核多体系物理学

大西　明(基礎物理学研究所)

1. 直接反応理論
    1. 核子 - 核子散乱 : 核力と位相差
    2. ハドロン - 核反応 (I): 光学模型
    3. ハドロン - 核反応 (II): インパルス近似
    4. ハドロン - 核反応 (III): グリーン関数法
    5. (高エネルギー核反応 : グラウバー模型、ハドロン共鳴)
2. (輸送模型)
    1. 時間依存平均場理論 (含 : 非相対論的平均場)
    2. 半古典輸送模型とボルツマン方程式
    3. 流体模型
3. 状態方程式を記述する理論模型
    1. 相対論的平均場理論
    2. 核子相関の役割 (G-matrix)
    3. 場の理論からのアプローチ : 強結合格子 QCD

Hartree-Fock Theory

- 平均場理論 = 多体問題の基本

$$\delta \frac{\langle \Phi | H | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = 0, \qquad |\Phi\rangle = \det\{\phi_1 \cdots \phi_N\}: \text{ Slater} \quad \text{determinant}$$

- 電子系ではエネルギーをほぼ再現
- 原子核ではナイーブな HF は破綻
  - 短距離での斥力コア → エネルギー ＝ ∞
  - 2 体相関が決定的

$$\rho_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 0, \quad \text{for } |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| < c$$

→ Brueckner 理論 (G-matrix)

原子・分子など、電子系

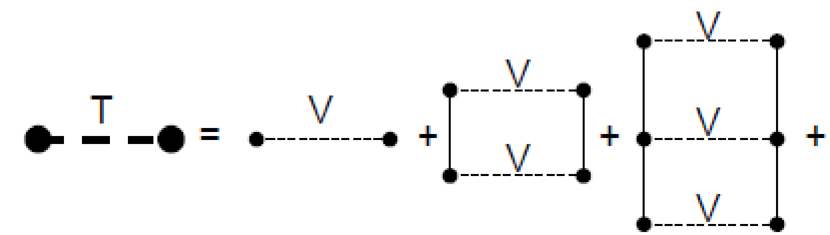
	HF	Exp
He	–2.86	–2.90
Li	–7.43	–7.48
Ne	–128.55	–128.94
Ar	–526.82	–527.60

原子単位 (27.2 eV)

Brueckner Theory

- **Lippmann-Schwinger Eq.**

$$T = V + VG_0 T$$



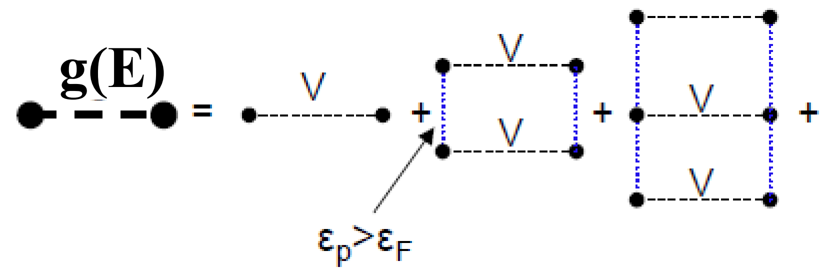
  - **V が singular でも T は有限**

$$V\left|\Psi_{\mathbf{k}}^{(+)}\right\rangle = T|\mathbf{k}\rangle$$

- **原子核中での 2 体散乱**
  → パウリ原理

$$g(E) = V + V\frac{Q}{E - H_0}g(E)$$

$$Q = 1 - \sum_{i,j<F}|ij\rangle\langle ij|$$



  - **原子核中では中間状態で**
    フェルミエネルギー以上の状態のみ
    伝播可能

- **核内での散乱行列 =g-matrix**

$$V|\Psi\rangle = g(E)|\Phi\rangle$$

2 体相関を含む
複雑な状態

2 体相関の
無い状態
(E.g. Slater det.)

Healing distance

- **(波動関数についての)**
  Bethe-Goldstone 方程式

$$g_{12}=v_{12}+v_{12}\frac{Q_{12}}{E-(t_1+t_2+U_1+U_2)}g_{12}$$

$$\rightarrow\left[E-(t_1+t_2+U_1+U_2)\right]\psi_{12}=Q_{12}v_{12}\psi_{12}$$

  - **BG 方程式の解は、$k_F\,l\sim 1.9$ 程度の距離で通常の平面波にほぼ一致する。**
    (Healing distance)
    → 独立粒子描像

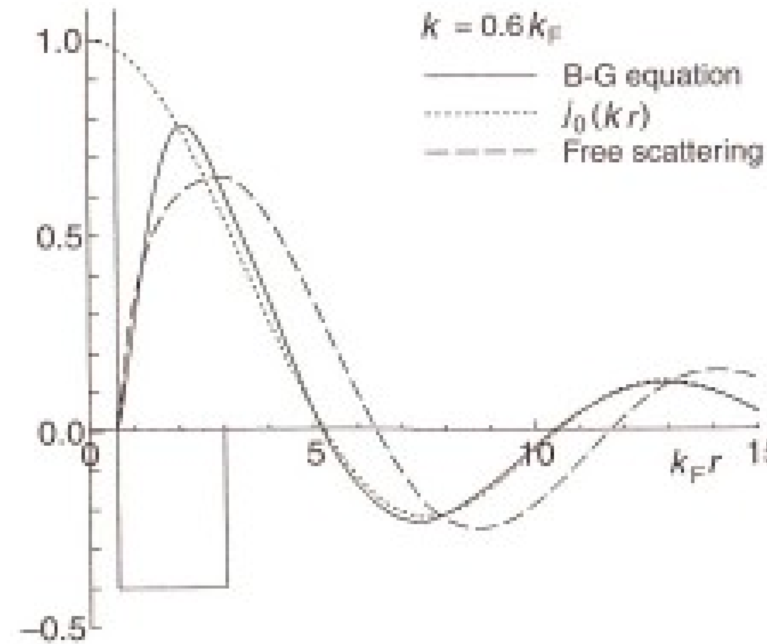
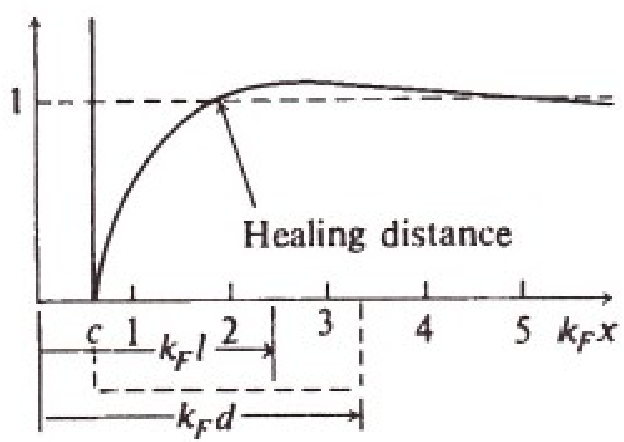


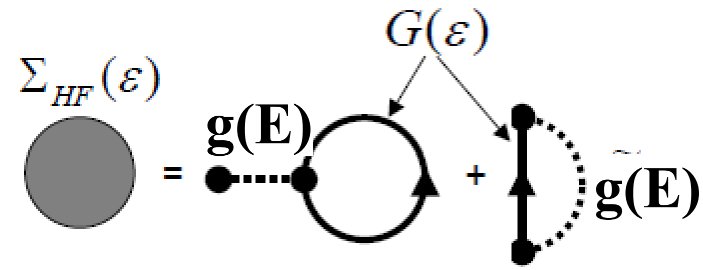
図 2.17　$k=0.6\,k_F$ の場合の Bethe-Goldstone 方程式の解 (実線) と，自由空間内の 2 粒子散乱 (破線) および自由粒子の相対波動関数 (点線) の比較

$k_F=1.27\ \mathrm{fm}^{-1}$，芯半径は $k_F r_c=0.62$，井戸型ポテンシャルの半径は $k_F r_a=3.0$，有効質量は $M^*/M=0.6$ ととられている．



Brueckner-Hartree-Fock theory

- **g-matrix を 2 体相互作用とする HF**
  = Brueckner-Hartree-Fock

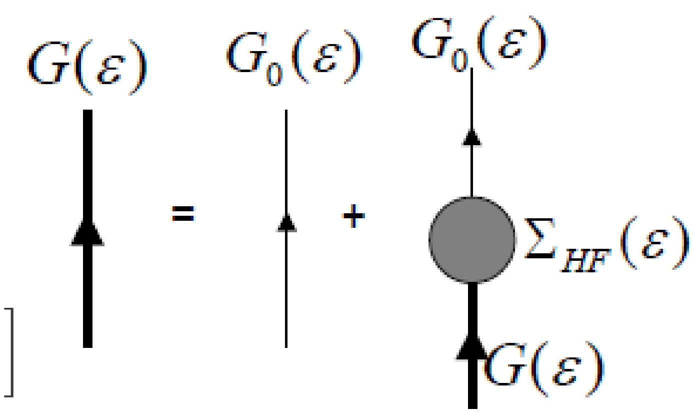


$$H = H_0 + V\,,\quad V = \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} V_{ij}$$

$$H_0 = \sum_i \left[-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}} \nabla_i^2 + U_i \right]$$

$$g(E) = V + V \frac{Q}{E - H_0} g(E)$$

$$U_i(\varepsilon_i) = \sum_j \left[g_{ij,ij}(\varepsilon_i + \varepsilon_j) - g_{ij,ji}(\varepsilon_i + \varepsilon_j) \right]$$

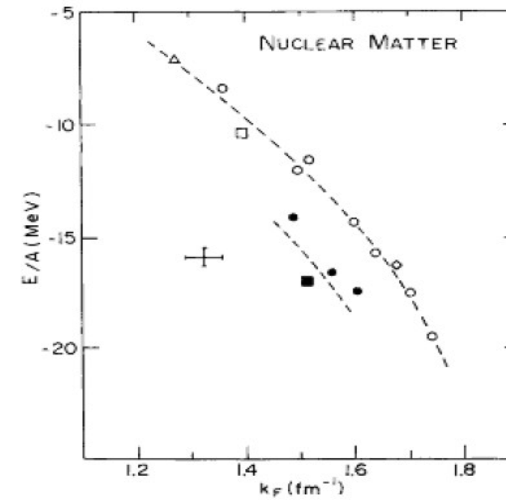


$$E_{\mathrm{BHF}} = \sum_i^{\mathrm{occ.}} \langle i | -\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}} \nabla^2 | i \rangle + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{\mathrm{occ.}} \langle ij | g(\varepsilon_i + \varepsilon_j) | ij - ji \rangle$$

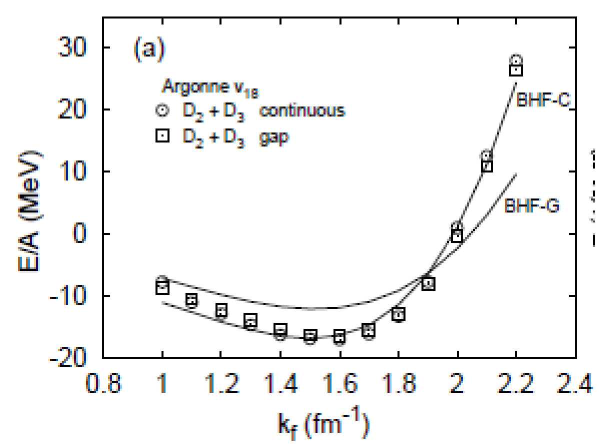
- **Self-consistent treatment**
  U → g-matrix & φ (s.p.w.f) → U

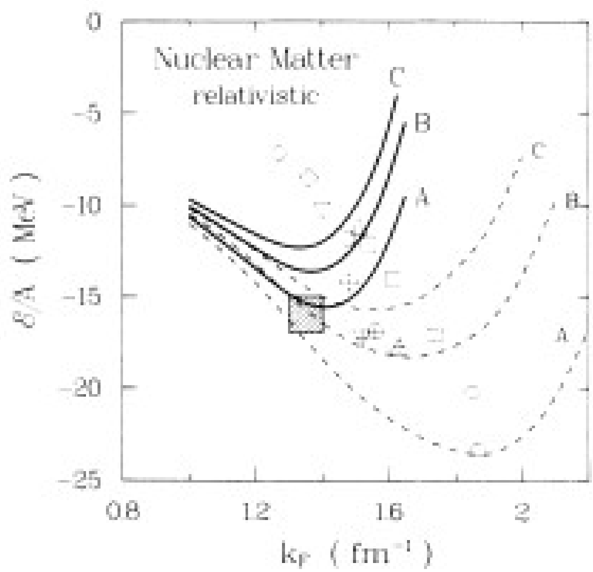
Brueckner-Hartree-Fock theory (cont.)

- **成功点**
  - **核物質の飽和性を定性的に説明**
  - **殻模型(独立粒子描像)の基礎を与える**
  - **有効核力の状態依存性を説明**
- **問題点**
  - **飽和点 (飽和密度、飽和エネルギー) の 定量的理解 (Coester line)→ Relativity or 3 体力**
  - **展開の高次項→ Continuum choice では 3 体クラスター効果は小さい**
  - **スピン軌道力が足りない**



問題は残っているが、
現実的核力から出発して
多体問題に適用する
有効な手法





レポート問題

- 以下の問題を 2 問以上解き、レポートとして提出せよ。〆切は 2/1 。平岡さんまで提出。
  - 光学ポテンシャル U(r) (球対称、スピン依存性なし) が与えられているとする。各部分波 l の S 行列要素を S_l として、弾性散乱断面積、吸収断面積をもとめ、光学定理を証明せよ。
  - 光学ポテンシャル U(r) (球対称、スピン依存性なし) が与えられているとする。インパルス近似で用いるグリーン関数 G(r, r') を求めよ。(スピンは考慮しなくてもよい。)
  - 相対論的平均場理論 (σω 模型) において、核子の four spinor の上 2 成分が満たす方程式を導き、スピン軌道力の表式を与えよ。
  - 相対論的平均場理論 (σω 模型) において、エネルギー密度の表式を求めよ。また余裕があれば、核物質の飽和点を満たすように σN, ωN の結合定数を与えよ。飽和点は ρ_0=0.15 fm^{-3}, E/A=-16 MeV とする。
(後半は多少の数値計算が必要である。)
  - 斥力芯ポテンシャルのみがある場合に、適当な条件のもとで Bethe-Goldstone 方程式を解き、healing が起こることを確かめよ。
  - ボソン化した NJL 模型の作用から出発して、ゼロ温度(T=0)での有効ポテンシャルを求めよ。