原子核基礎論A（シラバス）

- 担当 : 大西 (基研) 、板垣 (基研)
- 授業の概要・目的
  - まず原子核の基本的性質、およびスピン・アイソスピン依存性や斥力芯の存在などの核力の基本的性質について概観し、中間子交換や強い相互作用の基礎理論である量子色力学 (QCD)に基いてそれらの起源について議論する。また、密度や温度を変化させたときの核物質の性質・状態方程式について概観する。
  - 次に、原子核の性質を理解することを目的に、核子の多体として見た場合に核構造を記述するためにどのような描像があり得るのか、基本的な模型から現代的なアプローチまでを概観し、多様な現象のいくつかを解説する。
- 到達目標
  - 半径や質量、殻効果などの原子核の基本的性質、スピン・アイソスピン依存性や内部斥力芯の存在など核力の現象論的特徴を把握し、これらがどのような観測データから導かれるかを理解する。また核子・中間子自由度、および QCD に基づく核力の起源、核力から原子核を記述する理論的枠組み、核物質の相図と状態方程式について、その概要を把握する。
  - 核力の理解を基礎に、核構造を記述する基本的な模型から平均場理論やクラスター理論など現代的なアプローチの基本概念とその手法について理解する。宇宙での元素合成を含む多様な核現象を基礎理論に関連付けて理解する。

原子核基礎論A（シラバス, cont.)

- **授業計画と内容**

  核力と量子色力学、核物質の性質、原子核構造に関して理論模型のいくつかをとりあげながら最近の発展を紹介する。

  - 1. はじめに（原子核の基本的性質）(2 コマ)
  - 2. 核力とその起源 (3 コマ)
  - 3. 核物質の相図と状態方程式 (2 コマ)
  - 4. 核力再説 (1 コマ)
  - 5. 液滴模型と核物質 (1 コマ)
  - 6. シェル模型と平均場模型 (2 コマ)
  - 7. クラスター模型と第一原理計算 (1 コマ)
  - 8. 最近の話題（講義の途中でもとりあげる）(1 コマ)
    不安定核の構造、宇宙の元素合成

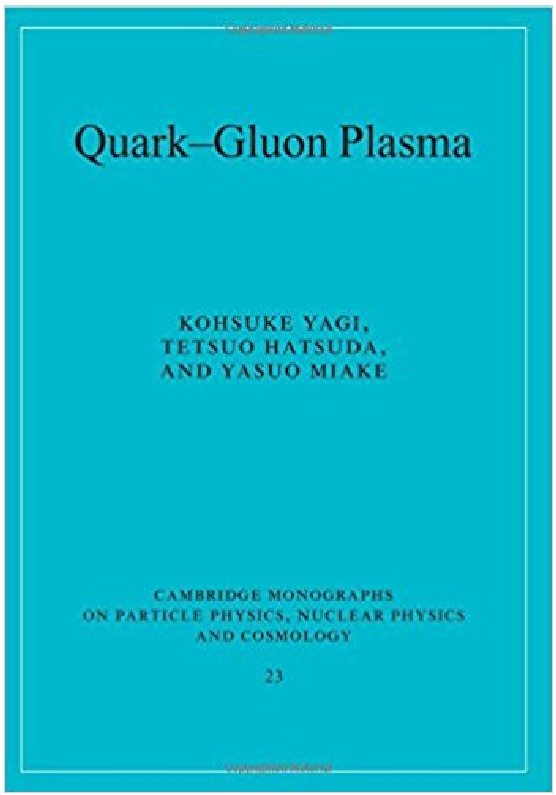
- **成績評価の方法・観点及び達成度**
  - レポート試験の成績（80 %） 平常点評価（20 %）
    平常点評価には、出席状況および討論への積極的な参加の有無を参考にする。

核物質の相図と状態方程式

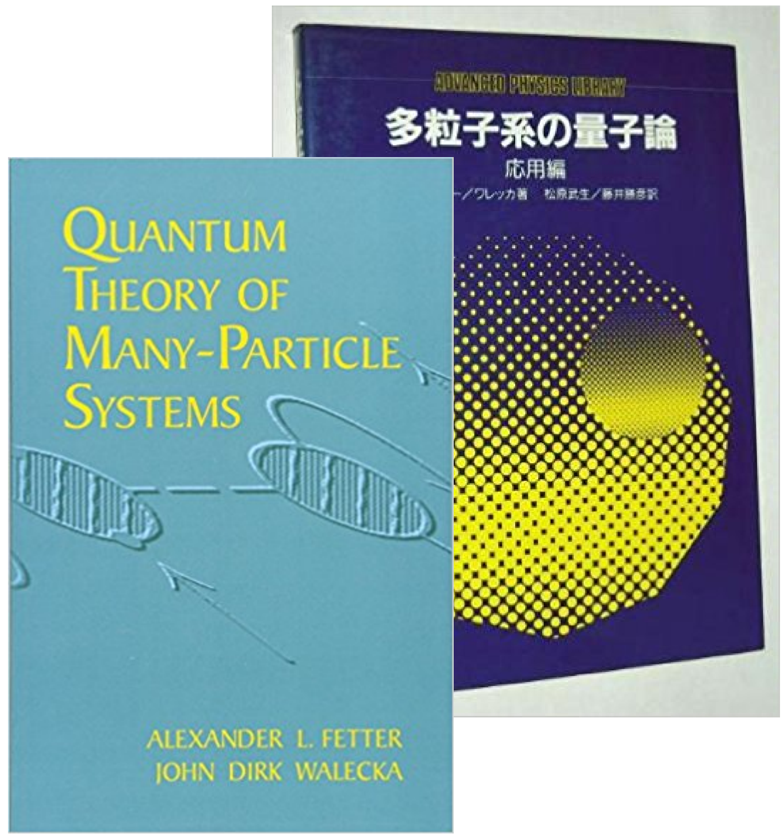
- QCD 相転移と核物質の相図
  - QCD 相転移、格子 QCD 計算、有効模型
- 核物質状態方程式の現象論
  - 核物質パラメータ、対称エネルギー、中性子星物質
- 核力から核物質へ
  - 平均場理論 (密度汎関数) 、有効相互作用、第一原理計算

参考書

- Sec. 3 では八木・初田・三明、Fetter-Walecka 、国広さんのテキストを参考にしています。



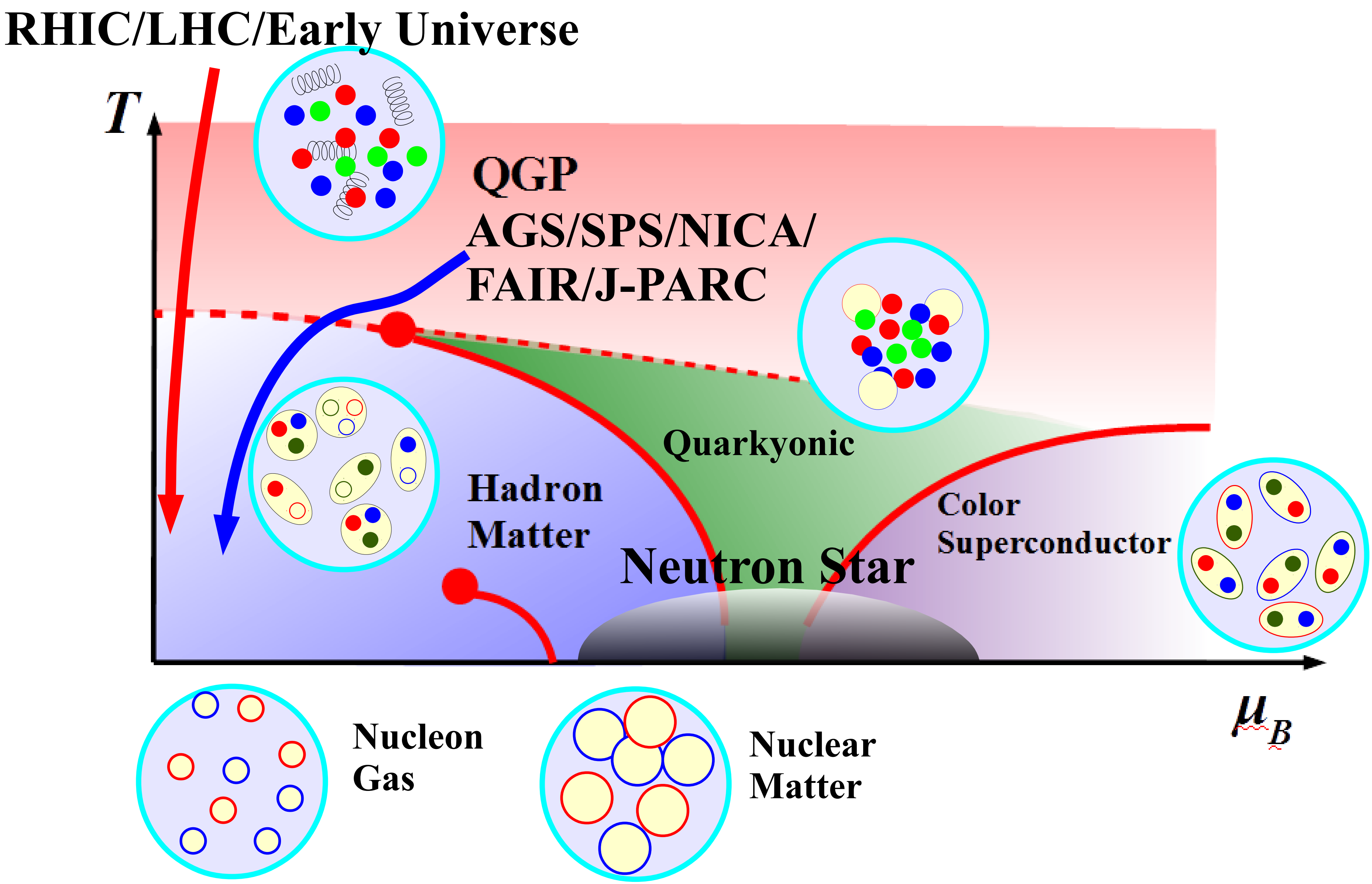
Quark-Gluon Plasma: From Big Bang to Little Bang, Yagi, Hatsuda, Miake (10465 円)



Quantum Theory of Many-Particle Systems Fetter, Walecka (4116 円)

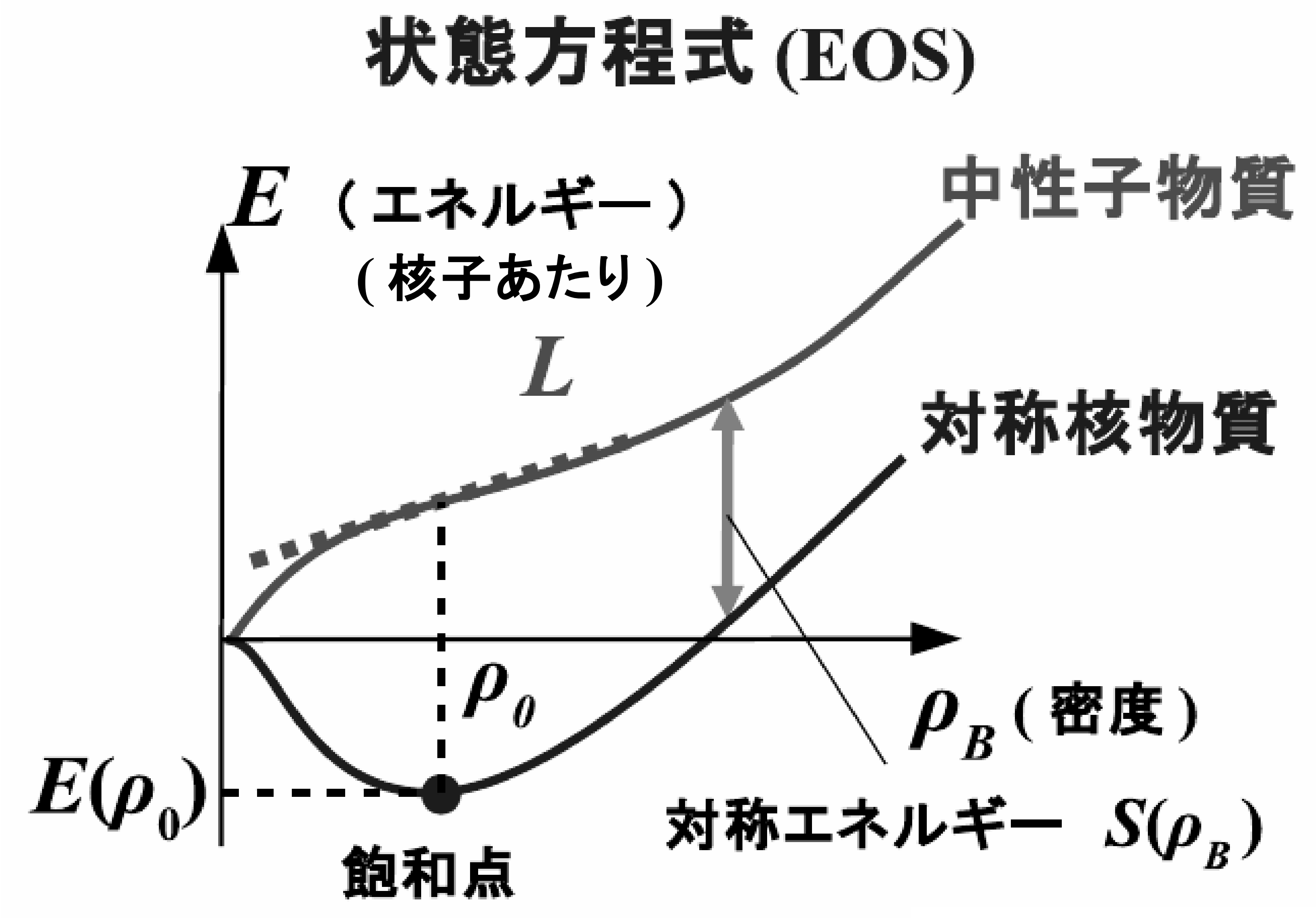
クォークハドロン物理学入門、国広悌二（2417 円）

核物質の相図



AO, PTPS 193('12)1

核物質の状態方程式

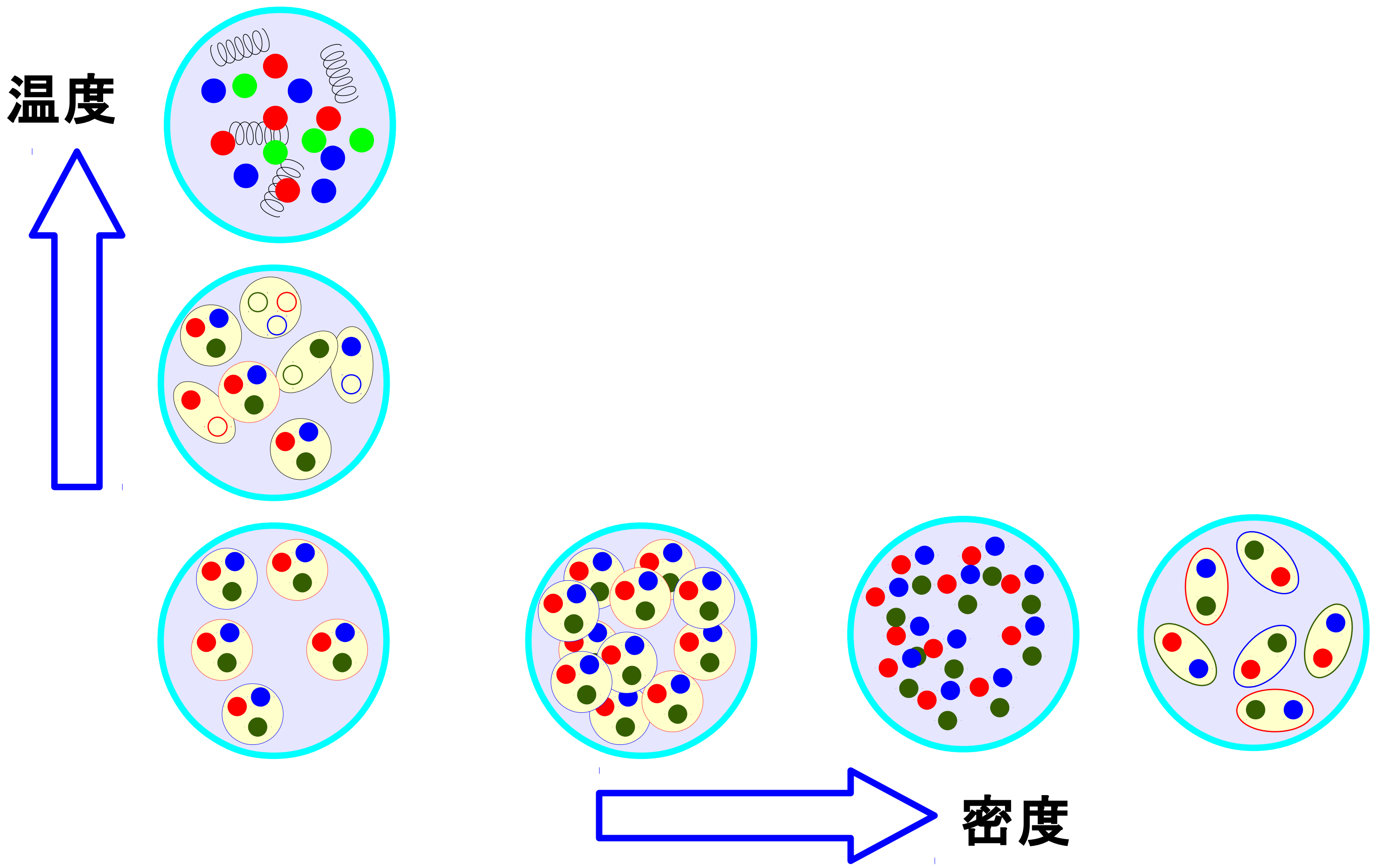


$$\varepsilon = \rho E \;, P = \rho^2 \frac{\partial E}{\partial \rho}$$

QCD 相転移と核物質の相図

QCD 相転移

- 漸近的自由性 (大きなエネルギースケールでは結合定数 → 0)
  → 核物質 (ハドロン物質) は、高温・高密度においては
  クォーク・グルーオンからなる物質になるはず
  (QCD 相転移)



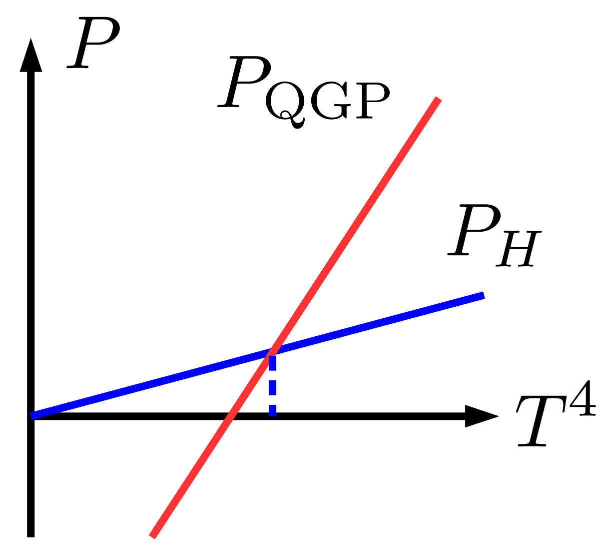
QCD 相転移温度の簡単な評価

- **Massless Free Gas (Stefan-Boltzmann 則)**

$$P = \frac{\pi^2}{90} T^4 \left(\sum_B g_B + \frac{7}{8} \sum_F g_F \right)$$

- **Hadron gas ~ massless free pion gas**

$$P_H = \frac{\pi^2}{90} T^4 \times 3$$



- **Quark Gluon Plasma (QGP)**
~ (massless free) quarks and gluons + vacuum

$$P_{\mathrm{QGP}} = \frac{\pi^2}{90} T^4 \left(2 \times (N_c^2 - 1) + \frac{7}{8} \times 4 \times N_c \times N_f \right) - B$$

$$= \frac{\pi^2}{90} T^4 \times 37 - B$$

- **QCD 相転移**

$$P_H = P_{\mathrm{QGP}} \to T_c = \left[\frac{90}{34\pi^2} \right]^{1/4} B^{1/4} \simeq 0.72 B^{1/4} \simeq 158\mathrm{MeV}$$

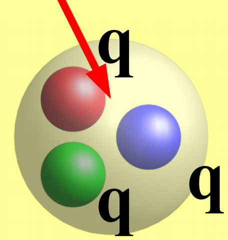
Bag 模型

- **Bag model**
  - カイラル対称性が回復した摂動論的真空となった球の中をクォークが運動

$$M_N = \frac{3x}{R} + \frac{4\pi R^3}{3} B + \cdots$$

クォークの運動エネルギー	摂動論的な真空を作るエネルギー	相互作用、カシミア、周りの中間子の雲、…

カイラル対称性が破れていない摂動論的な真空



カイラル対称性が自発的に破れた物理的真空

  - 球形の bag の中でクォークの Dirac eq. を解いた結果： x = 2.04 …
  - B: カイラル対称性が破れることにより得られるエネルギー密度 : B ~ (220 MeV)^4

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{particle}} - B \to T^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}_{\mathrm{particle}} + g^{\mu\nu} B$$

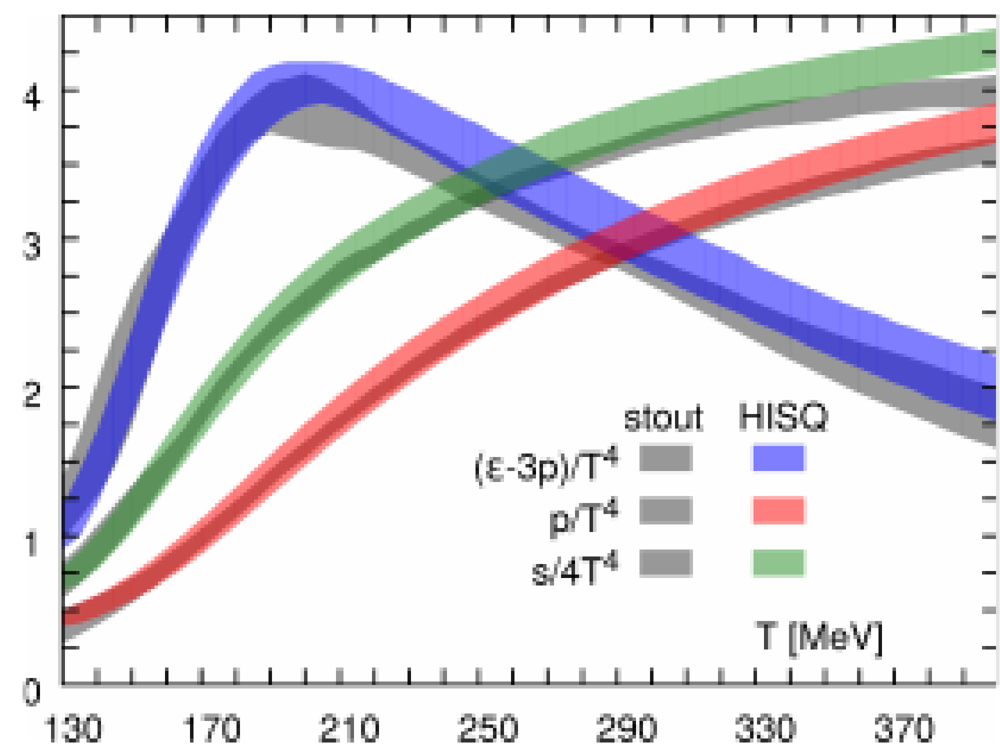
Chodos, Jaffe, Johnson, Thorn, Weisskopf ('74)

クォーク･グルーオン･プラズマの発見 (1)

- 量子色力学 (QCD) に基づく第一原理計算 ＝格子 QCD シミュレーション
- 図 : T^4 で規格化したエネルギー密度と圧力
- T = 150-200 MeV 程度で急激なエネルギー密度の変化
- 圧力はやや滑らかに増加していく

→ QGP への相転移

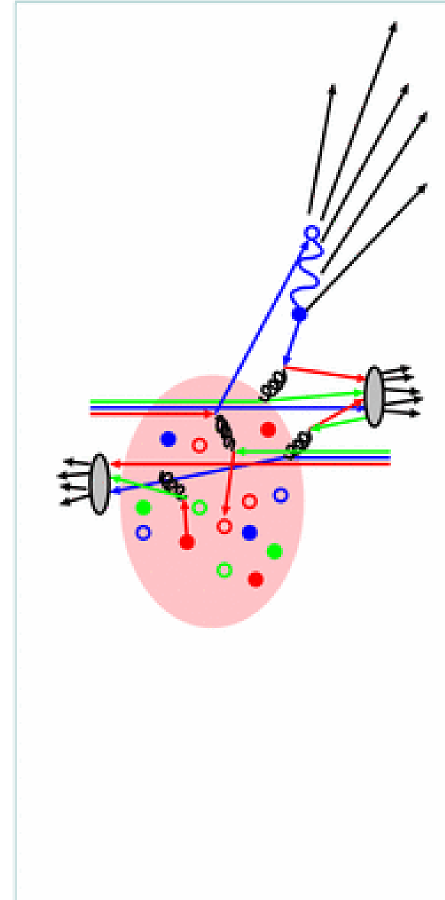
Tc = 154 ± 9 MeV



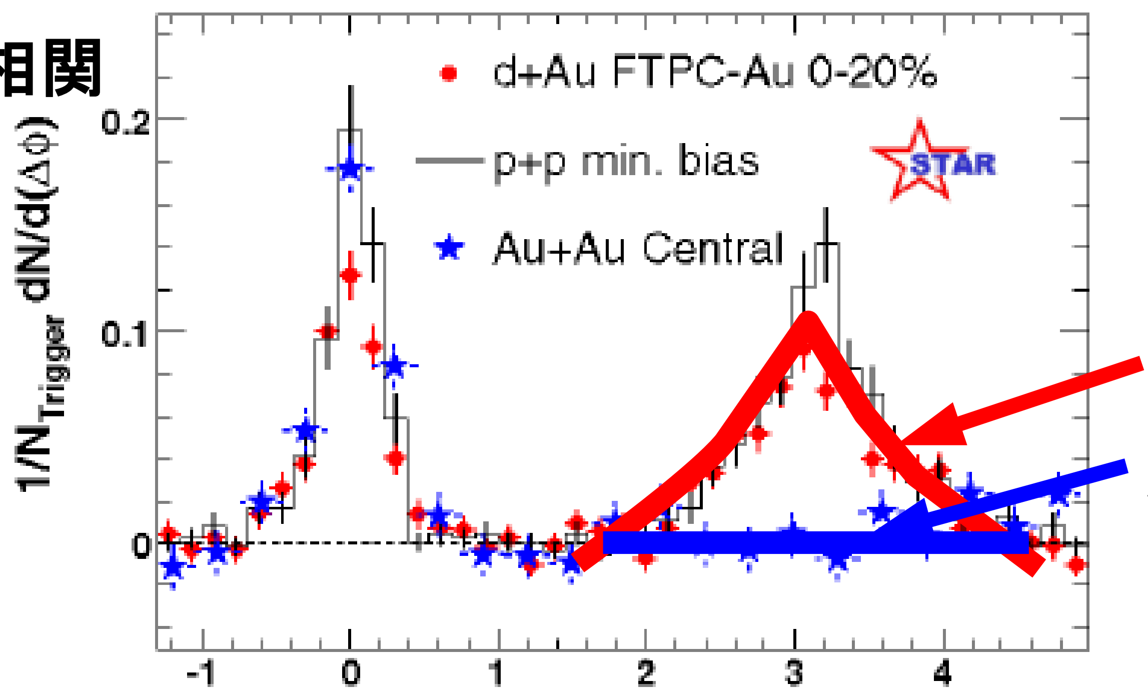
A. Bazavov et al. [HotQCD], PRD90('14)094503.
S. Borsanyi et al., PLB 730 ('14) 99.

クォーク・グルーオン・プラズマの発見 *(2)*

- **QGP 中でのジェットのエネルギー損失**
  - 真空中ではパートン (クォーク、グルーオン) が激しく散乱 + ハドロン化　→　強い方位角 180 度相関
  - QGP が作られると色電荷の分布によりパートンがエネルギーを失う→ 後方での方位角相関の消失
  - RHIC での実験で　d+Au　ではそのまま、Au+Au　衝突では後方相関が消失



相関



d+Au

Au+Au

2粒子間の方位角差Δφ (radians)

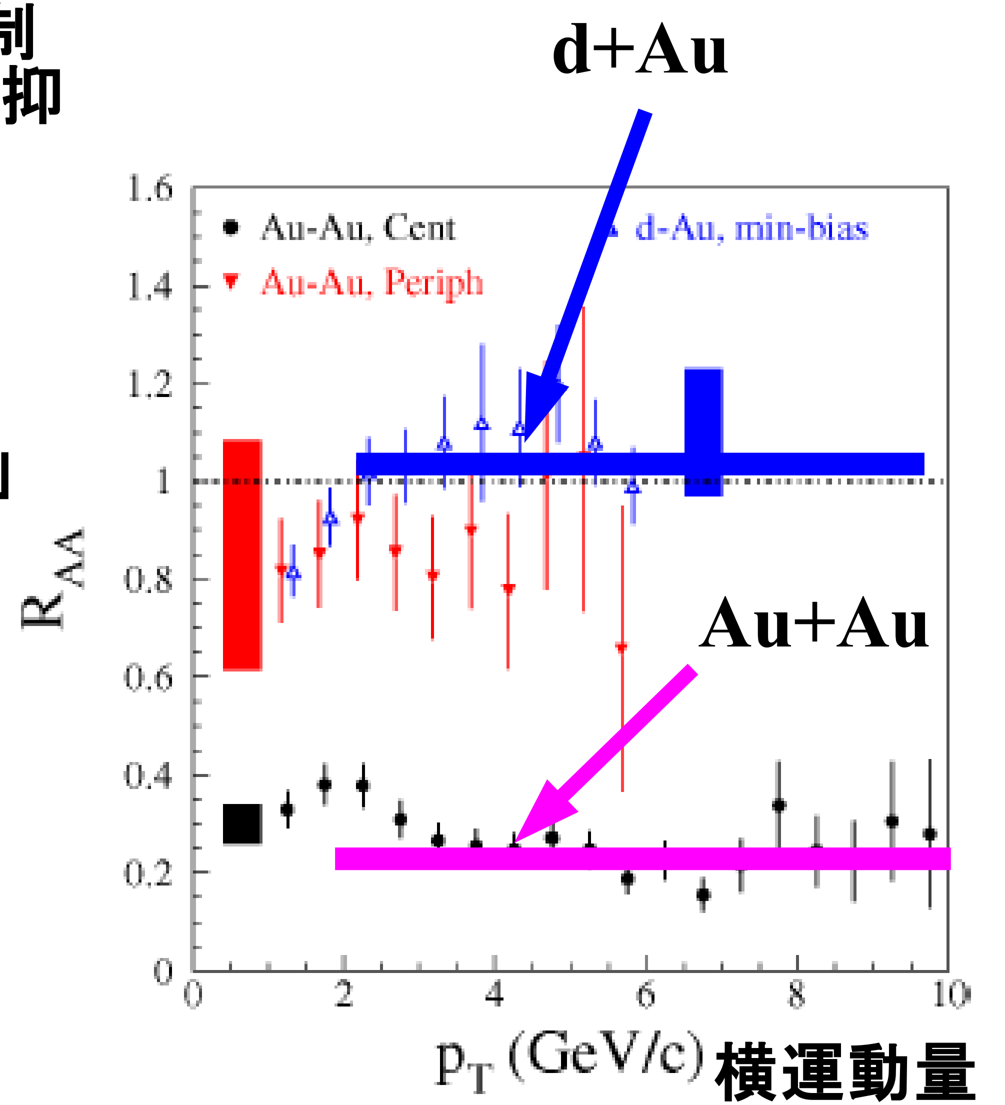
STAR, white paper

クォーク·グルーオン·プラズマの発見 (3)

- 高運動量ハドロンの抑制
  - 高いエネルギーのパートンの抑制 → 高いエネルギーのハドロンの抑制
  - 本当に抑制されているか？

    R_{AA} = 「実際の生成量」 ÷「素過程の重ね合わせ」

  - RHIC での観測
    小さな原子核の衝突 (d+Au)
    → $R_{AA} \sim 1$
    大きな原子核の衝突 (Au+Au)
    → $R_{AA} < 1$

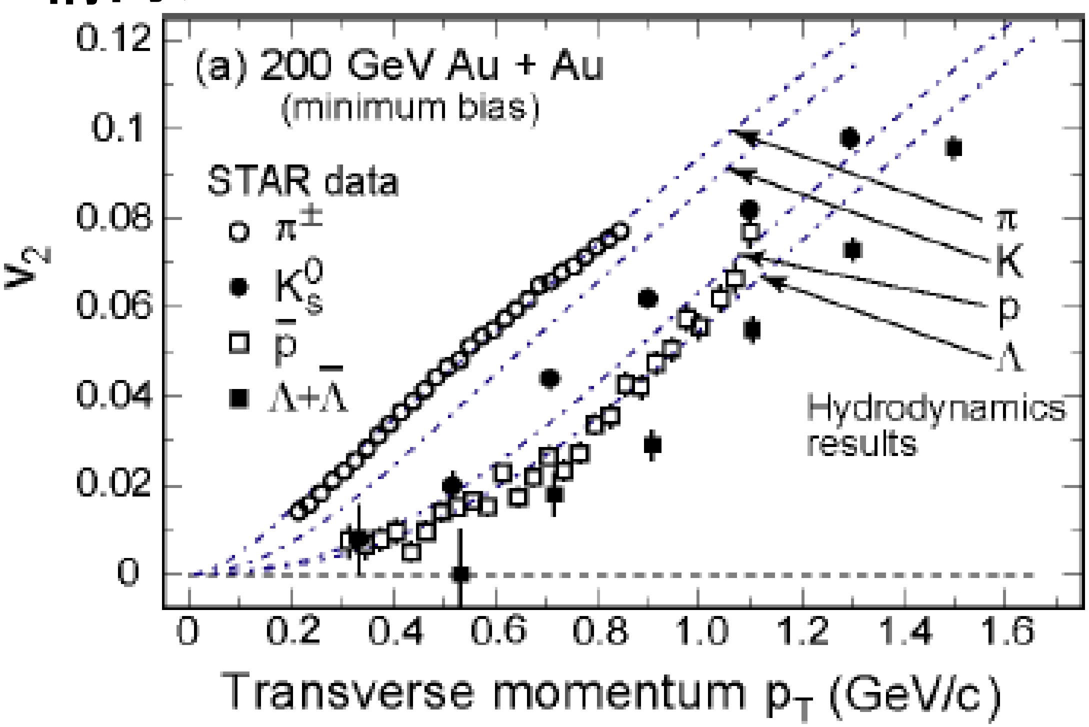


PHENIX White Paper

クォーク･グルーオン･プラズマの発見 (4)

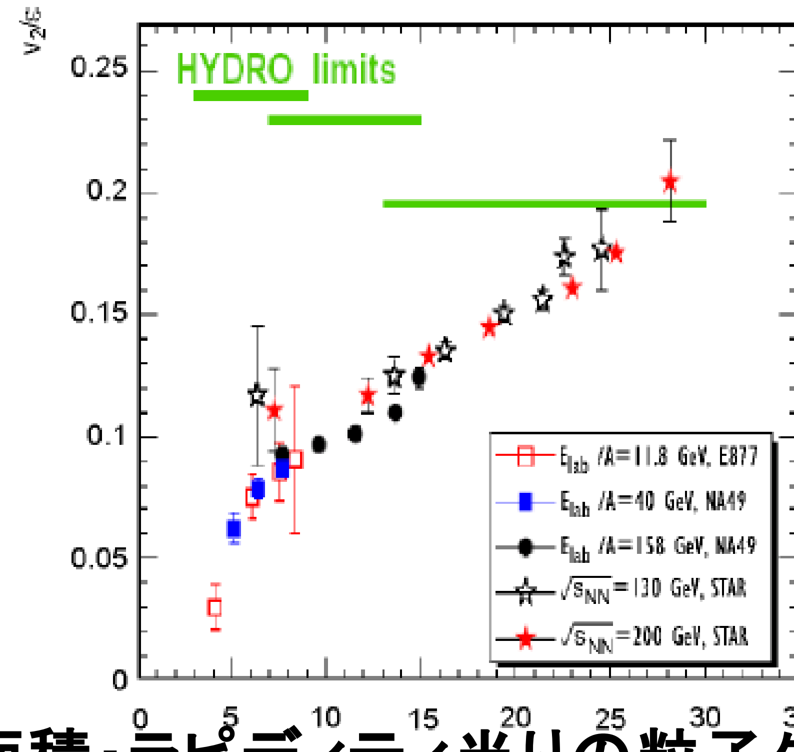
- 流体模型(完全流体)の成功
  - 入射エネルギーの増加 + クォーク･グルーオンの解放
    → 粒子密度の増加 → 平均自由行程の減少
    → 流体模型の適用可能性大
  - RHIC での楕円フローデータは完全流体模型で見事に説明可能

楕円フロー



横運動量

楕円フロー / 空間離心率

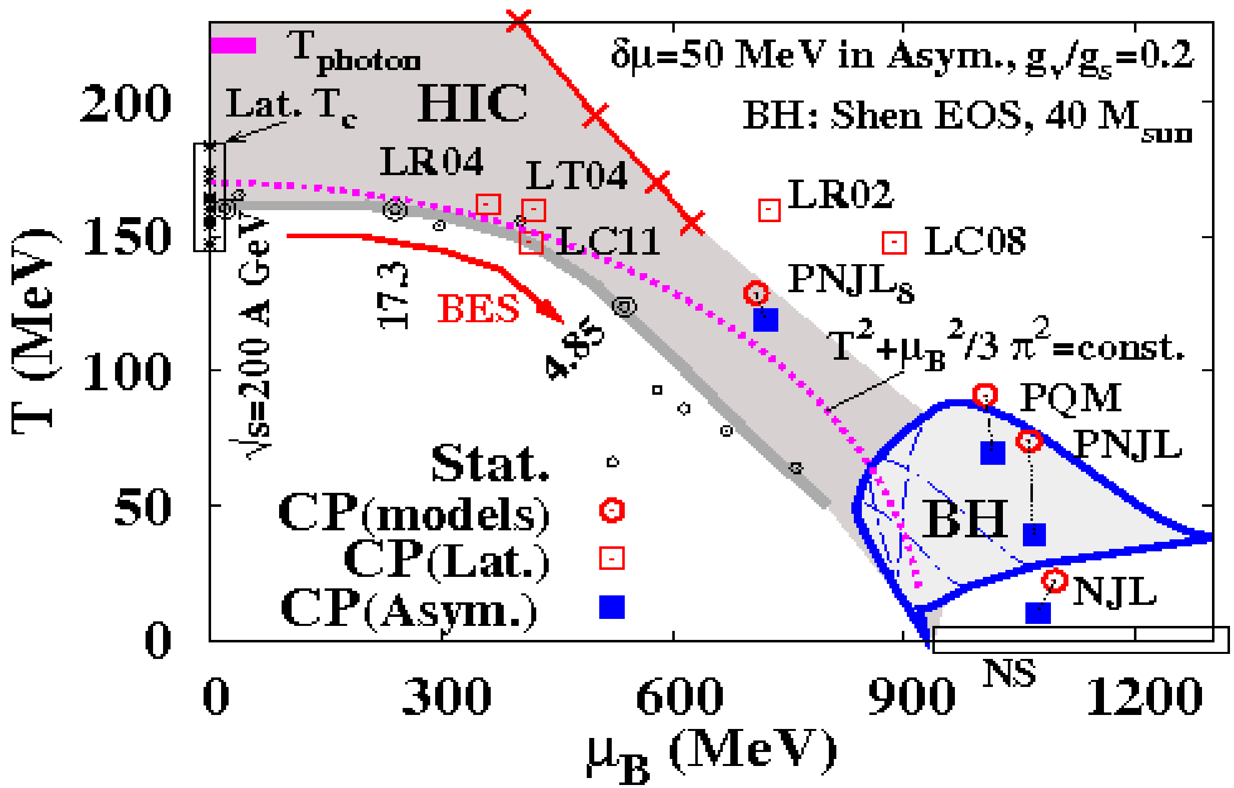


面積･ラピディティ当りの粒子生成量

U.W. Heinz, nucl-th/0412094

Chiral Transition at Finite μ

- 格子 QCD 計算
  - 符号問題のため、有限密度での精密計算は困難
- 有効模型 (E.g. Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型)
  - 低温では1次相転移の可能性あり → QCD 臨界点
  - 低温での相転移次数・臨界点の位置には大きな模型依存性



核物質の状態方程式

質量公式と状態方程式

- **A → ∞ における核子あたりのエネルギー (クーロンエネルギーは無視)**

$$E = \lim_{A\to\infty} \frac{-B(A,Z)}{A} = \lim_{A\to\infty} \left[-a_v + a_s A^{-1/3} + a_a \frac{(N-Z)^2}{A^2} - a_p \frac{\delta_p}{A^{\gamma+1}} \right]$$

$$= -a_v + a_a \delta^2$$

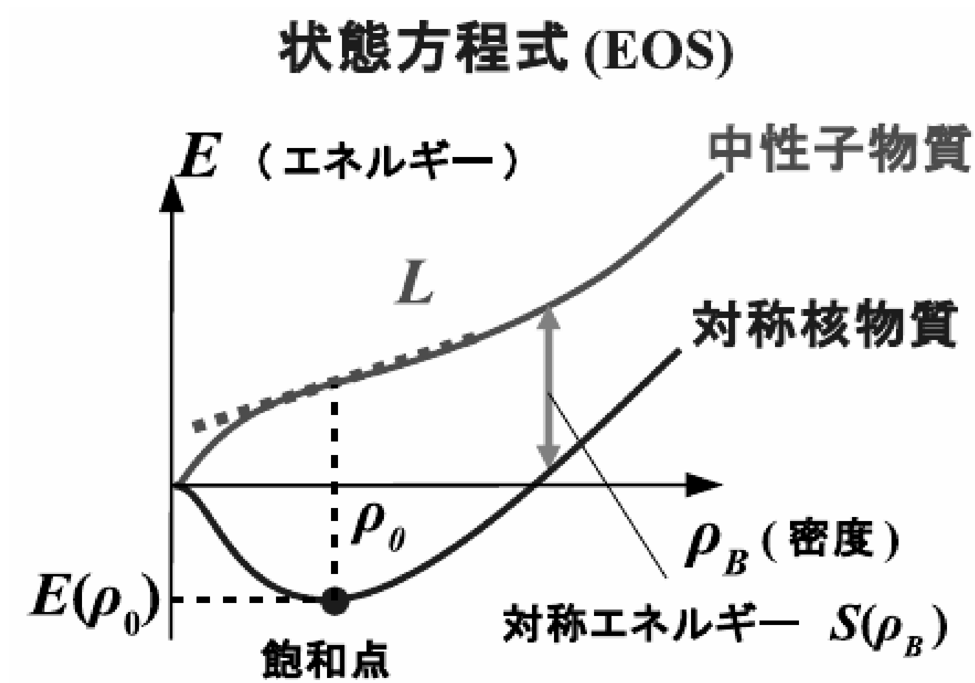
- **密度と非対称度の関数と考えると、核子あたりのエネルギーが最小となる密度が実現する**

$$E = E(\rho_B, \delta)$$

→ 核物質の飽和性

- **飽和点**

$$(\rho_0, E_0) \simeq (0.16\ \mathrm{fm}^{-3}, -16\ \mathrm{MeV})$$



対称エネルギー

- **非対称核物質 (N ≠ Z) のエネルギー**

$$E(\rho_\mathrm{B},\delta) = E(\rho_\mathrm{B},\delta=0) + S(\rho_\mathrm{B})\delta^2 \qquad P = \rho^2 \partial E/\partial\rho$$

- **対称エネルギー**

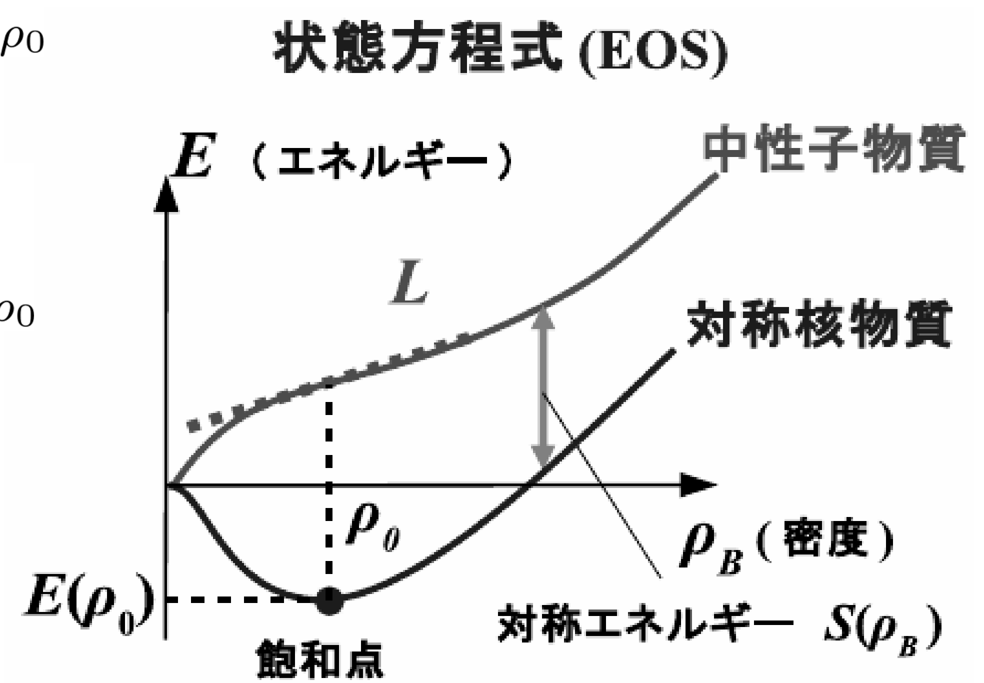
  $S(\rho_B)$ = E(中性子物質)- E(対称核物質)

- **飽和密度でのパラメータ**
  - **非圧縮率** $K \equiv 9\,\rho_0^2 \left.\dfrac{\partial^2 E(\rho_\mathrm{B})}{\partial \rho_\mathrm{B}^2}\right|_{\rho_\mathrm{B}=\rho_0}$
  - **対称エネルギーの値と微分**

$$S_0 \equiv S(\rho_0)\ , \quad L \equiv 3\rho_0 \left.\frac{dS(\rho_\mathrm{B})}{d\rho_\mathrm{B}}\right|_{\rho_\mathrm{B}=\rho_0}$$

$$E(\rho_\mathrm{B},\delta) \simeq E_0 + S_0\,\delta^2 + \frac{L}{3}x\,\delta^2 + \frac{K}{18}x^2$$

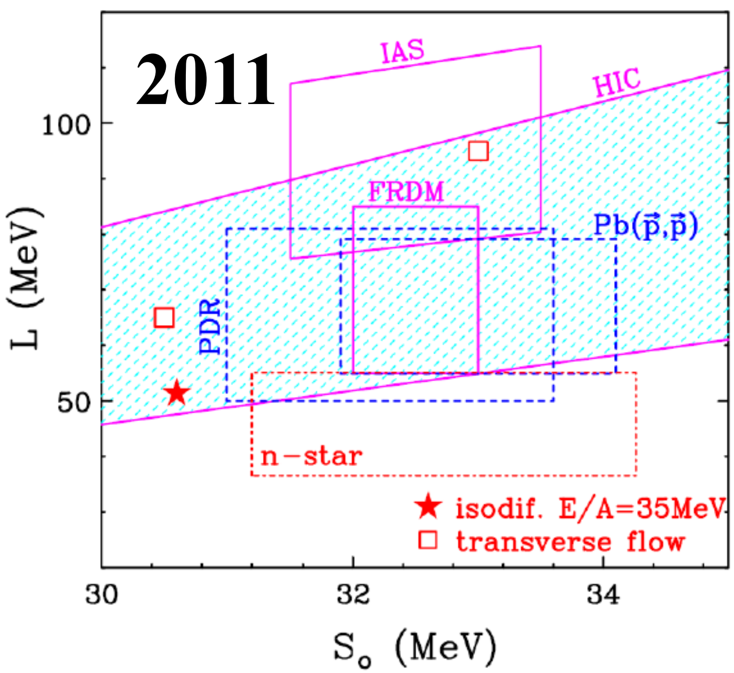
$$(x = (\rho_\mathrm{B}-\rho_0)/\rho_0)$$



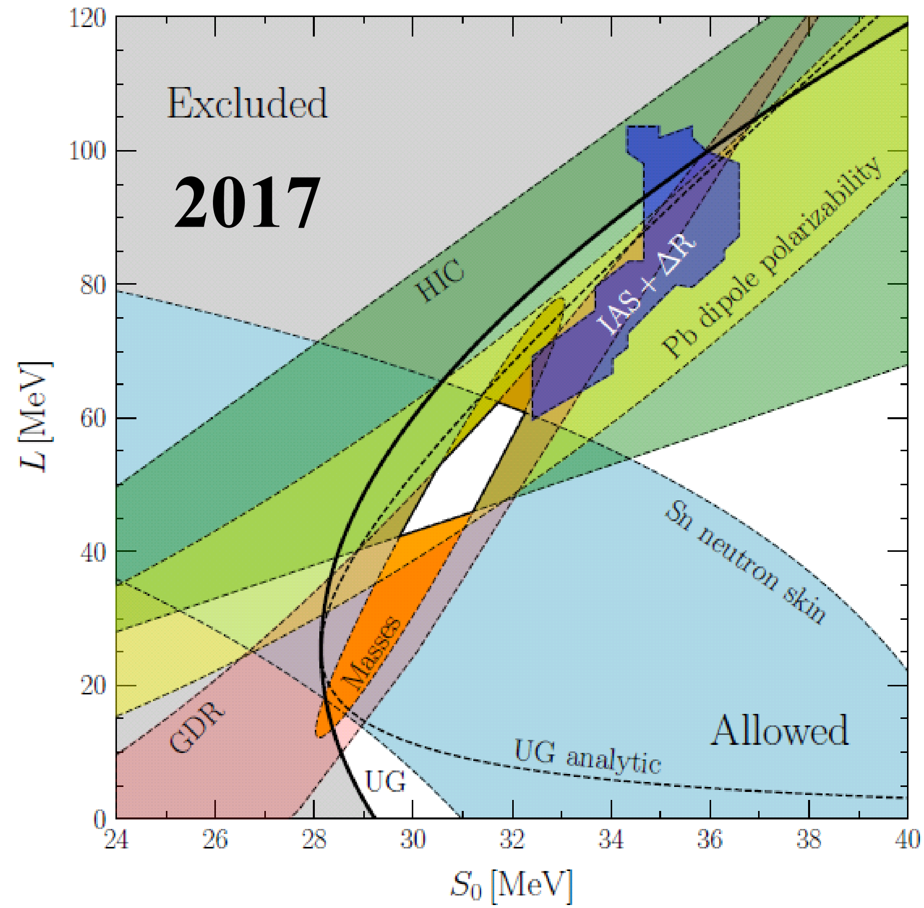
対称エネルギーパラメータ

- **Symmetry Energy Parameters**

$$S(u) = S_0 + \frac{L}{3}(u-1) + \frac{K_{\rm sym}}{18}(u-1)^2 + \mathcal{O}[(u-1)^3] \qquad (u=n/n_0)$$



Tsang et al. ('12): NuSYM 2011



Lattimer, Lim ('13), Lattimer, Steiner ('14)
Tews, Lattimer, AO, Kolomeitsev ('16)

飽和密度パラメータから状態方程式へ

- **核物質 EOS (k_F 展開)** *Tews et al. ('17)*

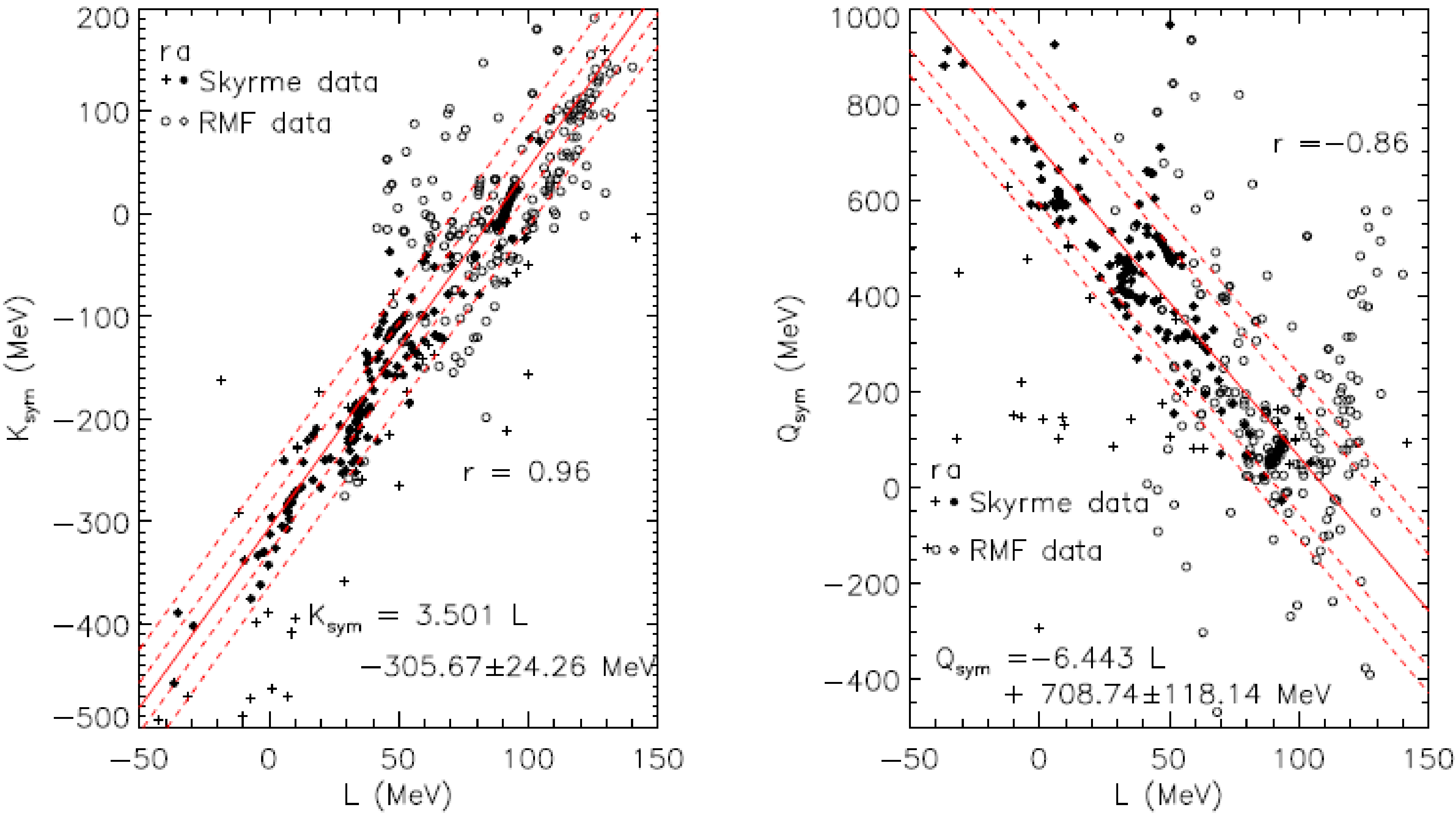
$$
\begin{aligned}
E(u,\delta) =& E_{snm}(u) + \delta^2 S(u) \quad (\delta = (N-Z)/A) \\
S(u) =& \Delta T(n_0) u^{2/3} + au + bu^{4/3} + cu^{5/3} + du^2 \\
\simeq& S_0 + \frac{L}{3}(u-1) + \frac{K_{sym}}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_{sym}}{54}(u-1)^3 \\
E_{snm}(u,x) =& T_0(n_0) u^{2/3} + a'u + b'u^{4/3} + c'u^{5/3} + d'u^2 \\
\simeq& E_0 + \frac{K_0}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_0}{54}(u-1)^3
\end{aligned}
$$

- **高次パラメータ (既存の有益な模型から推定 , d'=0 → Q_0)**

$$
\begin{aligned}
K_{\mathrm{sym}} &= 3.501L - (305.67 \pm 24.26)\mathrm{MeV} \\
Q_{\mathrm{sym}} &= -6.443L + 708.74 \pm 118.14\mathrm{MeV}, \\
K_0 &= (190 - 270)(= 230 \pm 40)\mathrm{MeV}
\end{aligned}
$$

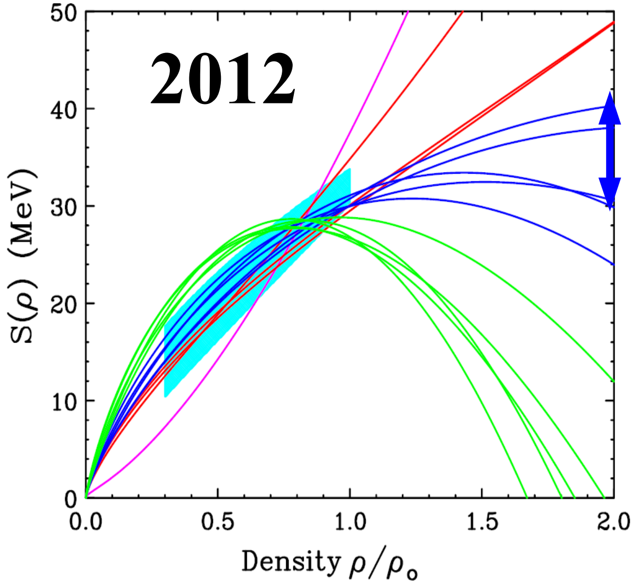
- **u= ρ / ρ_0 を与えると、K_0, S_0, L の 1 次関数 → 端点が上限・下限**

Ksym and Qsym

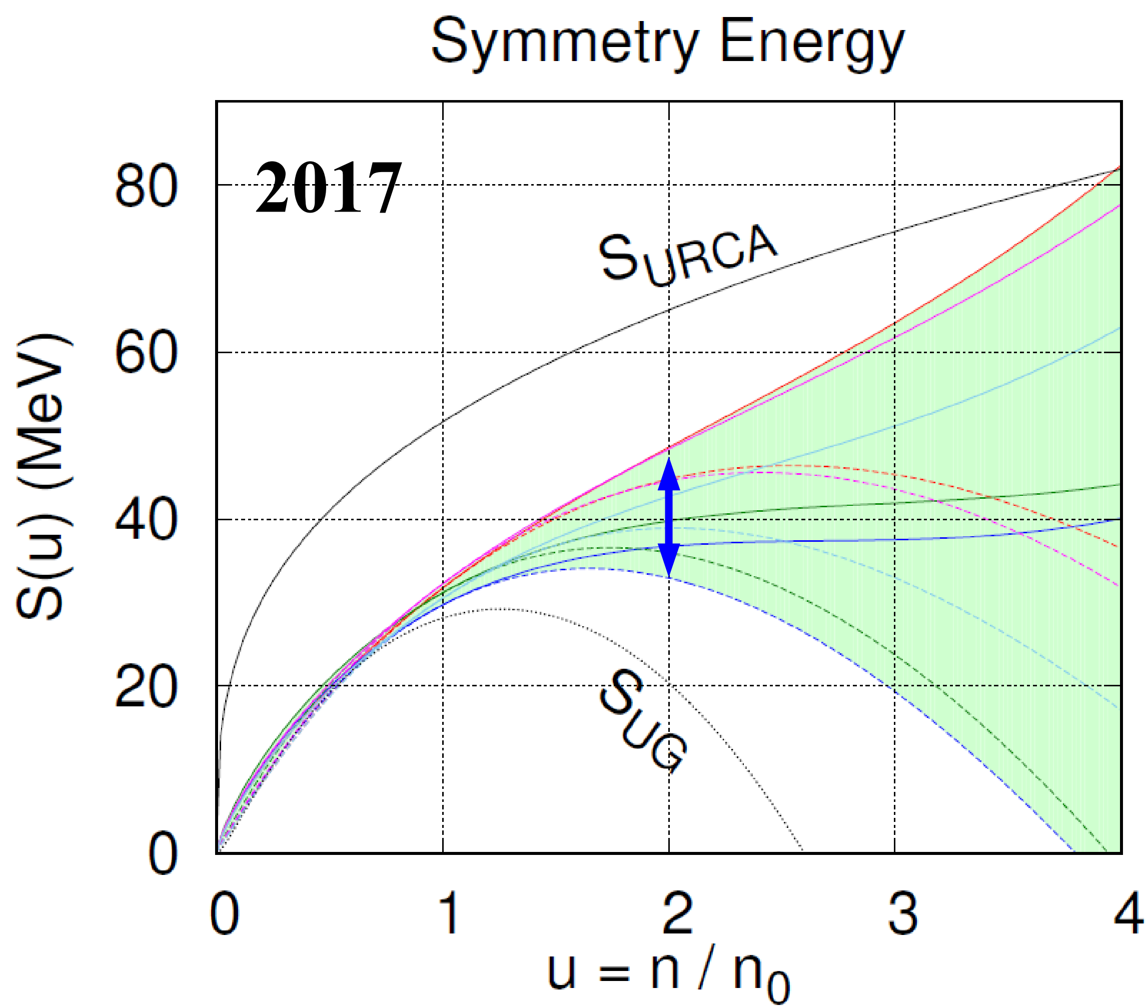


Tews et al. ('17)

対称エネルギー



M. B. Tsang et al., PRC86 ('12) 015803.

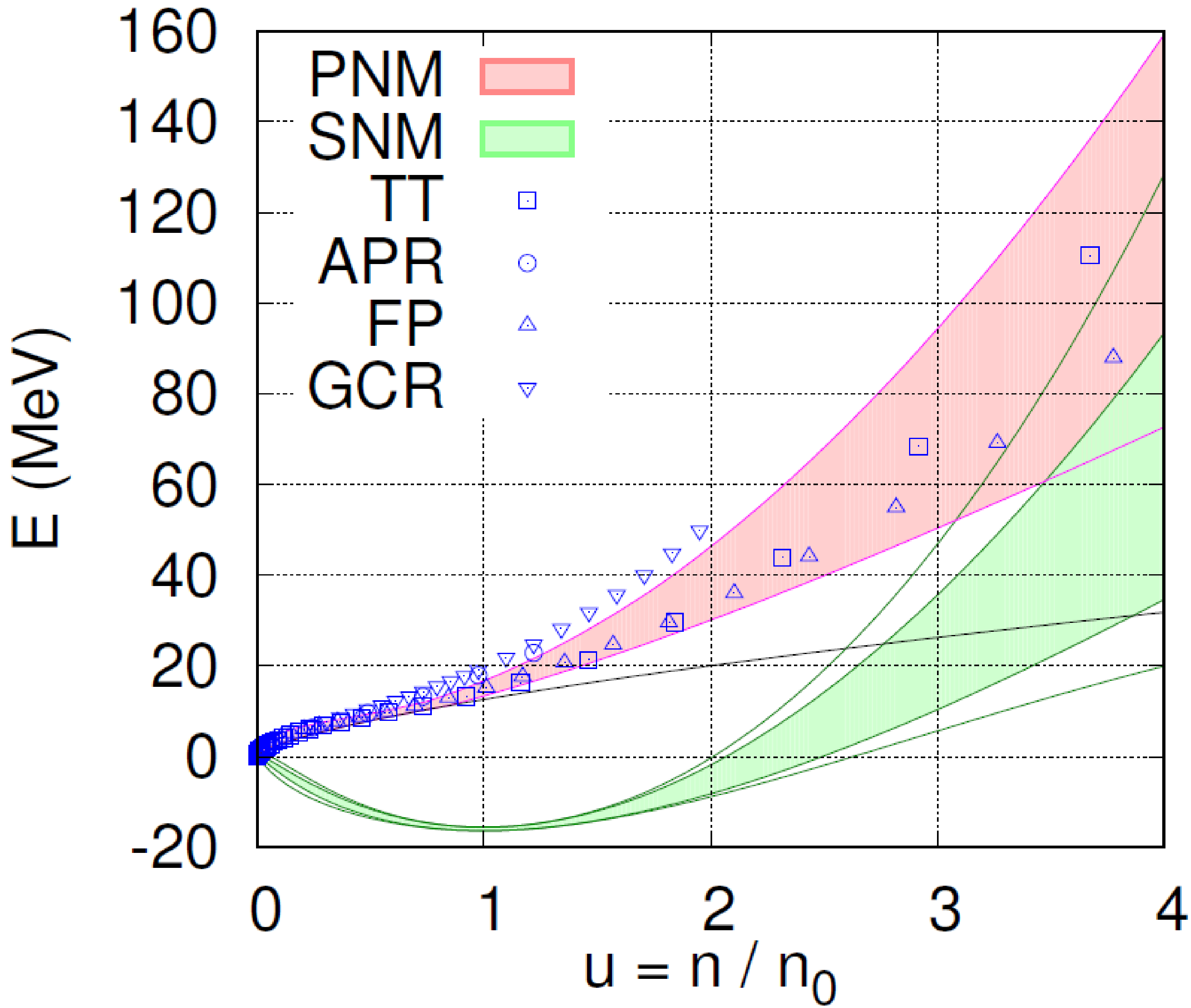


仮定

- **(S_0, L) が 5 角形の中**
- **k_F^n (n=2,3,4,5,6) で展開**
- **2, 3 次の係数 (Ksym, Qsym) が L と相関 (模型からの推定)**

Based on Tews et al. ('17)

核物質状態方程式



Based on Tews et al. ('17)

中性子星物質 EOS

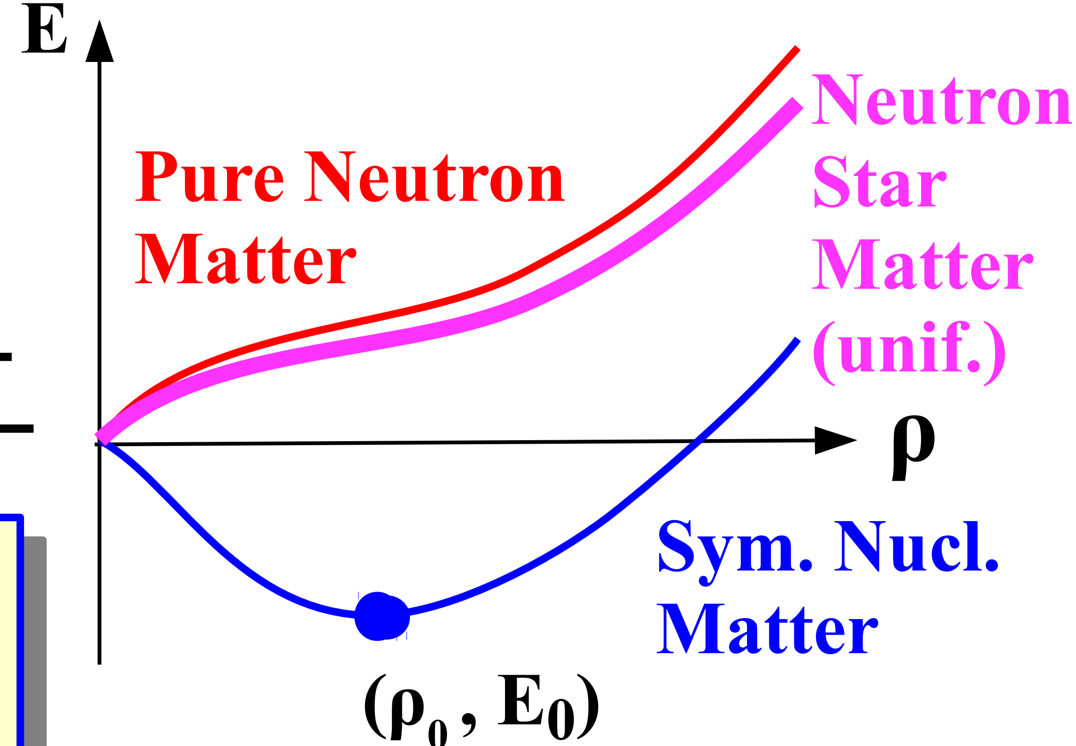
- 核物質 → 中性子星物質
  - 中性子・陽子・電子からなる電気的中性物質
  - 電気的中性条件から $\rho_e = \rho_p$

$$E_{nsm}(u) = E_{snm}(u) + \delta^2 S(u) + \frac{3}{8}\hbar(3\pi^2\rho_0 u/2)^{1/3}(1-\delta)^{4/3}$$

$$(u = \rho/\rho_0\ ,\quad \delta = (N-Z)/A)$$

(陽子・中性子の質量差、
電子質量は無視)

- 非対称度 (δ) はエネルギーが最小となるように選ばれる
→中性子星物質のエネルギー
　< 中性子物質のエネルギー



対称核物質エネルギーと
対称エネルギーが分かれば、
中性子星物質 EOS が求まる！

メモ：中性子星物質中の非対称度

- **陽子・中性子の質量差、電子質量を無視すると、非対称度 δ は解析的に求まる。**

$$Y_p(u) = (1-\delta(u))/2 = \left[(A(u)+1)^{1/3} - (A(u)-1)^{1/3}\right]^3/4$$

$$A(u) = \sqrt{1+\pi^2\hbar^3\rho_0 u/288S^3(u)}$$

- **3 次方程式の解き方 (カルダノの公式)**
  - **変数を定数だけずらして 2 次の項を消す。** $x^3+px+q=0$
  - **因数分解の公式**

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$

$$=(x+y+z)(x+\omega y+\omega^2 z)(x+\omega^2 y+\omega z) \quad (\omega = (-1+\sqrt{3}i)/2)$$

を用いると、

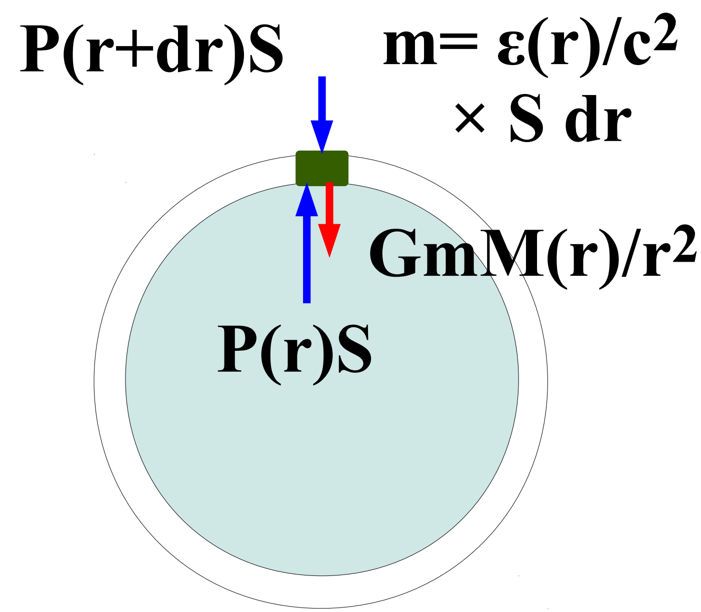
$$y^3+z^3=q\ , \quad 3yz=-p$$

を満たす (y, z) を使って 3 次方程式が解ける。

中性子星の構造

- 中性子星の内側は見えないのに、
  どうやって組成がわかるのですか？
  → 質量や半径からある程度推測できます。
- 静水圧平衡
  小さな箱を考えて、
  外の圧力＋重力＝内の圧力

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M\,\varepsilon/c^2}{r^2}$$



- Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式
  (一般相対論補正を含む静水圧平衡)

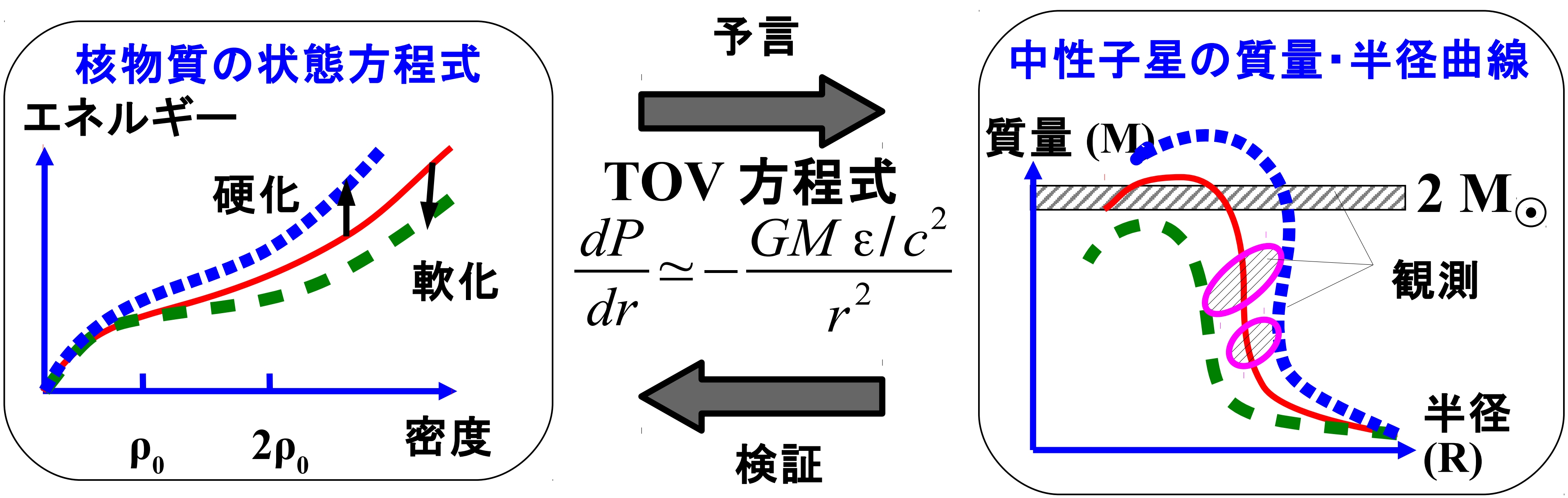
$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{\left(\varepsilon/c^2 + P/c^2\right)\left(M + 4\pi r^3 P/c^2\right)}{r^2\left(1 - 2GM/rc^2\right)}$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon/c^2,\quad P = P(\varepsilon)\ \ (\mathrm{EOS})$$

M(r): r までの質量
ε(r): エネルギー密度
P(r): 圧力

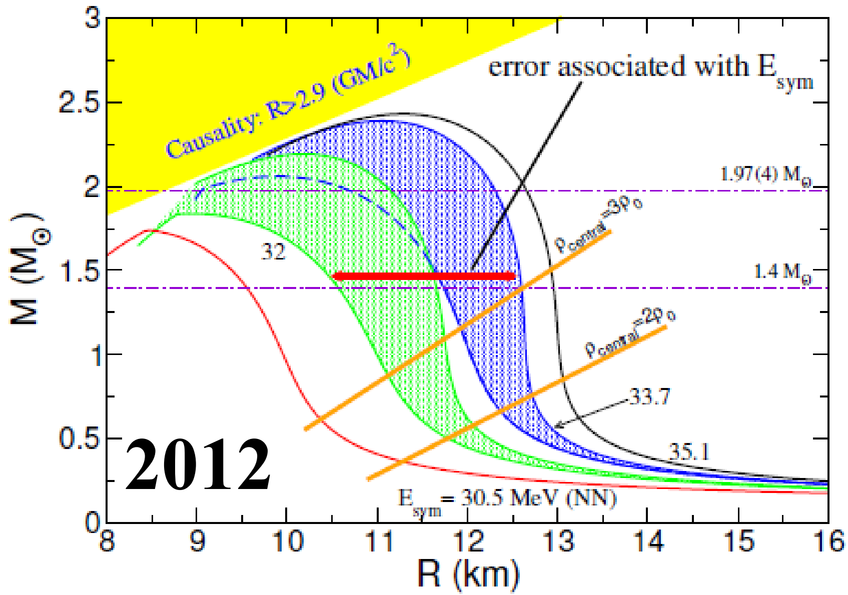
状態方程式とMR(質量-半径)曲線

- 状態方程式が与えられると質量と半径の関係(MR曲線)が一意的に求まる。
  → 中性子星のMR曲線は相互作用模型を判別する



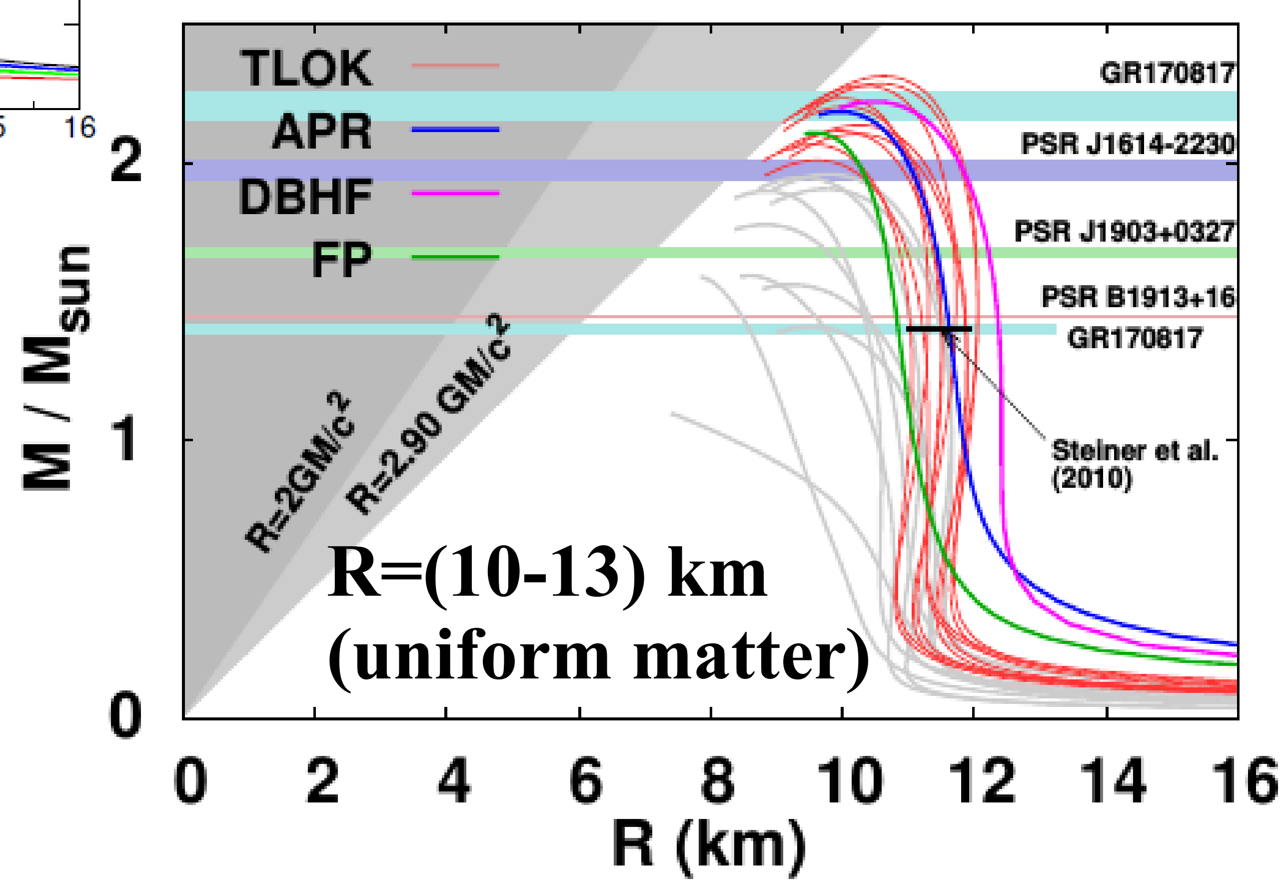
中性子星の MR 曲線

Based on Tews et al. ('17)



Gandolfi, Carlson, Reddy,
PRC85('12) 032801.

2017



核力から核物質へ

密度汎関数

密度汎関数理論

- 与えられた密度における多体系の基底状態エネルギーは密度の汎関数で与えられる。 *P. Hohenberg, W. Kohn ('64)*

$$E_{gs} = \min_{\Psi} \langle \Psi \mid \hat{H} \mid \Psi \rangle = \min_{\rho} \left[\min_{\Psi} \langle \Psi \mid \hat{H} \mid \Psi \rangle_{\rho} \right]$$

$$= \min_{\rho} \; F[\rho]$$

- 相互作用する系の密度は、一体ポテンシャル中を運動する自由粒子系の密度として計算できる。*W.Kohn, L.J.Sham ('65)*

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 \varphi_i(\mathbf{r}) + U_{\mathrm{eff}}(\mathbf{r})\varphi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \varphi_i(\mathbf{r})$$

$$F[\rho] = E_{\mathrm{H}}[\rho] + \underline{E_{\mathrm{xc}}[\rho]} \;, \quad U_{\mathrm{eff}}(\mathbf{r}) = U_{\mathrm{H}}(\mathbf{r}) + \frac{\delta E_{\mathrm{xc}}}{\delta \rho(\mathbf{r})}$$

Exchange-Correlation E.

- 密度汎関数 → 状態方程式

$$E(\rho) = \min_{\rho'} F[\rho']|_{\rho'_{\mathrm{ave}}=\rho}$$

スキルム力による密度汎関数

- **Skyrme interaction (c.f. Ring-Schuck text)**
  - **ゼロレンジ相互作用 + 微分 (有限レンジ効果)+ 密度依存力**

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) =& t_0(1+x_0P_\sigma)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) \\
&+\frac{1}{2}t_1(\mathbf{k}^2\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)+\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\mathbf{k}^2)+t_2\mathbf{k}\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\mathbf{k} \\
&+\frac{1}{6}t_3\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\rho^\alpha((\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)/2) \\
&+iW_0(\boldsymbol{\sigma}_1+\boldsymbol{\sigma}_2)\mathbf{k}\times\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\mathbf{k} \\
\mathbf{k} =& (\boldsymbol{\nabla}_1-\boldsymbol{\nabla}_2)/2i
\end{aligned}
$$

  - **エネルギー密度 (spin, isospin が飽和している場合)**

$$
\begin{aligned}
H(\mathbf{r}) =& \frac{\hbar^2}{2m}\tau(\mathbf{r})+\frac{3}{8}t_0\rho^2+\frac{1}{16}t_3\rho^{2+\alpha}+\frac{1}{16}(3t_1+5t_2)\rho\tau \\
&+\frac{1}{64}(9t_1-5t_2)(\boldsymbol{\nabla}\rho)^2-\frac{3}{4}W_0\rho\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{J}+\frac{1}{32}(t_1-t_2)\mathbf{J}^2
\end{aligned}
$$

$$
\tau = \sum|\boldsymbol{\nabla}\varphi_i|^2\ ,\quad \mathbf{J} = -i\sum\varphi_i^*(\mathbf{r},s,t)\boldsymbol{\nabla}\varphi_i(\mathbf{r},s',t)\times\boldsymbol{\sigma}_{ss'}
$$

広い質量領域の原子核の性質からパラメータを決定
→ 密度汎関数 F=∫ dr H(r)

メモ：スピン・アイソスピン・ファクター

- **3/8 等のファクターはどこから現れる？**
  → spin, isospin についての和

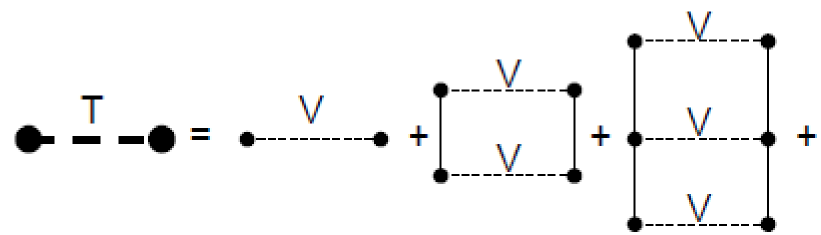
$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{HF}}(t_0\mathrm{term}) &= \frac{1}{2}t_0\sum_{i,j}\int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \langle ij \mid (1+x_0P_\sigma)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) \mid ij-ji\rangle \\
&= \frac{1}{2}t_0\sum_{n,m}\int d\mathbf{r}|\varphi_n(\mathbf{r})|^2|\varphi_m(\mathbf{r})|^2 \times X = \frac{X}{32}t_0\int d\mathbf{r}\rho^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X &= \sum_{s,t}\langle s_1t_1s_2t_2 \mid (1+x_0P_\sigma)|s_1t_1s_2t_2 - s_2t_2s_1t_1\rangle \\
&= 4\times(4+2x_0-1-2x_0) = 12
\end{aligned}
$$

Brueckner Theory

- **Lippmann-Schwinger Eq.**

$$T = V + VG_0 T$$



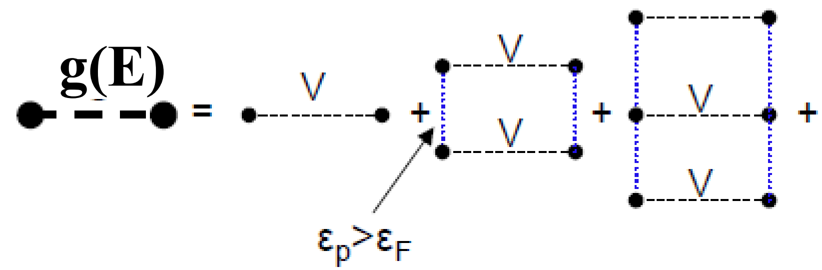
  - **V が singular でも T は有限**

$$V\left|\Psi_{\mathbf{k}}^{(+)}\right\rangle = T\left|\mathbf{k}\right\rangle$$

- **原子核中での 2 体散乱**
  → パウリ原理

$$g(E) = V + V\frac{Q}{E - H_0}g(E)$$

$$Q = 1 - \sum_{i,j<F} \left|ij\right\rangle\left\langle ij\right|$$



  - **原子核中では中間状態で**
    フェルミエネルギー以上の状態のみ
    伝播可能

- **核内での散乱行列 =g-matrix**

$$V\left|\Psi\right\rangle = g(E)\left|\Phi\right\rangle$$

2 体相関を含む
複雑な状態

2 体相関の
無い状態
(E.g. Slater det.)

Healing distance

- **(波動関数についての)**
  Bethe-Goldstone 方程式

$$g_{12}=v_{12}+v_{12}\frac{Q_{12}}{E-(t_1+t_2+U_1+U_2)}g_{12}$$

$$\to\left[E-(t_1+t_2+U_1+U_2)\right]\psi_{12}=Q_{12}v_{12}\psi_{12}$$

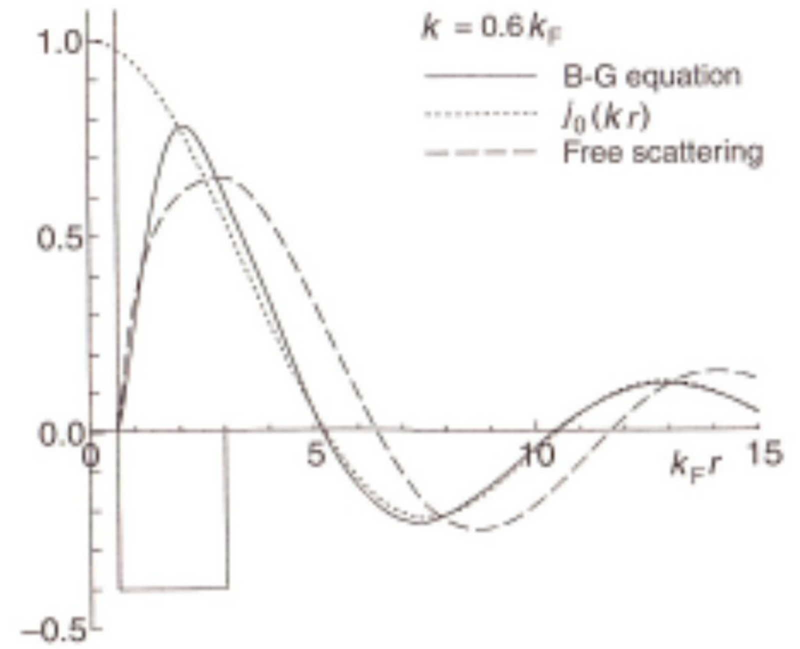
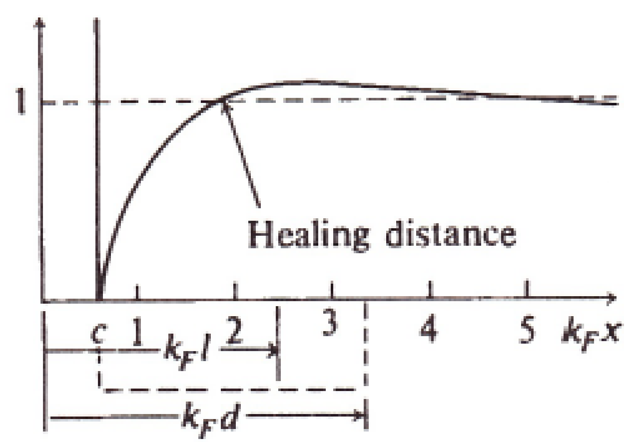


図 2.17 $k = 0.6\,k_F$ の場合の Bethe-Goldstone 方程式の解 (実線) と，自由空間内の 2 粒子散乱 (破線) および自由粒子の相対波動関数 (点線) の比較

$k_F = 1.27\ \mathrm{fm}^{-1}$, 芯半径は $k_F r_c = 0.62$, 井戸型ポテンシャルの半径は $k_F r_a = 3.0$, 有効質量は $M^*/M = 0.6$ ととられている．

  - **BG 方程式の解は、$k_F\,l \sim 1.9$ 程度の距離で通常の平面波にほぼ一致する (Healing distance)**
    → 独立粒子描像



Brueckner-Hartree-Fock theory

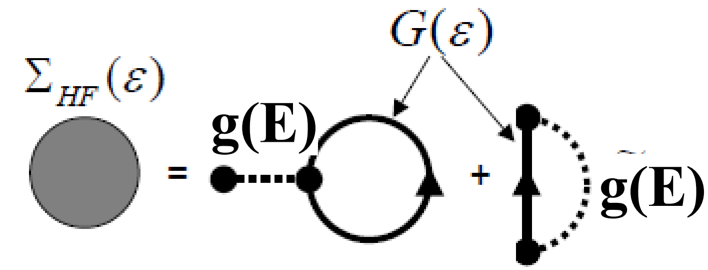
- **g-matrix を 2 体相互作用とする HF**
  = Brueckner-Hartree-Fock

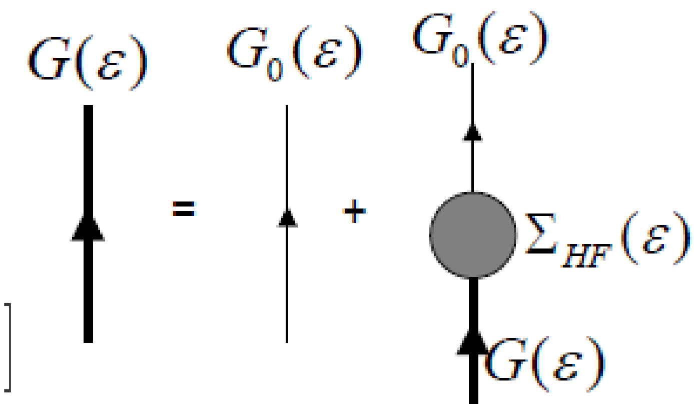
$$H = H_0 + V\,,\quad V = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} V_{ij}$$

$$H_0 = \sum_i \left[-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}} \nabla_i^2 + U_i \right]$$

$$g(E) = V + V\frac{Q}{E - H_0} g(E)$$

$$U_i(\varepsilon_i) = \sum_j \left[g_{ij,ij}(\varepsilon_i + \varepsilon_j) - g_{ij,ji}(\varepsilon_i + \varepsilon_j) \right]$$



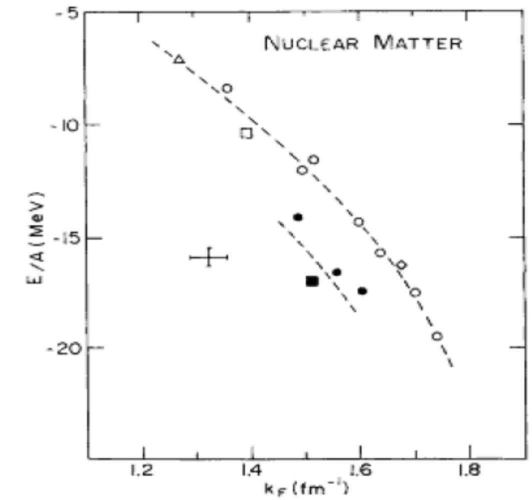


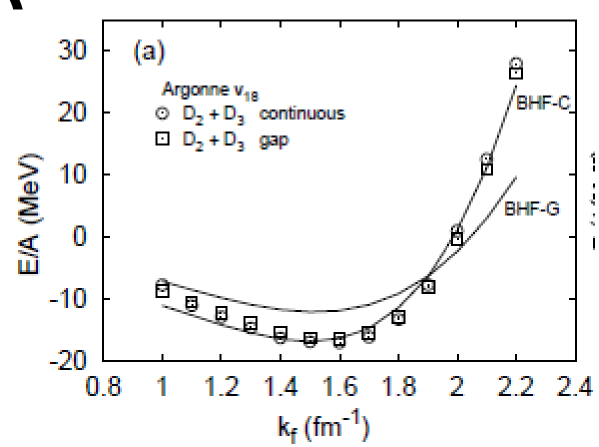
$$E_{\mathrm{BHF}} = \sum_i^{\mathrm{occ.}} \langle i | -\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}} \nabla^2 | i \rangle + \frac{1}{2} \sum_{i\neq j}^{\mathrm{occ.}} \langle ij | g(\varepsilon_i + \varepsilon_j) | ij - ji \rangle$$

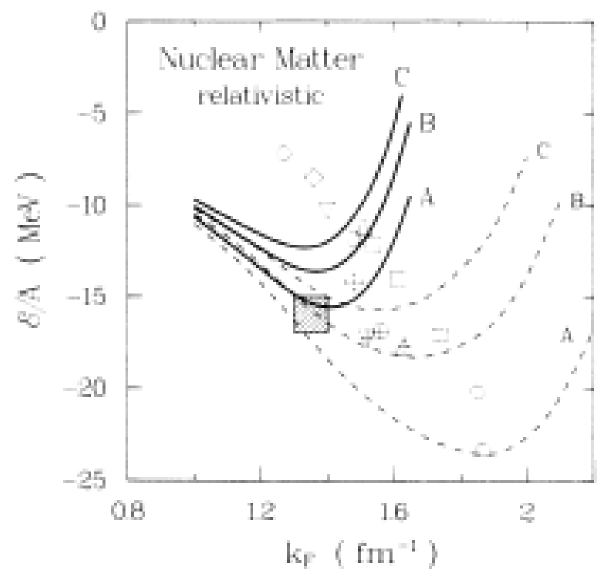
- **Self-consistent treatment**
  U → g-matrix & φ (s.p.w.f) → U

Brueckner-Hartree-Fock theory (cont.)

- **成功点**
  - **核物質の飽和性を定性的に説明**
  - **殻模型(独立粒子描像)の基礎を与える**
  - **有効核力の状態依存性を説明**
- **問題点**
  - **飽和点 (飽和密度、飽和エネルギー) の**
    定量的理解 (Coester line)→ Relativity or 3 体力
  - **展開の高次項→ Continuum choice では**
    3 体クラスター効果は小さい
  - **スピン軌道力が足りない**



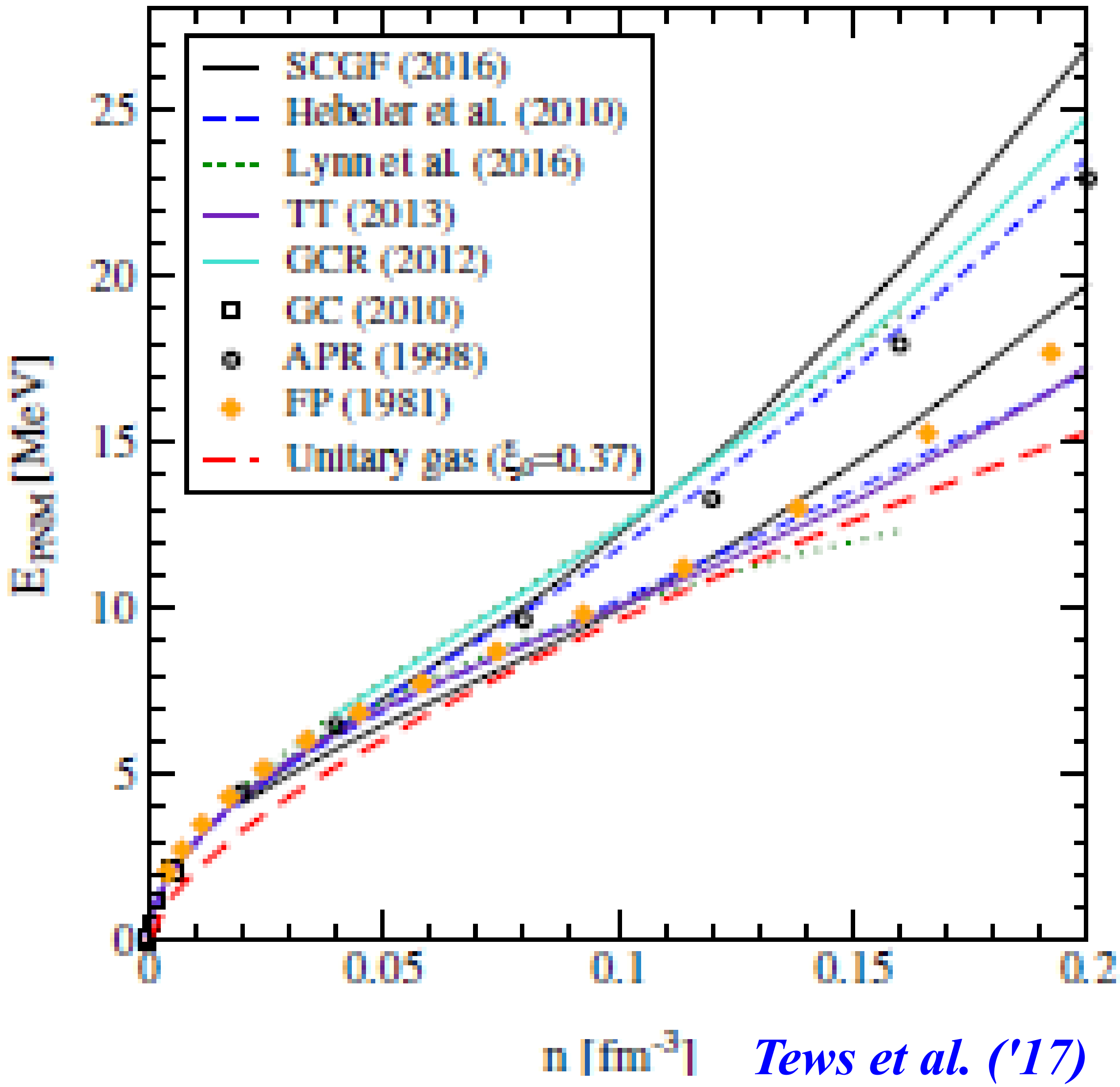




問題は残っているが、
現実的核力から出発して
多体問題に適用する
有効な手法

第一原理計算

- (生の)現実的核力から出発する量子多体計算
  - 低密度の中性子物質
    ではほぼ一致
  - ２体力のみでは、
    対称核物質の飽和点は
    説明不可。
    → ３体力(密度依存性)
    　が必要



Tews et al. ('17)

「核力から核物質」は
現在でも核物理の
大きな課題

レポート問題 (Sec.3(a))

- [問題 3.1] 有限温度相転移の場合と同様に、有限密度での相転移が記述できるかどうか、確かめてみよう。
massless free fermion に対して、粒子からの圧力は

$$P_F^{(\mathrm{particle})}/d_F = \frac{7}{8}\frac{\pi^2}{90}T^4 + \frac{\mu_F^2 T^2}{24} + \frac{\mu_F^4}{48\pi^2} \quad (d_Q = 4N_c N_f,\ d_N = 8)$$

と与えられる。d_F は fermion 自由度、μ_F は化学ポテンシャル。
$\mu_N = N_c \mu_Q$ であること、有限温度の場合と同様にクォーク物質の圧力には真空からの補正が加わることに注意して、クォーク物質・核物質 (質量ゼロのクォーク気体・核子気体とする) の圧力を μ_Q の関数として表わせ。相転移は起こるか？起こるとすればそのときの μ_Q を求めよ。

レポート問題 (Sec.3(b))

- [問題　3.2] (講義で紹介した場合よりさらに) 簡単な状態方程式模型を考えよう。核子あたりのエネルギーが

$$E = \frac{3}{5}\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} + \alpha\frac{\rho}{\rho_0} + \beta\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma$$

$$= T_0 u^{2/3} + \alpha u + \beta u^\gamma (u = \rho/\rho_0)$$

と与えられるとする。
　γ=7/6, 4/3, 2 の場合、飽和密度 ρ_0=0.16 fm^{-3}、飽和エネルギー E_0= – 16 MeV を再現するようにパラメータ α, β を求めよ。またこの時に非圧縮率 K の値を求めよ。
　現象論的には K ~ 230 MeV と知られている。γ の値はどれが適当であるか？