(ik(x+L))$  より  $kL = 2\pi n$  ( $n$  は整数) と与えられ、 $dn = Ldk/2\pi$  の関係が成り立つ。3 次元で同様に考えると体積  $V$  が十分大きな場合、状態についての和は波数での積分に置き換えられる。

$$\sum_n = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \quad (3-7)$$

以上の準備より、対称核物質 ( $N = Z = A/2$ ) に対して以下の関係が成り立つ。

$$A = \frac{4V}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \Theta\left(\mu - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\right) = \frac{4V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi k_F^3}{3} \quad (3-8)$$

原子核を一様球とみなしたときの体積は  $V = 4\pi r_0^3 A/3$  であるから、フェルミ波数、フェルミ運動量、フェルミエネルギー、核子あたりの平均運動エネルギー  $E_K$  は次のように求められる。

$$k_F = \frac{1}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \simeq 1.26 \text{ fm}^{-1} \quad (3-9)$$

$$p_F = \hbar k_F \simeq 250 \text{ MeV}/c \quad (3-10)$$

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \simeq 33 \text{ MeV} \quad (3-11)$$

$$E_K = \frac{1}{A} \frac{4V}{(2\pi)^3} \int_{|k| < k_F} d\mathbf{k} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{3}{5} E_F \simeq 20 \text{ MeV} \quad (3-12)$$

一様な対称核物質では核子あたりのエネルギーが  $E = -a_v \simeq -16 \text{ MeV}$  であるから、核子あたりの相互作用エネルギーとして  $V = E - E_K \simeq -36 \text{ MeV}$  程度の引力が必要となる。

次に非対称物質 ( $N \neq Z$ ) について考える。フェルミ波数は密度の 1/3 乗に比例するため、非対称物質における陽子、中性子のフェルミ波数は

$$k_{Fp} = k_F \left(\frac{2Z}{A}\right)^{1/3} = k_F (1 - \delta)^{1/3} \quad (3-13)$$

$$k_{Fn} = k_F \left(\frac{2N}{A}\right)^{1/3} = k_F (1 + \delta)^{1/3} \quad (3-14)$$

と与えられる。ここで  $k_F$  は同じ密度での対称物質のフェルミ波数、 $\delta = (N - Z)/A$  は非対称度である。このとき核子あたりの平均エネルギーは

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{Z}{A} \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_{Fp}^2}{2m} + \frac{N}{A} \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_{Fn}^2}{2m} \\ &= \frac{3}{5} E_F \frac{1}{2} \left[ (1 - \delta)^{5/3} + (1 + \delta)^{5/3} \right] \\ &\simeq \frac{3}{5} E_F + \frac{1}{3} E_F \delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4) \end{aligned} \quad (3-15)$$

となる。質量公式との比較から、核子あたりのエネルギーにおける  $\delta^2$  の係数が対称エネルギーパラメータ  $a_a$  を与える。フェルミガスモデルでは  $E_F/3 \simeq 11 \text{ MeV}$  であり、経験的な値  $a_a \simeq 23 \text{ MeV}$  と比べて半分程度である。対称エネルギーの残りの半分は、陽子-陽子間、中性子-中性子間に比べて、陽子-中性子間の相互作用がより引力的であることから現れる。

## 4 核物質の状態方程式

前節までの結果から、原子核の中心付近は密度 ( $\rho = \rho_0 \simeq 0.16 \text{ fm}^{-3}$ )、核子あたりのエネルギー ( $E = -a_v \simeq -16 \text{ MeV}$ ) がともに一定の物質(核物質)からできているとみなせることが分かった。この節ではゼロ温度における核物質状態方程式 (Equation of State; EOS) を考えよう。狭義の状態方程式はエネルギー密度と圧力の関係式であるが、ゼロ温度においてはエネルギー密度  $\varepsilon$  と圧力  $P$  は核子あたりのエネルギー  $E$  とバリオン数密度  $\rho_B$  を用いて

$$\varepsilon = (M_N + E) \rho_B, \quad P = \rho_B^2 \frac{\partial E}{\partial \rho_B} \quad (4-1)$$

と表せるので、この講義では  $E(\rho_B)$  を状態方程式と呼ぶことにする。

### 4.1 対称核物質の状態方程式

原子核の質量公式において、陽子・中性子比を一定に保ち、クーロンエネルギー項を無視して  $A \rightarrow \infty$  の極限をとってみよう。このとき核子あたりのエネルギー  $E$  は非対称度を  $\delta = (N - Z)/A$  と

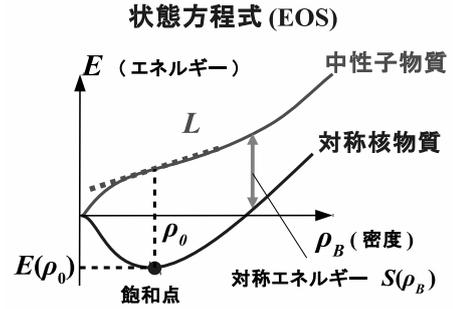


図 6: 核物質の状態方程式

して、

$$E = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{-B(A, Z)}{A} = -a_v + a_a \delta^2 \quad (4-2)$$

となる。このエネルギーは原子核中心部で実現している密度 ( $\rho_B \simeq \rho_0$ ) での値であり、密度がずれるとエネルギーは高くなるはずである。核子あたりのエネルギー  $E$  を密度 (核子数密度)  $\rho_B$  の関数として概念的に示したのが図 6 である。対称核物質 ( $N = Z, \delta = 0$ ) において核子あたりのエネルギーが最小になる密度を飽和密度 (saturation density,  $\rho_0$ )<sup>9</sup>、飽和密度での核子あたりのエネルギーを飽和エネルギー ( $E_0 = E(\rho_0)$ ) と呼ぶ。また  $(\rho_0, E(\rho_0))$  を飽和点とよぶ。飽和密度近辺の核物質を特徴づける量の一つが非圧縮率 (incompressibility,  $K$ ) である。

$$K \equiv k_F^2 \left. \frac{\partial^2 E(\rho_B)}{\partial k_F^2} \right|_{\rho_B = \rho_0} = 9 \rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 E(\rho_B)}{\partial \rho_B^2} \right|_{\rho_B = \rho_0} \quad (4-3)$$

$K$  が大きい (小さい) と密度が変化したときのエネルギー変化が大きい (小さい) ため、状態方程式は硬い (柔らかい)。

実は現実的核力から核物質の飽和点を説明することは、現在でも解かれていない大きな課題である。一方で量子多体系のエネルギーは密度汎関数で与えられることが密度汎関数理論から知られている [14]。ここでは例として、相互作用エネルギーが簡単な密度の関数で与えられる場合を考え

<sup>9</sup>飽和密度は原子核の中心密度とほぼ等しいので、ともに  $\rho_0$  で表すこととする。

てみよう。

$$E(\rho_B) = \frac{3}{5}E_F(\rho_B) + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\rho_B}{\rho_0} \right) + \frac{\beta}{2+\gamma} \left( \frac{\rho_B}{\rho_0} \right)^{1+\gamma} \quad (4-4)$$

第2項、第3項が核子あたりの相互作用エネルギーである。この場合、飽和点とパラメータ  $\gamma$  を与えると他の2つの相互作用パラメータ  $(\alpha, \beta)$ 、および  $K$  は一意に定まる。例えば  $(\rho_0, E_0) = (0.16 \text{ fm}^{-3}, -16 \text{ MeV})$  とすれば、 $\gamma = 1, 1/3, 1/6$  の場合に  $(\alpha, \beta, K) = (-123, 70, 377), (-217, 164, 236), (-357, 304, 201)$  (MeV) と定まる。近年の研究から  $K = 240 \pm 20 \text{ MeV}$  と推定されており [15]、飽和密度付近では  $\gamma \simeq 1/3$  程度の状態方程式がもっともらしいと分かる。

## 4.2 対称エネルギー

質量公式から見積もった核子あたりのエネルギー(式(4-2))からも分かるように、非対称核物質 ( $N \neq Z$ ) では密度に加えて非対称度  $\delta = (N-Z)/A$  が変数として現れる。クーロンエネルギー以外の強い相互作用については、陽子と中性子の入れ替えに対して不変である(アイソスピン対称性)ため、非対称度の効果は  $\delta$  の偶関数として現れる。例えば質量公式(3-2)は、核子あたりのエネルギーが  $\delta$  の0次、および2次式で表されることを示している。2次までの近似がよい場合、非対称核物質における核子あたりのエネルギーは

$$E(\rho_B, \delta) = E(\rho_B, \delta = 0) + S(\rho_B)\delta^2 \quad (4-5)$$

となる。ここで  $S(\rho_B)$  を対称エネルギーと呼ぶ。図6に示すように、飽和密度における対称エネルギーと密度微分を  $S_0, L$  で与える。

$$S_0 \equiv S(\rho_0), \quad L \equiv 3\rho_0 \left. \frac{dS(\rho_B)}{d\rho_B} \right|_{\rho_B=\rho_0} \quad (4-6)$$

対称エネルギーの役割の一つは、非対称核物質における飽和密度を変化させることである。 $\rho_0$  近辺の非対称核物質における核子あたりのエネルギー

$$E(\rho_B, \delta) \simeq E_0 + S_0 \delta^2 + \frac{L}{3} x \delta^2 + \frac{K}{18} x^2 \quad (4-7)$$

$(x = (\rho_B - \rho_0)/\rho_0)$

を最小とする密度は非対称度とともに小さくなる。

$$\rho_B^{\text{sat}}(\delta) = \rho_0 \left( 1 - \frac{3L\delta^2}{K} \right) \quad (4-8)$$

よって中性子過剰核(安定核と比べて中性子が多い原子核)の半径は同じ質量の安定核よりも大きいと予想される。実際には中性子過剰核では陽子と中性子が異なる分布をもつため、ここでのような非対称度をもつとする近似は荒すぎることに注意しよう。

また中性子だけの核物質(中性子物質)では、 $\rho_0$  近辺の圧力は対称エネルギーのみによって担われることに注意しよう。式(4-7)と熱力学関係式を用いると

$$P = \rho_B^2 \frac{\partial E(\rho_B, \delta)}{\partial \rho_B} \simeq \rho_B^2 \left[ \frac{L\delta^2}{3\rho_0} + \frac{K(\rho_B - \rho_0)}{9\rho_0^2} \right] \quad (4-9)$$

となり、 $\rho_B \simeq \rho_0$  では  $L$  に比例する項が主要項となる。

## 4.3 対称エネルギーの実験的制限

対称エネルギー  $S(\rho_B)$ 、特に  $\rho_B = \rho_0$  における対称エネルギーの大きさ  $S_0$  とその密度依存性  $L$  についての研究は、この数年急速に進展している。数多くの実験が行われ、対称エネルギーパラメータ  $(S_0, L)$  との関連が議論されている。例えば対称エネルギーについて集中的に議論する国際会議が開催されており、2013年の会議のまとめとして、図7に示す  $(S_0, L)$  への実験的制限が示された [4]。5種類の実験データと無矛盾な対称エネルギーパラメータは

$$S_0 = (30 - 35) \text{ MeV}, \quad (4-10)$$

$$L = (50 - 90) \text{ MeV} \quad (4-11)$$

である。

こうした対称エネルギーが示唆する状態方程式はどのようなものであろうか? 第4.1節と同様に対称エネルギーが次のように与えられる場合を考えよう。

$$S(\rho_B) = \frac{1}{3}E_F(\rho_B) + \alpha_{\text{sym}} \left( \frac{\rho_B}{\rho_0} \right) + \beta_{\text{sym}} \left( \frac{\rho_B}{\rho_0} \right)^{\gamma_{\text{sym}}} \quad (4-12)$$

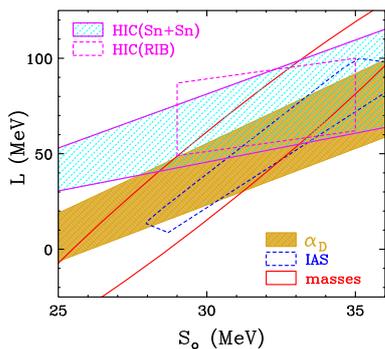


図 7: 対称エネルギーの実験的制限 [4]

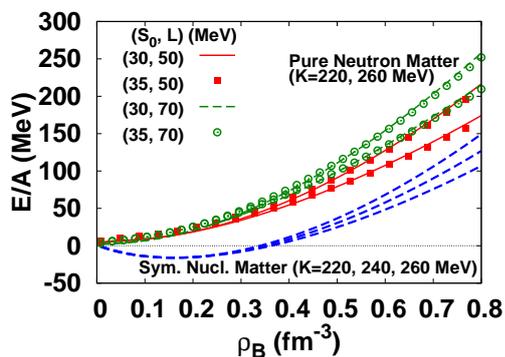


図 8: 核物質状態方程式

第 1 項は原子核の質量で述べた運動エネルギーから現れる対称エネルギーであり、現象論的に導入した第 2 項、第 3 項により、 $(S_0, L)$  を調整できる。ここでは  $\gamma_{\text{sym}} = 2/3$  の場合を考える。図 8 に対称核物質 ( $N = Z$ )、中性子物質 ( $Z = 0$ ) の状態方程式を示す。実験データが示唆する  $S_0 = (30 - 35)$  MeV,  $L = (50 - 70)$  MeV,  $K = (220 - 260)$  MeV の範囲 [4, 15] で動かした場合の結果である。低密度の中性子物質では (見にくいだが)  $S_0$  の影響が大きく、高密度では  $L, K$  が共に影響を与えることが分かる。

## 5 クォーク物質とハドロン物質

ここまでは原子核の半径と質量に基づいて核子からなる物質を考えてきた。ここで中性子星コアで現れると期待されている核子以外のエキゾチックな構成要素であるクォークとハドロンについて、簡単にではあるが触れておこう。

表 2: クォークの種類。質量は Particle Data Group の評価 [16] に基づく current quark mass である。括弧内はクォーク模型で用いられるおおよその質量 (constituent quark mass)。

世代	種類	電荷	質量
I	$u$	+2/3	$2.3^{+0.7}_{-0.5}$ (300) MeV
	$d$	-1/3	$4.8^{+0.5}_{-0.3}$ (300) MeV
II	$c$	+2/3	$1.275 \pm 0.025$ (1.5) GeV
	$s$	-1/3	$95 \pm 5$ (500) MeV
III	$t$	+2/3	$173.21 \pm 0.51 \pm 0.87$ GeV
	$b$	-1/3	$4.18 \pm 0.03$ (4.5) GeV

### 5.1 クォーク物質

強い相互作用の基本理論である量子色力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) はクォークとグルーオンのダイナミクスを記述する非可換ゲージ理論である。<sup>10</sup> 非可換ゲージ理論としての性質から QCD は大きなエネルギースケールにおいて相互作用が弱くなるという漸近的自由性を持ち、超高温・超高密度ではクォークやグルーオンは自由粒子として振る舞う。逆にエネルギースケールが小さい場合には非摂動的な取り扱いが必要である。代表的な非摂動論効果として、カラーの閉じ込め、カイラル対称性の自発的破れがある。前者はクォークやグルーオンが単独では観測できないこと、後者はクォークが大きな有効質量 (構成クォーク質量; constituent quark mass) を獲得し、南部-ゴールドストーン粒子である  $\pi$  粒子の質量が小さくなる、等の現象として現れる。

QCD のもうひとつの大きな特徴は非摂動論効

<sup>10</sup>場の理論に興味がある人向けのメモ: QCD のラグランジアン (密度) は

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)q - \frac{1}{2} \text{tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

と与えられる。ここで  $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu$  は共変微分、 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig[A_\mu, A_\nu]$  はグルーオン場の強度テンソルである。QCD のラグランジアンは局所非可換ゲージ変換  $q(x) \rightarrow q'(x) = U(x)q(x)$ ,  $A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = U(x)A_\mu(x)U^\dagger(x) + \frac{i}{g}(\partial_\mu U(x))U^\dagger(x)$  ( $U \in \text{SU}(N_c)$ ) の下で不変である。このラグランジアンは荷電粒子の電磁相互作用を記述する量子電磁力学 (QED) と似ている (QED は可換ゲージ理論) が、クォーク ( $N_c = 3$  成分) やグルーオン ( $N_c^2 - 1 = 8$  成分) がカラー自由度をもつ、 $A_\mu$  と  $F_{\mu\nu}$  がともに  $N_c \times N_c$  の (トレースゼロの) 行列である、グルーオン同士の相互作用がある、等の点で違いがある。



図 9: バッグ模型 (bag model) 描像における真空

果を通じて真空自体が変化することである。物理的な真空は摂動論的真空に比べてエネルギー密度が下がり、圧力は大きくなる。この真空の変化は摂動論的真空が作られている領域においてエネルギー密度、圧力をずらすことに対応する [17]。

$$\varepsilon = \varepsilon_{qg} + B, \quad (5-1)$$

$$P = P_{qg} - B, \quad (5-2)$$

$$B^{1/4} = 90 \sim 300 \text{ MeV}. \quad (5-3)$$

ここで  $\varepsilon_{qg}, P_{qg}$  はクォーク、グルーオンの場がもつエネルギー密度と圧力であり、摂動論的真空を作るために必要なエネルギー密度がバッグ定数 (bag constant)  $B$  である。こうした描像に基づいて、核子を摂動論的真空のバッグに 3 つのクォークが入った状態としてとらえた模型がバッグ模型 [17] である。相互作用がなく、クォーク質量をゼロとした場合、温度  $T$ 、クォーク化学ポテンシャル  $\mu_q$  におけるクォーク・グルーオン物質の圧力は、

$$P = 4N_c N_f \left( \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{90} T^4 + \frac{1}{24} \mu_q^2 T^2 + \frac{1}{48\pi^2} \mu_q^4 \right) + 2(N_c^2 - 1) \frac{\pi^2}{90} T^4 - B \quad (5-4)$$

と与えられる。  $4N_c N_f$  はクォークの自由度 (4 はスピン自由度と粒子・反粒子の自由度)、  $2(N_c^2 - 1)$  はグルーオンの自由度である。

バッグ定数が小さい場合には比較的低い密度でクォーク・グルーオン物質への相転移が起こり、コンパクト天体現象に大きな影響を与える [18]。一方、ゼロ密度においては QCD の第一原理計算である格子 QCD 計算が行われており [19, 20]、高

温での圧力は大きなバッグ定数でのバッグ模型圧力に近いことが知られている [21]。バッグ模型はカラーの閉じ込めを表現した模型であるが、より現実的にクォーク物質の物性を議論するには、カイラル対称性を取り入れた有効模型による分析が必要であろう。

## 5.2 ハドロン物質

さて、高密度核物質において核子以外のハドロンは現れるのであろうか? 表 3 に  $u, d, s$  クォークからなる代表的なハドロンとして、スピン 1/2 を持つ正パリティ状態の基底状態バリオン (バリオン 8 重項) とスピン 0 を持つ負パリティ状態の基底状態中間子 (擬スカラー中間子 8 重項)、を示す。これらのハドロンは図 10 のようにアイソスピンの  $z$  成分とハイパー電荷 ( $T_z, Y = S + B$ ) で整理することができる。<sup>11</sup> バリオン 8 重項はストレンジクォークの数による差 (ストレンジクォーク 1 つあたり 200 MeV 程度) を除くと質量がほぼ同程度である。この近似的な対称性を (フレーバー)SU(3) 対称性と呼ぶ。この SU(3) 対称性は中間子とバリオンの結合定数を決定する上での指針となるなど、大きな成功を収めている。

核子以外のハドロンの中で、特に  $\Lambda, \Sigma^-, \pi, K^-$  等の粒子について中性子星内での発現が議論されてきた。  $\Lambda$  粒子は多くのハイパー核生成実験から原子核との相互作用がよく分かっている粒子である。様々な質量数のハイパー核束縛エネルギーの分析から、  $\Lambda$  は  $\rho_B = \rho_0$  の核物質中で  $U_\Lambda(\rho_0) \simeq -30 \text{ MeV}$  の引力を受けることが明らかになっている [5]。よって  $\Lambda$  粒子を核物質中に作るために必要なエネルギーは  $E_\Lambda(\rho_B) \simeq M_\Lambda + U_\Lambda(\rho_0)\rho_B/\rho_0$  と見積もることができるだろう。これと比較すべきは中性子の化学ポテンシャルである。図 11 に相対論的平均場理論 (RMF) [22] を用いて求めた中性子星物質中でのバリオン化学ポテンシャル (核

<sup>11</sup> 陽子、中性子はほぼ質量が同じであり、同じ粒子の 2 つの状態と思える。これをスピンの状態になぞらえて陽子・中性子を核子のアイソスピンの上向き・下向き状態と考える。クォークの言葉では  $u, d$  クォークが軽いクォークのアイソスピン上下状態となる。  $s$  クォークはストレンジネス量子数  $S = -1$  を持つ。バリオンはフレーバーについて反対称なクォーク対 (diquark,  $[ud], [ds], [su]$ ) とクォークの組み合わせでできている。これらのクォーク対は反クォーク  $\bar{s}, \bar{u}, \bar{d}$  と同じ ( $T_z, Y$ ) = (0, 2/3), (-1/2, -1/3), (1/2, -1/3) を持つ。

表 3: 代表的なハドロン (バリオン 8 重項と擬スカラー中間子 8 重項)。質量は Particle Data Group の評価 [16] に基づく。

バリオン				メソン (中間子)			
種類	電荷	クォーク組成	質量	種類	電荷	クォーク組成	質量
$p$	+1	$uud$	938.27 MeV	$\pi^+$	+1	$u\bar{d}$	139.57 MeV
$n$	0	$udd$	939.57 MeV	$\pi^0$	0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	134.98 MeV
$\Lambda$	0	$(uds - dus)/\sqrt{2}$	1115.68 MeV	$\pi^-$	-1	$d\bar{u}$	139.57 MeV
$\Sigma^+$	+1	$uus$	1189.37 MeV	$K^+$	+1	$u\bar{s}$	493.68 MeV
$\Sigma^0$	0	$(uds + dus)/\sqrt{2}$	1192.64 MeV	$K^-$	-1	$s\bar{u}$	493.68 MeV
$\Sigma^-$	-1	$dds$	1197.45 MeV	$K^0$	0	$d\bar{s}$	497.61 MeV
$\Xi^0$	0	$uds$	1314.86 MeV	$\bar{K}^0$	0	$s\bar{d}$	497.61 MeV
$\Xi^-$	-1	$dds$	1321.71 MeV	$\eta$	0	$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$	543.86 MeV

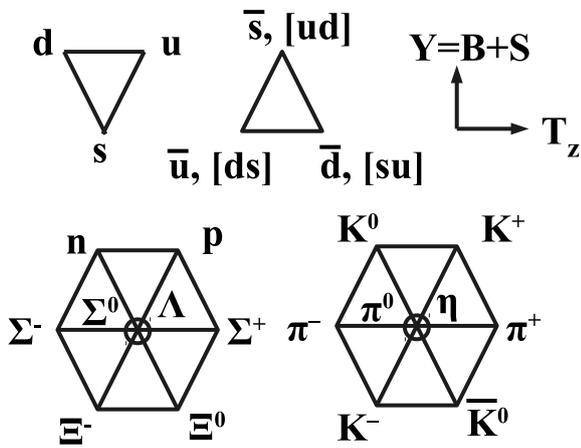


図 10: ハドロンの種類

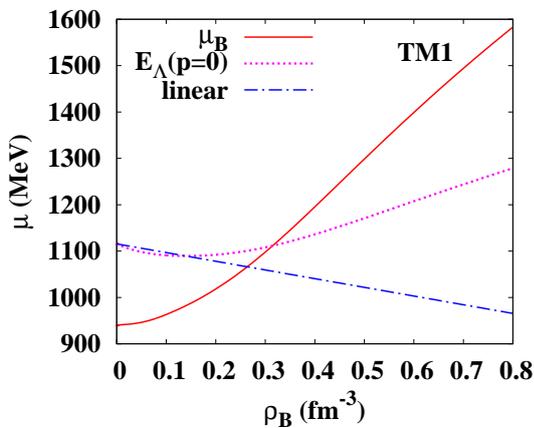


図 11: 中性子星物質におけるバリオン化学ポテンシャルと  $\Lambda$  の一粒子エネルギー

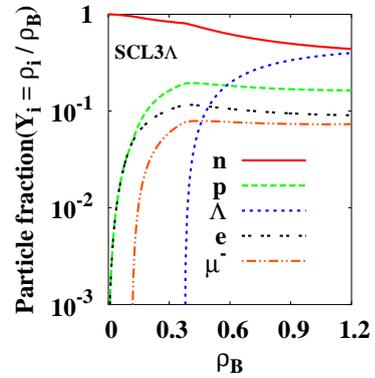


図 12: 中性子星物質における粒子比 [24]

子の質量を含む) と  $\Lambda$  の一粒子エネルギー  $E_\Lambda$  を比較している。一点鎖線は上の線形近似、点線は RMF において様々な  $\Lambda$  ハイパー核の束縛エネルギーを再現する相互作用を導入した場合の結果である [23, 24]。  $E_\Lambda < \mu_B$  となる領域 (この場合は  $\rho_B \gtrsim 2\rho_0$ ) で  $\Lambda$  粒子が現れることを意味する。高密度で  $\Lambda$  が強い斥力を受ける、あるいは  $\mu_B$  がより小さくなるのいずれかがなければ、中性子星内部において  $\Lambda$  が混ざると考えることが自然である。例として、ハイパー核における  $\Lambda$  粒子の分離エネルギー、ダブル  $\Lambda$  ハイパー核の束縛エネルギーを再現するモデルによる中性子星物質における粒子の割合を図 12 に示す。

サマーチャレンジでの講義では、 $\Sigma^-$ ,  $K^-$  中間子についても触れる予定です。

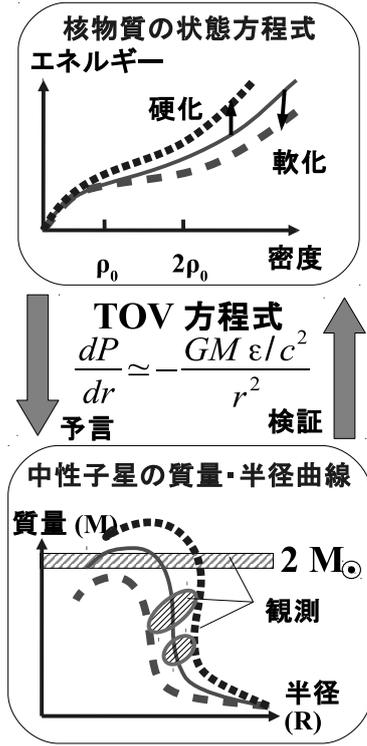


図 13: 中性子星の質量・半径曲線と核物質の状態方程式の関連

## 6 中性子星と核物質状態方程式

### 6.1 中性子星の質量・半径と状態方程式

中性子星コアを直接覗くことはできないが、図 13 に示すように重力と圧力の釣り合いを示す Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) 方程式

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{(\epsilon/c^2 + P/c^2)(M + 4\pi r^3 P/c^2)}{r^2(1 - 2GM/rc^2)} \quad (6-1)$$

を通じて、中性子星の半径と質量から高密度における状態方程式の性質を調べることができる。ここで  $M(r)$  は半径  $r$  までに含まれる質量であり、圧力は状態方程式を通じてエネルギー密度  $\epsilon$  と関係づく。

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon/c^2, \quad P = P(\epsilon) \quad (\text{EOS}) \quad (6-2)$$

TOV 方程式は、一般相対論的補正を除いた表式

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\epsilon/c^2}{r^2} \quad (6-3)$$

からわかるように、圧力差 ( $dP$ ) が内側の質量 ( $M$ ) と微小な質量 ( $\epsilon dr/c^2$ ) 間の重力の釣り合いを示す方程式である。圧力 ( $P$ ) とエネルギー密度 ( $\epsilon$ ) を結びつける状態方程式が硬い場合には左辺の圧力勾配が大きくなり、より大きな質量・より小さな半径での重力を支えることができる。さらに質量が大きくなると重力が支えられなくなり、中性子星はつぶれてブラックホールとなる。一方、図に示すようにいくつかの中性子星の質量と半径が高精度で求めれば、状態方程式を決定することができるだろう。中性子星が高密度物質の実験室と呼ばれる所以である。

さて、核物質の状態方程式を中性子星物質の状態方程式と結びつけよう。中性子星のマントル (outer core) 領域は陽子・中性子・電子の様な物質からなる。温度は十分低く、また電気的中性条件から電子の密度は陽子密度に等しい。電子の質量を無視すると、核子数あたりの電子エネルギーは次のように与えられる。

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{2}{\rho_B} \int_0^{k_{\text{Fe}}} \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} \sqrt{\hbar^2 k^2 + m_e^2} \\ &\simeq \frac{\hbar k_{\text{Fe}}^4}{4\rho_B \pi^2} = \frac{3}{8} \hbar k_{\text{F}} (1 - \delta)^{4/3} \end{aligned} \quad (6-4)$$

電子と陽子のフェルミ波数は等しいため、非対称度により表されることに注意せよ。電子エネルギー、および中性子と陽子の質量差を考慮すると、核子あたりの中性子星物質エネルギーは

$$\begin{aligned} E_{\text{NSM}}(\rho_B, \delta) &= E(\rho_B, 0) + S(\rho_B) \delta^2 + \frac{1}{2} (M_n - M_p) \delta \\ &\quad + E_e(\rho_B, \delta) \end{aligned} \quad (6-5)$$

と与えられる。

図 14 に中性子星の質量・半径曲線の計算結果を示そう。多数ある薄い曲線は 4.1, 4.3 節において導入した現象論的な状態方程式において対称エネルギーパラメータと非圧縮率を  $S_0 = (30 - 35) \text{ MeV}$ ,  $L = (50 - 70) \text{ MeV}$ ,  $K = (220 - 260) \text{ MeV}$  の範囲 [4, 15] で動かした場合の結果である。また実線、破線、点線は第一原理計算 [25] をフィットしたモデルでの計算結果である。これらの結果は核子のみを考えた場合、原子核物理で得られたデータが中性子星の最大質量が  $2M_\odot$  程度、半径が 12 km 程度であることを示唆する。また図 14 において

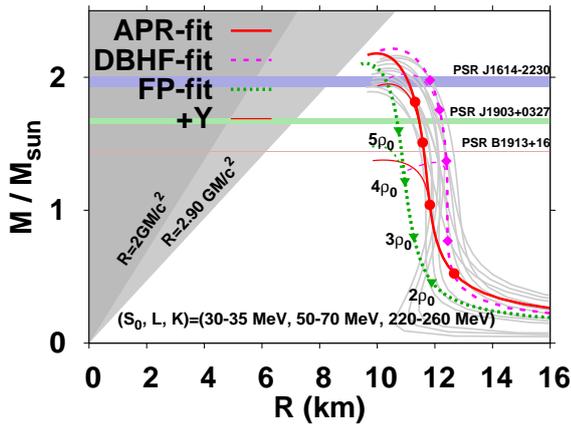


図 14: 中性子星の質量・半径曲線

$3\rho_0$  近辺で分岐を起こしている線は通常の考え方でハイペロンを導入した場合の結果であり、最大質量が  $(1.4-1.5)M_\odot$  程度へ下がっている。質量が非常に正確に測定されていた Hulse-Taylor pulsar (PSR B1913+16,  $1.441M_\odot$ ) [26] の質量はパラメータの取り方によっては支えることができるため、2010 年以前は最大質量が小さいことは、大きな問題と考えられていなかった。

## 6.2 重い中性子星とハイペロンパズル

核子とレプトン(電子、ミューオン)から構成される状態方程式を用いると中性子星の最大質量は  $(1.5-2.8)M_\odot$  と予想される。前節で示したように最近の対称エネルギー・非圧縮率の結果を現象論的に用いると不定性はもう少し小さくなる。ハイペロン自由度を考慮すると高密度において状態方程式が軟化し、最大質量は  $(1.3-1.7)M_\odot$  へと下がる。ハイペロンはハイパー核データに基づいて導入されているため、これ以上重い中性子星は存在しないだろうと思われていた。

ところが 2010 年に約  $2M_\odot$  ( $1.97 \pm 0.04M_\odot$ ) の中性子星 (PSR J1614-2230) が見つかった [6]。この重い中性子星の存在は「中性子星内部には核子以外のハドロンは存在しない」ことを示唆する。観測データは一般相対論効果に基づくパルスの遅れ (Shapiro delay) の特徴を見事に示しており、十分信頼に足るものである。さらにこの後もう一つ  $2M_\odot$  の中性子星が見つかる (PSR J0348+0432,  $2.01 \pm 0.04M_\odot$ ) [27] とともに、しばらく前に知られてい

た  $1.67M_\odot$  の中性子星 (PSR J1903+0327) [28] の確かさも広く信じられるようになった。

一方、ハイパー核データに基づく理論計算は  $(2-4)\rho_0$  においてハイペロンが現れることを予言し、冷却曲線の分析からも異粒子の存在が好まれる。この矛盾はハイペロンパズルと呼ばれており、多くの研究者に注目されている。

さて、このパズルは解けるのだろうか? 2010 年以降、いくつかの解決方法が提案されている。一つ目は、これまで考えられてきた 2 体力に加えて、ハイペロンを含む 3 つの粒子にまたがる 3 体力 (3 バリオン力) を導入することである [29]。実は核物質の飽和密度 ( $\rho_0$ ) を説明する上でも 3 つの核子が関与する 3 体力 (3 核子力) が必要であることが知られており、3 バリオン力の導入は自然な提案といえるだろう。ハイペロンを含む 3 バリオン力により、重い中性子星を支えるとともに、ハイパー核データがより良く説明できることも示されてきた [29]。二つ目の解決方法はクォーク物質へのクロスオーバー相転移を導入することである。中性子星コアでは核子が重なり合う高密度となっており、クォーク物質となっても不思議ではない。一般的には相転移に伴って状態方程式は軟化するが、連続的なクロスオーバー相転移の場合にはこれが当てはまるとは限らない。比較的低密度から徐々に相転移すると仮定し、低密度における第一原理的計算結果と現象論的なクォーク物質状態方程式を組み合わせると、重い中性子星が支えられることが示された [30, 31]。この場合にはハイペロン混合が起こる前にクォーク物質への転移が始まるため、ハイペロンによる状態方程式の軟化を避けることができる。

重い中性子星パズルの解決方法として他にもいくつかの機構が提案されているが、どの描像が正しいのか、実験・観測、あるいは基本理論に基づいて決定することが必要である。3 核子力の大きさについては、例えばカイラル有効場理論<sup>12</sup> が与える 2 体力と 3 体力は核物質の飽和点をほぼ説明するとともに、長年の問題であった原子核内スピン軌道力の大きさも説明できることが示された [32]。ハイペロンを含む 3 体力は様々な質量数のハイパー核スペクトルを調べることにより 3

<sup>12</sup>QCD の対称性を尊重した有効理論。

体力を制限できる可能性が提案されている [29]。一方、クォーク物質が現れる密度については高エネルギー重イオン衝突からも興味をもたれている [33]。現在探索されている QCD 臨界点<sup>13</sup> の存在と位置は中性子星コアにおける QCD 相転移密度にも制限を与える。臨界点が低い密度に存在し、かつ中性子過剰物質で消えることが分かれば [34]、中性子星におけるクロスオーバー転移を支持する結果となる。さらなる研究が必要である。

### 6.3 中性子星物理の今後

中性子星の観測と分析はこの 10 年程度の間大きく進み、質量におけるハイペロンパズルのみでなく、半径・冷却・磁場などの観測からもいくつかの謎が生まれている。例えば中性子星の半径も最近の大きな話題となっている。半径は  $(2-4)\rho_0$  の密度における対称エネルギーに敏感であり、原子核物理学から制限された対称エネルギー [4] から中性子星半径は  $R_{NS} = (11-14)$  km 程度と推測される。X 線観測から推定される中性子星半径は、残念ながら解析グループによって結果が異なるが [35, 36]、もしも中性子星の半径が 10km 以下 [36] であるとすれば、高密度における対称エネルギーが現在の原子核物理から推測される値から大きくずれていることになり、新たな謎となる。

このように現在の中性子星物理は地上実験と天体観測が、互いを動機付けつつ検証するという面白い段階を迎えている。国内ではハイパー核・中性子過剰核・天体観測・理論研究を組み合わせた科研費研究「中性子星核物質」 [9] も進行中であり、今後の進展が期待される。

## 7 おわりに

この講義ノートでは原子核と中性子星の物理について、主として核物質の状態方程式の立場から概観してきた。学部で学んでいる物理が最先端の研究につながっていること、およびこうした研究の面白さが伝わっていれば幸いである。

<sup>13</sup>高温・低密度側のクロスオーバー転移と低温・高密度側の一次相転移をつなぐ点。ただし、一次相転移の存在は確認されていない。

## 参考文献

- [1] E. Rutherford and H. Geiger, Proc. Roy. Soc. Lond. A **81** (1908) 141-161; *ibid.* 162-173.
- [2] A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, R. A. Collins, Nature **217** (1968) 709-713.
- [3] I. Tanihata, H. Hamagaki, O. Hashimoto, Y. Shida, N. Yoshikawa, K. Sugimoto, O. Yamakawa, T. Kobayashi, N. Takahashi, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 2676.
- [4] C.J. Horowitz, E.F. Brown, Y. Kim, W.G. Lynch, R. Michaels, A. Ono, J. Piekarewicz, M.B. Tsang, H.H. Wolter, J. Phys. G **41** (2014) 093001.
- [5] O. Hashimoto and H. Tamura, Prog. Part. Nucl. Phys. **57** (2006) 564.
- [6] P. Demorest *et al.*, Nature **467** (2010), 1081.
- [7] 原子核物理学の基本的な内容については、例えば、鷲見 義雄、「原子核物理学入門」(1997, 裳華房)、K. Yagi, T. Hatsuda, Y. Miake, "Quark-Gluon Plasma: From Big Bang to Little Bang" (2005, Cambridge University Press, Cambridge), などの教科書を参考にしてください。
- [8] 中性子星物理については、例えば、S. L. Shapiro, S. A. Teukolsky, "Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars" (2004, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim), などの教科書を参考にしてください。
- [9] 文部科学省科学研究費補助金新学術領域(領域番号 2404、領域代表 田村裕和)「実験と観測で解き明かす中性子星の核物質」  
<http://lambda.phys.tohoku.ac.jp/nstar/>
- [10] 大西 明、パリティ Vol. **31** 2016-01, p49.
- [11] R. Hofstadter, Rev. Mod. Phys. **28** (1956), 214.
- [12] G. Audi, A. H. Wapstra, C. Thibault, Nucl. Phys. A **729** (2003), 337.
- [13] C. F. von Weizsäcker, Z. Phys. **96** (1935), 431.

- [14] P. Hohenberg, W. Kohn, Phys. Rev. **136** (1964), B864; W. Kohn, L. J. Sham, Phys. Rev. **140** (1965), A1133.
- [15] S. Shlomo, V.M. Kolomietz, G. Coló, Eur. Phys. J. A **30** (2006), 23.
- [16] K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38** (2014), 090001.
- [17] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, and V. F. Weisskopf Phys. Rev. D **9** (1974), 3471.
- [18] K. Nakazato, K. Sumiyoshi and S. Yamada, Phys. Rev. D **77** (2008) 103006.
- [19] A. Bazavov *et al.* [HotQCD Collaboration], Phys. Rev. D **90** (2014) 094503.
- [20] S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg and K. K. Szabo, Phys. Lett. B **730** (2014) 99.
- [21] F. Karsch, J. Phys. Conf. Ser. **46** (2006) 122.
- [22] Y. Sugahara and H. Toki, Nucl. Phys. A **579** (1994) 557.
- [23] C. Ishizuka, A. Ohnishi, K. Tsubakihara, K. Sumiyoshi and S. Yamada, J. Phys. G **35** (2008) 085201.
- [24] K. Tsubakihara, H. Maekawa, H. Matsumiya and A. Ohnishi, Phys. Rev. C **81** (2010) 065206.
- [25] A. Akmal, V. R. Pandharipande and D. G. Ravenhall, Phys. Rev. C **58** (1998) 1804; G. Q. Li, R. Machleidt and R. Brockmann, Phys. Rev. C **45** (1992) 2782; B. Friedman and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. A **361** (1981) 502.
- [26] R. A. Hulse and J. H. Taylor, Astrophys. J. **195** (1975) L51. doi:10.1086/181708
- [27] J. Antoniadis *et al.*, Science **340** (2013) 6131.
- [28] P. C. C. Freire *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **412** (2011) 2763.
- [29] S. Nishizaki, T. Takatsuka and Y. Yamamoto, Prog. Theor. Phys. **108** (2002) 703; T. Miyatsu, S. Yamamuro and K. Nakazato, Astrophys. J. **777** (2013) 4; K. Tsubakihara, A. Ohnishi Nucl. Phys. A **914** (2013), 438; Y. Yamamoto, T. Furumoto, N. Yasutake and T. A. Rijken, Phys. Rev. C **90** (2014), 045805. D. Lonardoni, A. Lovato, S. Gandolfi and F. Pederiva, Phys. Rev. Lett. **114** (2015), 092301.
- [30] K. Masuda, T. Hatsuda and T. Takatsuka, Astrophys. J. **764** (2013), 12; Prog. Theor. Exp. Phys. **2013** (2013) 073D01.
- [31] T. Kojo, P. D. Powell, Y. Song and G. Baym, Phys. Rev. D **91** (2015) 045003.
- [32] M. Kohno, Phys. Rev. C **88** (2013), 064005; H. Nakada and T. Inakura, Phys. Rev. C **91** (2015), 021302.
- [33] L. Adamczyk *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **112** (2014), 032302.
- [34] H. Ueda, T. Z. Nakano, A. Ohnishi, M. Ruggieri and K. Sumiyoshi, Phys. Rev. D **88** (2013), 074006.
- [35] F. Ozel, G. Baym, T. Guver, Phys. Rev. D **82** (2010), 101301; A. W. Steiner, J. M. Lattimer, Ed. F. Brown, Astrophys. J. **722** (2010), 33. V. Suleimanov et al., Astrophys. J. **742** (2011), 122;
- [36] S. Guillot et al. Astrophys. J. **772** (2013), 7.