

原子核基礎論B

京大基研 大西 明

Akira Ohnishi (YITP, Kyoto U.)

1. 原子核の集団運動とその微視的理解(3コマ)
2. 原子核反応論基礎(1コマ)
3. 核融合反応(1コマ)
4. 核分裂:現象論と微視的理論(1コマ)
5. ニホニウムと超重元素の物理(1コマ)

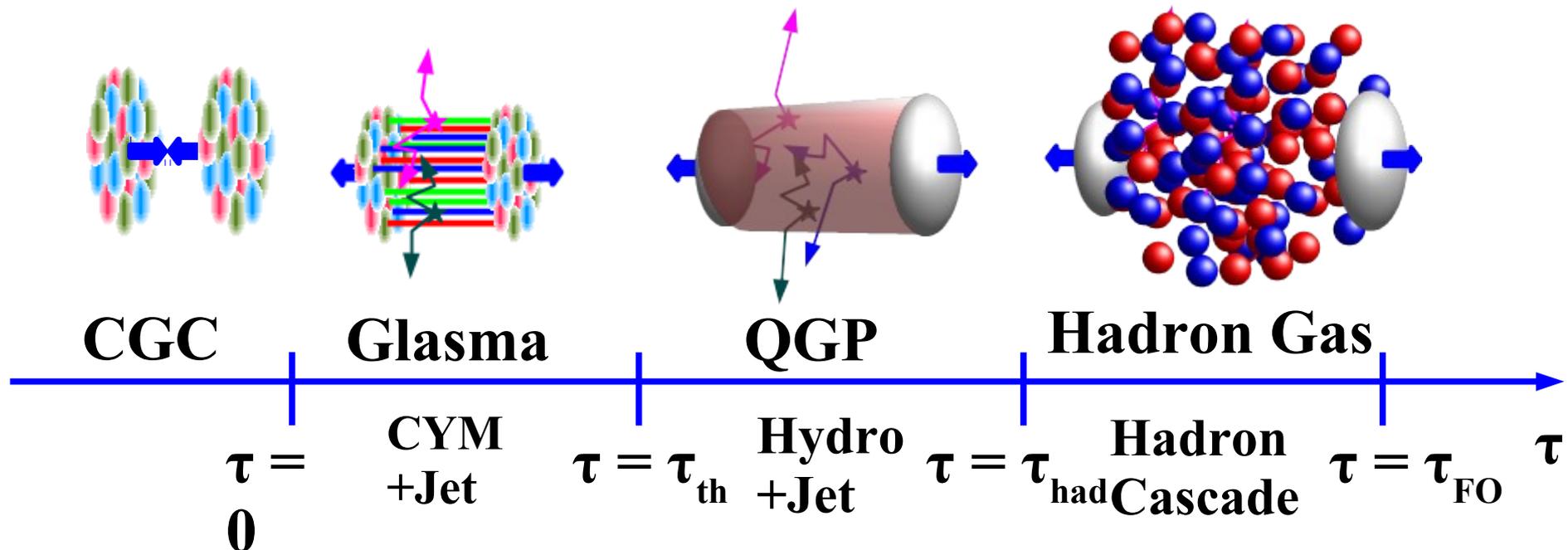
萩野

6. 高温・高密度核物質概観(1コマ)
7. 高エネルギー重イオン衝突(2コマ)
8. 有限温度・密度における場の理論入門(2コマ)
9. QCD 有効模型における相転移と相図(1コマ)
- 10.有限温度・密度格子 QCD と符号問題(1コマ)

大西

高エネルギー重イオン衝突における時間発展

- 反応前: カラーガラス凝縮 (Color Glass Condensate; CGC)
あるいは核子の集合 (比較的低いエネルギーの場合)
反応直後: 古典グルーオン場、ジェット
→ グルーオン場の理論
- Quark Gluon Plasma (QGP)
→ 流体力学
- ハドロン気体
→ ボルツマン方程式



HIC Transport Models: Five Major Origins

■ *Nuclear Mean Field Dynamics*

- **Basic Element of Low Energy Nuclear Physics**
- **TDHF \rightarrow Vlasov \rightarrow BUU**

■ *NN two-body (residual) interaction*

- **Main Source of Particle Production**
- **Boltzmann equation \rightarrow Intranuclear Cascade Models**

■ *Relativistic Hydrodynamics*

- **Most Successful Picture at RHIC**

■ *Classical Field Dynamics*

- **Classical Gluon Field = Initial condition of Hydro. at Collider Energies**

■ *Partonic Interaction and String Decay*

- **Main Source of high pT Particles at Collider Energies**
- **JETSET + (previous) PYTHIA (Lund model) \rightarrow (new) PYTHIA**

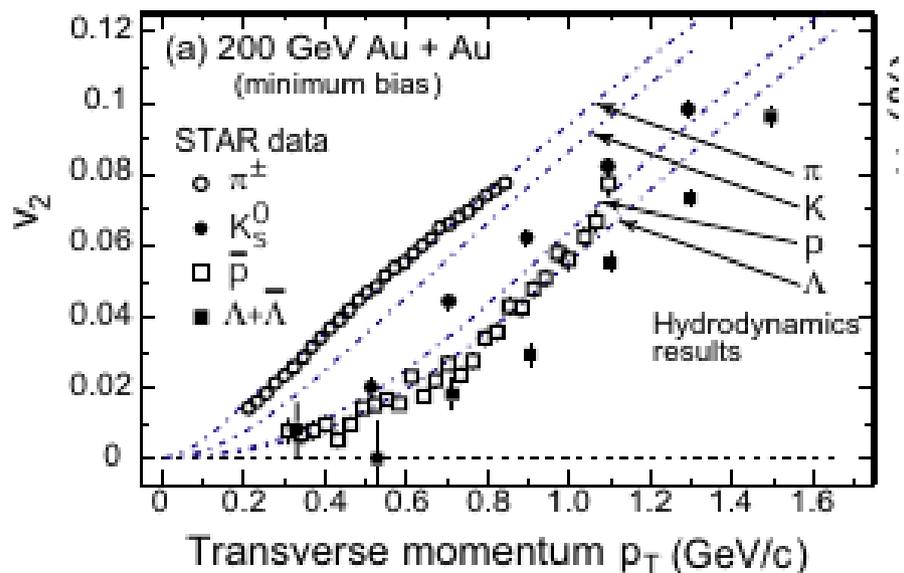
Sec. 7: 重イオン衝突の輸送理論

1. 概観: 重イオン衝突の理解に必要な理論の枠組み
2. 相対論的流体力学
 - a) 理想流体
 - b) 粘性流体
 - c) Bjorken 膨張
3. ボルツマン方程式と平均場理論
 - a) ボルツマン方程式 (古典統計)
 - b) 量子統計性を取り入れたボルツマン方程式
 - c) 平均場理論: 時間依存ハートリー・フォック方程式から
ヴラソフ方程式へ
4. レポート

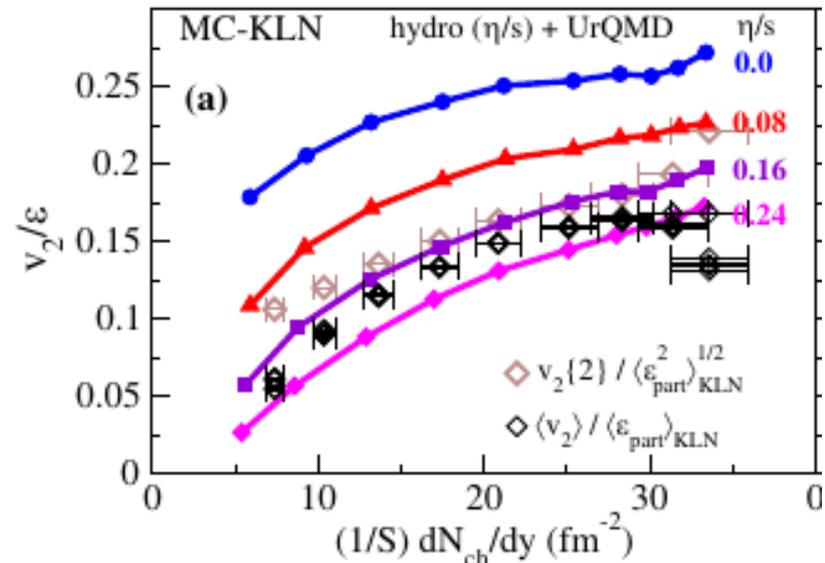
相对論的流体力学

Success of Hydrodynamics at RHIC

- 流体力学 (完全流体) は高エネルギー重イオン衝突のデータを見事に説明
 - 初期条件をデータ (dN/dy) を再現するように与えると、楕円フロー (v_2) などの物理量を再現
- 粘性流体力学の結果は $\eta/s = (1-3)/4\pi$ の場合にデータを説明
 - String Theory の予言は強結合極限で $\eta/s=1/4\pi$
P.Kovtun, D.T.Son, A.O.Starinets, PRL94('05)111601.



STAR ('05)



H. Song+, PRL106('11)192301

相対論的流体力学

■ 流体力学 = 各時空点での熱力学量と流れにより状態を記述

- 高温・高密度状態では平均自由行程が短いと期待
- 局所熱平衡に達していれば、各時空点で流体静止系の状態は少数の熱力学量で記述可能
- 運動方程式 = 保存則

$$\partial_{\mu} T^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_{\mu} J^{\mu} = 0$$

$T^{\mu\nu}$ = エネルギー運動量テンソル、 J^{μ} = (4元) 保存カレント

- 4元速度ベクトル

$$u^{\mu} = \gamma(1, \boldsymbol{v}), \quad \gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$$

ここで学ぶこと

- エネルギー運動量テンソルなどが熱力学変数でどのように表されるか？
- 運動方程式はどのような内容を持つか？

完全流体(1)

■ 静止系でのエネルギー運動量テンソル

$$T^{\mu\nu}(x) = \begin{pmatrix} \varepsilon(x) & & & \\ & P(x) & & \\ & & P(x) & \\ & & & P(x) \end{pmatrix}$$

■ 完全流体のエネルギー運動量テンソル、保存カレント

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu}, \quad J^\mu = n u^\mu$$

- $T^{\mu\nu}$ のテンソル構造が $u^\mu, g^{\mu\nu}$ のみで作られているとすると

$$T^{\mu\nu} = a u^\mu u^\nu + b g^{\mu\nu}$$

静止系 $u^\mu = (1, 0)$ を考えて a, b が定まる。

- $T^{\mu\nu}, J^\mu$ が 4 元速度ベクトルの微分を含まない！

完全流体(2)

■ 運動方程式

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_\mu J^\mu = 0$$

■ u^μ 方向 → エントロピー保存

$$\begin{aligned} u_\nu \partial_\mu T^{\mu\nu} &= u^\mu \partial_\mu \varepsilon + (\varepsilon + P)(\partial_\mu u^\mu) \\ &= u(T \partial_\mu s + \mu \partial_\mu n) + (Ts + \mu n)(\partial_\mu u^\mu) \\ &= T \partial_\mu (s u^\mu) + \mu \partial_\mu J^\mu \\ &= T \partial_\mu (s u^\mu) = 0 \end{aligned}$$

● 熱力学関係式 (s: エントロピー密度)

$$d\varepsilon = T ds + \mu dn, \quad \varepsilon + P = Ts + \mu n$$

● $u^\mu u_\mu = 1$ より $\partial_\nu (u^\mu u_\mu) = u^\mu \partial_\nu u_\mu = 0$

完全流体ではエントロピーが保存する！

完全流体(3)

■ u^μ に垂直な方向 \rightarrow オイラー方程式

$$\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$$

$$\Delta_{\mu\nu} \partial_\rho T^{\rho\nu} = -\partial_\mu P + u_\mu u^\nu \partial_\nu P + (\varepsilon + P) u^\nu \partial_\nu u_\mu = 0 \quad (*)$$

● $u^\mu \partial_\mu \sim$ ラグランジュ微分 (D_t)

$$u^\mu \partial_\mu = \gamma (\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla) = \gamma D_t$$

● (*) 式の空間成分 (N.R. : $\varepsilon \gg P, \mathbf{v} D_t P \ll \nabla P$)

$$-\nabla P + \gamma^2 \mathbf{v} D_t P + \gamma(\varepsilon + P) D_t(\gamma \mathbf{v}) = 0$$

$$\text{N.R.} \rightarrow \varepsilon \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P$$

オイラー方程式: 流体素片の受ける力は圧力勾配が与える

粘性流体 (1)

■ エネルギー運動量テンソルの形・輸送係数・運動方程式の意味

■ Landau-Lifshitz の議論

- 流れの非一様性があると、流体素片がぶつかって運動量移行が起きる → 粘性
- 非一様性が大きくないとして、流れや熱力学変数について微分展開、またエントロピーが必ず増加すると要請。

■ エネルギー運動量テンソル・エントロピー流・保存カレント

$$T^{\mu\nu} = T_{(0)}^{\mu\nu} + T_{(1)}^{\mu\nu}, s^{\mu} = s u^{\mu} + s_{(1)}^{\mu}, j^{\mu} = n u^{\mu} + j_{(1)}^{\mu},$$

$$X_{(1)} = \mathcal{O}(\partial), T_{(0)}^{\mu\nu} = (\varepsilon + p) u^{\mu} u^{\nu} - p g^{\mu\nu}$$

■ Landau frame: 流れ $u^{\mu} = \gamma(1, \mathbf{v})$ はエネルギーの流れを表す。 [c.f. Eckart frame : 粒子数の流れ]

$$\text{Local Rest Frame } u^{\mu} = (1, \mathbf{0}), T_{(1)}^{0i} = 0, j_{(1)}^i = 0$$

$$\rightarrow u_{\mu} T_{(1)}^{\mu\nu} = 0, u_{\mu} j_{(1)}^{\mu} = 0 \quad (\varepsilon \equiv u_{\mu} T^{\mu\nu} u_{\nu}, n \equiv u_{\mu} j^{\mu})$$

粘性流体 (2)

■ 運動方程式 (u^μ 方向) + エントロピー増大

$$\begin{aligned}u_\nu \partial_\mu T^{\mu\nu} &= u_\nu \partial_\mu T_{(0)}^{\mu\nu} + u_\nu \partial_\mu T_{(1)}^{\mu\nu} \\&= T \partial_\mu (s u^\mu) + \mu \partial_\mu (n u^\mu) + \partial_\mu (u_\nu T_{(1)}^{\mu\nu}) - T_{(1)}^{\mu\nu} \partial_\mu u_\nu \\&= T \partial_\mu s^\mu - T \partial_\mu s_{(1)}^\mu - \mu \partial_\mu j_{(1)}^\mu - T_{(1)}^{\mu\nu} \partial_\mu u_\nu = 0 \\ \partial_\mu s^\mu &= \underbrace{\partial_\mu s_{(1)}^\mu + \frac{\mu}{T} \partial_\mu j_{(1)}^\mu}_{(A)} + \underbrace{\frac{1}{T} T_{(1)}^{\mu\nu} \partial_\mu u_\nu}_{(B)} \geq 0\end{aligned}$$

■ 任意の流れについて不等式が成立 \rightarrow 1 次の項の形を決める

- 仮定 1. (A), (B) がそれぞれ正または 0
- 仮定 2. $s_{(1)}^\mu = -\frac{\mu}{T} j_{(1)}^\mu \rightarrow (A) = -[\partial_\mu (\mu/T)] j_{(1)}^\mu$

粘性流体 (3)

- $u_\mu j_{(1)}^\mu = 0$ を満たし、微分の一次となる一般形 $j_{(1)}^\mu = \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu f$

$$\rightarrow (A) = -(\partial_\nu f) \Delta^{\mu\nu} \partial_\mu (\mu/T) \stackrel{\text{LRF}}{=} (\nabla f) \cdot \nabla (\mu/T) \geq 0$$

$$j_{(1)}^\mu = \alpha \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu (\mu/T), \quad \alpha = \chi \left(\frac{nT}{\varepsilon + p} \right)^2$$

χ = thermal conductivity (熱伝導度)

- (B) 項ではテンソルを分解して考える。
対称で横成分のみ (u^μ と直交) のテンソルを考えるので、

$$X^{\mu\nu} = X^{<\mu\nu>} + \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu} \text{Tr}_\Delta X \quad (\text{Tr}_\Delta X = \Delta_{\rho\sigma} X^{\rho\sigma})$$

$$X^{<\mu\nu>} \equiv \frac{1}{2} (X^{\mu\nu} + X^{\nu\mu}) - \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu} \text{Tr}_\Delta X$$

$X^{<\mu\nu>}$ は symmetric, traceless, transverse tensor

粘性流体 (4)

- 前ページの分解と $T(1)$ が symmetric, transverse であること、

$$T_{(1)}^{\mu\nu} = \Delta^{\mu\rho} \tau_{\rho\sigma} \Delta^{\sigma\nu} \quad (\tau_{\rho\sigma} = \tau_{\sigma\rho})$$

を使うと、(B) は次のように求まる。

$$\begin{aligned} T \times (B) &= \Delta^{\mu\rho} \tau_{\rho\sigma} \Delta^{\sigma\nu} \partial_\mu u_\nu = \tau_{\rho\sigma} \Delta^\sigma{}_\nu \nabla^\rho u^\nu \\ &= \left[\tau_{\langle\rho\nu\rangle} + \frac{1}{3} \Delta_{\rho\nu} \text{Tr}_\Delta \tau \right] \left[\nabla^{\langle\rho} u^{\nu\rangle} + \frac{1}{3} \Delta^{\rho\nu} (\nabla_\mu u^\mu) \right] \\ &= \tau_{\langle\rho\nu\rangle} \nabla^{\langle\rho} u^{\nu\rangle} + \frac{1}{3} \text{Tr}_\Delta \tau (\nabla_\mu u^\mu) \end{aligned}$$

第一項、第二項は独立な成分で、ともに正またはゼロだから、

$$T_{(1)}^{\mu\nu} = 2\eta \nabla^{\langle\mu} u^{\nu\rangle} + \zeta \Delta^{\mu\nu} (\nabla_\rho u^\rho) \quad (\eta \geq 0, \zeta \geq 0)$$

η = shear viscosity (ずり粘性), ζ = bulk viscosity (体積粘性)

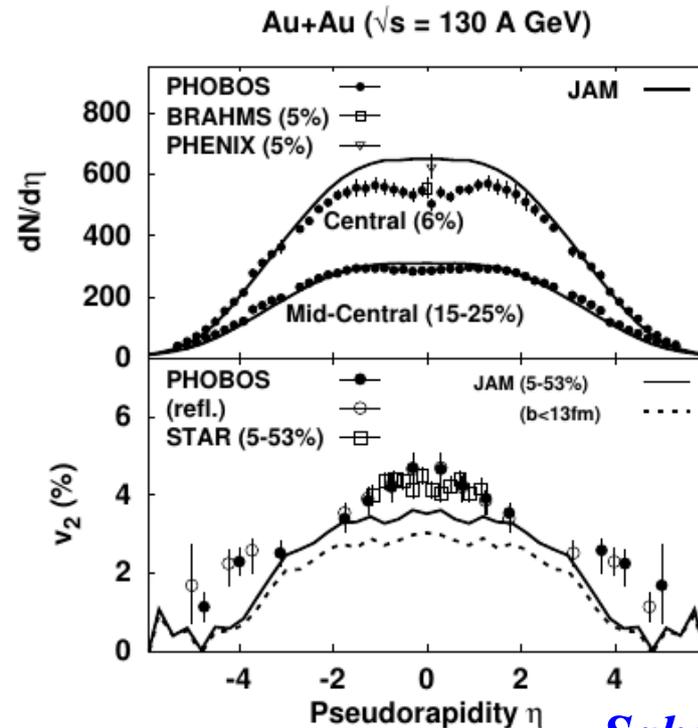
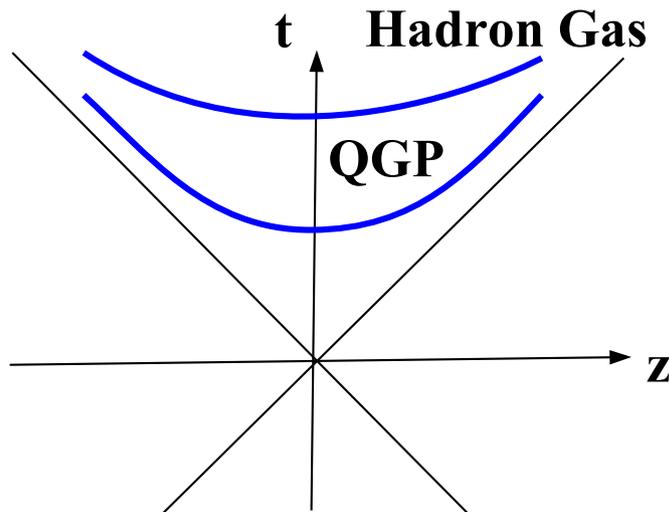
微分展開 + エントロピー増大 $\rightarrow T^{\mu\nu}, s^\mu$ の形と輸送係数 (κ, η, ζ)

Bjorken flow (1)

- 高エネルギー反応の mid-rapidity 領域では近似的に boost invariant な物質が生成されていると期待される。

$$\frac{dN}{dy} \simeq \text{const.}, \quad y = \frac{1}{2} \log \left(\frac{E + P_z}{E - P_z} \right)$$

($y = \text{rapidity}$, z 軸方向の boost に対して定数だけ変化する”速度”)



Sahu+ (2006)

Bjorken flow (2)

■ Bjorken flow = boost 不変な完全流体解

- 流体素片は $v_z = z/t =$ 一定の線に沿って1次元膨張すると仮定

$$u^\mu = \gamma(1, 0, 0, v_z) = (t/\tau, 0, 0, z/\tau) = (\cosh \eta, 0, 0, \sinh \eta)$$

$$\tau = \sqrt{t^2 - z^2}, \quad \eta = \frac{1}{2} \log \left(\frac{t+z}{t-z} \right)$$

$$t = \tau \cosh \eta, \quad z = \tau \sinh \eta$$

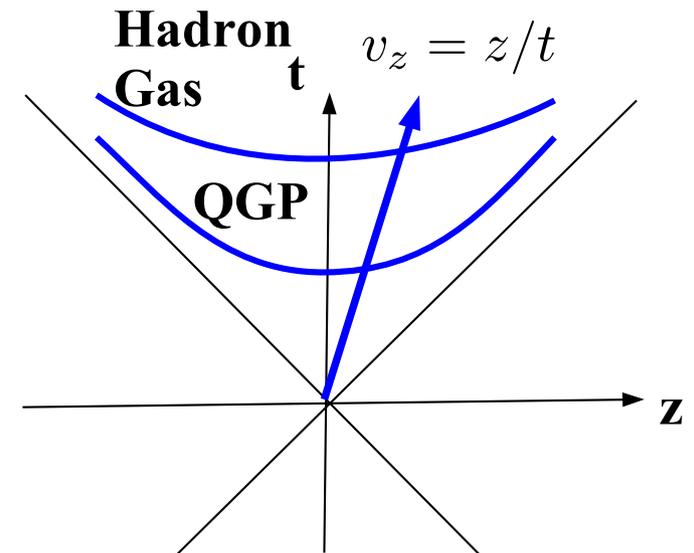
$$\rightarrow u^\mu \partial_\mu = \partial_\tau, \quad \partial_\mu u^\mu = 1/\tau$$

- 完全流体

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{s}{\tau} = 0 \rightarrow s(\tau) = \frac{\tau_0}{\tau} s(\tau_0)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon + P}{\tau} = 0$$

$$\rightarrow \varepsilon(\tau) = \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1+\lambda} \varepsilon(\tau_0) \quad (P = \lambda \varepsilon)$$



Bjorken flow (3)

■ 観測量との比較

- 完全流体描像が正しければ、QGP 生成後エントロピーはほぼ保存
- 質量0の自由粒子では、エントロピー / 粒子数 ~ 4

$$S \simeq \xi N \quad (\xi \simeq 4), \quad \frac{dS}{dy} = \underbrace{\pi R^2 \tau_f}_{\text{volume}} s(\tau_f) \simeq \xi \pi R^2 \tau_f n(\tau_f) = \xi \frac{dN}{dy}$$

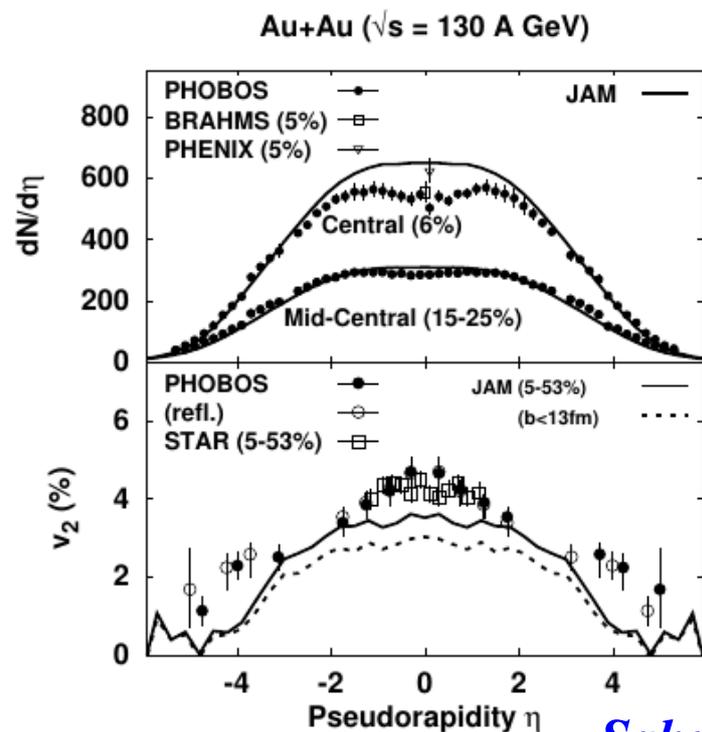
($\tau_f =$ 凍結時間) 観測量

- 高エネルギー重イオン衝突での生成粒子数 ~ 1000 / one rapidity
 $\rightarrow dS/dy \sim 4000$

■ 流体模型による分析

\rightarrow 熱化時間 $\tau_{th} = (0.6-1.5) \text{ fm/c}$

- 摂動論の結果 $(3-5) \text{ fm/c}$ より有意に短い。
- τ_{th} での大きなエントロピー密度は初期の高温物質の存在を示す。



Sahu+ (2006)

Short Summary

- 流体力学は (煩雑だが) 一般的に利用可能な美しい枠組み
 - 局所平衡における自由度の縮約 (全自由度 \rightarrow 熱力学変数 + 流れ)
 - 保存則から完全流体の方程式へ
完全流体ではエントロピーの保存 + 相対論的オイラー方程式
 - 保存則、微分展開、熱力学第2法則から (1 次の) 粘性流体方程式
- (粘性) 流体力学は広い応用範囲をもつ
 - HIC, コンパクト天体現象, 天気予報
 - RHIC, LHC での流体力学の成功
 $\rightarrow \eta/s = (1-3)/4\pi$ はストリング理論の強結合極限の結果を支持
 - 注意: ここで考えた一次の粘性流体は因果律を破る。相対論的に無矛盾な粘性流体を考える場合には、微分展開の二次まで考慮し、いくつかの緩和時間を導入する必要がある。

ボルツマン方程式

Boltzmann 方程式 (1)

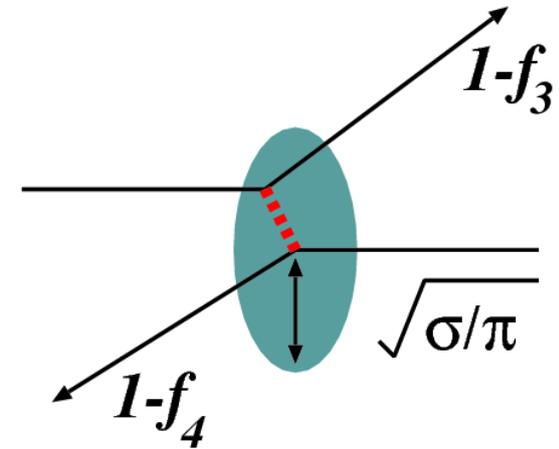
- 平均自由行程の長い低密度状態では、局所平衡が保証されない
→ 非平衡輸送モデルが必要 (Boltzmann Eq. はその代表)
- Boltzmann equation (classical particle)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = I_{\text{coll}}$$

$$I_{\text{coll}} = - \int \frac{d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_3 d\mathbf{p}_4}{(2\pi)^9} w_{12 \rightarrow 34} [f_1 f_2 - f_3 f_4]$$

$$= - \int \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega [f_1 f_2 - f_3 f_4]$$

- $f =$ 位相空間分布関数, $w =$ 遷移確率



Boltzmann 方程式 (2)

■ 平衡分布

$$f_1 f_2 = f_3 f_4 \rightarrow \log f_1 + \log f_2 = \log f_3 + \log f_4$$

● 2体衝突での保存量 = Energy & Momentum

$$\log f = -\beta(x)u_\mu(x)p^\mu + C \rightarrow f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \exp(-\beta(x)u_\mu(x)p^\mu + C)$$

● $\beta(\mathbf{x})=1/T(\mathbf{x})$, $u_\mu(\mathbf{x})=4$ 元速度流とすると、静止系でボルツマン分布

■ エントロピーの増加 (H 定理)

$$S = - \int \frac{d\mathbf{x}d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} f \log f$$

$$\frac{dS}{dt} = - \int \frac{d\mathbf{x}d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\partial f}{\partial t} \log f = \int d\Gamma \log f_1 (f_1 f_2 - f_3 f_4)$$

$$= \int d\Gamma \frac{1}{4} \log(f_1 f_2 / f_3 f_4) (f_1 f_2 / f_3 f_4 - 1) f_3 f_4 \geq 0$$

$$d\Gamma = w_{12 \rightarrow 34} d\mathbf{x} d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_3 d\mathbf{p}_4 / (2\pi)^{12}$$

$$(X - 1) \log X \geq 0$$

Boltzmann 方程式 (3)

■ Fermion, Boson の Boltzmann Eq. (量子統計)

$$I_{\text{coll}}^{F,B} = - \int \frac{d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_3 d\mathbf{p}_4}{(2\pi)^9} w_{12 \rightarrow 34} [f_1 f_2 (1 \mp f_3)(1 \mp f_4) - f_3 f_4 (1 \mp f_1)(1 \mp f_2)]$$

■ 平衡分布

$$f_1 f_2 (1 - f_3)(1 - f_4) = f_3 f_4 (1 - f_1)(1 - f_2)$$

$$\rightarrow \log \frac{f_1}{1 - f_1} + \log \frac{f_2}{1 - f_2} = \log \frac{f_3}{1 - f_3} + \log \frac{f_4}{1 - f_4}$$

$$\rightarrow f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{\exp([\beta(x)u_\mu(x)p^\mu - \beta(x)\mu(x)] + 1)}$$

平均場動力学

Time-Dependent Hartree-Fock & Vlasov Equation

TDHF and Vlasov Equation

- Time-Dependent Mean Field Theory (e.g., TDHF) $i\hbar \frac{\partial \phi_i}{\partial t} = h\phi_i$

- Density Matrix

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_i^{\text{Occ}} \phi_i(\mathbf{r}) \phi_i^*(\mathbf{r}') \quad \rightarrow \rho_W = f \text{ (phase space dist.)}$$

- TDHF for Density Matrix

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [h, \rho] \quad \rightarrow \frac{\partial f}{\partial t} = \{h_W, f\} + \mathcal{O}(\hbar^2)$$

- Wigner Transformation and Wigner-Kirkwood Expansion
(Ref.: Ring-Schuck)

$$A_W(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d^3s \exp(-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{s}/\hbar) \langle \mathbf{r} + \mathbf{s}/2 | A | \mathbf{r} - \mathbf{s}/2 \rangle$$

$$(AB)_W = A_W \exp(i\hbar\Lambda/2) B_W$$

$$\Lambda = \overleftarrow{\nabla}_r \cdot \overrightarrow{\nabla}_p - \overleftarrow{\nabla}_p \cdot \overrightarrow{\nabla}_r$$

$$[A, B]_W = 2iA_W \sin(\hbar\Lambda/2) B_W = i\hbar \{A_W, B_W\}_{\text{PB}} + \mathcal{O}(\hbar^3)$$

(交換子とポアソン括弧の関係が明確！)

Test Particle Method

■ Vlasov Equation

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \{h_W, f\}_{\text{PB}} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla U \cdot \nabla_p f = 0$$

■ Classical Hamiltonian

$$h_W(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r})$$

■ Test Particle Method (C. Y. Wong, 1982)

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{(2\pi)^3}{N_0} \sum_{i=0}^{AN_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_i) \rightarrow \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \nabla_p h_W, \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\nabla h_W$$

Mean Field Evolution can be simulated

by Classical Test Particles

*→ Opened a possibility to Simulate High Energy HIC
including Two-Body Collisions in Cascade*

BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) Equation

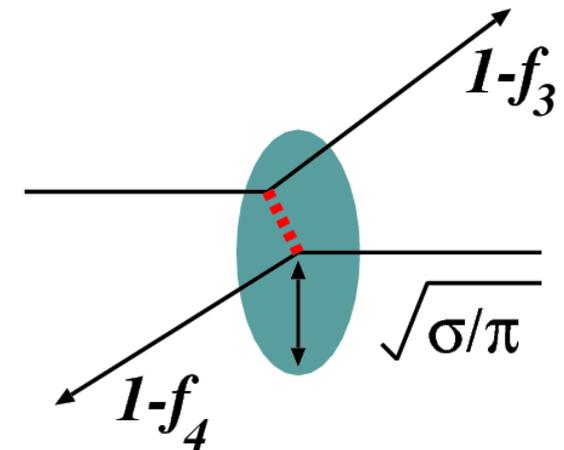
- **BUU Equation** (Bertsch and Das Gupta, Phys. Rept. 160(88), 190)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla U \cdot \nabla_p f = C[f]$$

$$C[f_1] = - \int d\Gamma_2 d\Gamma_3 d\Gamma_4 w_{12 \rightarrow 34} [f_1 f_2 (1 \mp f_3)(1 \mp f_4) - f_3 f_4 (1 \mp f_1)(1 \mp f_2)]$$

- **Incorporated Physics in BUU**

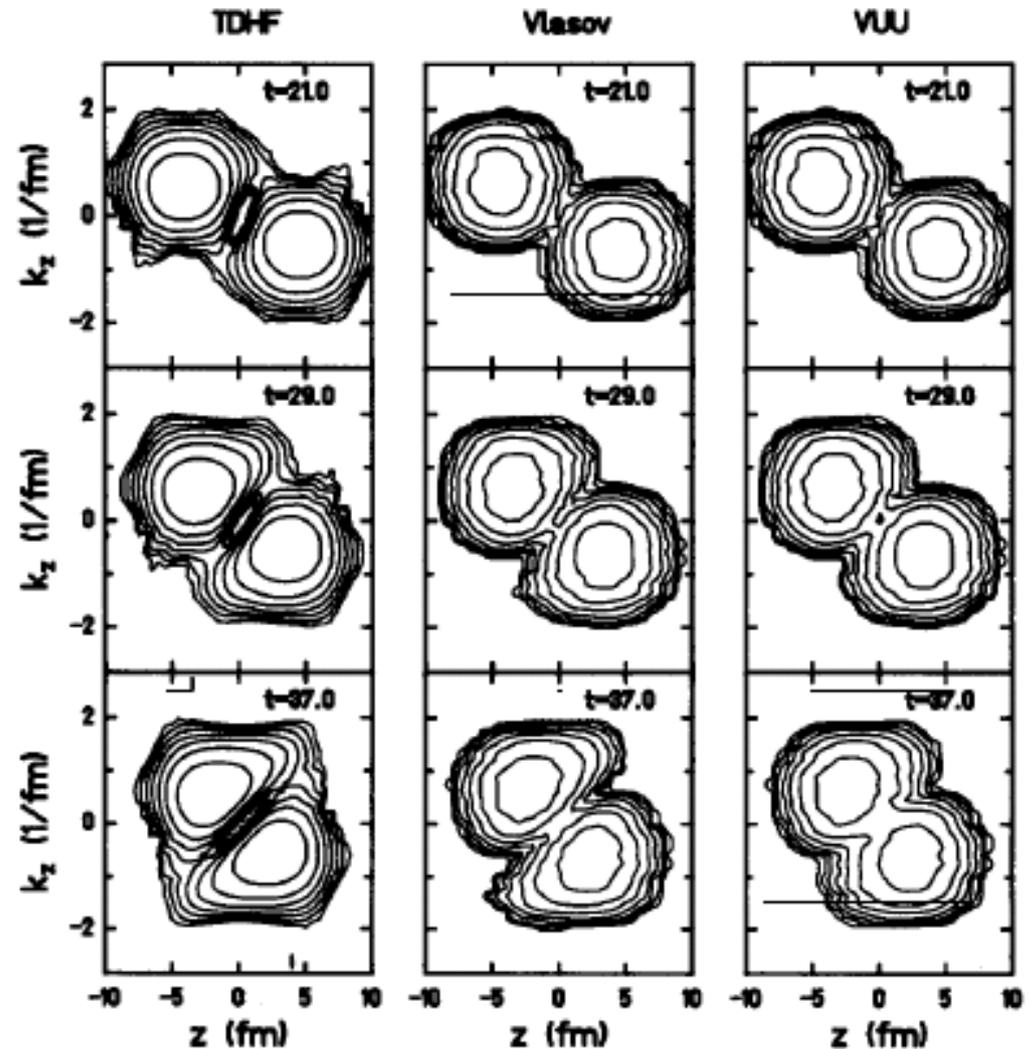
- Mean Field Evolution
- (Incoherent) Two-Body Collisions
- Pauli Blocking in Two-Body Collisions



O One-Body Observables (Particle Spectra, Collective Flow, ..)
X Event-by-Event Fluctuation (Fragment, Intermittency, ...)

Comarison of TDHF, Vlasov and BUU(VUU)

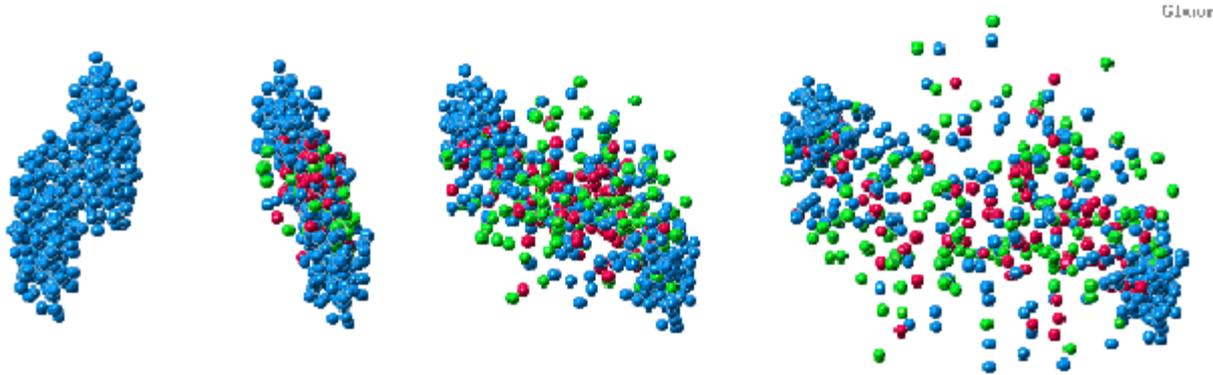
- Ca+Ca, 40 A MeV
(Cassing-Metag-Mosel-Niita, Phys. Rep. 188 (1990) 363).



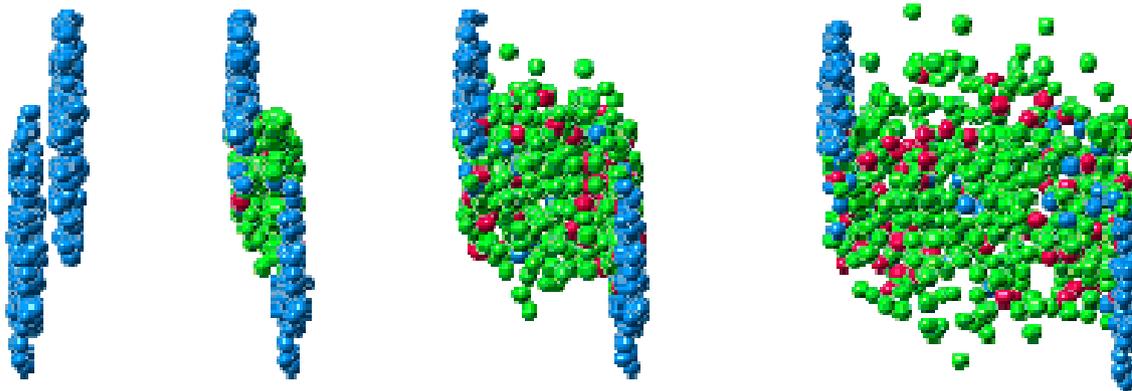
Heavy-Ion Collisions at $E_{\text{inc}} \sim (1-100) A \text{ GeV}$

- Study of Hot and Dense Hadronic Matter
→ Particle Yield, Collective Dynamics (Flow), EOS,

AGS



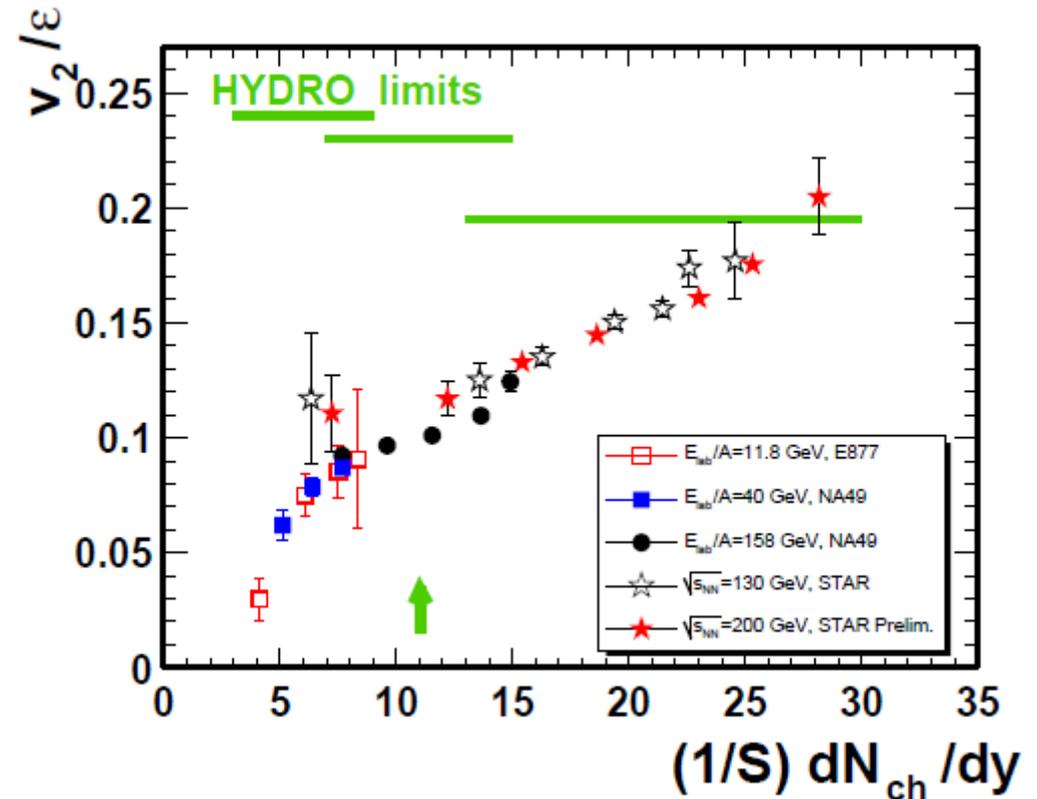
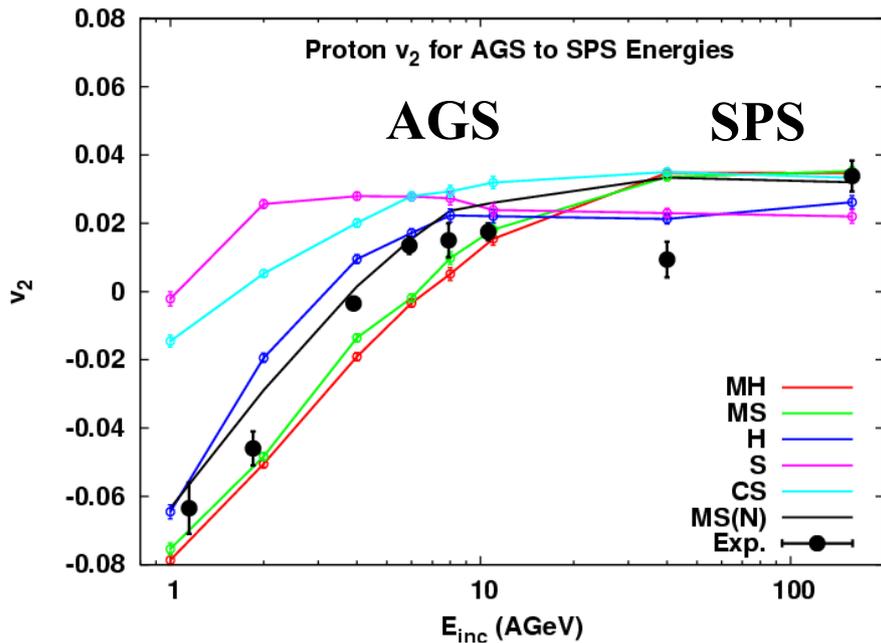
SPS



JAMming on the Web, linked from <http://www.jcprg.org/>

Hydrodynamics vs Transport

- $\sqrt{s_{NN}} < 20$ GeV \rightarrow Transport model calculation seems to explain v_2 data.
- RHIC (& LHC) \rightarrow Hydrodynamics is successful.



*M. Isse, AO, N. Otuka, P.K. Sahu, Y. Nara,
 PRC72 ('05) 064908 [nucl-th/0502058]*

*U. W. Heinz, AIP Conf.Proc. 739 ('05) 163
 [nucl-th/0407067]*

Short Summary

- 衝突項と平均場効果を取り入れた原子核輸送模型は応用範囲の広い理論の枠組み
 - 「古典運動方程式と確率的に取り入れる2体衝突項」による数値的解法は、非平衡状態の時間発展と緩和過程の記述に有効
 - 高エネルギーの反応でも終状態での発展に輸送模型が必要
- Wigner 変換は量子論と古典論をつなぐ有用な手法
 - TDHF \rightarrow Vlasov 方程式
 - 交換子とポアソン括弧の関係は覚えておく価値あり

レポート問題 (Sec. 7)

- 大西担当分全体で半分程度解いて提出してください。
[前期 (基礎論 A) と同様]
- ✕切は出題後2週間後の講義が始まるまで。
- Rep.7-1: 相対論的理想流体方程式の Bjorken 解では内部エネルギーが減少する。

$$\frac{\partial(\tau\varepsilon)}{\partial\tau} = -P \quad [\text{or } d(\tau\varepsilon)\Delta y = -Pd\tau\Delta y]$$

第一式を導出し、その意味を述べよ。

- Rep.7-2: 球対称で3次元的に膨張する流れ $u^\mu = (t, x, y, z)/\tau$ のもとで完全流体のエントロピー密度は $\tau = (t^2 - x^2 - y^2 - z^2)^{1/2}$ の関数としてどのようにふるまうか? (ε, P は τ のみの関数とする。)

レポート問題 (Sec. 7)

- Rep.7-3: Boltzmann 方程式において粒子数とエネルギー

$$N = \int \frac{dx dp}{(2\pi)^3} f(x, p, t), \quad E = \int \frac{dx dp}{(2\pi)^3} f(x, p, t) \frac{p^2}{2m}$$

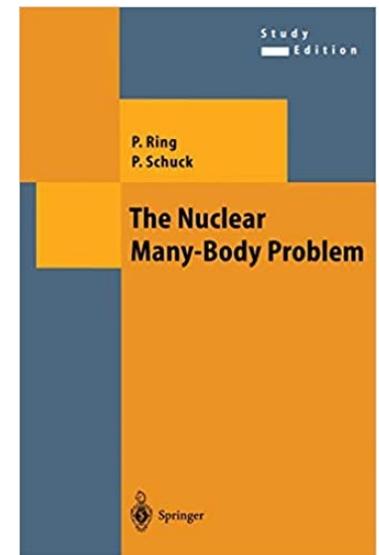
が保存することを示せ。また分布関数 f を用いてフェルミオン系のエントロピーを定義し、フェルミ統計を含む衝突項による時間発展において、エントロピーが増加することを示せ。

- Rep.7-4:(分母としては数えません)
Wigner 変換の性質

$$([A, B])_W = i\hbar\{A_W, B_W\}_{PB} + \mathcal{O}(\hbar^3)$$

を示せ。

(Ring-Schuck text の Appendix 参照。面倒です。)



¥ 8973 @ amazon

(check library & nuclear theory lab.)