

# 高密度物質と中性子星の物理

## *Physics of Neutron Star Matter*

京大基研 大西 明

Akira Ohnishi (YITP, Kyoto Univ.)

- 中性子星の基本的性質
- 状態方程式を記述する理論模型
- 対称エネルギーと非対称核物質の状態方程式
- ハイパー核物理と高密度核物質の状態方程式
- 純中性子物質と冷却原子の状態方程式

北海道大学集中講義 11/28-30, 2016



# 高密度核物質と中性子星物質状態方程式

## ■ 授業の目的と概要

- 中性子星は密度、構成要素ともにバラエティに富む多体問題の宝庫である。近年の実験・観測の進展により、実験データから示唆される相互作用の性質と観測データをつき合わせて中性子星核物質状態方程式を定量的に議論できる時代を迎えつつある。一方、核子以外のハドロンを含む従来の状態方程式では支えられない重い中性子星が最近見つかかり、大きなパズルとなっている。

本講義では中性子星の基本的性質について理解し、中性子星物質などの高密度核物質の状態方程式を記述する理論形式について学ぶこと、および近年の中性子星をめぐる物理の進展を概観することを目的とする。

1. 中性子星の基本的性質
2. 状態方程式を記述する理論模型
3. 対称エネルギーと非対称核物質の状態方程式
4. ハイパー核物理と高密度核物質の状態方程式
5. 純中性子物質と冷却原子の状態方程式

以上のような内容で、中性子星についての大まかな性質を概観した後に、原子核物理学の立場から中性子星物質の状態方程式を理解する上で基本となる理論の枠組みについて、相対論的平均場理論を中心として解説する。また、中性子星物質の物理が深く関わる「対称エネルギー」、「ハイパー核物理」、および「冷却原子」における近年の研究の進展を紹介する。

## ■ キーワード：

中性子星、核物質、状態方程式、対称エネルギー、ハイペロン・パズル、冷却原子

## ■ 成績評価方法：出席状況とレポートにより総合的に判断する。

# 中性子星の基本的性質 (Introduction)

---

- 原子核物理学の広がり
- 原子核の大きさと質量
- 中性子星の質量と半径
- 中性子星の構造と状態方程式

---

# 原子核物理学の広がり

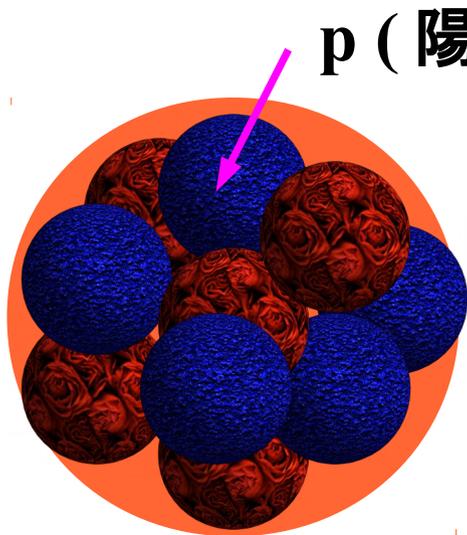
# 原子核物理学の広がり

## ■ 天然に存在する原子核

- 中性子数 (N)  $\approx$  陽子数 (Z) (軽い原子核の場合)

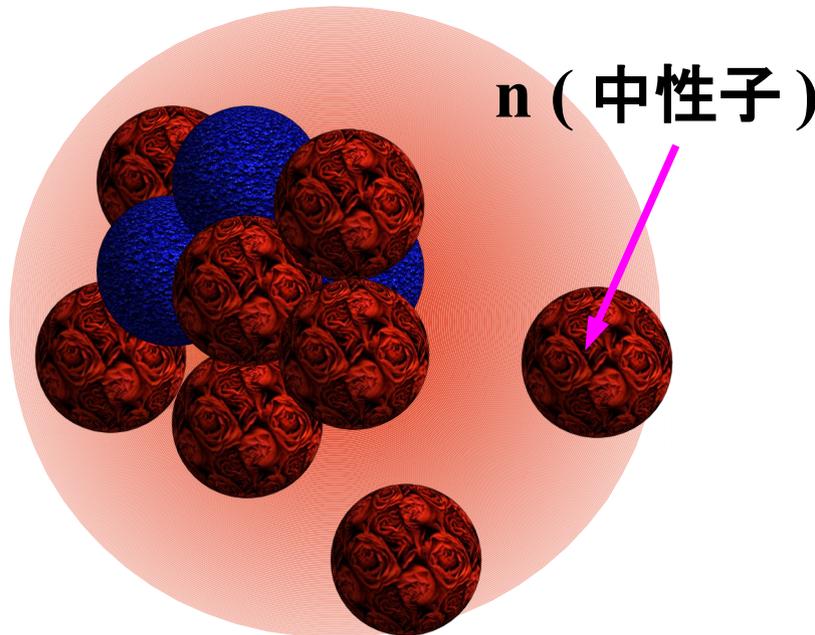
## ■ エキゾチックな原子核

- 不安定原子核 (中性子過剰核、陽子過剰核、超重元素)
- ハドロン核 (核子以外のハドロンを含む原子核)



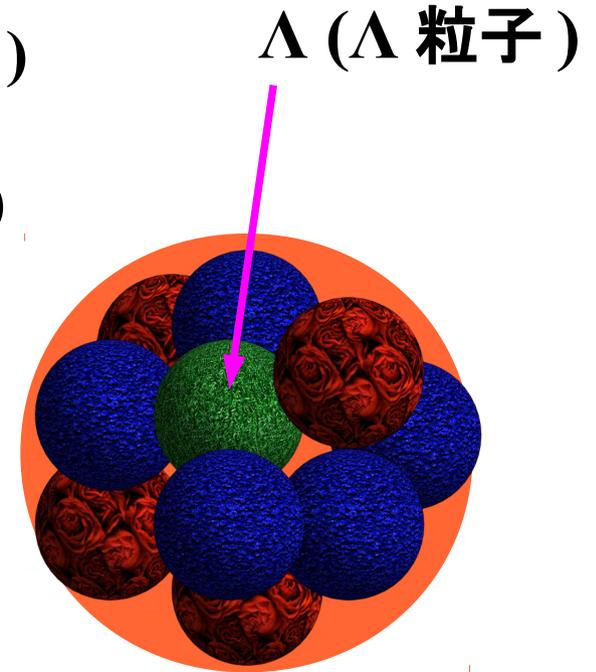
$$N \approx Z$$

例:  $^{40}\text{Ca}$  (N=Z=20)



中性子過剰核  $N \gg Z$

例:  $^{11}\text{Li}$  (Z=3, N=8)



ハイパー核

例:  $^{12}_{\Lambda}\text{C}$  (Z=6, N=5 と  $\Lambda$ )

# ニホニウムの作り方 ( $^{278}\text{Nh}$ )

## ■ 新元素 Z=113 の発見：理化学研究所 (2004/09/28)

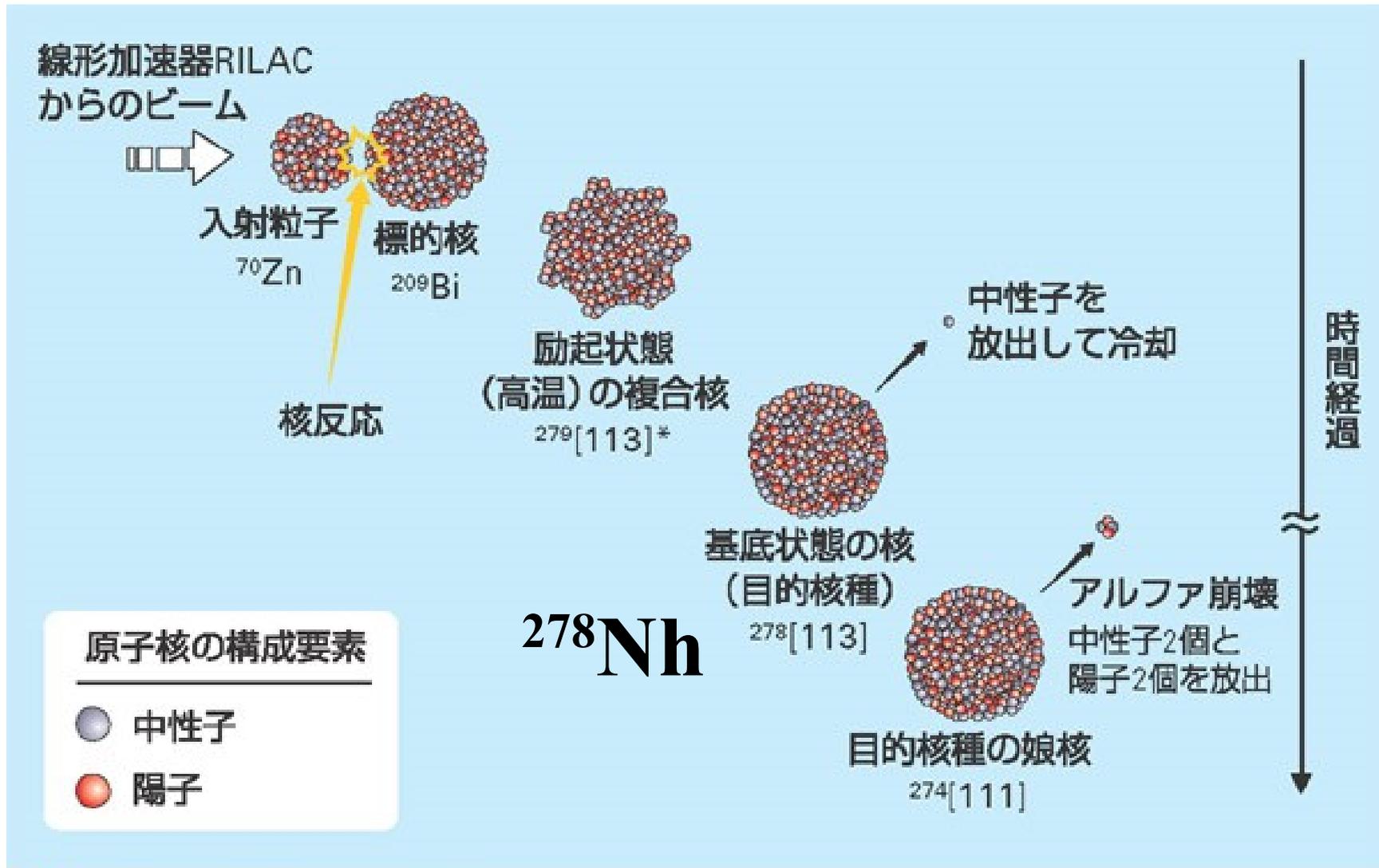
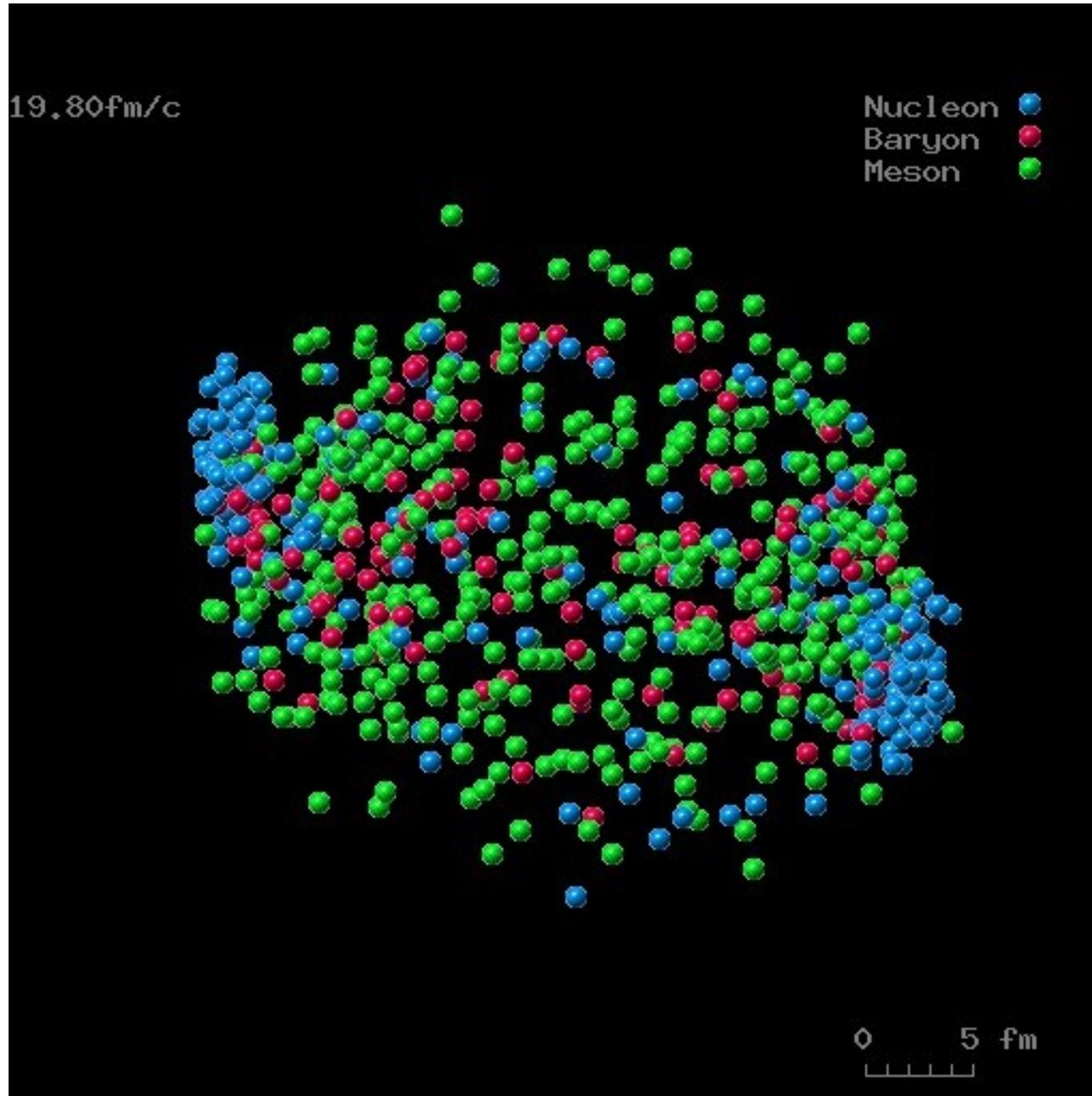


図1 原子番号 113 元素の合成と崩壊連鎖

3 例目をみつけて命名権獲得。ニホニウムへ。

# 高エネルギー重イオン衝突

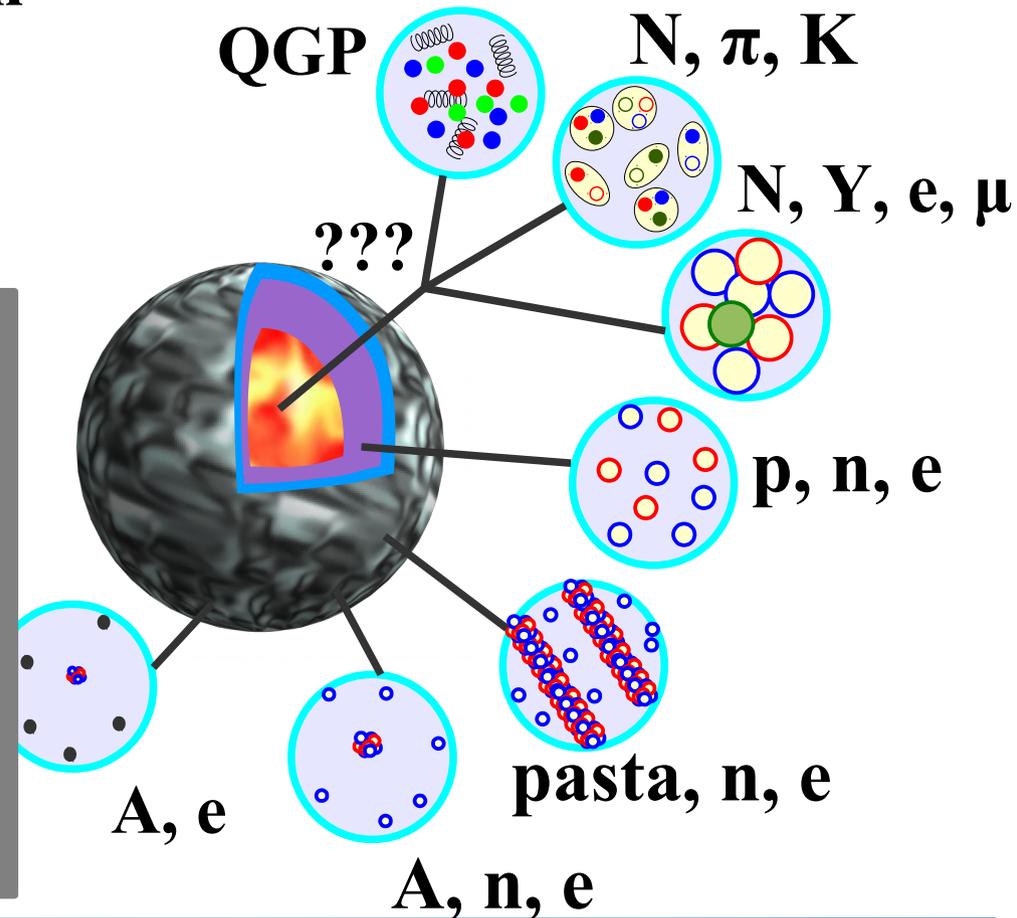


# 中性子星の構造と組成

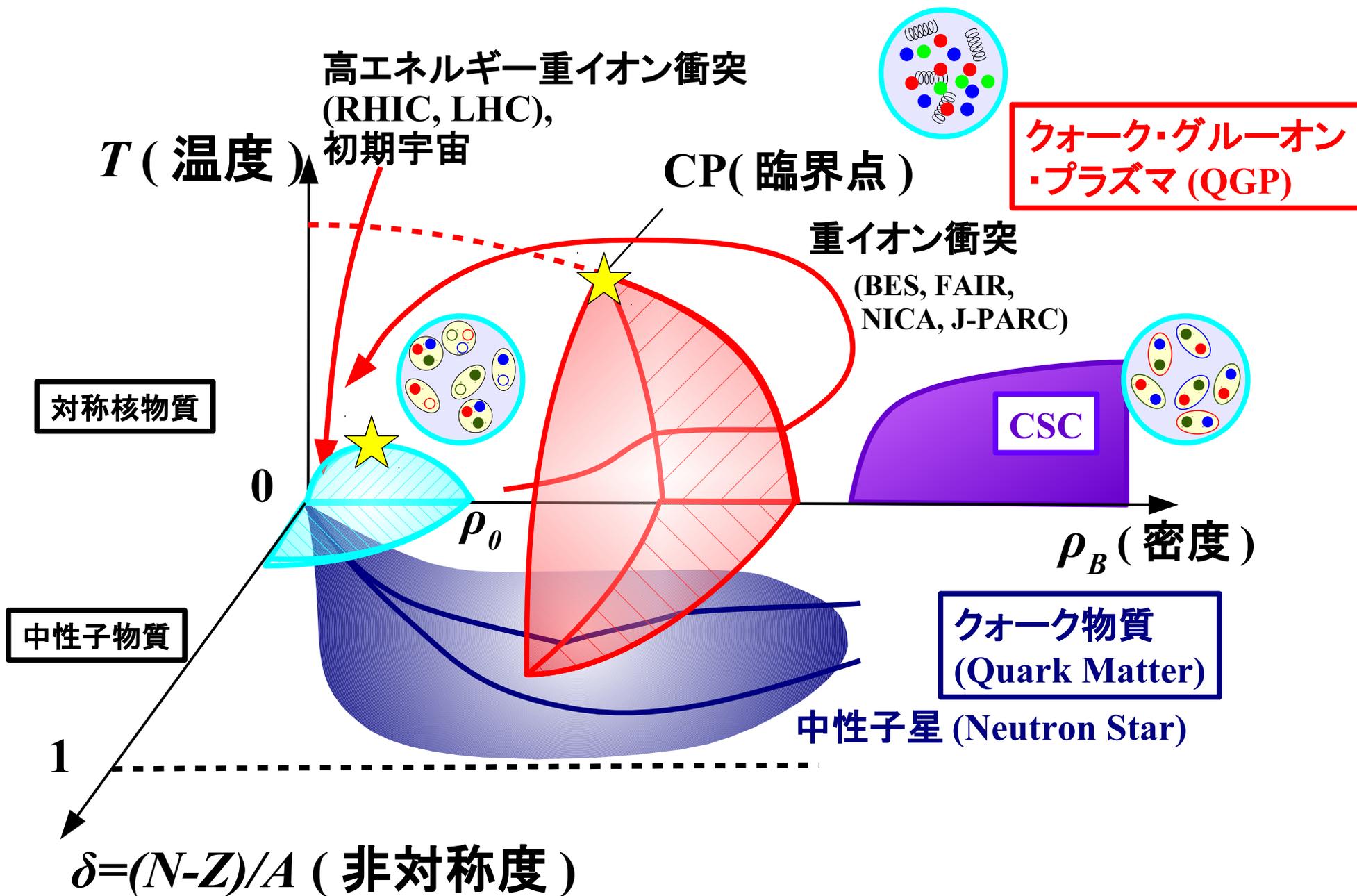
- 質量：太陽質量 ( $M_{\odot}$ ) の 1-2 倍 ( 代表的には  $M \sim 1.4 M_{\odot}$  )
- 半径：  $5 \text{ km} < R < 20 \text{ km}$  ( 代表的には  $R \sim 10 \text{ km}$  )
- 中性子星の密度 =  $(2-7) \times 10^{14} \text{ g / cm}^3$  ( $M \sim 1.4 M_{\odot}$ ,  $R = 10-15 \text{ km}$ )
- 原子核の密度  $\sim 2.5 \times 10^{14} \text{ g / cm}^3$

中性子星の平均密度は  
原子核の 1~3 倍！

- 中性子星は核力が支える星  
→ 様々な密度での「核力」の現れ方が調べられる
- 中性子星コア ( 中心部分 ) は、宇宙に現存する観測可能な「最高密度物質」  
→ 様々な構成粒子が現れると期待！



# 高温・高密度核物質 (QCD Phase Diagram)



---

# 原子核の大きさ

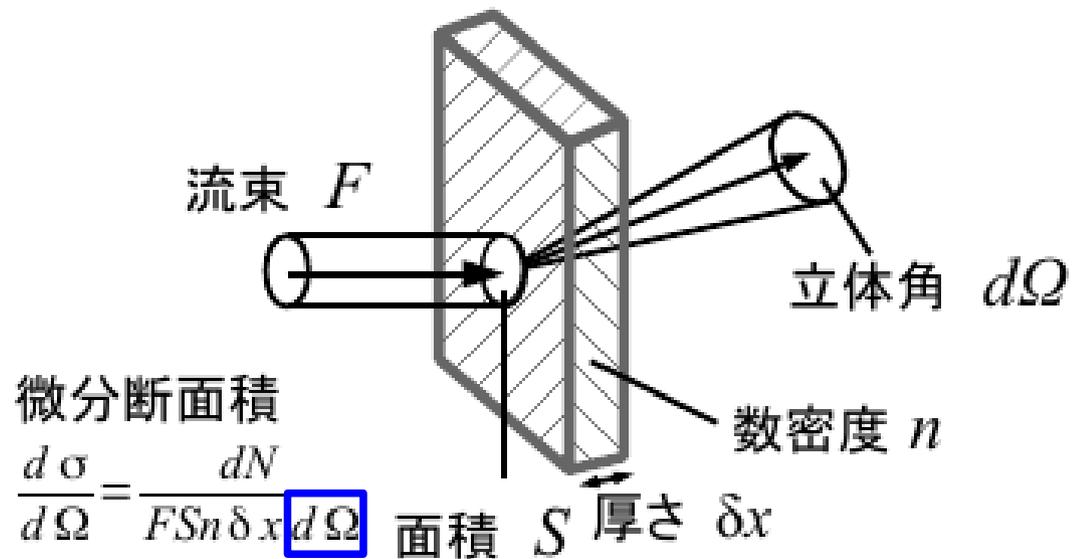
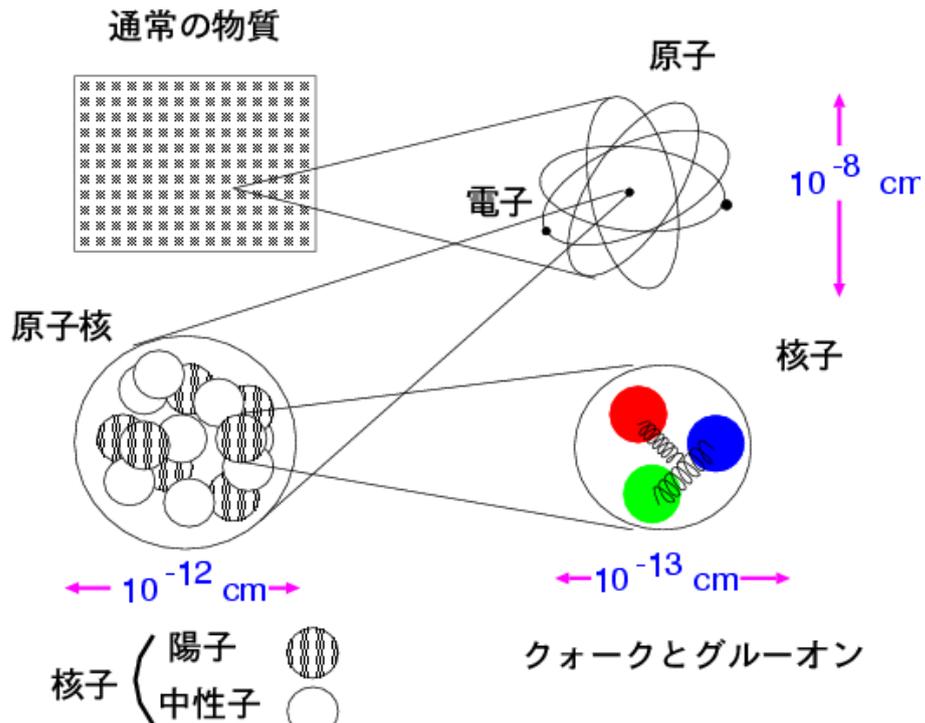
# 断面積

- 原子核の大きさ:  $R \sim 10^{-14}$  m (原子  $\sim 10^{-10}$  m の 1 万分の1)
- 「目で見えない」小さなものをどうやってみるか?  
→ 粒子をぶつけて散乱させて測る

## ■ 散乱断面積

$$\sigma = \frac{N}{FSn\delta x}$$

- 単位入射流束当たり一つの標的で散乱される確率 (面積の次元)



ノートで抜けていました。

## ■ シュレディンガー方程式

$$\left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r})$$

短く書くと

$$(H_0 + V)\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}) \quad \left( H_0 = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \right)$$

- 束縛状態: 遠方で波動関数  $\psi$  がゼロに近づく。
- 散乱状態: 遠方から定常的に流れ込み、  
標的で散乱されて流れ出る波動関数

$$\Psi(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r}$$

$f$  = 散乱振幅  
 $\mathbf{k}$  = 入射波束  
 $k = |\mathbf{k}|$

波動関数は規格化されていないが、  
流れの密度を用いて確率解釈が可能。

# 散乱振幅と微分断面積

## ■ 流れの密度

$$\mathbf{j} = -i\hbar[\Psi^* \nabla \Psi - (\nabla \Psi^*) \Psi] / 2m$$

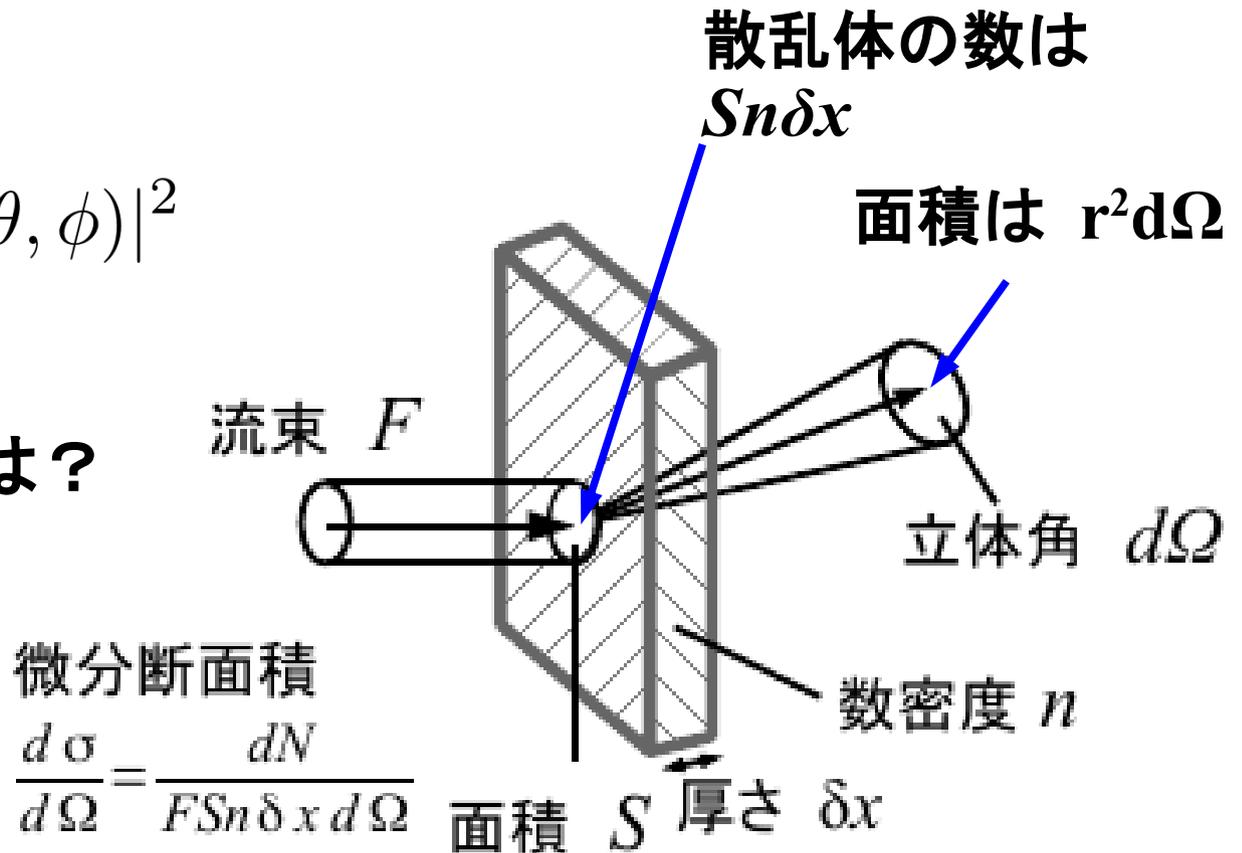
## ■ 入射流束・外向き球面波の流れの密度

$$F = \hbar k / m, \quad j_r = \hbar k |f(\theta, \phi)|^2 / mr^2$$

## ■ 微分断面積

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{j_r r^2 d\Omega}{F d\Omega} = |f(\theta, \phi)|^2$$

## ■ 散乱振幅 $f$ と ポテンシャル $V$ の関係は？



# 散乱波動関数の形式解

## ■ シュレディンガー方程式

$$(E - H_0)\Psi = \Phi, \quad \Phi \equiv \hat{V}\Psi$$

- $\Phi$  が与えられているとすると、一般解は特解 + 斉次方程式の解  
斉次項を入射平面波にとると、

$$\Psi = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + (E - H_0)^{-1}\Phi$$

## ■ グリーン関数 $G$ を用いてあらわに座標表示

$$(E - H_0)G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rightarrow G(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r}$$

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \int d\mathbf{r}' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}')$$

$$\xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}_f\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}')$$

$$= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \left[ -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | V | \Psi \rangle \right] \frac{e^{ikr}}{r}$$

$\mathbf{k}_f = \mathbf{r}$  方向の  
波数ベクトル

## ■ 散乱振幅

$$f(\theta, \varphi) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | V | \Psi \rangle$$

右辺の  $\psi$  を平面波で近似 (ボルン近似)

$$f_{\text{Born}}(\theta, \varphi) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | V | \mathbf{k} \rangle$$

$$\langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \rangle = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = \tilde{V}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$$

ボルン近似での散乱振幅はポテンシャルのフーリエ変換に比例

# 畳み込みポテンシャルと構造因子

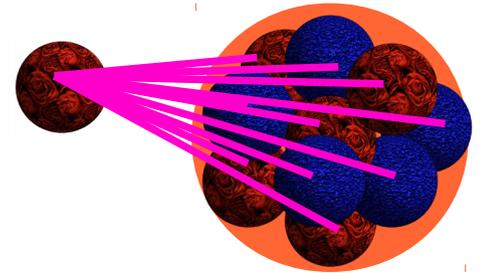
- 畳み込みポテンシャル(原子核と粒子のポテンシャル)

$$V(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') \quad \begin{array}{l} v = \text{入射粒子 - 核子ポテンシャル} \\ \rho = \text{密度} \end{array}$$

フーリエ変換

$$\tilde{V}(\mathbf{q}) = \tilde{v}(\mathbf{q}) \tilde{\rho}(\mathbf{q}) = \tilde{v}(\mathbf{q}) \underline{F(\mathbf{q})}$$

構造因子



- 散乱断面積

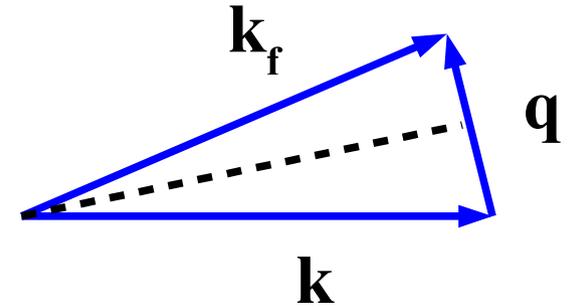
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 |\tilde{v}(\mathbf{q})|^2 |F(\mathbf{q})|^2, \quad F(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

原子核との散乱断面積 = 核子との散乱断面積 × |構造因子|<sup>2</sup>  
(ボルン近似 & 畳み込みの場合)

# ラザフォード散乱

## ■ 湯川ポテンシャル

$$v(\mathbf{r}) = \frac{C \exp(-\mu r)}{r} \rightarrow \tilde{v}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi C}{\mu^2 + q^2}$$



## ■ クーロンポテンシャル

$$v(\mathbf{r}) = \frac{C}{r} \rightarrow \tilde{v}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi C}{q^2}$$

$$q = 2k \sin(\theta/2)$$

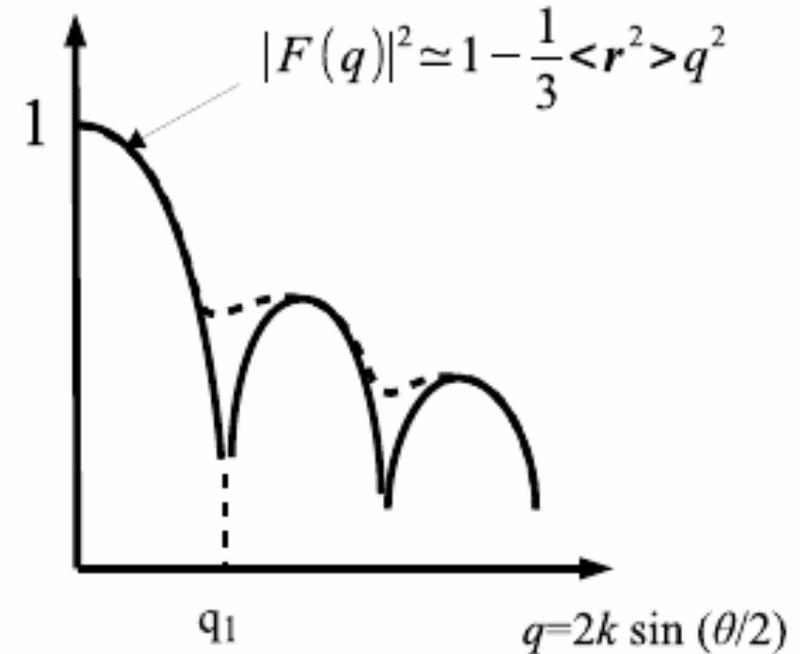
## ■ ラザフォード散乱 (クーロン散乱)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} |F(\mathbf{q})|^2$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} = \left( \frac{2m\alpha\hbar c Z_1 Z_2}{\hbar^2 q^2} \right)^2$$

$$= \frac{(\alpha\hbar c Z_1 Z_2)^2}{E^2 (2 \sin(\theta/2))^4}$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) / \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}}$$



( $\rho$  は規格化されているとする。)

# 構造因子

- 密度が球対称である場合

$$F(\mathbf{q}) = \int d^3r e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) = \int 4\pi r^2 dr \rho(r) \frac{\sin qr}{qr}$$

$$= \int 4\pi r^2 dr \rho(r) \left( 1 - \frac{1}{6} q^2 r^2 + \mathcal{O}(q^4) \right)$$

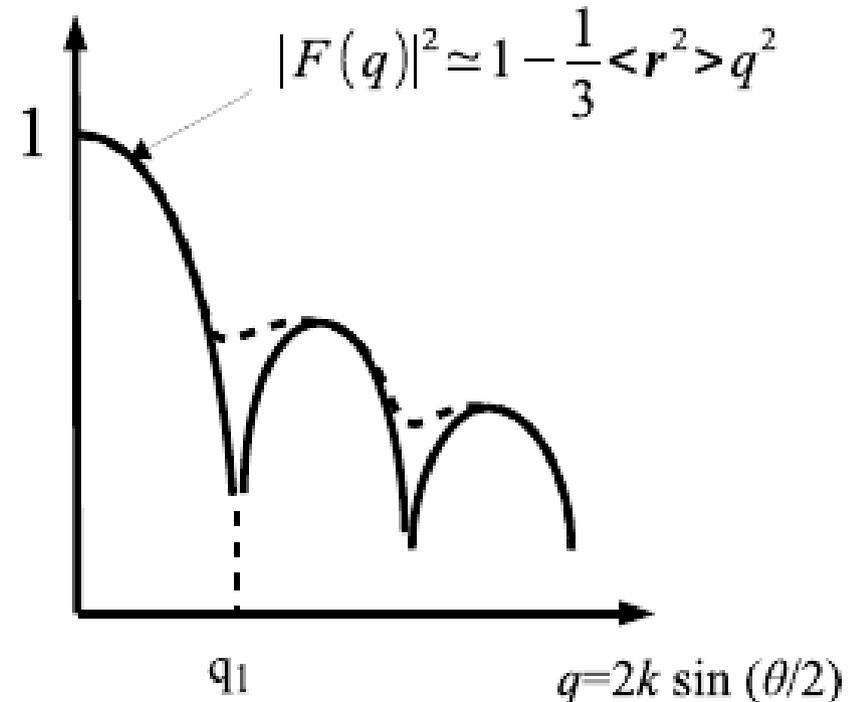
$$= 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle q^2 + \mathcal{O}(q^4) \quad \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) / \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}}$$

小さな  $q$  での形から  
平均自乗半径が分かる

- 半径  $R$  の一様球の場合

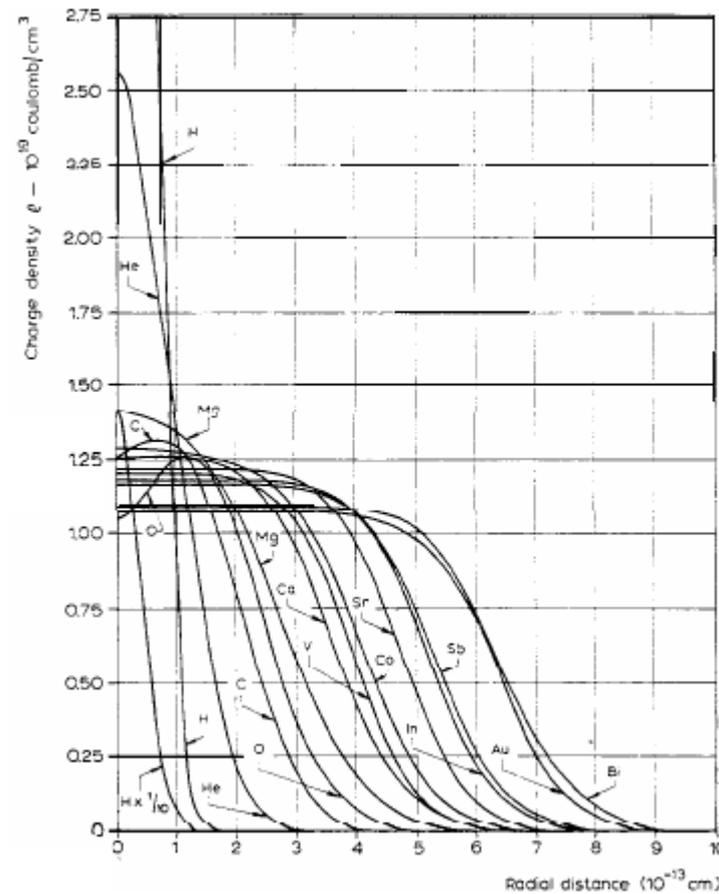
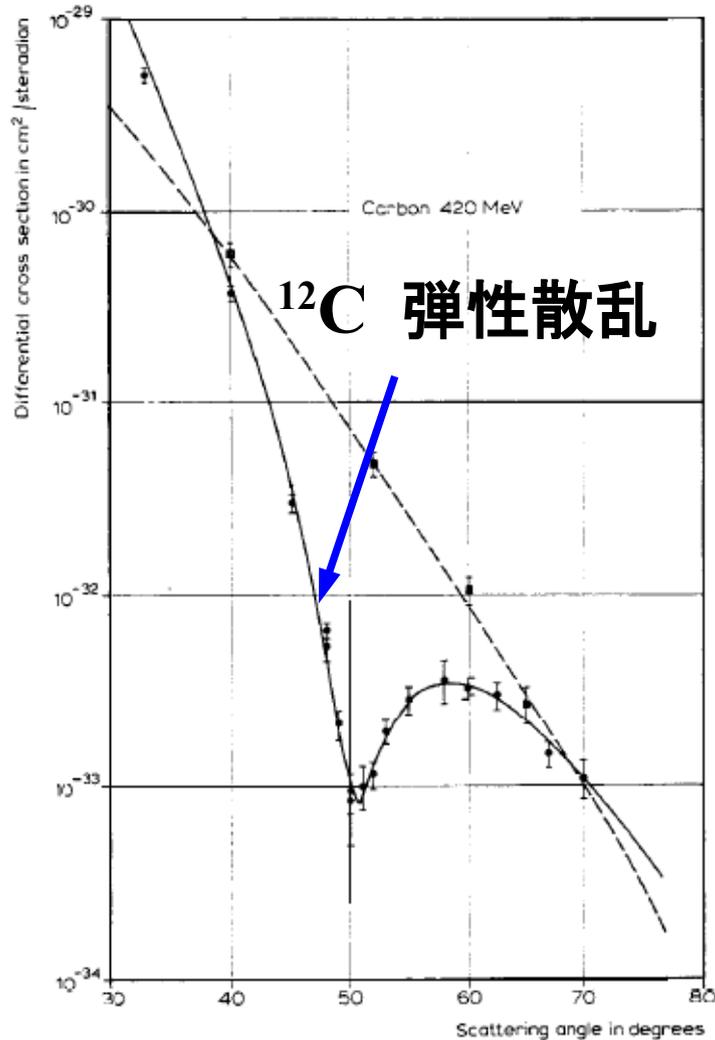
$$F(\mathbf{q}) = \frac{3}{q^3 R^3} (\sin qR - qR \cos qR)$$

$F$  が小さくなる  $q$  から半径が  
推定できる！



# 原子核の密度分布

- 電子散乱による原子核の密度分布研究  
Robert Hofstadter (Nobel prize in Physics, 1961)



<http://www.nobelprize.org/>

# 原子核の密度分布

- 原子核における核子の密度: Woods-Saxon (または Fermi) 型

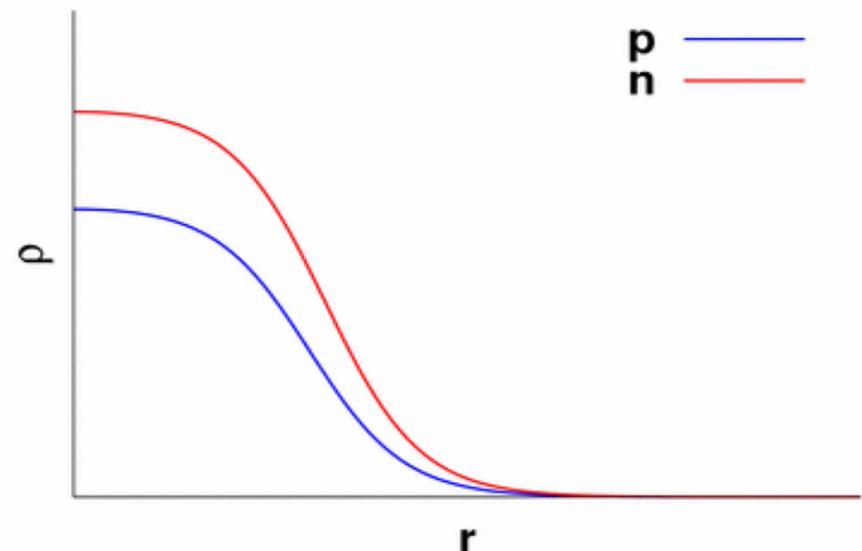
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[\frac{r - R_{WS}}{d}\right]}$$

$$R_{WS} \simeq 1.07A^{1/3} \text{ fm}, \quad d \simeq 0.54 \text{ fm}, \quad \rho_0 \simeq 0.16 \text{ fm}^{-3}$$

一様球として平均自乗半径を説明するには

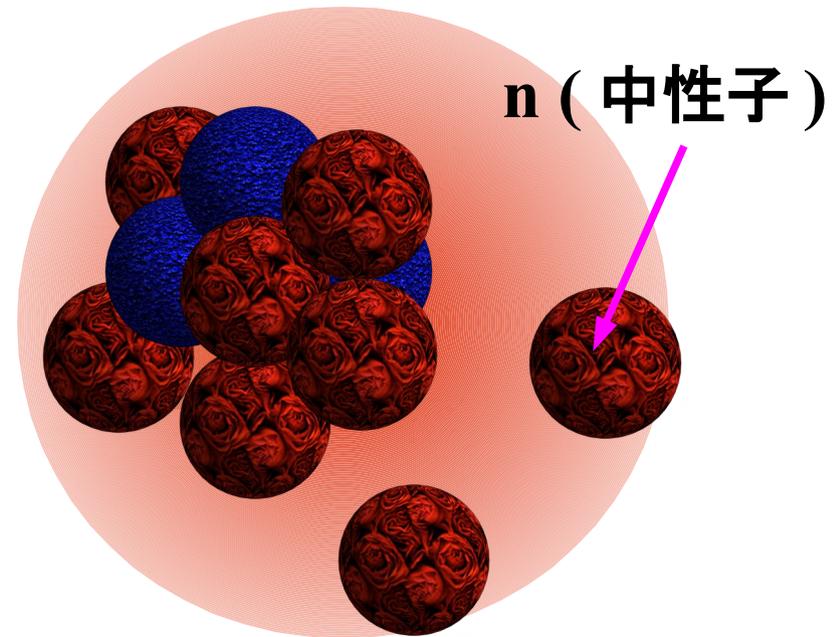
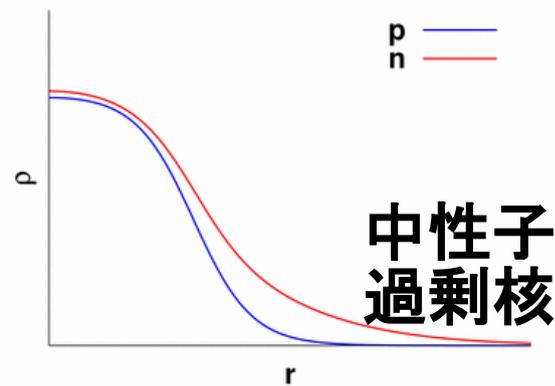
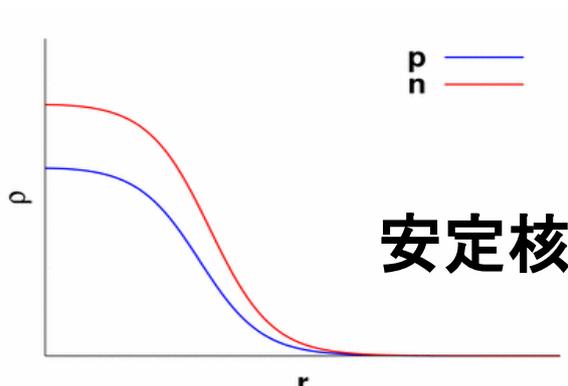
$$R = r_0 A^{1/3}, \quad r_0 = 1.21 \text{ fm}$$

半径  $\propto A^{1/3} \rightarrow$  体積  $\propto A$   
 $\rightarrow$  大きな原子核の中心部は  
密度が原子核によらず  
一定の値  $\rho_0$  をとる  
 $\rightarrow$  「核物質」



# 不安定原子核

- 安定核の半径  $R \sim 1.1 A^{1/3}$  (fm)  $\rightarrow$  密度は原子核によらず一定
- 中性子過剰核の半径  $R \gg 1.1 A^{1/3}$  (fm) (公式はまだない)  
 $\rightarrow$  外側の中性子が大きく広がっている「ハロー構造」  
(ハロー = 太陽の回りに見える暈)



中性子過剰核  $N \gg Z$   
例:  $^{11}\text{Li}$  ( $Z=3, N=8$ )

---

# 原子核の質量

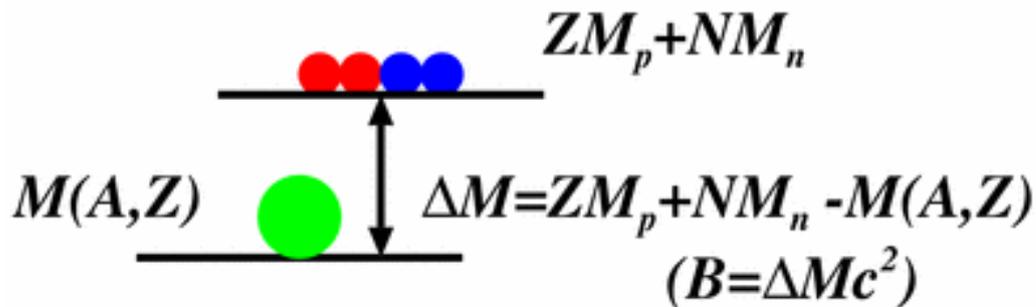
# 原子核の束縛エネルギー

## ■ 束縛エネルギー

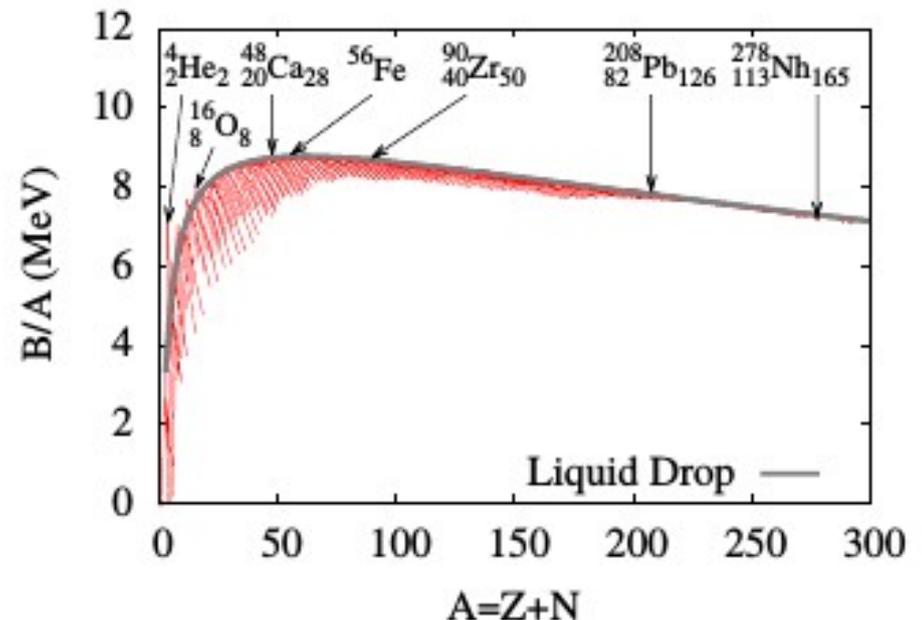
$$B(A, Z) = ZM_p + NM_n - M(A, Z)$$

- 陽子数  $Z$ , 中性子数  $N$ , 陽子質量  $M_p$ , 中性子質量  $M_n$ , 原子核質量  $M(A, Z)$
- 原子核の質量は、核子の質量の和より小さい (質量欠損)

## ■ 束縛エネルギーの観測値 : $16 \leq A \leq 240$ において、 $B/E \sim 8 \text{ MeV}$



質量欠損 = 核子質量の和 - 原子核の質量  
束縛エネルギー = 質量欠損  $\times c^2$



# 質量公式

## ■ Weizsäcker の半経験的質量公式

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + a_p \frac{\delta_p}{A^\gamma}$$

体積 表面 クーロン 対称エネルギー 対エネルギー

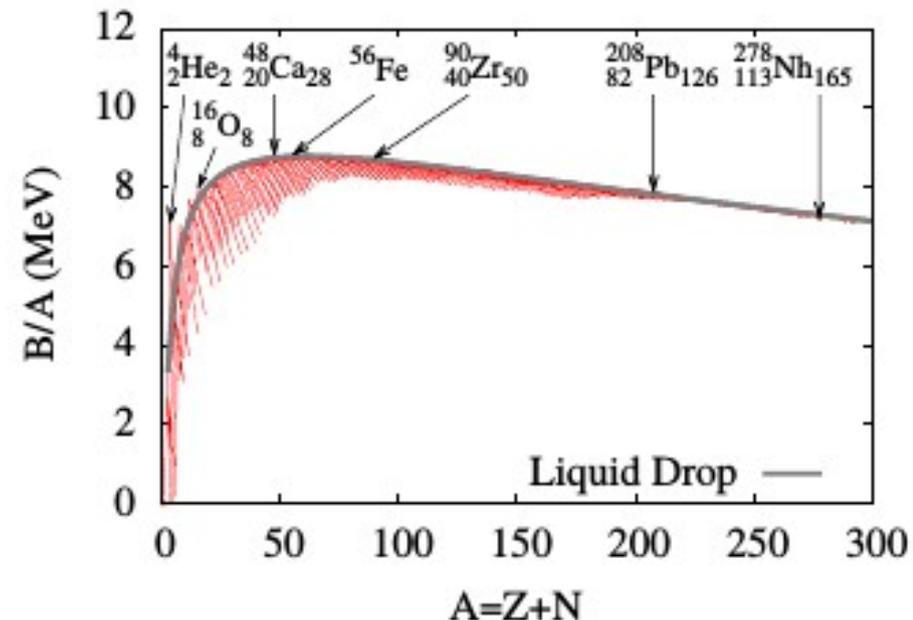
- 体積項、表面項 → 表面張力のある液滴
- 一様帯電球 (半径  $R = r_0 A^{1/3}$ , 電荷  $Q = Ze$ ) のクーロンエネルギー

$$E_C = \frac{3}{5} \frac{\alpha \hbar c}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

- 対称エネルギー、対エネルギーは液滴描像からは出てこない。

$a_v$	$a_s$	$a_C$	$a_a$	$a_p$
15.85	18.34	0.71	23.21	12.0

単位 MeV ( $\gamma=1/2$  の場合)



# フェルミガス模型 (1)

## ■ フェルミガス模型

- 核子はフェルミオン → 一つの量子状態に1粒子までしか入れない
- フェルミ分布関数

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp [(E - \mu)/T]} \xrightarrow{T \rightarrow 0} \Theta(\mu - E)$$

温度ゼロではエネルギーが化学ポテンシャル  $\mu$  までの状態にびっしりと粒子が詰まる。

$$A = 2 \times 2 \times \sum_n f(E_n) = 4V \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Theta\left(\mu - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\right) = \frac{4V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi k_F^3}{3}$$

- 体積  $V=4\pi r_0^3 A/3$  よりフェルミ波数  $k_F$ 、運動エネルギーが求まる

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \simeq 33 \text{ MeV}, \quad E_K = \frac{1}{A} \frac{4V}{(2\pi)^3} \int_{|k| < k_F} d\mathbf{k} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{3}{5} E_F \simeq 20 \text{ MeV}$$

質量公式の体積項の説明には、核子あたり  $-36 \text{ MeV}$  の相互作用エネルギー(引力)が必要!

## フェルミガス模型 (2)

- 陽子数と中性子数が異なる場合 → フェルミ波数がずれる

$$k_{Fp} = k_F \left( \frac{2Z}{A} \right)^{1/3} = k_F (1 - \delta)^{1/3}, \quad k_{Fn} = k_F \left( \frac{2N}{A} \right)^{1/3} = k_F (1 + \delta)^{1/3}$$

非対称度

$$\delta = (N - Z)/A$$

- 核子あたりの運動エネルギー

$$E_K = \frac{Z}{A} \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_{Fp}^2}{2m} + \frac{N}{A} \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_{Fn}^2}{2m} = \frac{3}{5} E_F \times \frac{1}{2} \left[ (1 - \delta)^{5/3} + (1 + \delta)^{5/3} \right]$$
$$\simeq \frac{3}{5} E_F + \frac{1}{3} E_F \delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4)$$

フェルミガス模型の運動エネルギーから現れる  
対称エネルギーは  $E_F/3 \sim 11 \text{ MeV}$

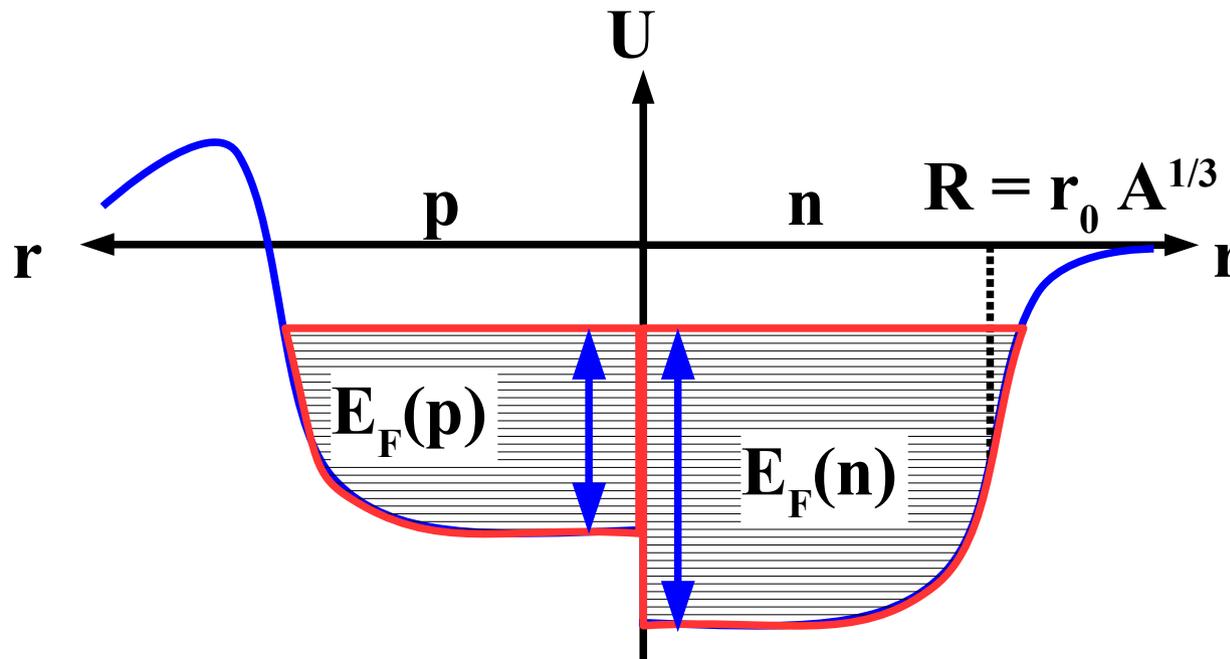
→ 陽子・陽子、中性子・中性子間の引力よりも強い  
陽子・中性子間の引力が必要

# 原子核の描像

- 中心部分はほぼ密度一定の「核物質」

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (r_0 = (1.1-1.2) \text{ fm}) \rightarrow \rho_0 = (0.14-0.18) \text{ fm}^{-3}$$

- 核子間に引力が働き、一粒子ポテンシャル中を核子が運動
- 表面では密度・ポテンシャルともに小さくなる  
→ 質量公式の表面項



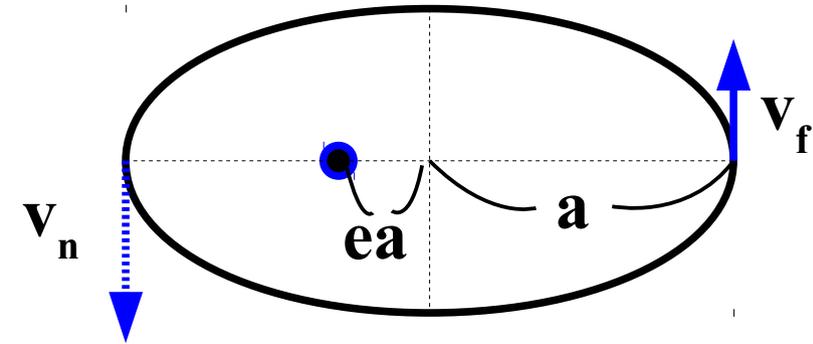
---

# *Mass & Radius Measurements of Neutron Stars*

# Neutron Star Observables: Mass (1)

## ■ Please remember Kepler motion basics

- major axis= $a$ , eccentricity= $e$ ,  
reduced mass= $m$ , total mass= $M$



$$E/m = \frac{1}{2} v_f^2 - \frac{GM}{a(1+e)} = \frac{1}{2} v_n^2 - \frac{GM}{a(1-e)}$$

$$L = m v_f a(1+e) = m v_n a(1-e)$$

$$\rightarrow v_f^2 = \frac{GM}{a} \frac{1-e}{1+e}, \quad L = 2m \frac{dS}{dt} = m \sqrt{GMa(1-e^2)}$$

$$\rightarrow P = S / (dS/dt) = 2\pi a^2 \sqrt{1-e^2} / \sqrt{GMa(1-e^2)} = 2\pi a^{3/2} / \sqrt{GM}$$

# Neutron Star Observables: Mass (2)

## Binary stars

- inclination angle =  $i$
- Doppler shift (Pulse timing change) is given by the radial velocity (視線速度)

$$K = v \sin i$$

- Radial velocity  $\rightarrow$  orbit parameters

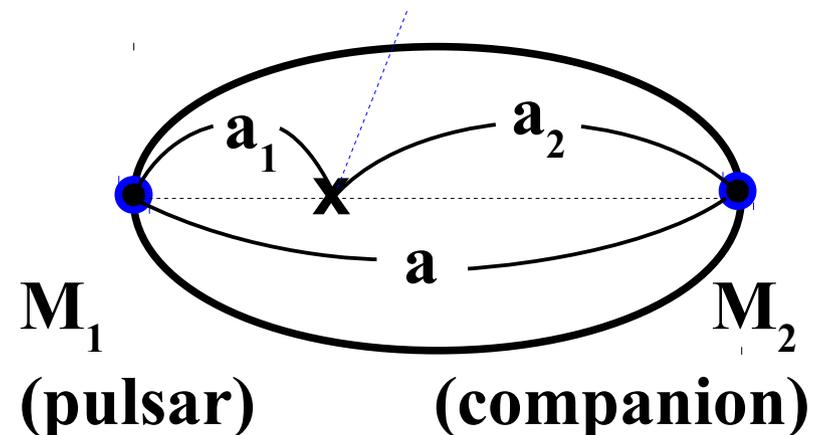
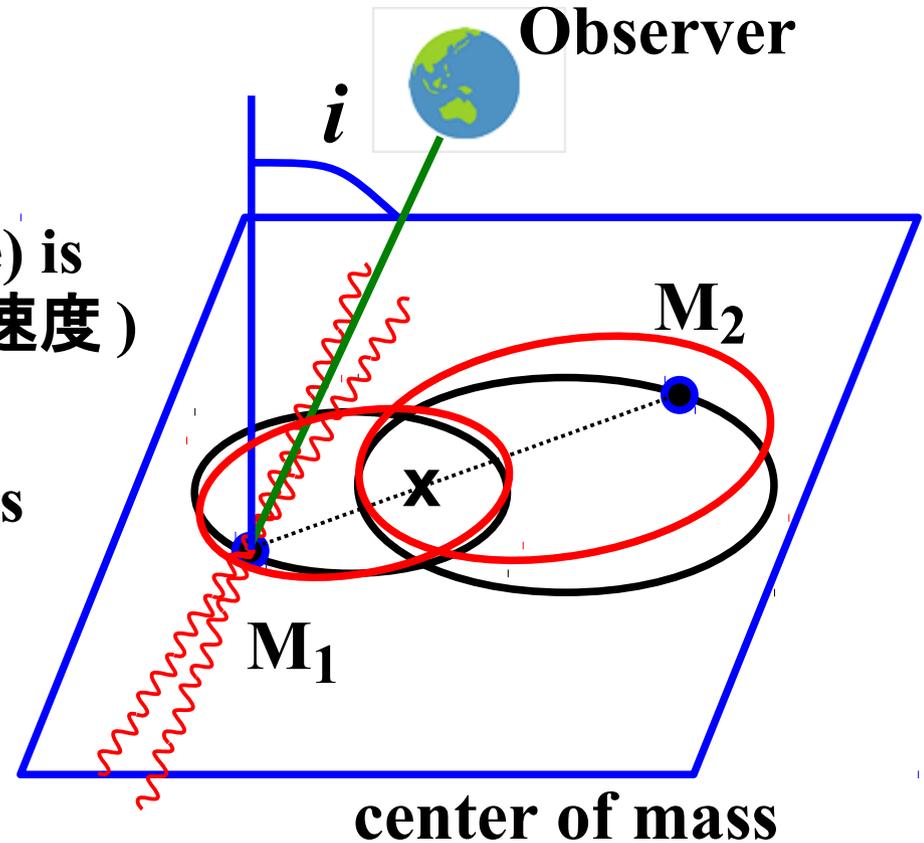
- Mass function (observable)

$$f \equiv \frac{(M_2 \sin i)^3}{M^2} = \frac{4\pi^2 (a_1 \sin i)^3}{G} P^2$$

$$= \frac{K^3 P (1 - e^2)^{3/2}}{2\pi G}$$

$$(K = v \sin i, M = M_1 + M_2)$$

- and GR effects ...



# Hulse-Taylor Pulsar (PSR 1913+16)

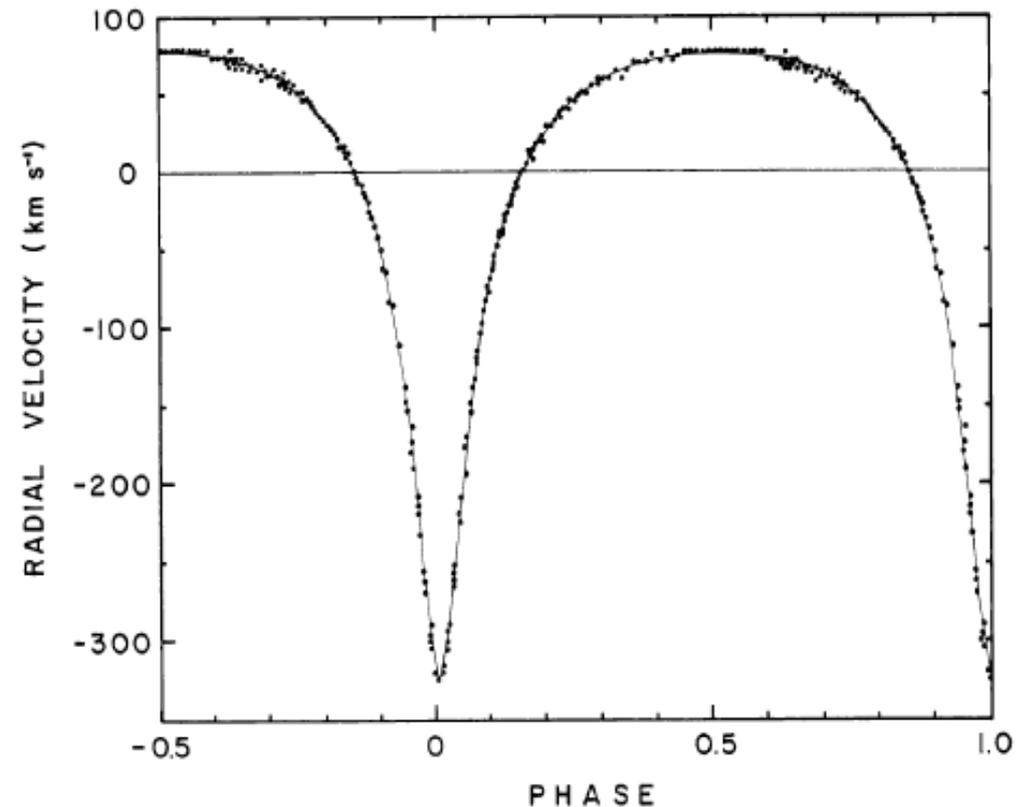
- Precisely (and firstly) measured neutron star binary (1993 Nobel prize to Hulse & Taylor)
- Radial velocity  $\rightarrow$  P, e, K  $\rightarrow$  Mass function

TABLE 2

ELEMENTS OF THE ORBIT

$K_1 = 199 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$
$P_b = 27908 \pm 7 \text{ s}$
$e = 0.615 \pm 0.010$
$\omega = 179^\circ \pm 1^\circ$
$T = \text{JD } 2,442,321.433 \pm 0.002$
$a_1 \sin i = 1.00 \pm 0.02 R_\odot$
$f(m) = 0.13 \pm 0.01 M_\odot$

HULSE AND TAYLOR



1993 Nobel Prize

Hulse-Taylor ('75)

# More on Hulse-Taylor Pulsar (PSR 1913+16)

## General Relativistic Effects

### Perihelion shift (近日点移動)

$$\dot{\omega} = 3 \left( \frac{2\pi}{P} \right)^{5/3} \frac{(GM)^{2/3}}{(1-e^2)c^2}$$

### Einstein delay

$$\Delta_E = \gamma \sin u$$

( $u$  = eccentric anomaly)

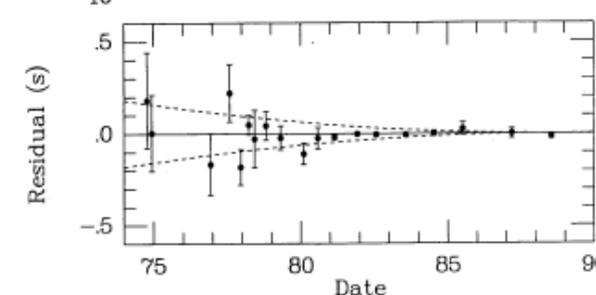
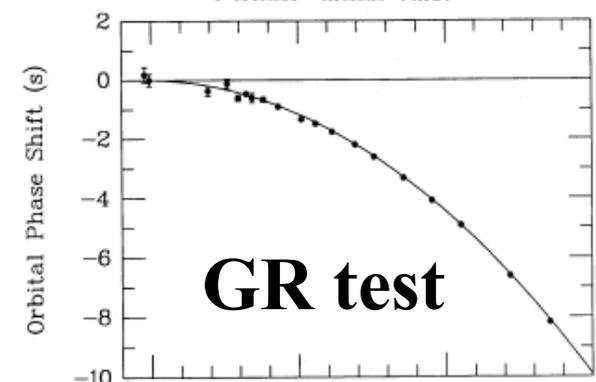
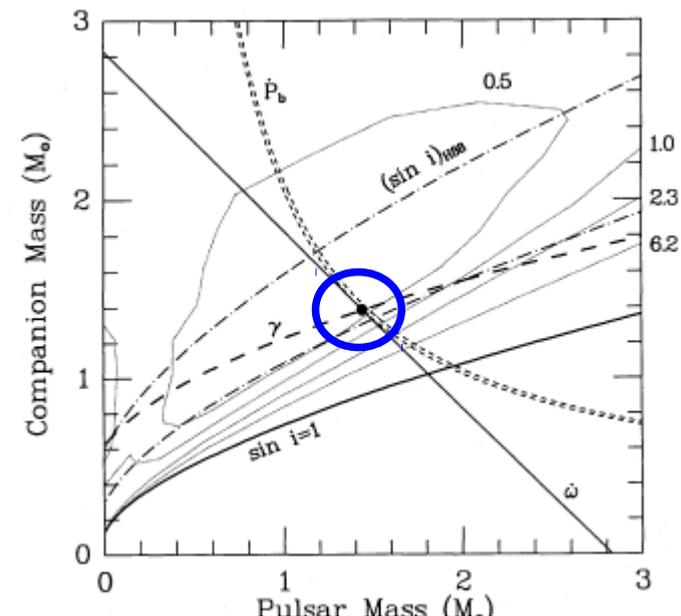
$$\gamma = \frac{eP_b G m_2 (m_1 + 2m_2)}{2\pi c^2 a_R M} \quad \frac{a_R^3}{P_b^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \left[ 1 + \left( \frac{m_1 m_2}{M^2} - 9 \right) \frac{GM}{2a_R c^2} \right]^2$$

### Two observable

→ Precise measurement of  $m_1$  and  $m_2$ .

$$m_1 = 1.442 \pm 0.003 M_{\text{sun}}$$

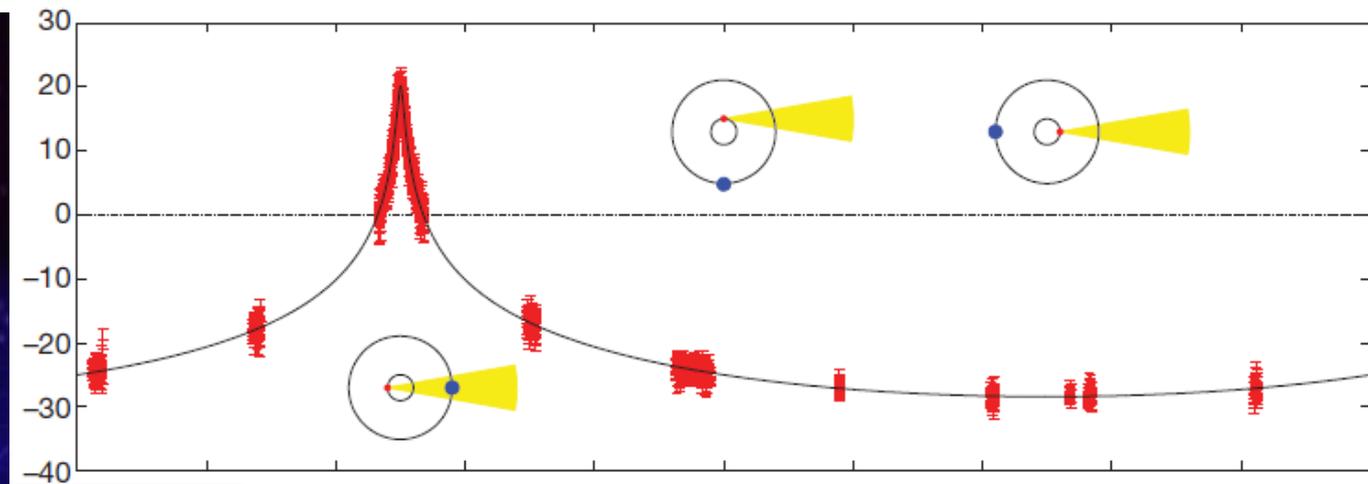
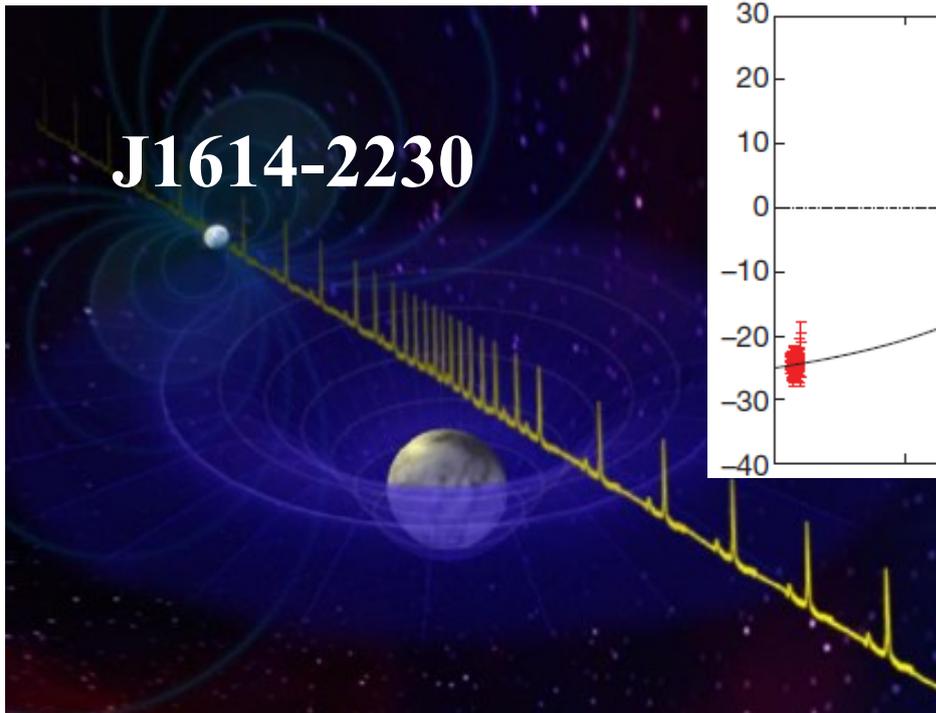
$$m_2 = 1.386 \pm 0.003 M_{\text{sun}}$$



Taylor, Weisenberg ('89)

# Massive Neutron Star

- General Relativity Effects on Time Delay
  - Einstein delay : varying grav. red shift
  - Shapiro delay : companion's grav. field
- A massive neutron star (J1614-2230)
  - $M = 1.97 \pm 0.04 M_{\square}$  is obtained using the Shapiro delay  
Demorest et al. (2010)



$$\Delta_S = -2m \left[ \ln \frac{r}{a} + \ln (1 - \sin i \sin \phi) \right]$$

*Demorest et al., Nature 467 (2010) 1081.*

# Neutron Star Masses

- NS masses in NS binaries can be measured precisely by using some of GR effects.

- Perihelion shift+Einstein delay

$$\rightarrow M = 1.442 \pm 0.003 M_{\odot}$$

(Hulse-Taylor pulsar)

*Taylor, Weisenberg ('89)*

- Shapiro delay

$$\rightarrow M = 1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$$

*Demorest et al. ('10)*

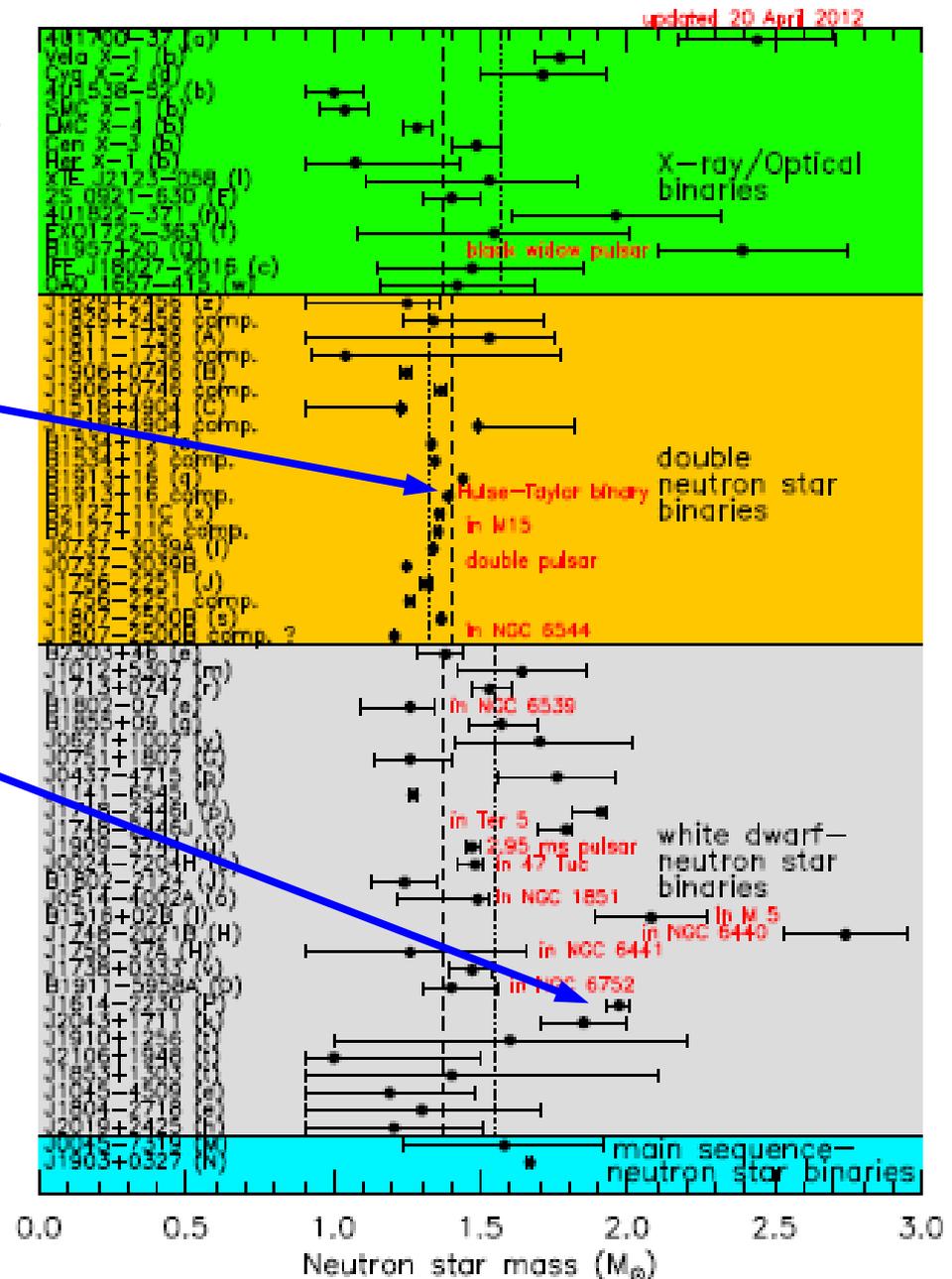
- Another obs.:  $M = 2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$

*Antoniadis et al. ('13)*

*Neutron Star Mass*

$$M = (1-2) M_{\odot}$$

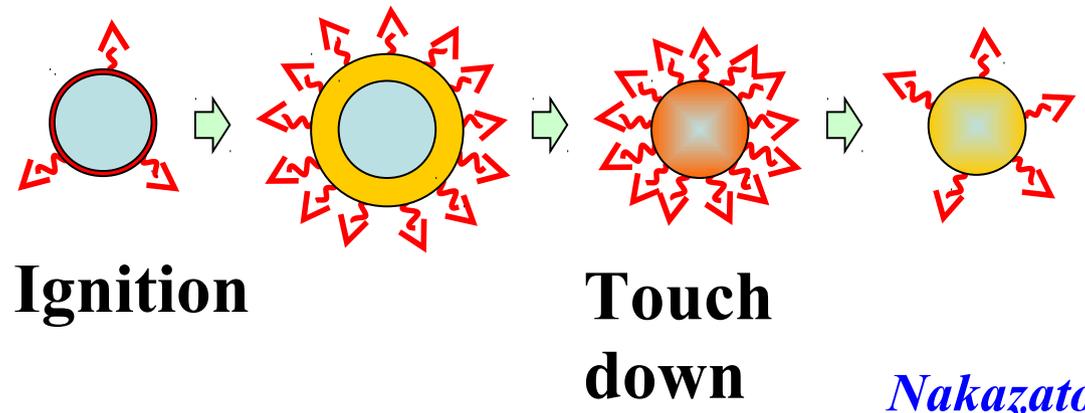
*Canonical value = 1.4 M<sub>⊙</sub>*



*Lattimer (2013)*

# Neutron Star Radius

- How can we measure 10 km radius of a star with 10-100 thousands light year distance from us ?
  - Size of galaxy  $\sim 3 \times 10^{14}$  km ( $\sim 10$  kpc  $\sim 3 \times 10^4$  light year)
- Model analysis is necessary !
- X-ray burster
  - Mass accretion from companion occasionally induces explosive hydrogen / helium burning.
  - High temperature → NS becomes bright !
  - Three methods to measure NS radius



NASA-Dana Berry

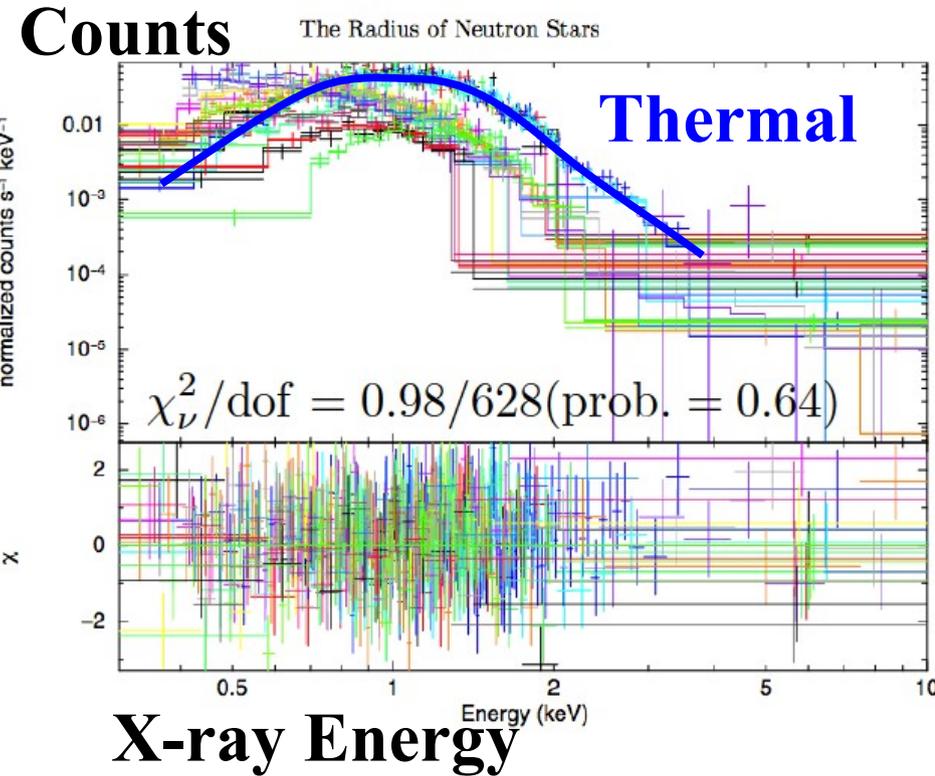
# NS Radius Measurement (1)

## ■ Surface emission

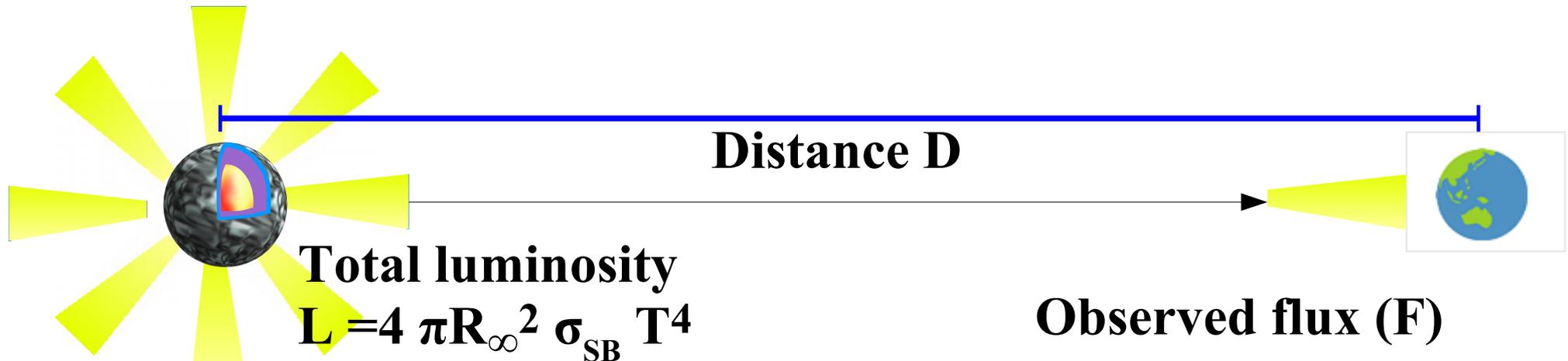
- Stefan-Boltzmann law is assumed  
→ NS radius is obtained from Flux, Temperature, and Distance measurement.

$$L = 4 \pi R_{\infty}^2 \sigma_{\text{SB}} T^4, \quad F = \frac{L}{4 \pi D^2}$$

$$\rightarrow R = \sqrt{\frac{F D^2}{\sigma_{\text{SB}} T^4} \left(1 - \frac{2 G M}{R c^2}\right)^{-1/2}}$$



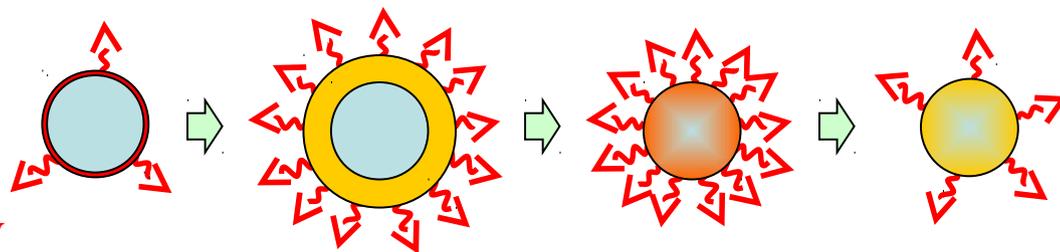
*Guillot et al. (2013)*



# NS Radius Measurement (2)

## Eddington Limit

- Eddington Limit  
radiation pressure = gravity



$$\frac{4\pi r^2 \sigma_{\text{SB}} T^4}{4\pi r^2 c} \cdot N_e \cdot \sigma_{\text{T}}$$

$$= \frac{GM}{r^2} \cdot N_N \cdot m_N$$

$$\rightarrow R_{\infty}^2 = \frac{2GMcm_N}{\sigma_{\text{T}}\sigma_{\text{SB}}T^4} \frac{N_N}{N_e}$$

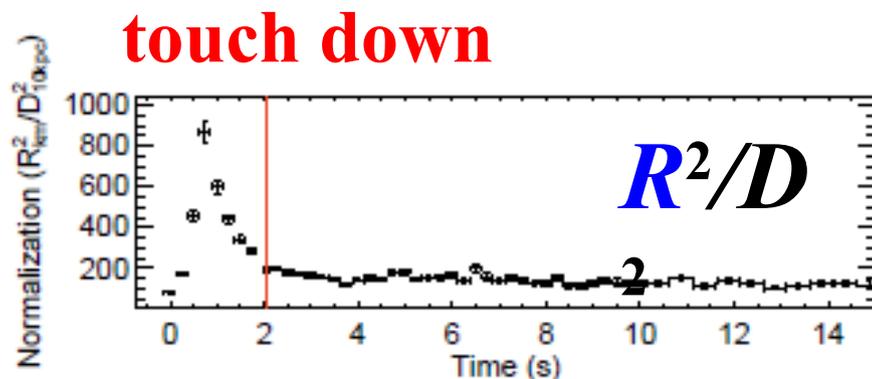
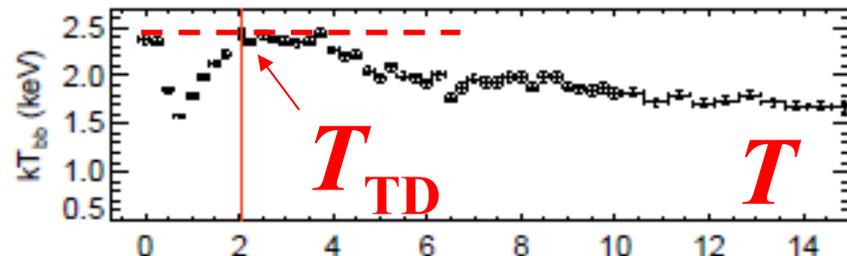
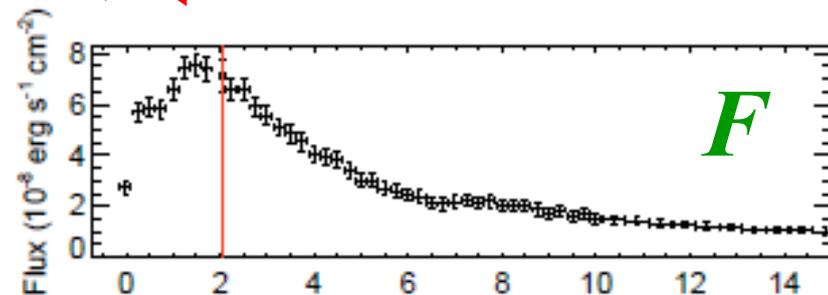
- Eddington limit is assumed to be achieved at “touch down”.

- Electron-nucleon ratio

$$N_e/N_N = (1+X)/2$$

(X=1 for hydrogen atmosphere)

X=0 for light elements)



Guver et al., ApJ 747 (2012) 47

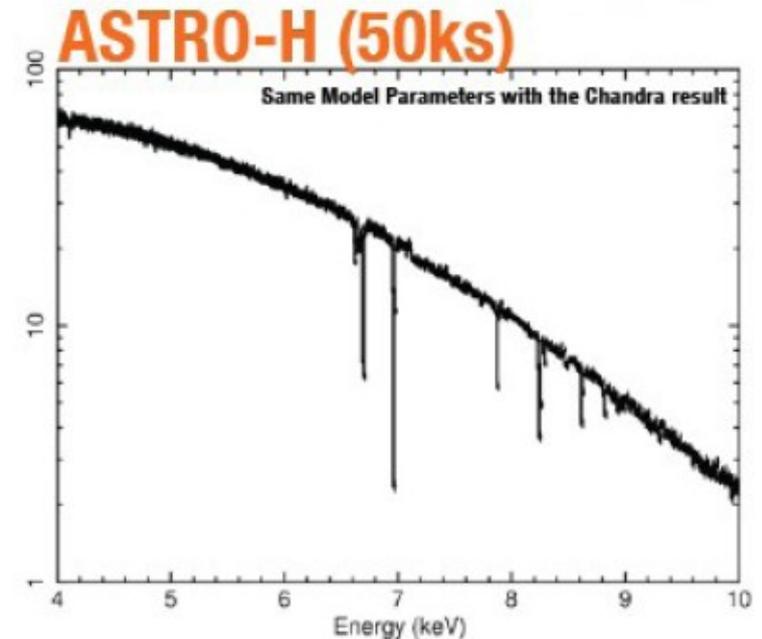
# NS Radius Measurement (3)

## Red Shift

- Neutron Star surface is expected to contain Irons.
- Absorption lines should be red shifted.  
→ Almost direct observation of M/R.

$$E_{\text{obs}} = E_{\text{surf}} \sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}$$

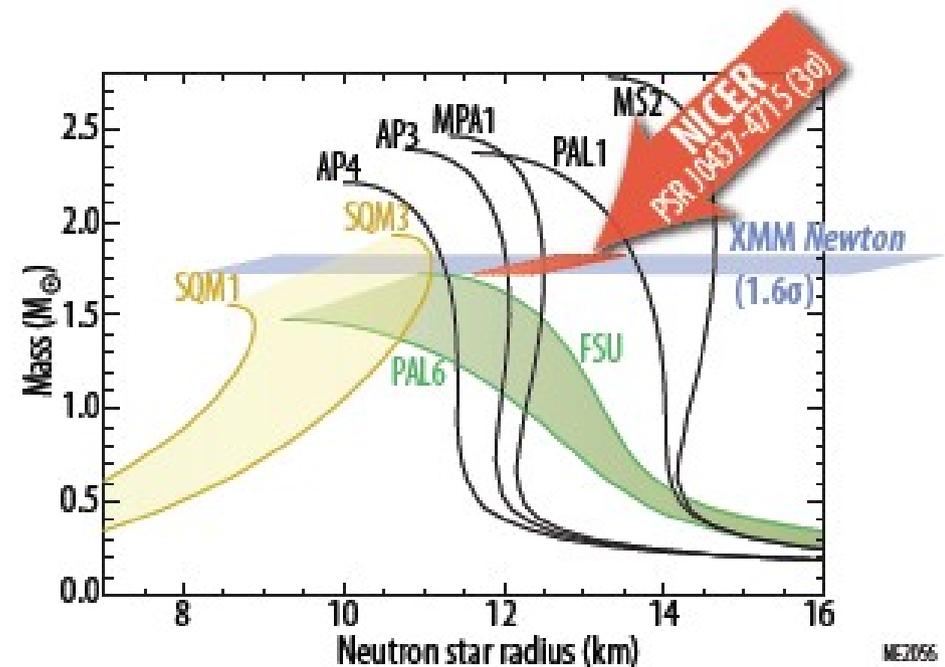
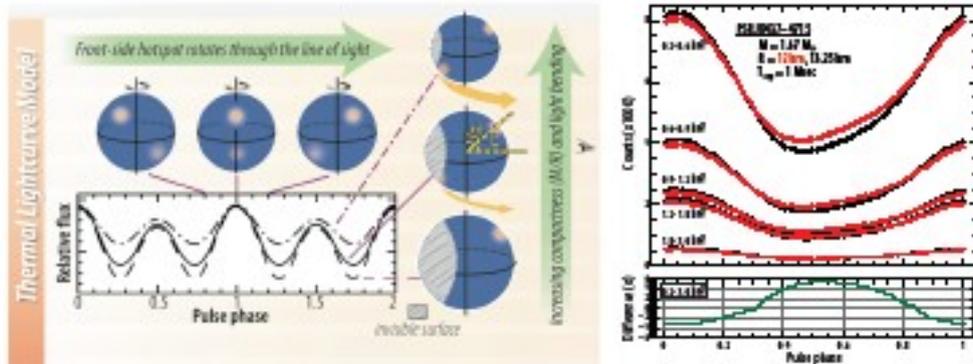
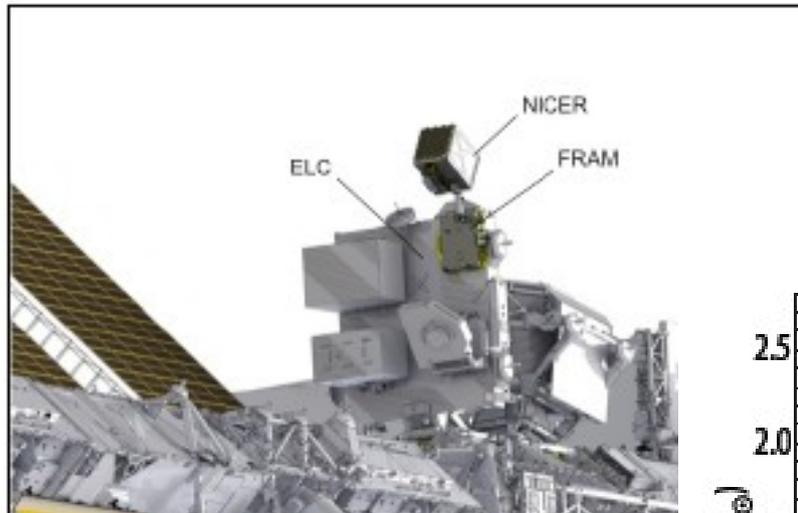
- ASTRO-H will measure Iron absorption line from NS, and determine M/R with 1 % accuracy !
- But Hitomi (ASTRO-H) stopped its operation ....



*ASTRO-H simulation*

# NICER

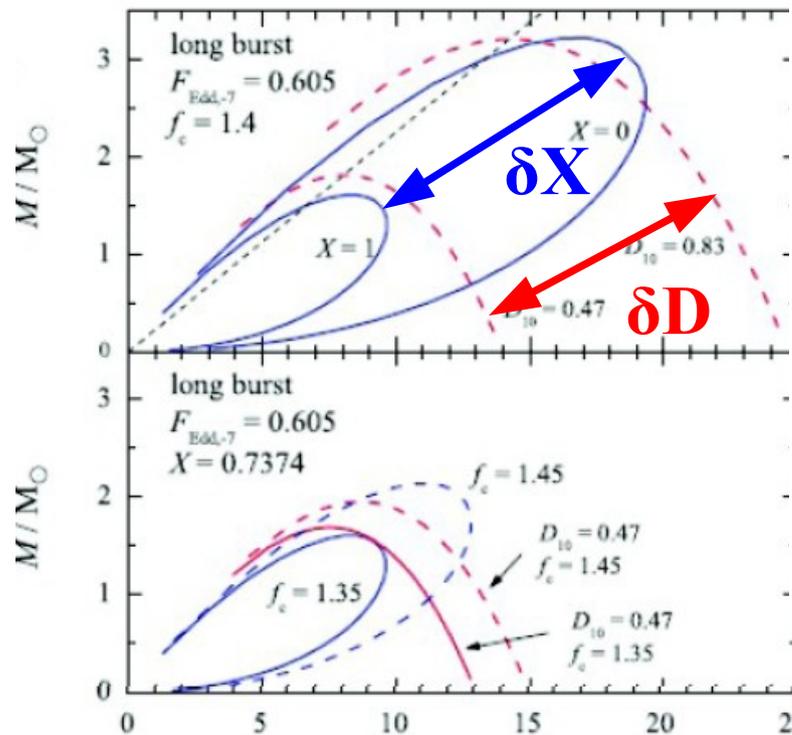
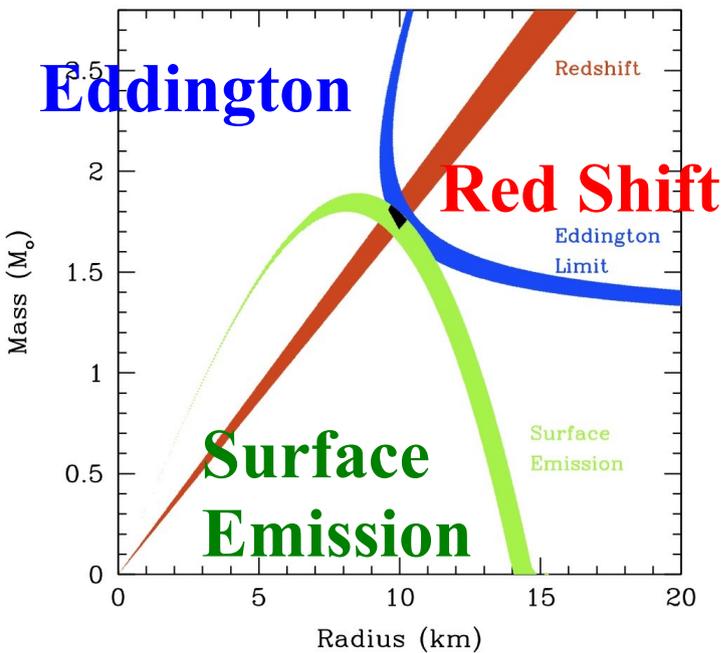
- Neutron Star Interior Composition ExploreR (NICER)
- 国際宇宙ステーションに載せる中性子星観測器
- hot spot の回転から、質量と半径を同時に決定
- 2017年に観測開始。



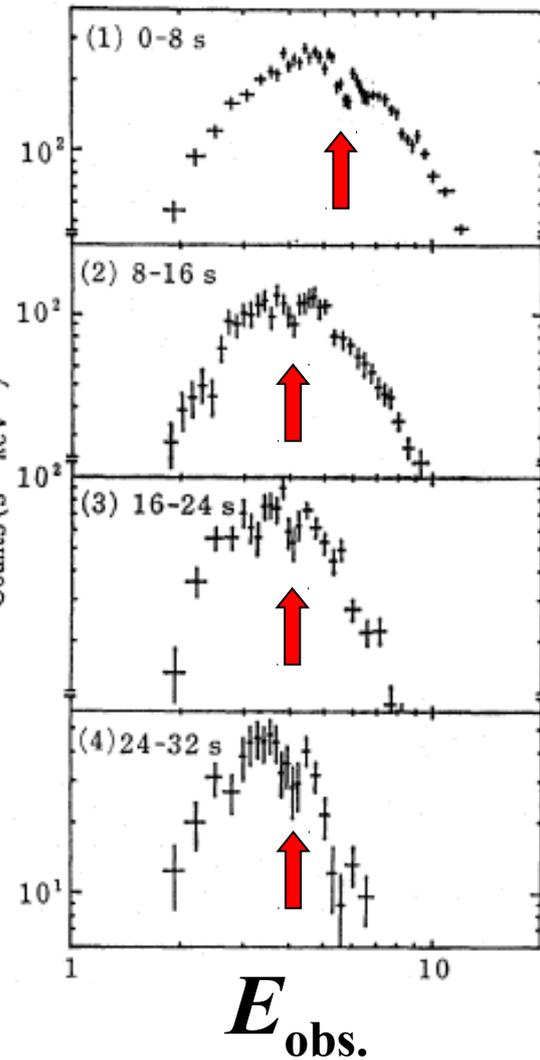
ME2056

# Neutron Star Radius

- Do three methods give consistent (M, R) ?
  - Surface emission & Eddington limit have large error bars from Distance & Composition uncertainty.
  - Red shift of discrete lines have not been observed unambiguously.



4U 1724-307, Suleimanov et al.,  
ApJ742('11),122

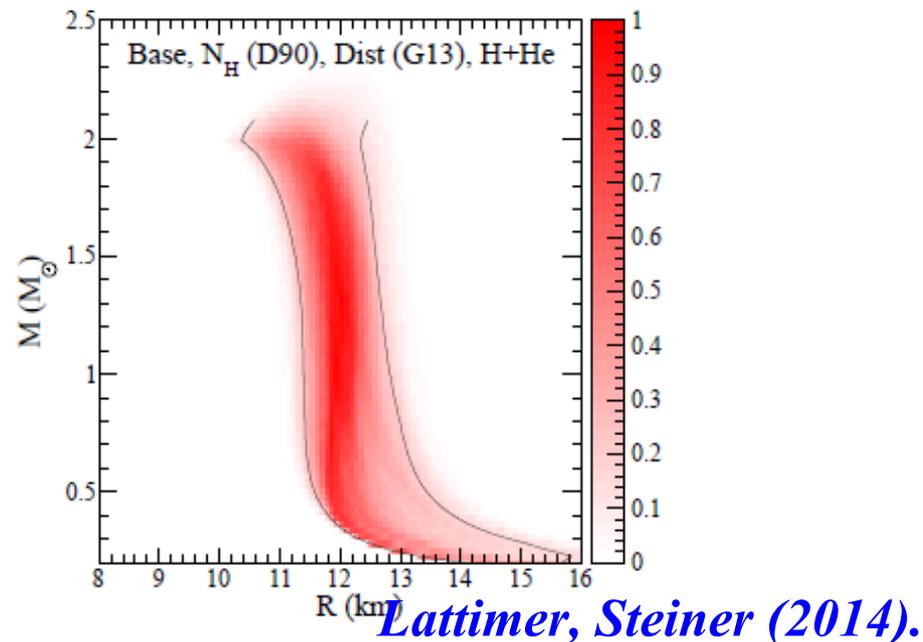
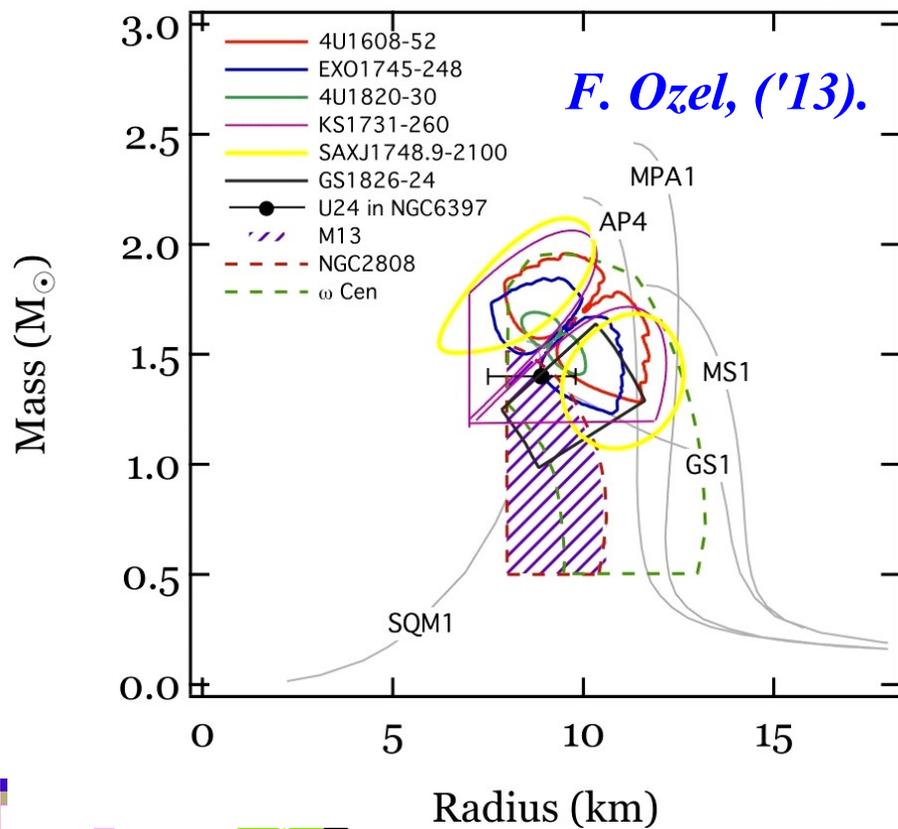
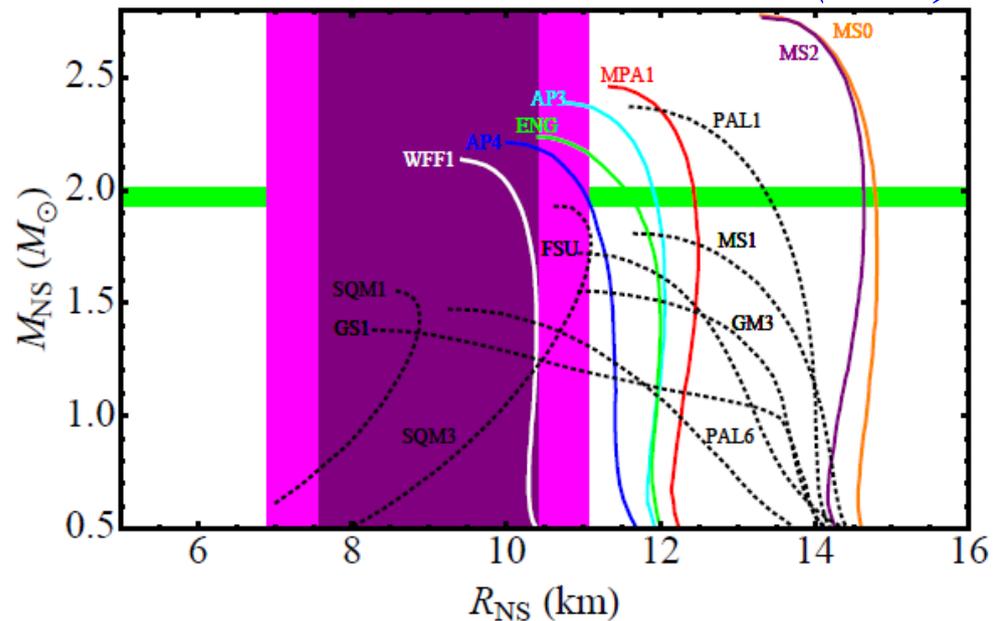


Waki et al.,  
PASJ36('84)819

# Compact NS puzzle

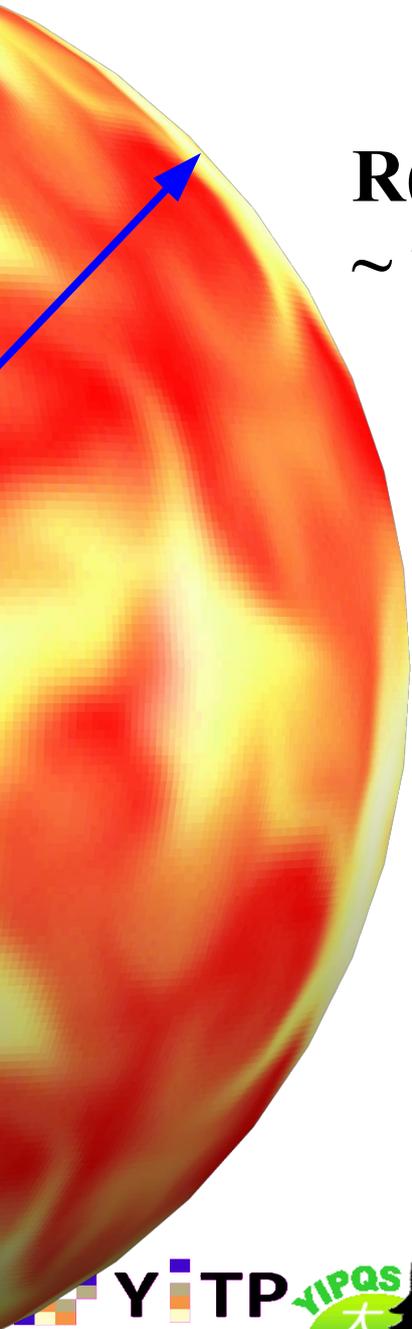
- Some analyses suggest smaller  $R_{NS}$  than nucl. phys. predictions.
- Some make objections.  
**Suleimanov+,  $R_{1.4} > 13.9$  km**  
**Lattimer+,  $R_{1.4} = 12 \pm 1.4$  km**

*Guillot et al. (2013)*

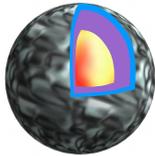


*Lattimer, Steiner (2014).*

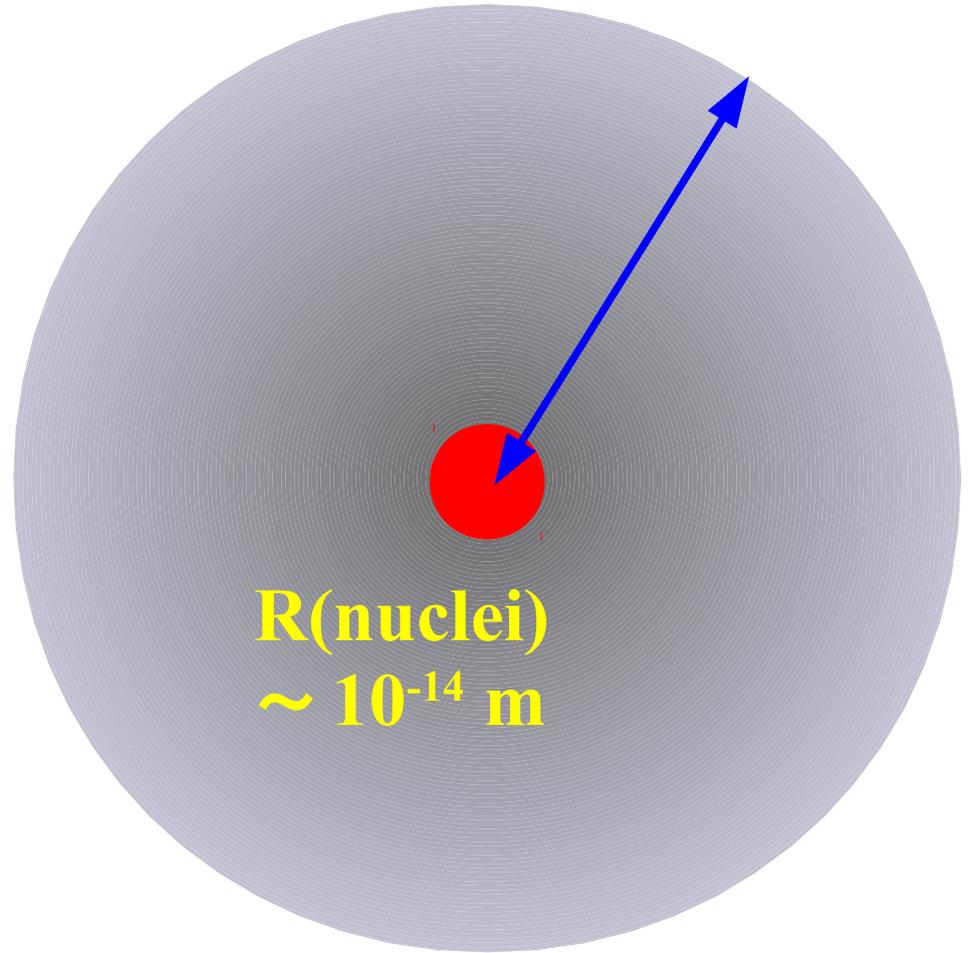
# Neutron Star Density



**R(Sun)**  
**~ 700,000 km**



**R(NS)~ 10 km**  
**M(NS)~1.4 M<sub>⊙</sub>**



**R(atom)**  
**~ 10<sup>-10</sup> m**

**R(nuclei)**  
**~ 10<sup>-14</sup> m**

***Very High Density !***

$$m_N \rho(NS) \sim (2-7) \times 10^{14} \text{ g / cm}^3 \sim (1-3) m_N \rho_0$$

# Neutron Stars are supported by Nuclear Force !

- Average density of NS  $\sim (1-3) \rho_0$ , Max. density  $\sim (5-10) \rho_0$   
→ Supported by Nuclear Force  
c.f. White Dwarfs are supported by electron pressure.

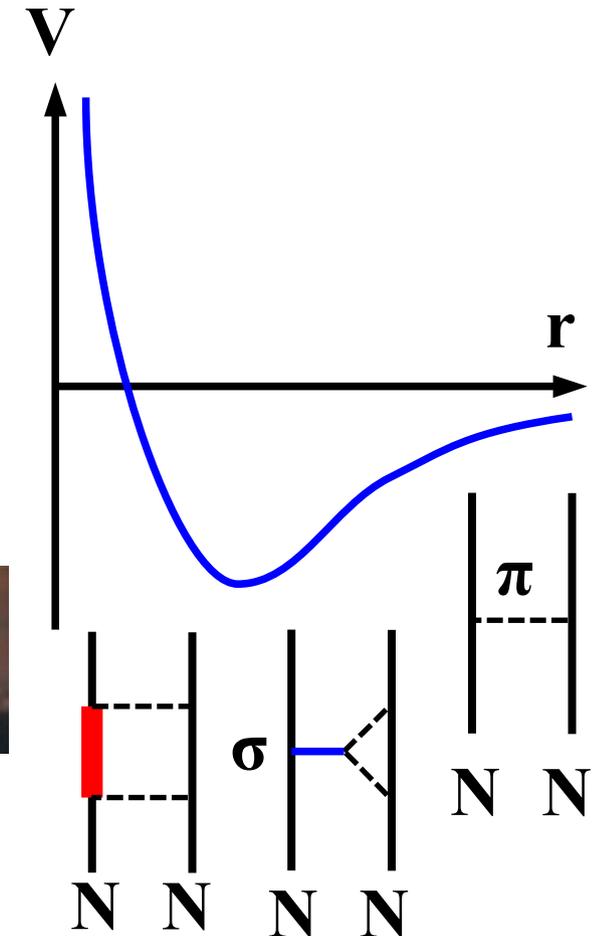
## ■ Nuclear Force

- Long-range part:  $\pi$  exchange  
*Yukawa (1935)*



- Medium-range attraction:  
2  $\pi$  exchange,  $\sigma$  exchange, ....  
*Nambu, Jona-Lasinio (1961)*

- Short-range repulsion:  
Vector meson exchange,  
Pauli blocking btw. quarks  
Gluon exchange  
*Neudatchin, Smirnov, Tamagaki;  
Oka, Yazaki; Aoki, Hatsuda, Ishii*

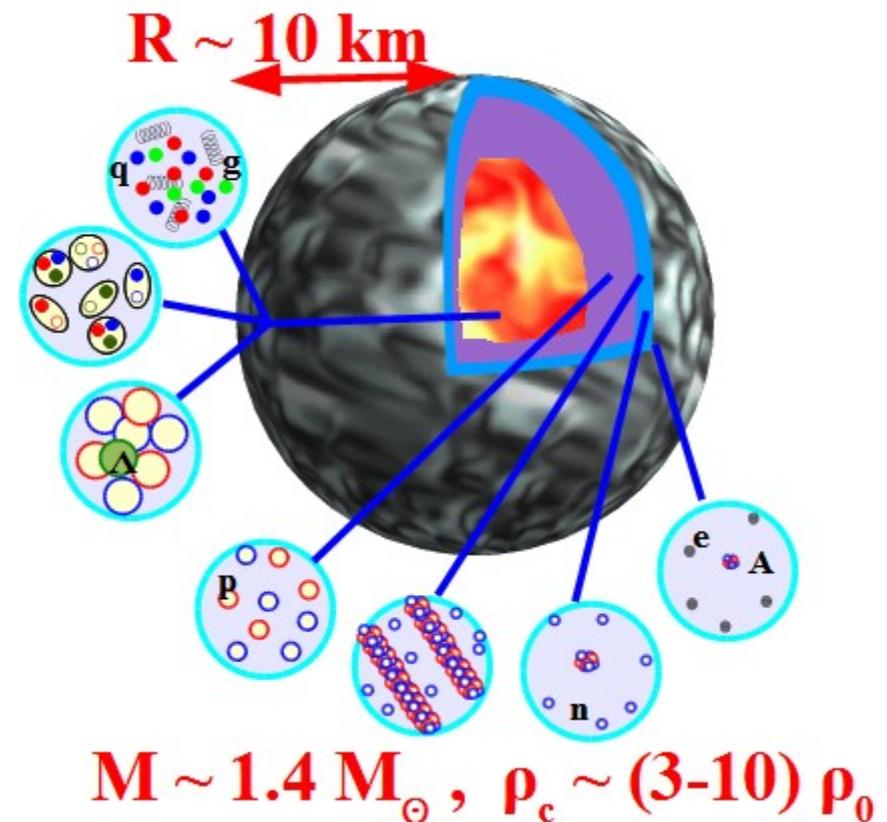


---

# 中性子星の構造と状態方程式

# 中性子星の組成 (1)

- 中性子星って中性子だけからできているんですか？  
→ いや、いろいろな粒子が混ざっています。
- 中性子星表面：通常の物質 = 鉄などの原子核と電子
- 中性子星の外殻 (クラスト)
  - 電子密度が増えてくると、「電子 + 陽子」よりも中性子の方がエネルギーが低くなる  
→ 中性子過剰な原子核と電子
  - さらに密度が上がると、原子核の中で中性子がこぼれだす  
→ 原子核と中性子と電子 (neutron drip,  $4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$ )
  - 原子核が一系列に融合した「パスタ」ができるかも。



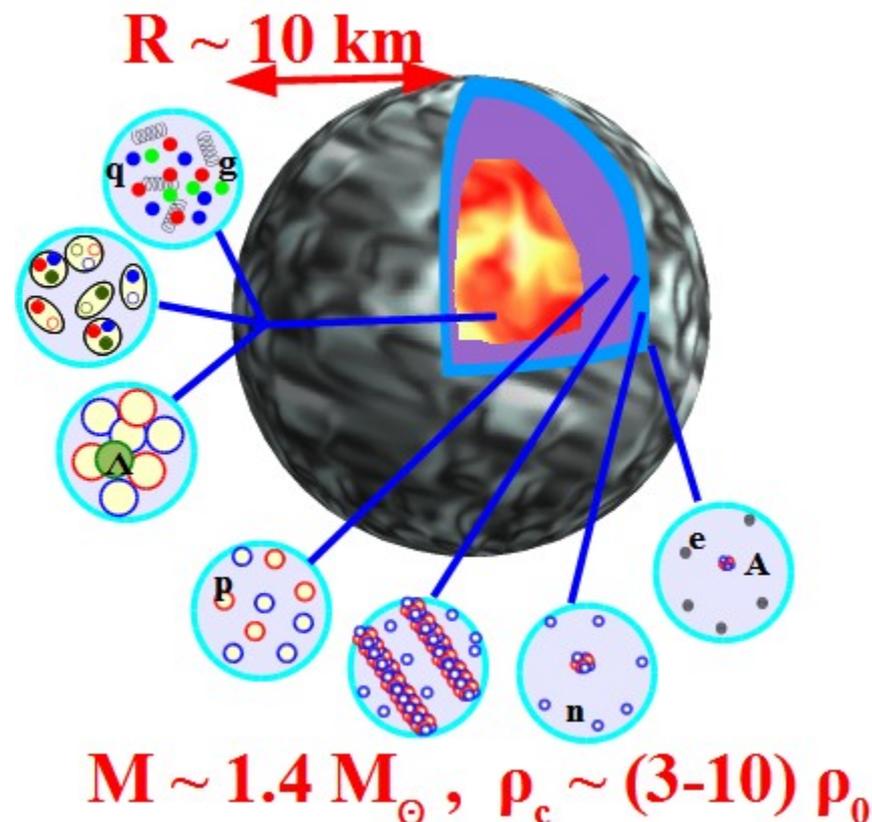
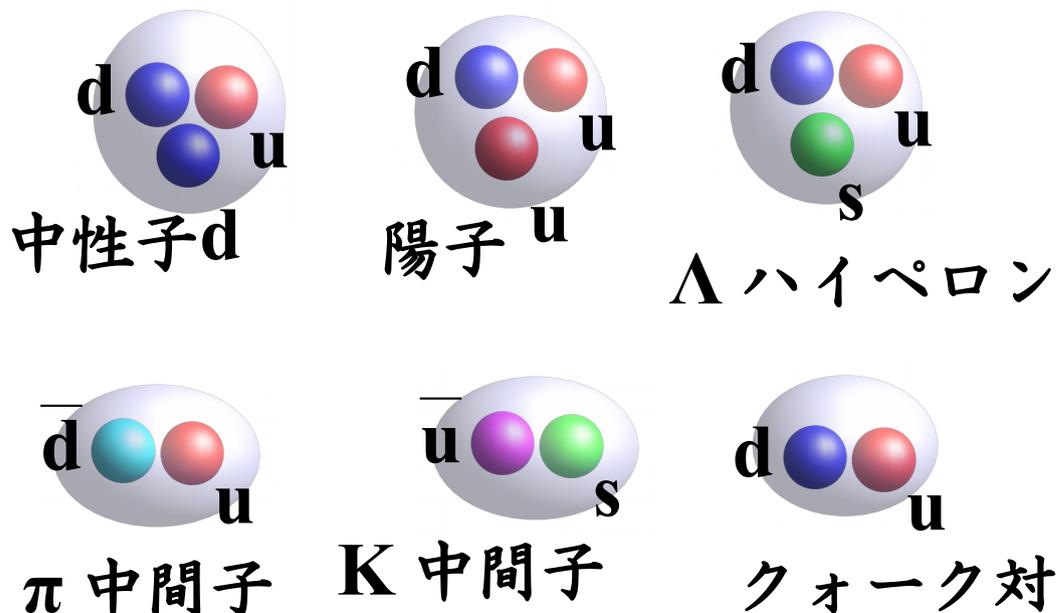
# 中性子星の組成 (2)

## ■ 中性子星コア (outer core)

- 原子核密度の 1~2 倍程度：原子核が融けて、一様な物質へ  
→ 中性子・陽子・電子 (陽子・電子は中性子の 10% 程度)

## ■ 中性子星中心部 (inner core)

- 原子核密度の 2 倍以上
- 何が現れるかわかっていない



# 中性子星の構造

- 中性子星の内側は見えないのに、  
どうやって組成がわかるのですか？  
→ 質量や半径からある程度推測できます。

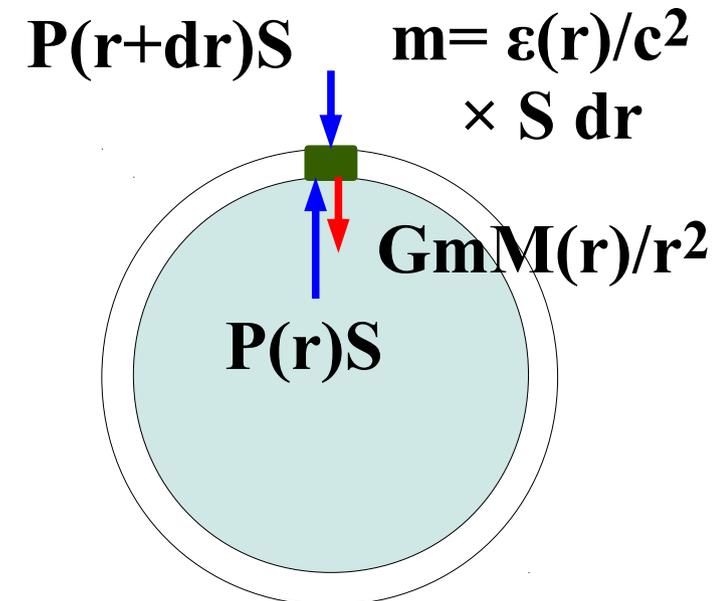
- 静水圧平衡  
小さな箱を考えて、  
外の圧力 + 重力 = 内の圧力

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M \epsilon / c^2}{r^2}$$

- Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式  
(一般相対論補正を含む静水圧平衡)

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{(\epsilon / c^2 + P / c^2)(M + 4\pi r^3 P / c^2)}{r^2 (1 - 2GM / rc^2)}$$

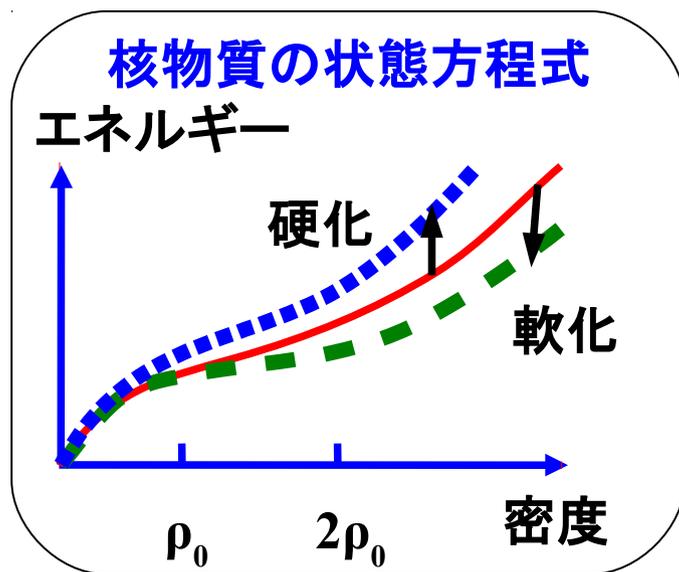
$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon / c^2, \quad P = P(\epsilon) \quad (\text{EOS})$$



$M(r)$ :  $r$  までの質量  
 $\epsilon(r)$ : エネルギー密度  
 $P(r)$ : 圧力

# 状態方程式とMR(質量-半径)曲線

- 状態方程式が与えられると質量と半径の関係 (MR 曲線) が一意的に求まる。  
→ 中性子星の MR 曲線は相互作用モデルを判別する

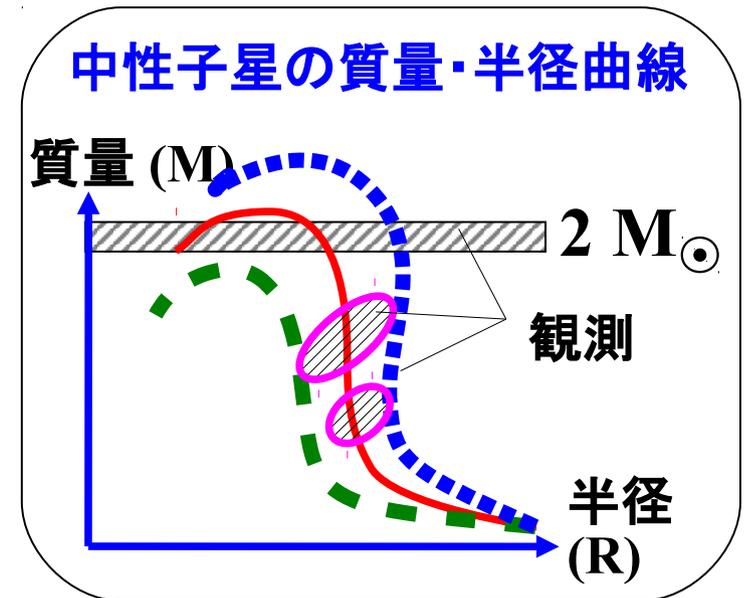


予言

TOV 方程式

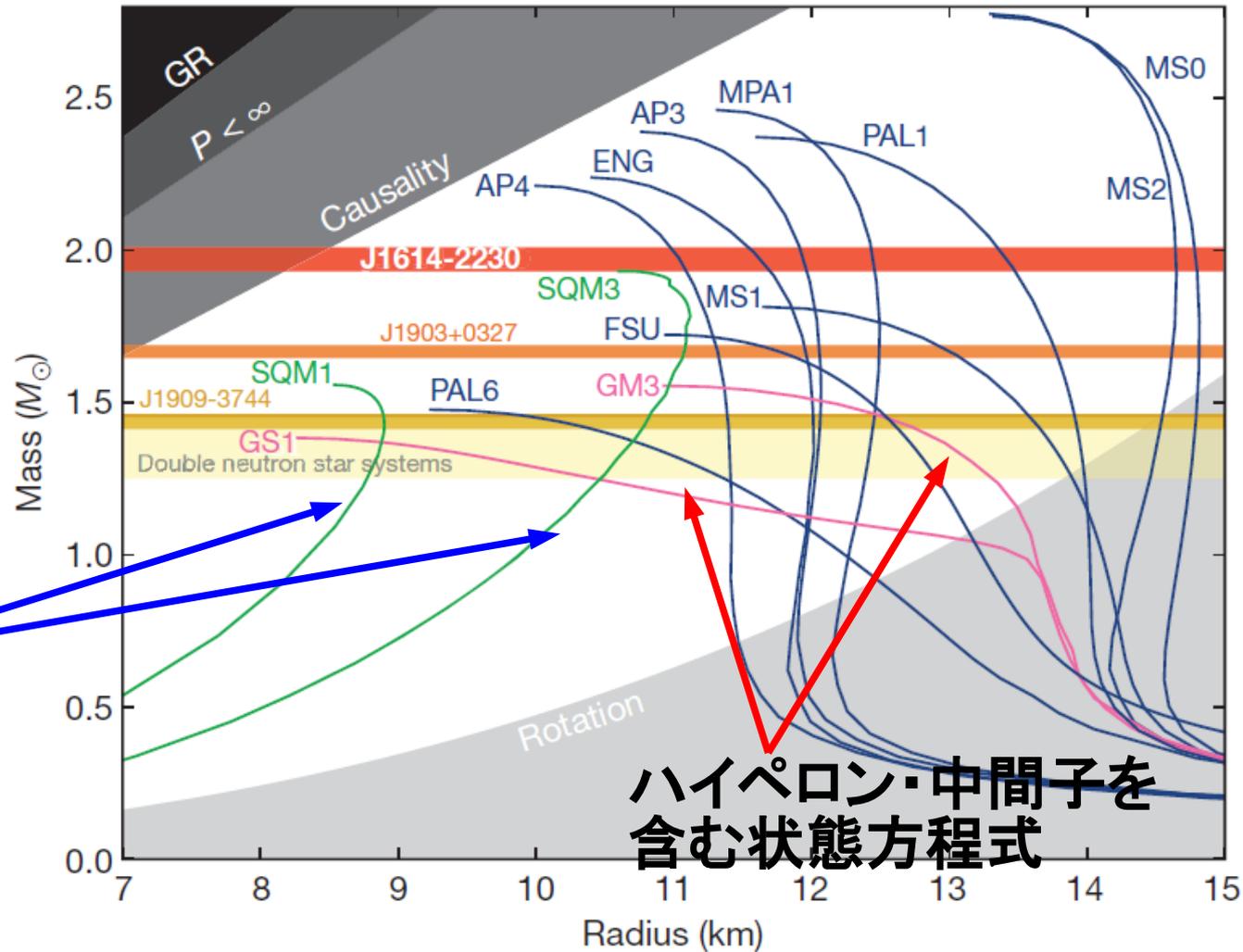
$$\frac{dP}{dr} \simeq - \frac{GM \varepsilon / c^2}{r^2}$$

検証



# 重い中性子星とハイペロン・パズル

- 2010年の大ニュース：重い中性子星の発見  
→ 核子以外のハドロンを含む状態方程式を棄却(?)



クォーク物質  
状態方程式

ハイペロン・中間子を含む  
状態方程式

Demorest et al. ('10)

# 重い中性子星とハイペロン・パズル

- 重い ( $\sim 2 M_{\odot}$ ) 中性子星パズル
  - 核子以外のハドロンを考慮すると重い中性子星が支えられない！
  - しかし実験データに基づいて理論計算すると、ハイペロンは現れる。
- 中性子星は核力により支えられている。高密度では更なる力 (斥力、状態方程式の硬化) が必要。いかにして理解できるか？

# まとめ

- 原子核物理学の研究対象が大きく広がっている。不安定核、超重核、ハイパー核、高温・高密度物質、...
- 原子核の半径・質量から核物質の概念が見出され、その状態方程式は重イオン衝突やコンパクト天体現象を理解する基礎となっている。
- 中性子星の質量・半径観測も進んでいる。中性子星内部では表面から中心部にかけて様々な密度の物質が現れる。質量・半径(M-R)曲線は状態方程式と1対1対応する。
- 近年発見された重い中性子星はハイペロン・パズルを投げかけている。新学術領域科研費研究「中性子星核物質」(代表:田村 @ 東北大)も進行中。

---

*Thank you !*

---

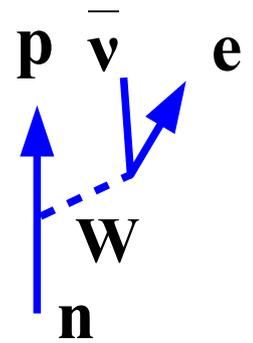
*A little on NS cooling & Magnetic Field*

# Neutron Star Cooling

## ■ Direct URCA process

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad e^- + p \rightarrow n + \nu_e$$

- Dominant at high T ( $T > 10^9$  K)
- Suppressed at low T ( $T < 10^9$  K)



*Casino de Urca @ Rio*

## ■ Modified URCA process

$$n + n \rightarrow n + p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad n + p + e^- \rightarrow n + n + \nu_e$$

- “Standard” cooling process of young NS ( $t < 10^4$  yrs,  $T > 10^8$  K)

## ■ Non-standard cooling processes

### ● Y-URCA

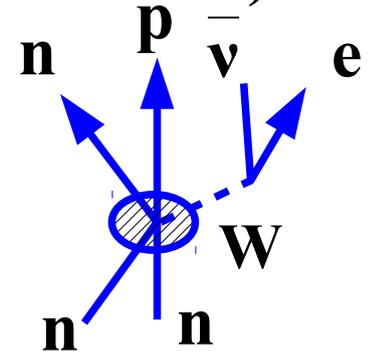
$$Y \rightarrow N + e^- + \bar{\nu}_e, \quad e^- + Y \rightarrow N + \nu_e$$

### ● $\pi$ cooling

$$\pi^- + n \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e, \quad n + e^- \rightarrow n + \pi^- + \nu_e$$

### ● quark beta decay

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e, \quad u + e^- \rightarrow d + \nu_e$$



# Direct URCA suppression

## ■ D-URCA is suppressed at $Y_p < 0.11$

- Equilibrium condition:  $\mu_n = \mu_p + \mu_e$

$$\frac{P_F^2(n)}{2M_n} + M_n + U_n = \frac{P_F^2(p)}{2M_p} + M_p + U_p + P_F(e)$$

- Charge neutrality:  $P_F(p) = P_F(e)$

- Momentum conservation for zero momentum  $\nu$  emission

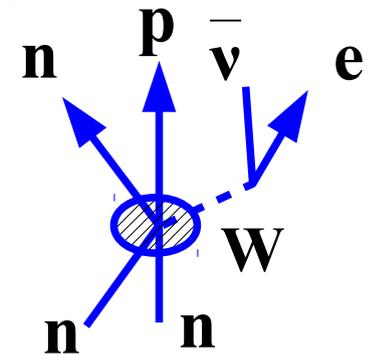
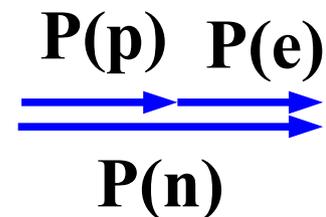
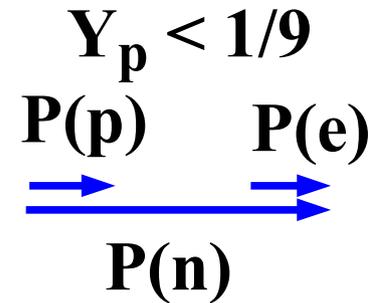
$$P_F(n) = 2P_F(p) \rightarrow Y_p = Z/(N + Z) = 1/9 = 0.11$$

- Y-DURCA and q-DURCA is free from suppression

## ■ M-URCA is slow

$$\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{\hbar V} \int \delta(E_f - E_i) \delta^3(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) |H_{fi}|^2 f_1 f_2 (1 - f'_1) (1 - f_p) (1 - f_e) \prod_i V \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3}$$

$$L_\nu^{\text{mURCA}} = C \frac{M}{M_\odot} \left( \frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/3} \left( \frac{T}{10^9 \text{ K}} \right)^8 \quad (C \simeq (0.8 - 5) \times 10^{39} \text{ erg/s})$$

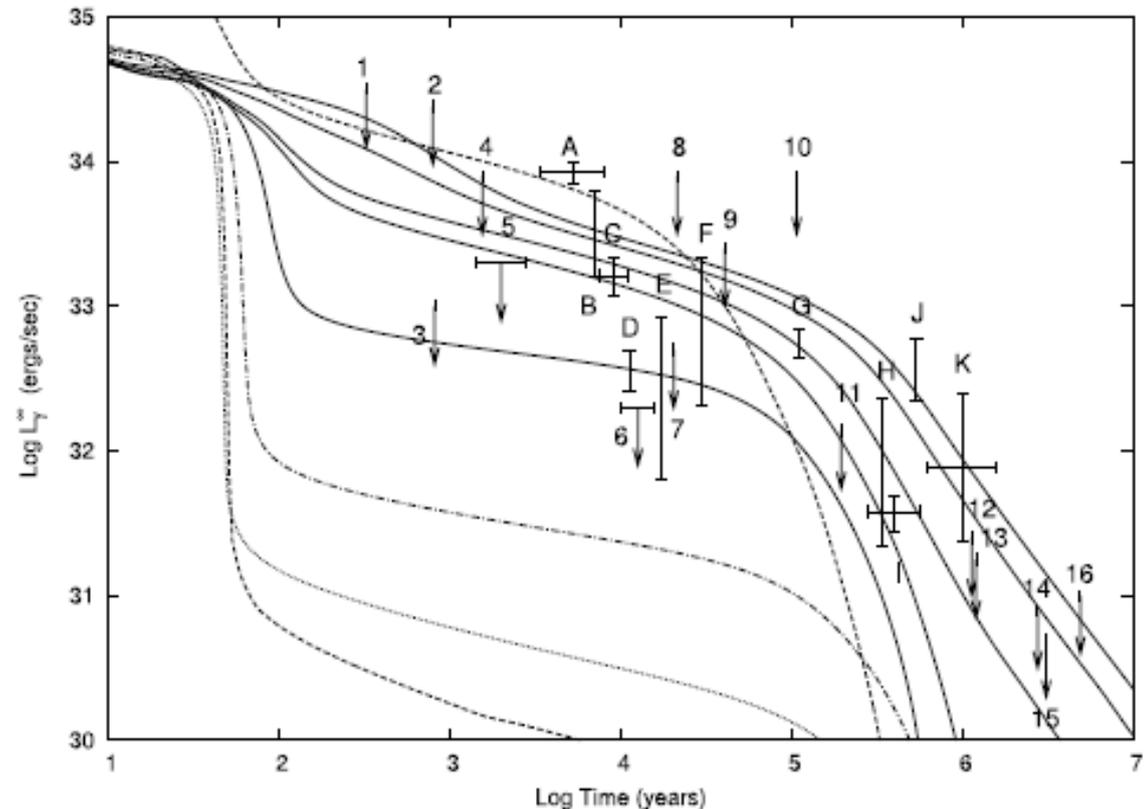


*Shapiro textbook*

# Neutron Star Cooling (cont.)

- Many of neutron star temperature observations are consistent with “standard” modified URCA cooling (with some heating).
- Some require faster cooling. Need some exotics.
- Exotic cooling is too fast if there is no suppression mechanism. Superfluidity is a promising candidate.

THERMAL EVOLUTION OF HYPERON-MIXED NEUTRON STARS



*S. Tsuruta, Grossmann Medalist, 2015*

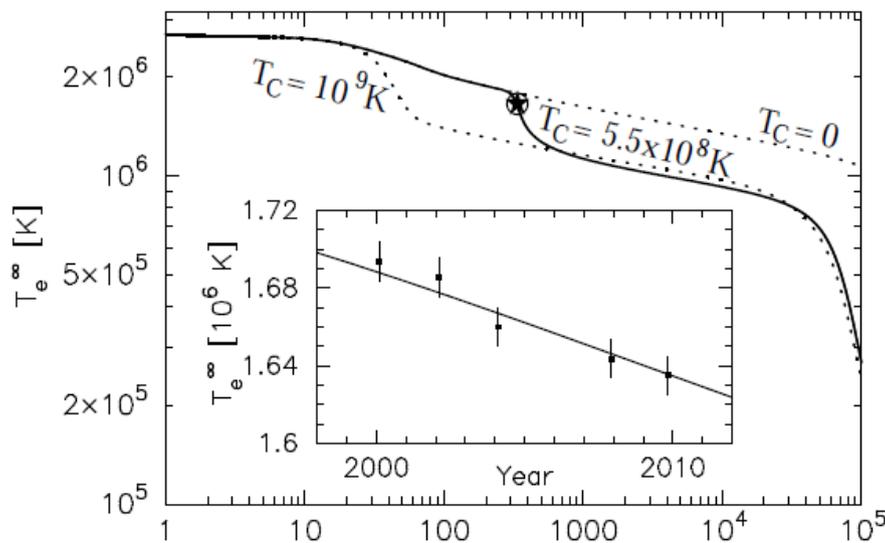
*Tsuruta et al., ('09)*

# Nuclear Superfluidity and Cooling Curve

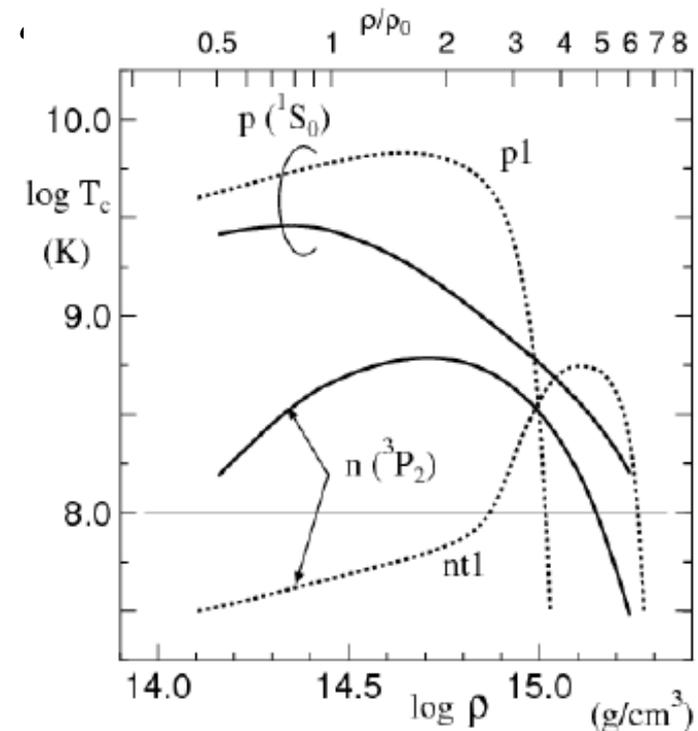
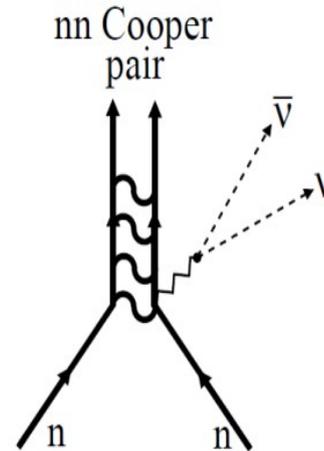
## ■ Surface T measurement and Cooling curve

- Stable superfluid → Gap → Suppression of  $\nu$  emission
- Onset of superfluidity → Rapid cooling
- Precise T and Cooling rate measurement in Cas A  
*Heinke, Ho, ApJ 719('10) L167 [arXiv:1007.4719]*  
*Page et al., PRL 106 ('11) 081101 [arXiv:1011.6142]*

## ■ Can we predict the pairing cap around $5\rho_0$



Age [yrs] *Page et al., 2011*



*Takatsuka*

# Magnetic Field

## ■ Magnetic Dipole Model

(cf. Shapiro, Teukolsky)

### ● Magnetic Dipole Moment

$$|\mathbf{m}| = \frac{1}{2} B_p R^3 ,$$

$$\dot{E} = - \frac{2}{3c^3} |\ddot{\mathbf{m}}|^2 = - \frac{B_p^2 R^6 \Omega^4 \sin^2 \alpha}{6c^3}$$

### ● Rotation Energy of NS

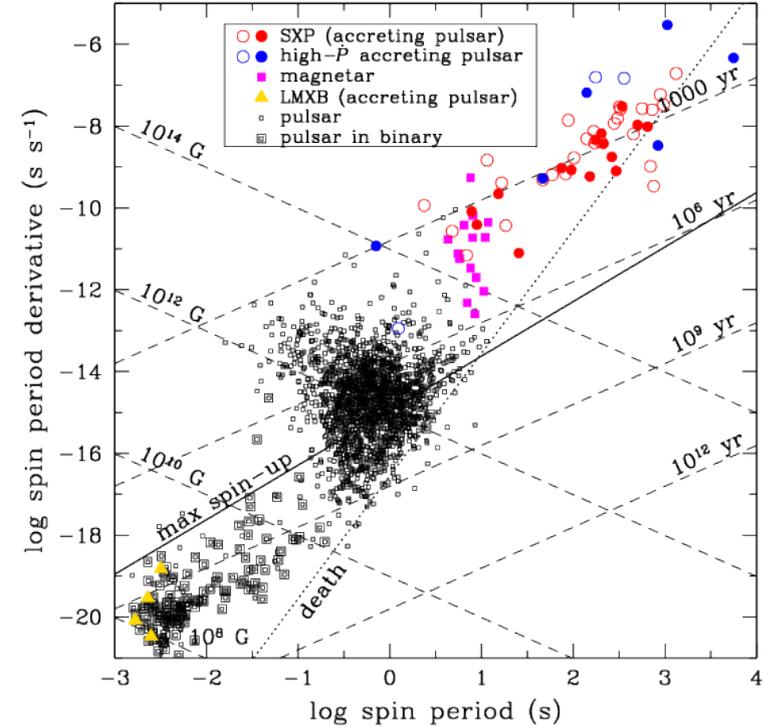
$$E = \frac{1}{2} I \Omega^2 , \quad \dot{E} = I \Omega \dot{\Omega} ,$$

$$T \equiv - \left( \frac{\Omega}{\dot{\Omega}} \right)_0 = \frac{6Ic^3}{B_p^2 R^6 \sin^2 \alpha \Omega_0^2} ,$$

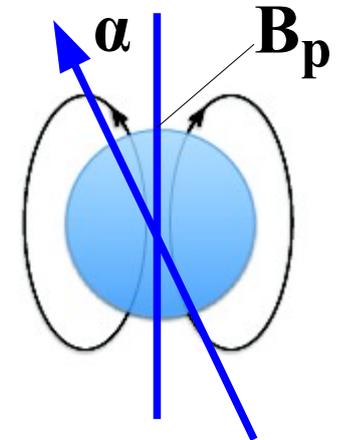
age :  $t \simeq T/2$

## ■ Magnetic field in NS $B = 10^{12} - 10^{15}$ G

### ● From P and dP/dt, we can guess B and t (age) of NS



*Ho, Klus, Coe, Andersson ('13)*

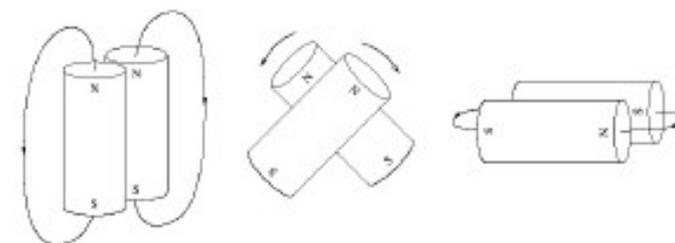
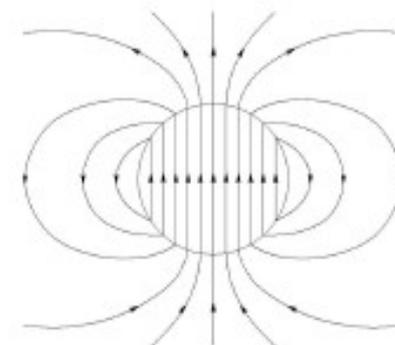


# Origin of Strong Magnetic Field

## ■ How can we make strong B ?

*cf. H. C. Spruit, AIP Conf.Proc.983('08)391.*

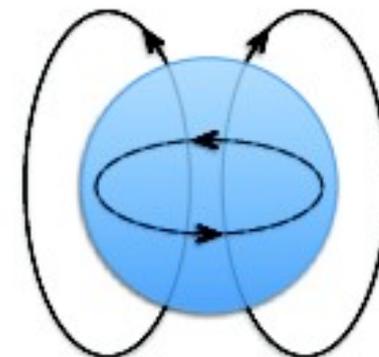
- Fossil field hypothesis (化石磁場)  
(flux conservation)
- Dynamo process in progenitor star evolution
- Ferromagnetism  
*e.g. Yoshiike, Nishiyama, Tatsumi ('15)*



*Flowers, Ruderman ('77)*

## ■ How can we keep strong B ?

- Dipole magnetic field is not stable  
Flowers, Ruderman ('77)
- Finite magnetic helicity  $\mathcal{H} = \int dx A \cdot B$



makes magnetic field stable.

*Prendergast ('56); AO, N. Yamamoto, arXiv:1402.4760;*

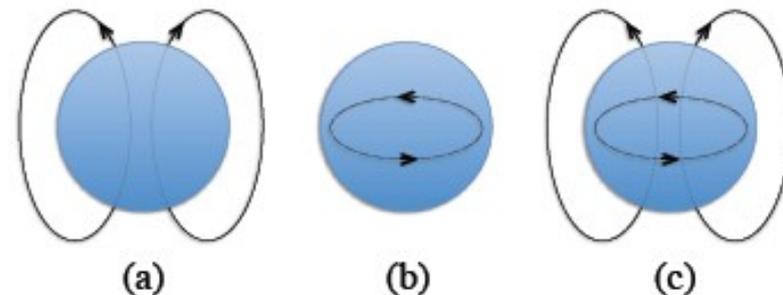
*D. Grabowska, D. B. Kaplan, S. Reddy, PRD('15)085035.*

# Chiral Plasma Instability ?

## ■ Chiral Plasma Instability

*AO, N. Yamamoto, arXiv:1402.4760*

- Left-handed electrons are eaten in electron capture  $\rightarrow$  chiral chem. pot.



- Chiral plasma instability:  $N_5$  is converted to magnetic helicity

*Akamatsu, Yamamoto ('13, '14)*

$$j_z = \frac{2\alpha}{\pi} \mu_5 B_z, \quad \frac{d}{dt} \left( N_5 + \frac{\alpha}{\pi} \mathcal{H} \right) = 0, \quad N_5 = \int dx n_5$$

- Finite magnetic helicity makes magnetic field stable.

$$\mathcal{H} = \int dx A \cdot B$$

- Electron Mass may kill the instability.

*D. Grabowska, D. B. Kaplan, S. Reddy, PRD('15)085035*