原子核基礎論A（火2，大西・萩野）

- 授業計画と内容
  核力と量子色力学、核物質の性質、原子核構造に関して理論模型のいくつかをとりあげながら最近の発展を紹介する。

1. はじめに（原子核の基本的性質）（1コマ → 2コマ）
2. 核力とその起源（3コマ）
3. クォークとハドロン (2コマ)
4. 核物質の相図と状態方程式 → 後期へ

大西

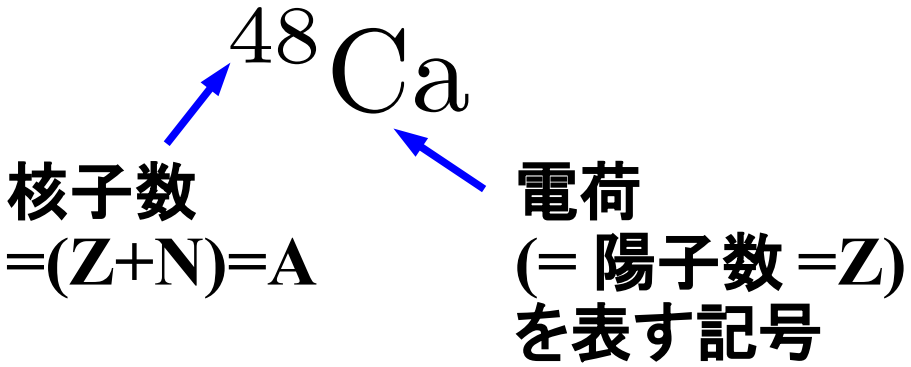
5. 殻模型と魔法数（1コマ）
6. 平均場理論と核変形（3コマ）
7. 中性子過剰核の物理（2コマ）
8. 非束縛核と共鳴散乱理論（1コマ）

萩野

- 成績評価の方法・観点及び達成度
  - レポート試験の成績（80 %） 平常点評価（20 %）
    平常点評価には、出席状況および討論への積極的な参加の有無を参考にする。
  - 前半 (大西担当分) では 10-15 問程度レポートを出します。(合計 10 問でした。)
    半分程度以上解いて PandA から提出して下さい。

原子核とは

- 定義 1: 原子の中心にある核子 (陽子・中性子) からなる系
  - 陽子数 Z 、中性子数 N
  - 安定な原子核 287 種
  - 見つかっている原子核 ~ 3000 種
  - 存在が予言 ~ 9000 種



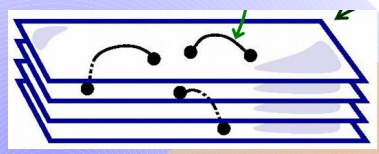
- 定義 2: 強い相互作用によって現れるハドロンの束縛・共鳴状態
  - 構成要素 = ハドロン
    核子 (p, n), ハイペロン (Λ, Σ, Ξ), 中間子 (K, η, …)
  - 「原子の核」ではない励起状態も含む。
  - ハドロン = 強い相互作用で結合したクォーク・ハドロンの複合粒子

クォーク(QCD) ・ハドロン物理学も
原子核物理学の研究対象

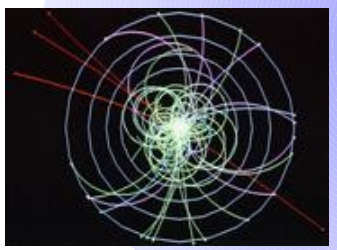
Quark-hadron Sciences

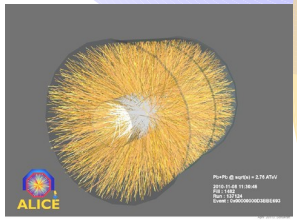
High E. Phys.

String Theory

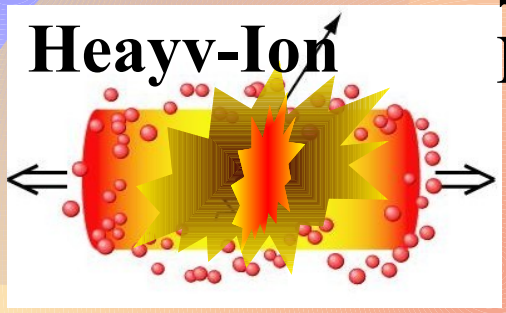


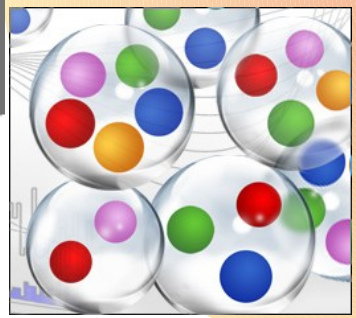
Higgs and
Beyond SM





Heavy-Ion



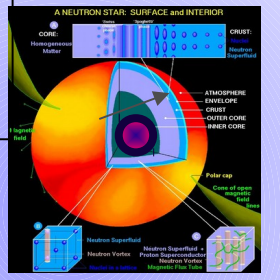


Exotic Hadrons

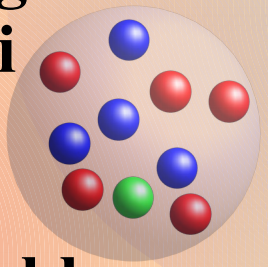
Astrophys. & Cosmology

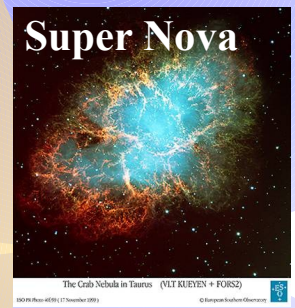
Dark Energy

Neutron Star

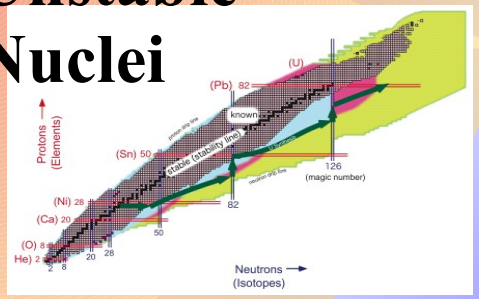


Strangeness
Nuclei

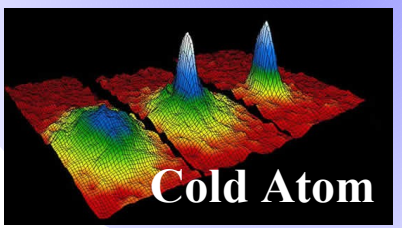




Unstable
Nuclei



Quark-hadron Sciences



Cond. Matter &Stat. Phys.

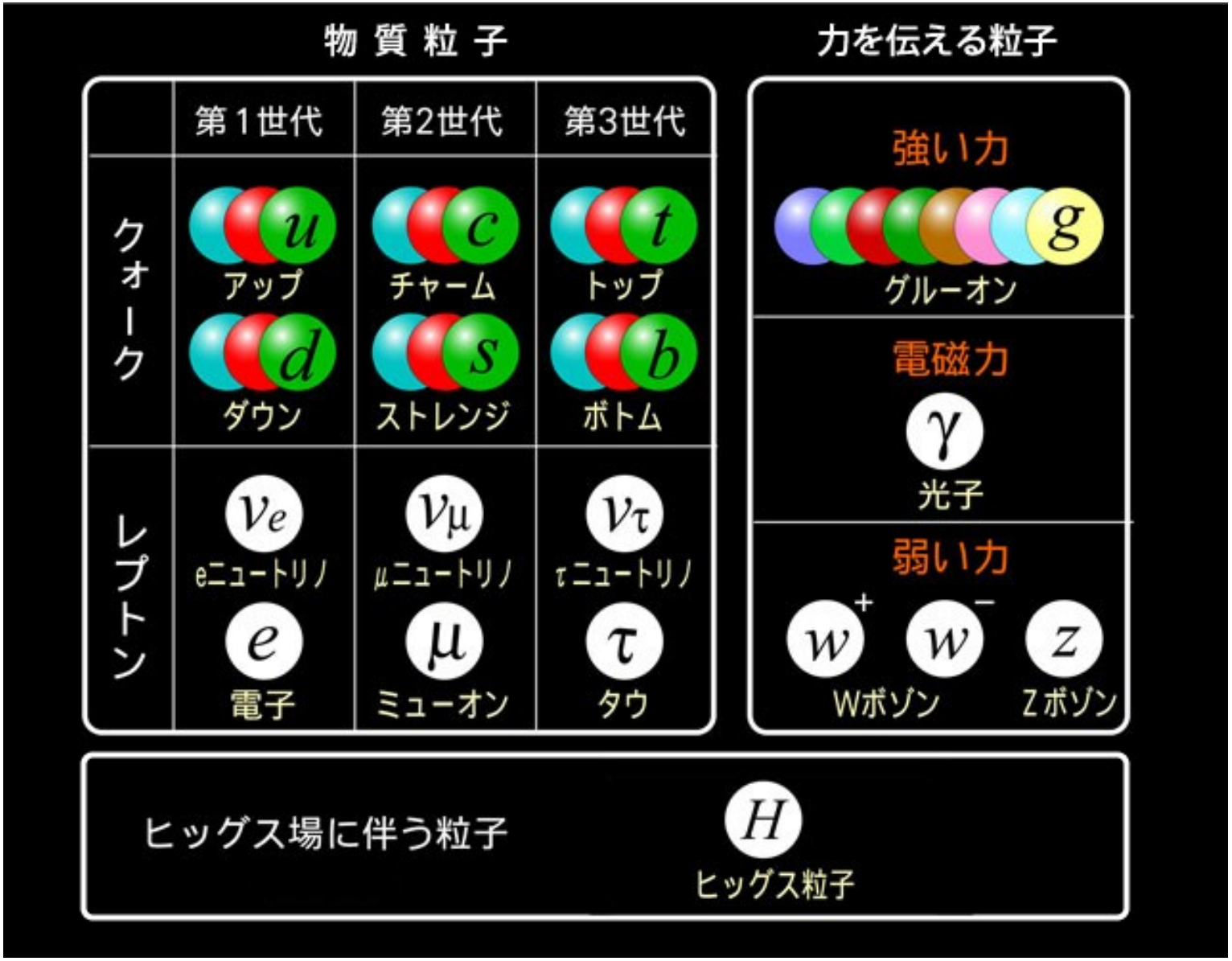
基研滞在型プログラムの提案書より
(Yukawa Int. Prog. of Quark-Hadron Sciences)

クォーク・ハドロン物理学の課題

- クォーク・グルーオンの閉じ込め
  - QCD の基本的自由度のクォーク・グルーオンは単独では観測されず、
    複合粒子であるハドロンのみが観測される「カラーの閉じ込め」はどのように理解できるか？
  - クォーク・グルーオンが動き回る物質は作れるか？自然界に存在するか？
  - 相転移や粒子の性質におけるトポロジーの役割は？
- 質量の起源
  - 核子の質量のうち、クォーク 3 つの質量は 2% 以下
    → 相互作用 (+ 真空のエネルギー変化) による質量生成 (カイラル対称性の自発的破れ)
  - 破れた対称性が回復した物質は存在するか？原子核内でハドロンの質量は変わるのか？
- ハドロン共鳴・ハドロンを含む原子核
  - 核子以外のハドロンを含む「原子核」の性質は？
  - 3 つのクォーク (核子などのバリオン) 、クォークと反クォーク (π 粒子などのメソン)
    以外のハドロンはないのか？
- 極端な状況での物質の性質と動力学
  - 高温・高密度・高磁場での物質の性質は？
  - これらの物質が原子核衝突や高密度天体現象でどのように現れるか？

量子色力学とクォーク

クォーク



http://www.kek.jp/ja/Research/IPNS/

クォーク

世代	種類	電荷	質量
I	u	$+2/3$	$2.3^{+0.7}_{-0.5}$ (300) MeV
	d	$-1/3$	$4.8^{+0.5}_{-0.3}$ (300) MeV
II	c	$+2/3$	1.275 ± 0.025 (1.5) GeV
	s	$-1/3$	95 ± 5 (500) MeV
III	t	$+2/3$	$173.21 \pm 0.51 \pm 0.87$ GeV
	b	$-1/3$	4.18 ± 0.03 (4.5) GeV

Particle Data Group

量子色力学 (Quantum Chromodynamics, QCD)

- **QCD= 強い相互作用の基礎理論**

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)q - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F_a^{\mu\nu}$$

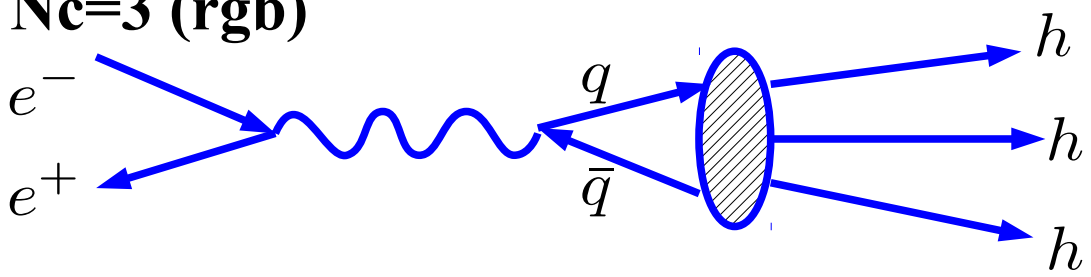
$$A_\mu = A^a_\mu T_a,\ D_\mu = \partial_\mu \pm igA_\mu,$$

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{\pm ig}\left[D_\mu,\ D_\nu\right] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \pm ig\left[A_\mu,\ A_\nu\right]$$

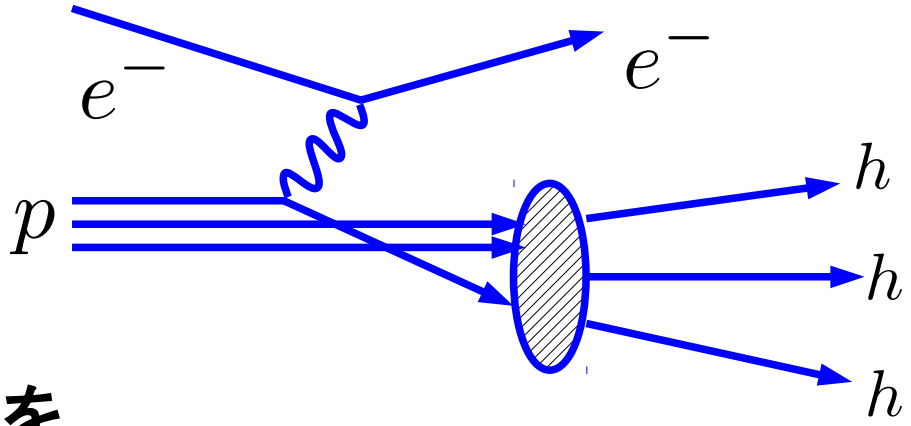
  - **クォークとグルーオンのダイナミクスを記述する 非可換 (SU(3)) ゲージ理論**
    Yang, Mills ('54), Color DOF: Greensite ('64), Han, Nambu ('65)
  - **大きなエネルギースケールでは結合が弱くなる (漸近的自由性)**
    Gross, Wilczek ('73), Politzer ('73) [Nobel prize in Phys. ('04)]
  - **小さなエネルギースケールでは非摂動論的 → カラーの閉じ込め、カイラル対称性の自発的破れ**
    Wilson ('74) [Nobel prize in Phys. ('82), Critical phenomena]
    Nambu, Jona-Lasino [Nobel prize in Phys. ('08) to Nambu]

QCD = 強い相互作用の基礎理論

- クォークはスピン (4 spinor) ・フレーバー (u, d, s, ...) ・時空の自由度に加えて、カラーの自由度を持っている。
  - $\Delta^{++}(Jz=3/2) = u\uparrow u\uparrow u\uparrow$ 、$u\uparrow$ は全て 0s 状態 → 新たな自由度が必要
  - $\sigma(e^+e^- \to \text{hadrons}) \propto Nc \to Nc=3$ (rgb)



- QCD の漸近的自由性は核子を標的とした深非弾性散乱 (レプトンとの高運動量移行反応) 実験により確認されている。



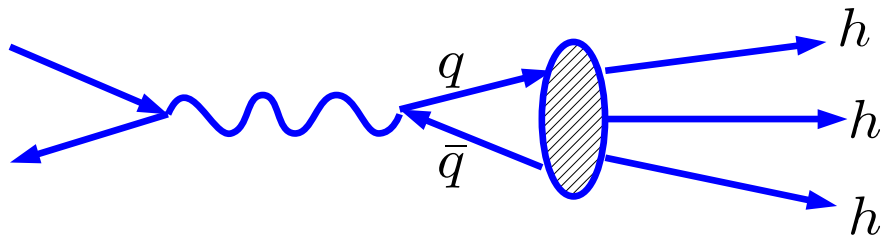
- 低運動量領域における QCD の非摂動論的性質は、格子 QCD 計算により調べられており、ハドロンスペクトルなどで大きな成功を収めている。

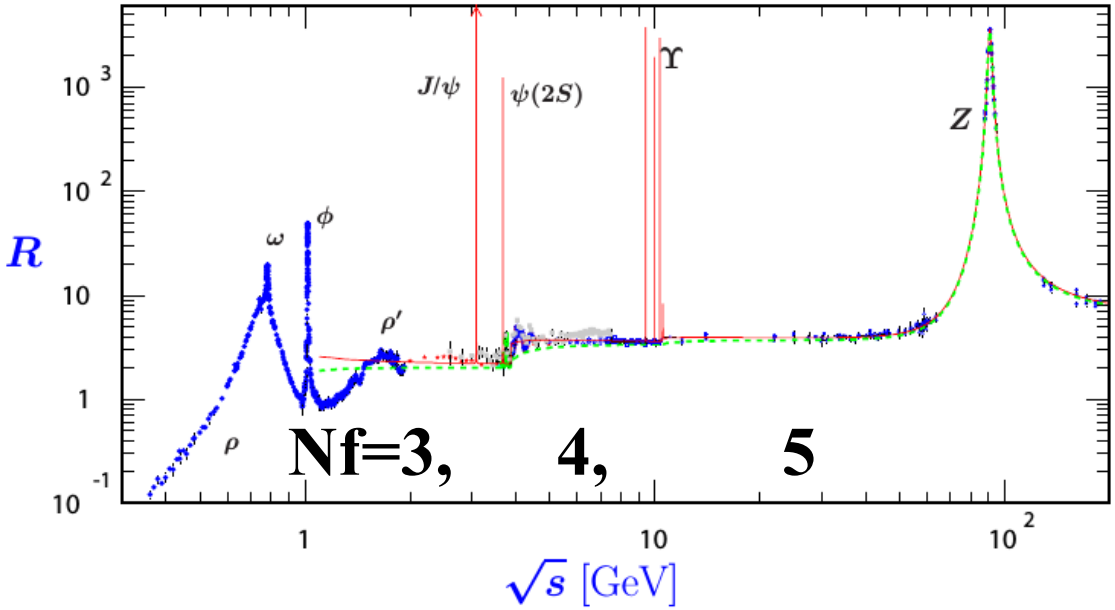
Nc=3 の確認：R 比 (cross section ratio)

- フェルミオン対生成の断面積の比は自由度・電荷の自乗に比例

$$R = \frac{\sigma(e^- e^+ \to h)}{\sigma(e^- e^+ \to \mu^- \mu^+)} \simeq N_c \sum_q e_q^2 = \frac{5}{3}, \frac{6}{3}, \frac{10}{3}, \frac{11}{3} \quad (N_f = 2, 3, 4, 5)$$

- いったんクォーク対が作られると多くのハドロンが生成されるので、分子は「クォーク対生成断面積」で近似できる。
(元に戻る確率は小)
- 十分にエネルギーが高ければ、クォークの質量は無視できる。
- 共鳴状態近辺では断面積は増大





K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 38, 090001 (2014).

クォークの自由度

- クォークは色々な「座標」を持っている！
  - 時間・空間座標 (x, t)
  - スピン (↑, ↓)
  - フレーバー (u, d, s, c, b, t (+ more ?))
    - 強い相互作用ではフレーバー (クォークの種類) は保存
    - 軽い3つのクォーク (u,d,s) からなる系には近似的な $SU(3)_f$ 対称性がある。(N_f=3)
    - クォークが3世代以上あれば CP の破れが説明可能
      Kobayashi, Maskawa ('73) [Nobel prize in Phys., 2008]
  - カラー (R, G, B)
    - 厳密な $SU(3)_c$ 対称性 (ゲージ対称性) がある。
      (カラー空間で回しても (unitary 変換しても) 同じエネルギー)
    - 観測される粒子は常にカラー 1 重項
      (カラー空間の回転で「回らない」スカラー)
      c.f. 単独のクォークはカラー 3 重項 (N_c=3)

カラー (R,G,B)

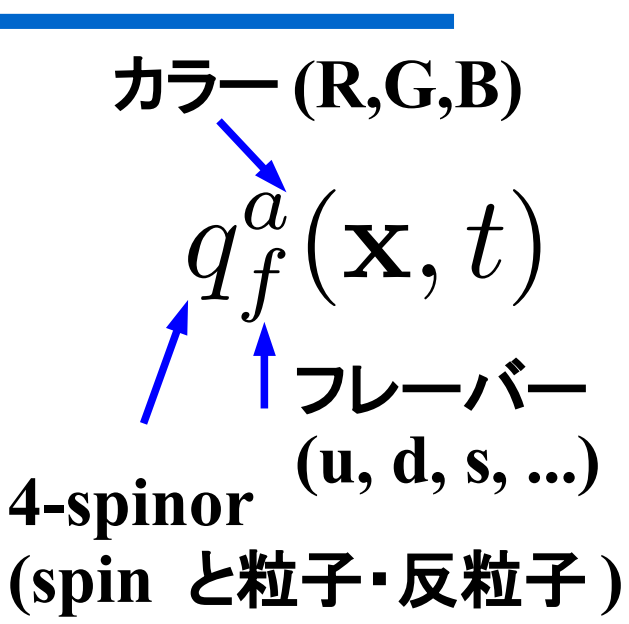
$$q_f^a(\mathbf{x}, t)$$

フレーバー (u, d, s, ...)

4-spinor (spin と粒子・反粒子)

QCD の対称性

- SU(2) 対称性 (回転対称性、厳密)
- $SU(3)_c$ 対称性 (カラー対称性、厳密)
- $U(1)_B$ 対称性 (クォーク数保存、厳密)
- $SU(N_f)$ 対称性 (フレーバー対称性、近似的)
- カイラル対称性 (近似的、自発的破れ)
  - クォーク質量がゼロの場合、右巻きクォークと左巻きクォークは
    フレーバー空間で独立に回転させてもラグランジアンは不変
    (詳しくは核物質基礎論 (菅沼さん) & 原子核基礎論 B(後期) で)
- $U(1)_A$ 対称性 (Axial symmetry, 量子異常 (anomaly) で破れる)



$$U(1)_B \times U(1)_A \times SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times SU(3)_c$$
$$\rightarrow U(1)_B \times SU(N_f) \times SU(3)_c$$

古典作用の対称性

量子論での対称性

非可換ゲージ対称性

- **局所ゲージ変換 (カラー空間での回転)**

$$q \to Uq,\ \bar{q} \to \bar{q}U^\dagger,\ D_\mu \to D'_\mu = UD_\mu U^\dagger\ (U = U(x) \in \mathrm{SU}(N_c))$$

に対して QCD Lagrangian は不変。

$$D'_\mu = UD_\mu U^\dagger = U(\partial_\mu \pm igA_\mu)U^\dagger = \partial_\mu + \underbrace{U(\partial_\mu U^\dagger) \pm igUA_\mu U^\dagger}_{\pm igA'_\mu}$$

$$\to A'_\mu = UA_\mu U^\dagger \mp \frac{i}{g}U(\partial_\mu U^\dagger)$$

$$D_\mu \to UD_\mu U^\dagger, F_{\mu\nu} = \frac{1}{\pm ig}[D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \pm ig[A_\mu, A_\nu](= F^a_{\mu\nu}T_a)$$

$$F_{\mu\nu} \to UF_{\mu\nu}U^\dagger, \mathrm{tr}[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] = \frac{1}{2}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a = \text{invariant}\ (\mathrm{tr}(T_aT_b) = \delta_{ab}/2)$$

$$(T_a = \lambda_a/2\ \text{for} N_c = 3)$$

- **局所変換では U は時空の関数 U(x)**
- **A, F, U は Nc x Nc の行列 , q は Nf x Nc 個の 4-spinor**
- **λ_a はゲルマン行列**

$$F^{\mu\nu}_a = \begin{pmatrix} 0 & E^a_x & E^a_y & E^c_z \\ -E^a_x & 0 & -B^a_z & B^a_y \\ -E^a_y & B^a_z & 0 & -B^a_x \\ -E^a_z & -B^a_y & B^a_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$F^{*,\mu\nu}_a = \varepsilon^{\mu\nu\rho\lambda}F^a_{\rho\lambda}\ (E \leftrightarrow B)$$

カイラル対称性

- **(大局的) カイラル変換**
  (right-, left-handed quark のフレーバー空間での回転)

$$q_{R,L} \to U_{R,L} q_{R,L},\ \bar{q}_{R,L} \to \bar{q} U^{\dagger}_{R,L},\quad (U_{R,L} \in \mathrm{SU}(N_f))$$

$$q_{R,L} = P_{R,L} q,\ P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$$

に対して、クォーク質量がゼロの QCD Lagrangian は不変。

- ベクトルは L, R を混ぜない → QCD Lagrangian (m=0) では混ざらない
- スカラー・擬スカラーは L,R を混ぜる → m≠0 では L,R が混ざる

$$q_{R,L} = P_{R,L} q,\ P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5),\ P_{R,L}\gamma^{\mu} = \gamma^{\mu} P_{L,R},\ P_{R,L}\gamma_5 = \pm P_{R,L}$$

$$\bar{q}_{R,L} = q^{\dagger}_{R,L}\gamma_0 = q^{\dagger}_{R,L} P_{R,L}\gamma_0 = q^{\dagger}_{R,L}\gamma_0 P_{L,R} = \bar{q}_{R,L} P_{L,R}$$

$$\bar{q}\gamma^{\mu} q = (\bar{q}_R P_L + \bar{q}_L P_R)\gamma^{\mu} q = (\bar{q}_R \gamma^{\mu} P_R + \bar{q}_L \gamma^{\mu} P_L) q = \bar{q}_R \gamma^{\mu} q_R + \bar{q}_L \gamma^{\mu} q_L$$

$$\bar{q} q = (\bar{q}_R P_L + \bar{q}_L P_R) q = \bar{q}_R q_L + \bar{q}_L q_R$$

$$\bar{q} i\gamma_5 q = (\bar{q}_R P_L + \bar{q}_L P_R) i\gamma_5 q = -i(\bar{q}_R q_L - \bar{q}_L q_R)$$

$$\mathcal{L} = \bar{q}_R (i\gamma^{\mu} D_{\mu}) q_R + \bar{q}_L (i\gamma^{\mu} D_{\mu}) q_L - (\bar{q}_R m q_L + \bar{q}_L m q_R) - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F_a^{\mu\nu}$$

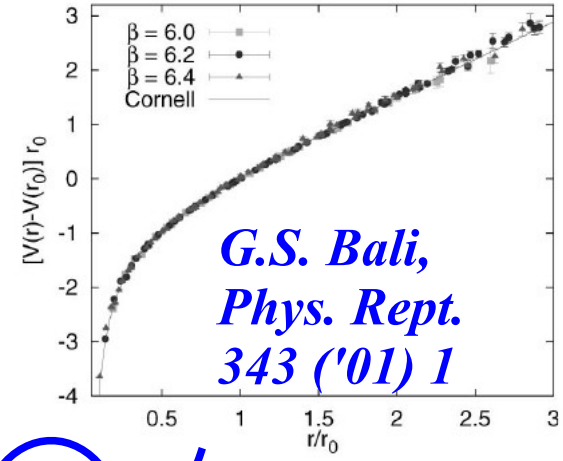
クォークからハドロンへ

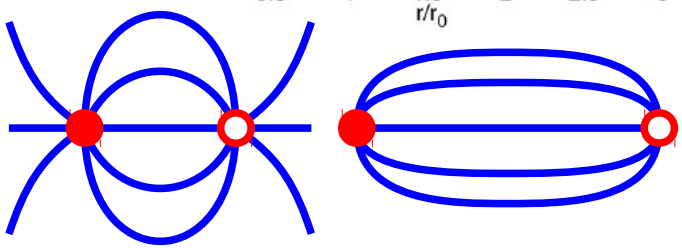
QCD の非摂動論的効果

- クォーク・グルーオンの閉じ込め
  - QCD の基本的自由度のクォーク・グルーオンは単独では観測されず、複合粒子であるハドロンのみが観測される
  - 閉じ込めポテンシャル
    ~（カラー）クーロン力 + 線形ポテンシャル

$$V_{\rm conf}(r) = -\frac{A}{r} + \kappa r \quad (\kappa \simeq 1\ {\rm GeV/fm})$$

(Cornell potential)





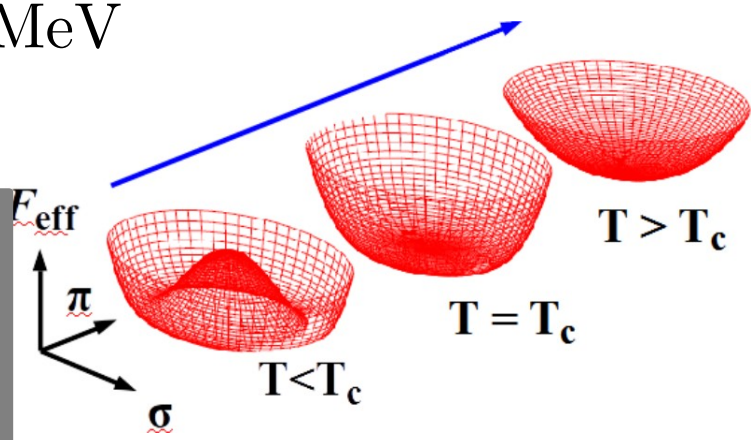
電磁気　　QCD

- カイラル対称性の自発的破れ
  - クォークがゼロ質量の場合に QCD がもつカイラル対称性は真空で自発的に破れ、クォークが質量 (構成子クォーク質量) を得る

$$m_q = 2-5\ {\rm MeV}(q=u,d), M_N = 940\ {\rm MeV}$$

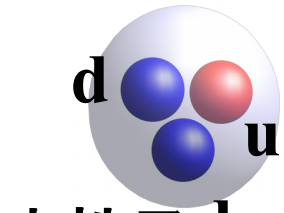
$$\rightarrow M_N \gg 3m_q$$

非摂動論的効果 → クォーク模型
(1 体の) 閉じ込めポテンシャル中を運動する構成子質量をもつクォークによりハドロンが作られる

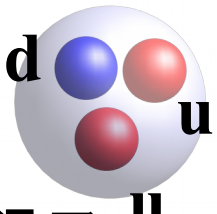


ハドロン

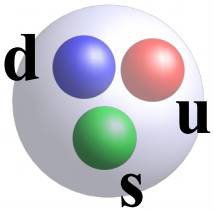
- ハドロン
  = クォーク・グルーオンから作られる、強い相互作用をする粒子
  - バリオン (3 つのクォーク) p(uud), n(udd), Δ^{++}(uuu), Δ^{+}(uud), ...
    - s クォークを含むバリオン = ハイペロン
      Λ (uds), Σ^- (dds), Σ^0 (uds), Σ^+ (uus), Ξ^- (dss), Ξ^0 (uss)
  - 中間子 (メソン、クォークと反クォーク)
    π^- ($d\bar{u}$), π^0 (($u\bar{u}$-$d\bar{d}$)/$\sqrt{2}$), π^+ ($u\bar{d}$),
    K^- ($s\bar{u}$), $\bar{K}^0$ ($s\bar{d}$),K^+ ($u\bar{s}$), K^0 ($d\bar{s}$),
    η (($u\bar{u}$+$d\bar{d}$-2$s\bar{s}$)/$\sqrt{6}$)



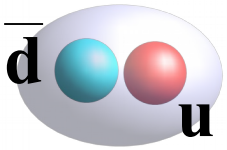
中性子d



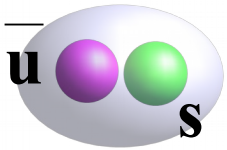
陽子



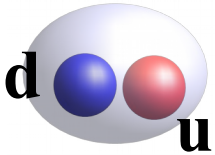
Λ ハイペロン



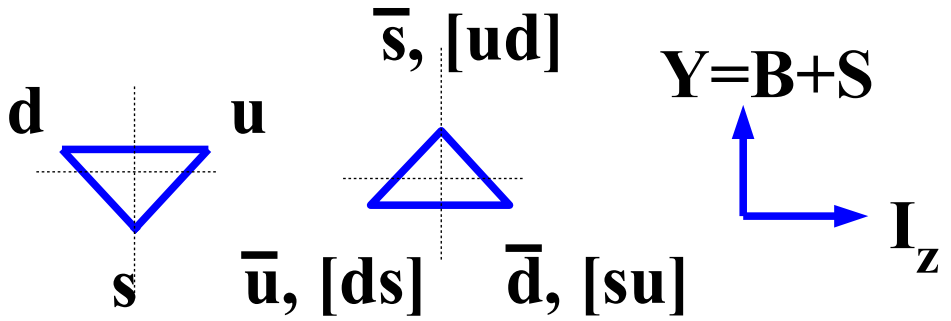
π 中間子

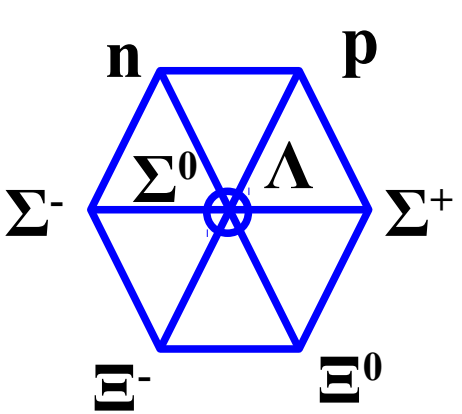


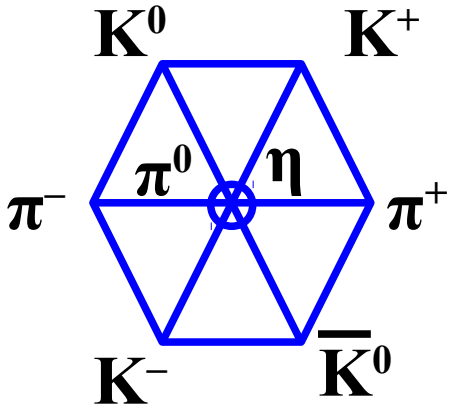
K 中間子



クォーク対







ハドロン

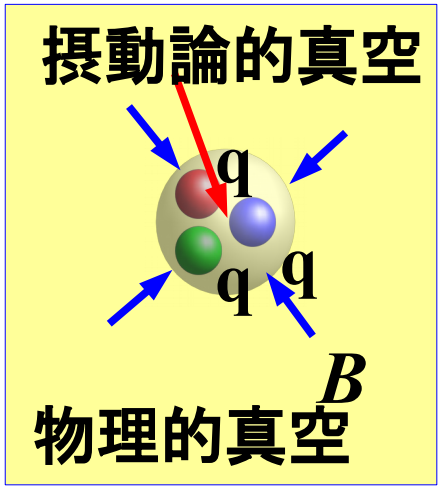
バリオン			
種類	電荷	クォーク組成	質量
p	$+1$	uud	938.27 MeV
n	0	udd	939.57 MeV
Λ	0	$(uds-dus)/\sqrt{2}$	1115.68 MeV
Σ^+	$+1$	uus	1189.37 MeV
Σ^0	0	$(uds+dus)/\sqrt{2}$	1192.64 MeV
Σ^-	-1	dds	1197.45 MeV
Ξ^0	0	uds	1314.86 MeV
Ξ^-	-1	dds	1321.71 MeV

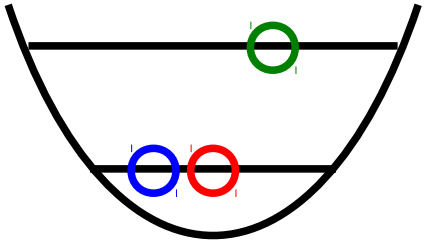
メソン (中間子)			
種類	電荷	クォーク組成	質量
π^+	$+1$	$u\bar{d}$	139.57 MeV
π^0	0	$(u\bar{u}-d\bar{d})/\sqrt{2}$	134.98 MeV
π^-	-1	$d\bar{u}$	139.57 MeV
K^+	$+1$	$u\bar{s}$	493.68 MeV
K^-	-1	$s\bar{u}$	493.68 MeV
K^0	0	$d\bar{s}$	497.61 MeV
$\bar{K}^0$	0	$s\bar{d}$	497.61 MeV
η	0	$(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s})/\sqrt{6}$	543.86 MeV

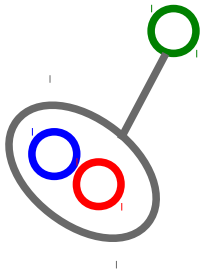
Particle Data Group

ハドロンの模型

- ハドロンの模型
  - バッグ模型: 摂動論的真空内で運動するクォーク
    （周りは物理的真空）
  - クォーク模型:
    閉じ込めポテンシャル中を
    構成子質量をもつクォークが運動
  - クォーク･ダイクォーク模型 (バリオンの場合):
    2 つのクォーク対と1つのクォーク

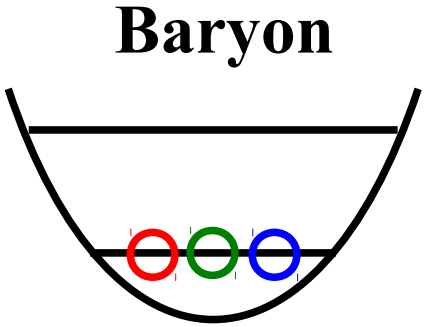






基底状態のハドロン

- クォーク模型でバリオンの波動関数を考えてみる。
  - 調和振動子ポテンシャル中を 3 つのクォークが運動
  - 基底状態では 0s 状態 (n=0) に 3 つのクォークが入る
    (空間波動関数については完全対称とする。)
  - ハドロンはカラー 1 重項として現れる $\varepsilon_{abc} q^a_{i\sigma_1} q^b_{j\sigma_2} q^c_{k\sigma_3}$
    - カラー座標については完全反対称
    - フレーバー・スピンについては完全対称



  - 3 つの quark のスピン
    - S=3/2 → スピンについて完全対称
      → フレーバーについても完全対称
    - S=1/2 → スピンについては対称性が混合
      → フレーバーについても対称性は混合
  - 基底状態バリオン中の2クォーク
    → フレーバー・スピンについてともに反対称 or ともに対称

$$[\mathrm{ud}]_0 = (ud-du)(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/2 \text{ or } \{ud\}_1 = (ud+du)/\sqrt{2} \times \{\uparrow\uparrow, (\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}, \downarrow\downarrow\}$$

good diquark

カラー1重項の作り方

- クォーク (カラー3重項) からカラー 1 重項を作るには？
  → RGB 成分をベクトルの成分と考える。

$$\vec{q} = (q_R, q_G, q_B)^T$$

- ベクトルからスカラーを作る方法
  - 内積 → 中間子 $\vec{q_1}^{\dagger} \cdot \vec{q_2} = q_1^{a*} q_2^a$
  - スカラー3重積 → バリオン $(\vec{q_1} \times \vec{q_2}) \cdot \vec{q_3} = \varepsilon_{abc}\, q_1^a\, q_2^b\, q_3^c$
  - 4 つのクォーク、5 つのクォーク、... からでもスカラーは作れる。
    (Exotic hadrons)
- カラー空間での回転 $q \to q' = Uq,\ \bar{q} \to \bar{q}' = \bar{q}U^{\dagger}$
  - color singlet $\bar{q}q$

$$M = \bar{q}^a q^a \to \bar{q}'^a q'^a = \bar{q}^b U^{\dagger}_{ba} U_{ac} q^c = \bar{q}^b q^b = M$$

  - color singlet qqq

$$B = \varepsilon_{abc} q^a q^b q^c \to \varepsilon_{abc} q'^a q'^b q'^c = \varepsilon_{abc} U_{ad} U_{be} U_{cf} q^d q^e q^f$$
$$= \det(U) \varepsilon_{def} q^d q^e q^f = B$$

“Good” diquark

- **A color-(anti)triplet & spin-singlet diquark pair gains energy**
  - **One-gluon exchange potential**

$$V_{ij}^{\rm OGE} = \frac{\alpha_s}{4}(\lambda^{(i)}\cdot\lambda^{(j)})\left[\frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi}{2}\delta(\boldsymbol{r}_{ij})\left(\frac{1}{M_i^2}+\frac{1}{M_j^2}+\frac{4\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j}{3M_iM_j}\right)+\cdots\right],$$

color **Coulomb** **spin**

  - **Attractive for color (anti-)triplet, spin-singlet (then flavor antisymmetric) pairs**

$$(\sum_{i=1}^{n}\lambda^{(i)})^2 = n(\lambda^{(1)})^2 + n(n-1)(\lambda^{(1)}\cdot\lambda^{(2)}) = 0$$

$$\rightarrow (\lambda^{(i)}\cdot\lambda^{(j)}) = -\frac{2(N_c^2-1)}{N_c(n-1)} = -16/3, -16/6, -16/9 \text{ (for } q\bar{q}, qqq, qq\bar{q}\bar{q})$$

$$\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j = 2S(S+1)-3 = -3, 1 (\text{for spin singlet and triplet})$$

- **spin 0 の [ud] (=ud-du) クォーク対は大きな引力を得る (good diquark)**

基底状態のハドロン波動関数 (N_f=3 (u,d,s))

- バリオン 10 重項
  - スピン、フレーバー、ともに完全対称
  - N_f=3 から重複を含めて 3 つのクォークを選ぶ → $_5C_2$=10 種類
  - 例 Σ^{*-} (dss), Sz=1/2

$$\left|\Sigma^{*-}, S_z = 1/2\right\rangle = \left|\Sigma^{*-}\right\rangle_f \otimes |1/2\rangle_{S=3/2} \otimes |1\rangle_c$$

$$\left|\Sigma^{*-}\right\rangle_f = \frac{1}{\sqrt{3}} |dds + dsd + sdd\rangle_f \quad , \quad |1/2\rangle_{S=2/3} = \frac{1}{\sqrt{3}} |\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow\rangle_S$$

$$|1\rangle_c = \frac{1}{\sqrt{6}} |rgb + gbr + brg - rbg - bgr - grb\rangle_c$$

(スピン、フレーバー空間でそれぞれ完全対称、カラー空間で完全反対称なので、全体として完全反対称)

- メソン 1 重項
  - 例 η' ($J^{\pi}=0^{-}$)

フレーバー空間での内積 (1 重項)

カラー空間での内積 (1 重項)

$$|\eta'\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left|u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right\rangle_f \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\rangle_S \otimes \frac{1}{\sqrt{3}} \left|r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}\right\rangle_c$$

基底状態のハドロン波動関数 (N_f=3 (u,d,s)) (cont.)

- バリオン 8 重項
  - good diquark (flavor antisymmetric, S=0) + quark
  - diquark: N_f=3 から異なる 2 つのクォークを選ぶ → $_3C_2$=3 種類
  - diquark + quark の内、flavor singlet 部分は除く。 3 x 3 – 1 =8
    (flavor singlet は完全反対称。3 つのスピンで完全反対称はない。)
  - 例 Σ^- (dss), Sz=1/2

$$\left|\Sigma^-, S_z = 1/2\right\rangle = \left|\Sigma^-, 1/2\right\rangle_{f,S=1/2} \otimes \left|1\right\rangle_c$$

$$\left|\Sigma^-, 1/2\right\rangle_{f,S=1/2} = \mathcal{S}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left|(ds-sd)d\right\rangle_f \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left|(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)\uparrow\right\rangle_S\right]$$

(スピン、フレーバー空間での全対称化が必要)

- メソン 8 重項
  - クォーク・反クォーク対のフレーバー 1 重項を除く部分
  - 例 π^- $\quad \left|\pi^-\right\rangle = \left|d\bar{u}\right\rangle_f \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\right\rangle_S \otimes \frac{1}{\sqrt{3}}\left|r\bar{r}+g\bar{g}+b\bar{b}\right\rangle_c$

バリオンのスピン・フレーバー波動関数

- 低質量領域のバリオンでは、クォークは全て調和振動子ポテンシャルの 0s 状態 (N=0) に入っている。
  → カラー空間で完全反対称なので、
  スピン・フレーバー波動関数は完全対称
  - 例 1: Δ バリオン
    (I=3/2, J=3/2 → アイソスピン・スピンについて完全対称)

$$|\Delta^{++}(J_z = 3/2)\rangle = \mathcal{N}\varepsilon_{abc}|u^a \uparrow u^b \uparrow u^c \uparrow\rangle = \frac{1}{3!}\varepsilon_{abc}|u^a \uparrow u^b \uparrow u^c \uparrow\rangle$$

  - 例 2: Λ バリオン (I=0, J=1/2 → アイソスピンについて完全反対称)
    フレーバー空間ではアイソスピン 0 の ud 対と s quark 、
    スピン空間ではスピン 0 のクォーク対とスピン 1/2 のクォークだから、

$$|\Lambda \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|(ud - du)s\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}|(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \uparrow\rangle$$

    カラーまで考慮してスピン・フレーバー波動関数を完全対称化すると ..
    → レポート問題
    (陽子はアイソスピン・スピンがともに 0 のクォーク対と u quark)

$SU(3)_f$ transformation

- **Fundamental triplet $(u,d,s)^T = q \rightarrow q'=U\,q$ ($U \in SU(3)$)**
- **Anti-quark $\bar{q} \rightarrow \bar{q}' = \bar{q}\,U^+$**
- **Meson octet $M_{ij} = \bar{q}_j\, q_i \rightarrow M'=UMU^+$**

$$\begin{pmatrix} \bar{u}u & \bar{d}u & \bar{s}u \\ \bar{u}d & \bar{d}d & \bar{s}d \\ \bar{u}s & \bar{d}s & \bar{s}s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & \frac{\eta}{\sqrt{6}} - \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} = P$$

$$S = \begin{pmatrix} \frac{\sigma}{\sqrt{2}} + \frac{a_0^0}{\sqrt{2}} & a_0^+ & \kappa^+ \\ a_0^- & \frac{\sigma}{\sqrt{2}} - \frac{a_0^0}{\sqrt{2}} & \kappa^0 \\ \kappa^- & \kappa^0 & \zeta \end{pmatrix} \qquad V = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{\sqrt{2}} + \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & \frac{\omega}{\sqrt{2}} - \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \phi \end{pmatrix}$$

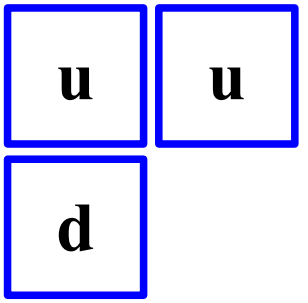
$SU(3)_f$ transformation

- **Fundamental triplet $(u,d,s)^T = q \rightarrow q' = U\,q$ ($U \in SU(3)$)**
- **Diquark $D_i = \varepsilon_{ijk}\, q_j\, q_k \rightarrow D' = D\, U^+$**
- **Baryon octet $B_{ij} = D_j\, q_i \rightarrow B' = UBU^+$**

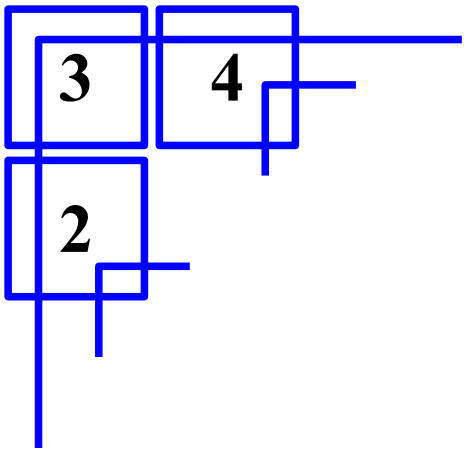
$$B = \begin{pmatrix} [ds]u & [su]u & [ud]u \\ [ds]d & [su]d & [ud]d \\ [ds]s & [su]s & [ud]s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Lambda}{\sqrt{6}} + \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & \frac{\Lambda}{\sqrt{6}} - \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2\Lambda}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

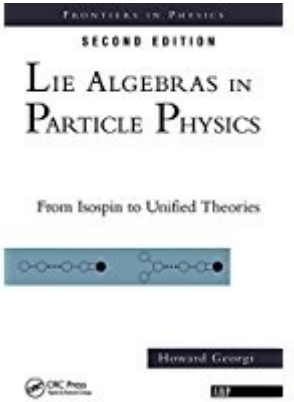
SU(3) 表現の次元

- ヤング図 (Young tableau)
  - 列で反対称化、行で対称化
    udu → (ud-du)u → udu+udu – duu – uud
    → (ud-du)u – u(ud-du)
    (proton = diquark (isospin=0) と u quark)



- 次元 = Factor / Hook
  - Factor = 3 x 4 x 2
  - Hook = 3 x 1 x 1
  - Dimension = Factor / Hook = 8

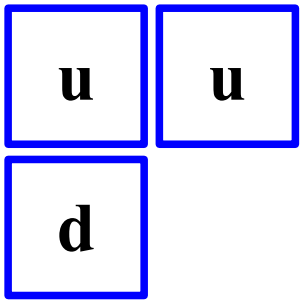




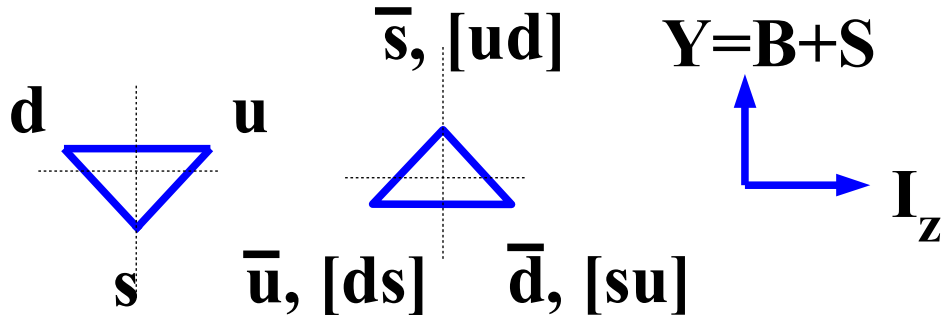
H. Georgi

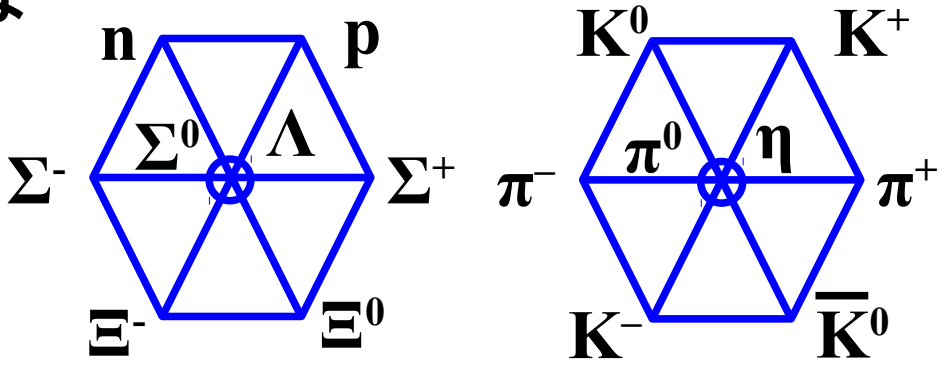
Example(1): 8 重項

- バリオン 8 重項 $(p, n, \Lambda, \Sigma^+,\Sigma^0,\Sigma^-,\Xi^0,\Xi^-)(J^\pi=1/2^+)$
  - 調和振動子の 0s 状態に 3 つのクォークが入り、フレーバー反対称なダイクォークとクォーク
  - フレーバー完全反対称成分は $((0s)^3)$ の場合、スピンも完全反対称が必要なので存在せず → 8 重項
  - $(I_z, Y=B+S)$ 座標 :u=(1/2, 1/3), d=(-1/2, 1/3), s=(0, -2/3)
    → (I_z, Y) 平面では6角形の頂点と重心に 2 つ



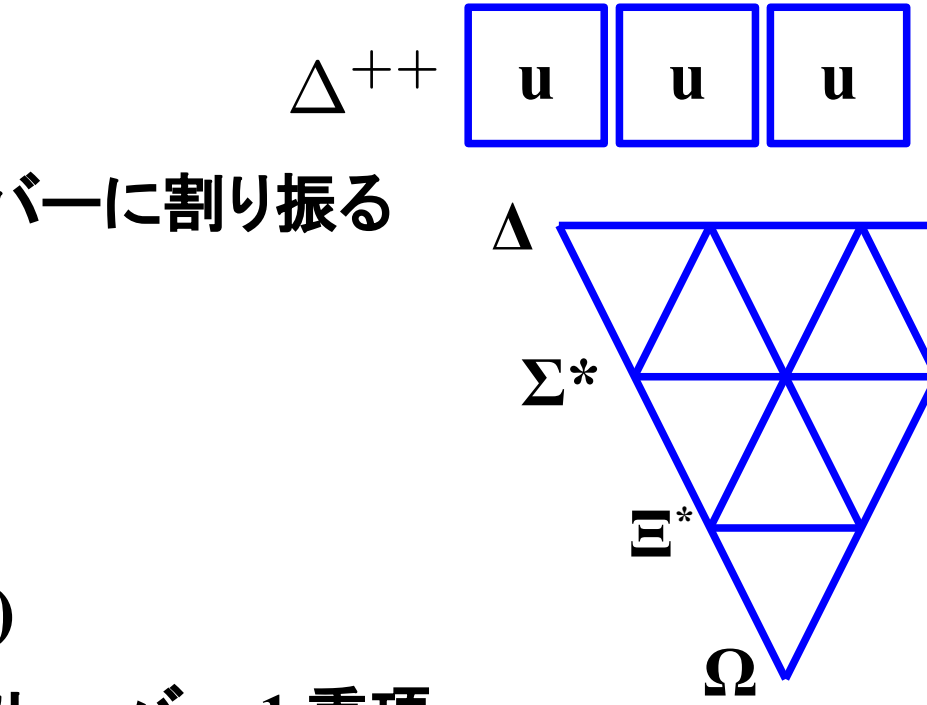
- メソン 8 重項
  $(\pi^+, \pi^+,\pi^+,K^+,K^0,\overline{K}^0,K^-,\eta)$
  - $q\bar{q}$ が 0s 状態に入る
  - フレーバー 1 重項 $(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s})$ は別の既約表現
  - (I_z,Y) では $\bar{s}$ と [ud] は同じ



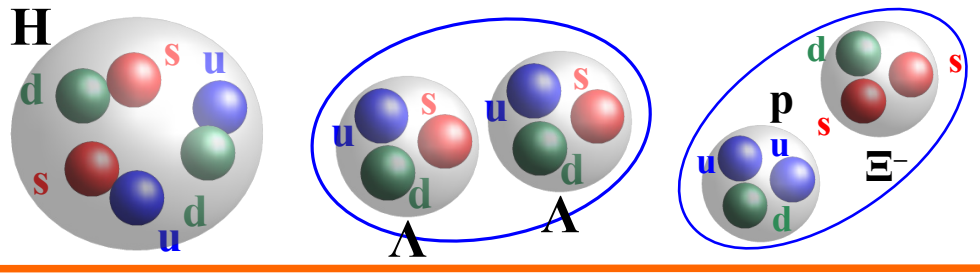


Example(2): バリオン 10 重項とフレーバー 1 重項

- バリオン 10 重項 $(\Delta^{++},\Delta^{+},\Delta^{0},\Delta^{-}, \Sigma^{*+}, \Sigma^{*0}, \Sigma^{*-},\Xi^{*0}, \Xi^{*-},\Omega)(J^{\pi}=3/2^{+})$
  - 0s に 3 つのクォークが入り、フレーバーについて完全対称
  - 3 つのクォークを 3 つのフレーバーに割り振る
    ${}_5C_2=10 \rightarrow$ 10 重項
  - スピンも完全対称 → J=3/2
  - (I_z, Y) 平面では逆三角形

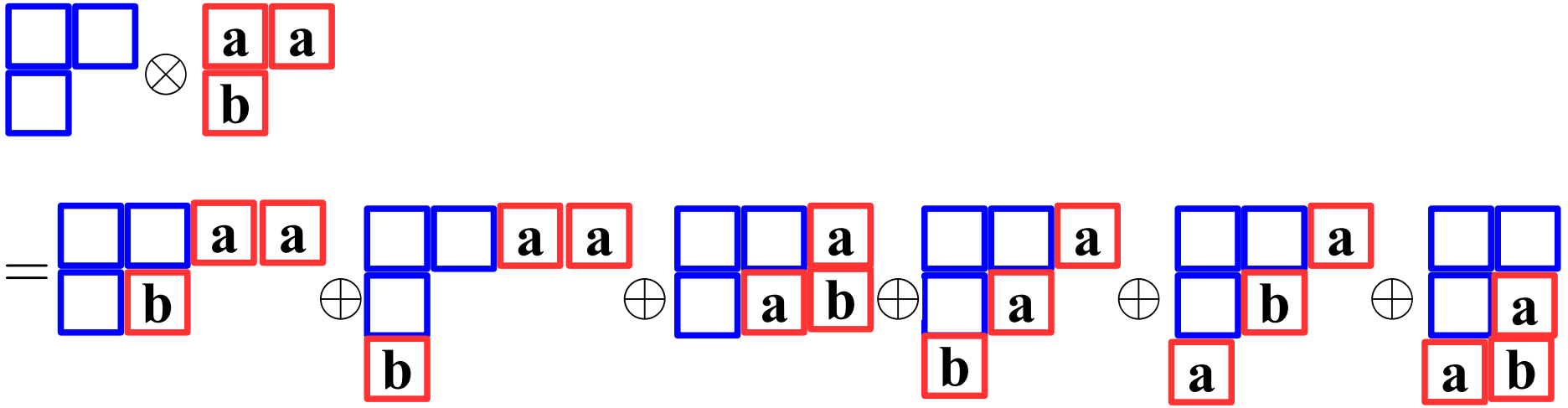


- H ダイバリオン $(J^{\pi}=0^{+},$ 未発見)
  - 0s に 6 つのクォークが入ったフレーバー 1 重項
  - 3 つの good diquark (flavor 反対称 ,$J^{\pi}=0^{+}$) からなる ?
    あるいは 2 つのバリオン状態の重ね合わせ ?
  - Λ(1405) も
    フレーバー 1 重項



SU(3) 表現の次元

- 合成
  - 1 行目の a を異なる列へ
  - 2 行目の b を異なる列へ
  - 制限
    右から左、上から下へ読んだ時、a の数の和 >= b の数の和
    SU(N) のとき、N 行以下
- 例 :8 重項 x 8 重項

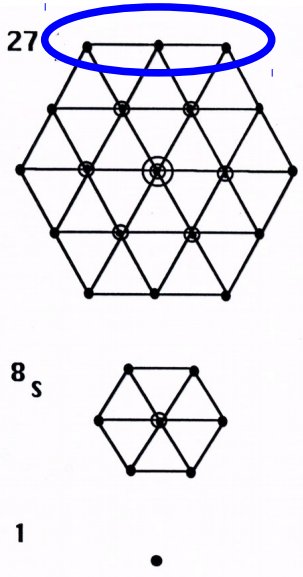


$$8 \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus 10^{*} \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

フレーバーSU(3) 既約表現による”核力”の分類

- 一般化された核力 = バリオン - バリオン (BB) 力
  - ストレンジネスを含む場合の BB 力は前出の既約表現に分類される
  - 同じ既約表現に含まれる BB 力は似た性質をもつだろう。

singlet even



NN(I=1)

ΣN(I=3/2), ΣN−ΛN(I=1/2)

ΣΣ(I=2), ΞN−ΣΣ−ΣΛ(I=1), ΞN−ΣΣ−ΛΛ(I=0)

ΞΣ(I=3/2), ΞΣ−ΞΛ(I=1/2)

ΞΞ(I=1)

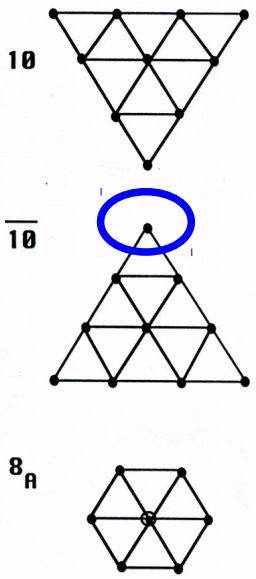
ΣN−ΛN(I=1/2)

ΞN−ΣΛ(I=1), ΞN−ΣΣ−ΛΛ(I=0)

ΞΣ−ΞΛ(I=1/2)

ΞN−ΣΣ−ΛΛ(I=0)

triplet even



ΣN(I=3/2)

ΞN−ΣΣ−ΣΛ(I=1)

ΞΣ−ΞΛ(I=1/2)

ΞΞ(I=0)

NN(I=0)

ΣN−ΛN(I=1/2)

ΞN−ΣΛ(I=1)

ΞΣ(I=3/2)

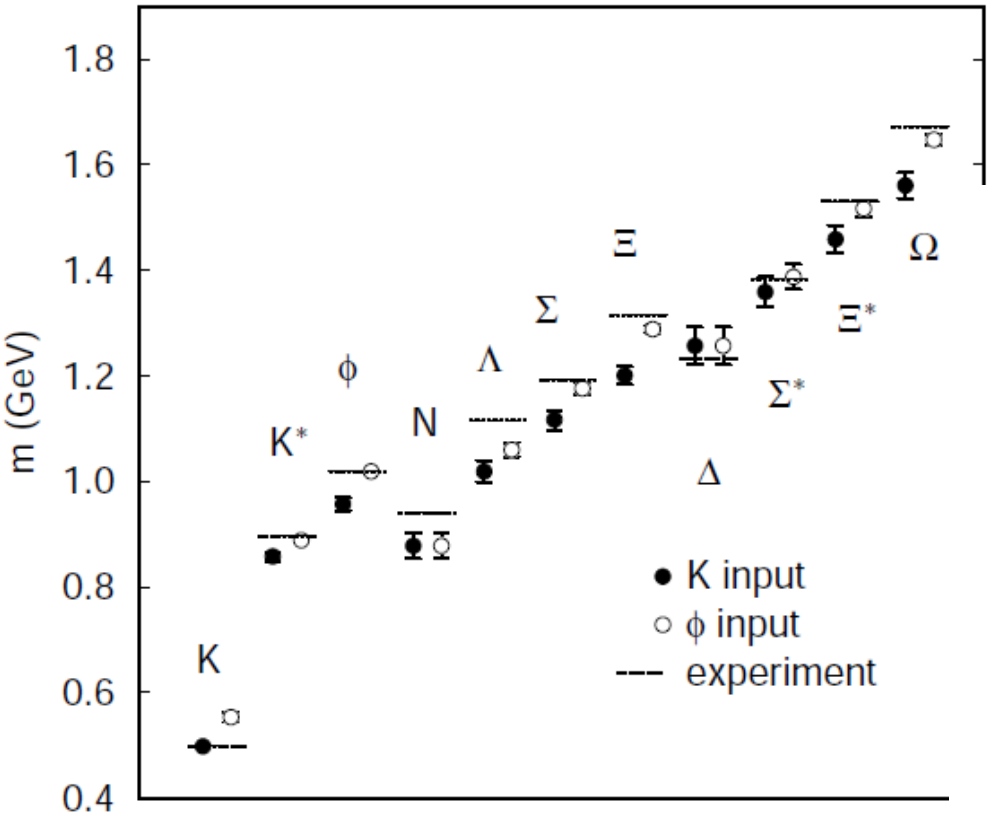
ΣN−ΛN(I=1/2)

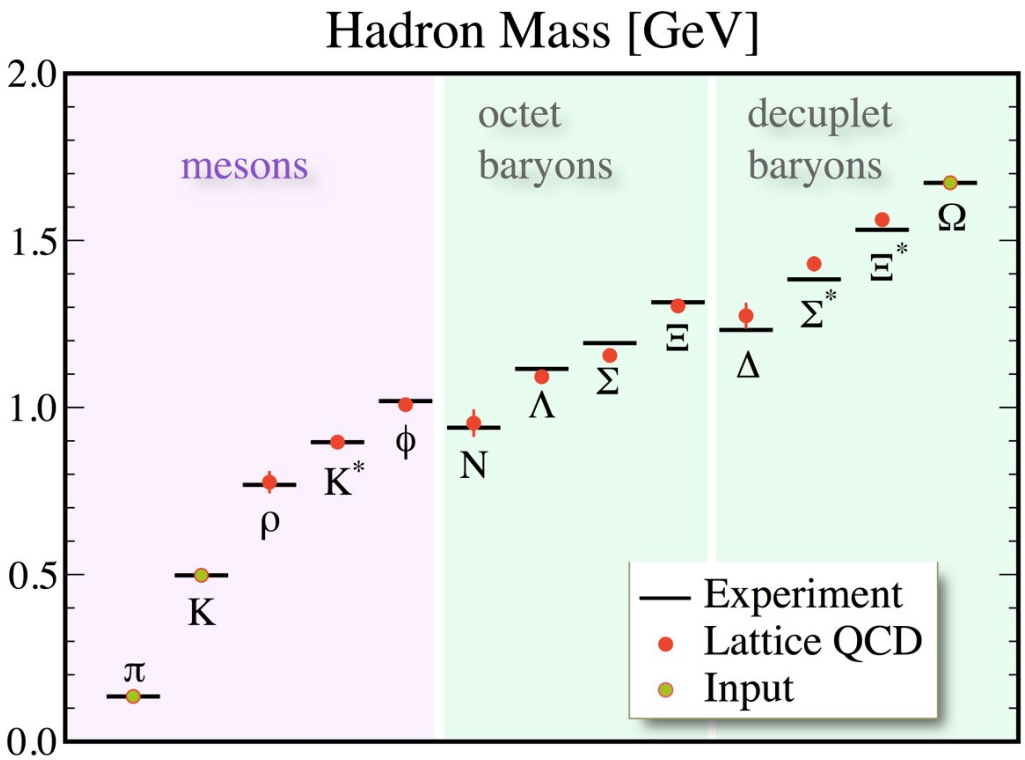
ΞN−ΣΣ−ΣΛ(I=1), ΞN(I=0)

ΞΣ−ΞΛ(I=1/2)

岡真氏のスライドより

Lattice QCD results of hadron masses





S. Aoki et al. (CP-PACS Collab.) ('02)

Kuramashi
https://www.ccs.tsukuba.ac.jp/depart_intro/depart_particle/

Hadron Masses

- **Gell-Mann–Okubo Mass Formula**
  Gell-Mann ('61), Okubo ('62)

$$M = a_0 + a_1 Y + a_2 \left[I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right] \qquad (Y = B + S, I = \text{isospin})$$

hypercharge

s-quark 数 (-S) による質量の差

アイソスピン空間での回転エネルギーとその SU(3) 拡張版

	B	I	S	M	Y	I(I+1)-Y²/4	GMO
N	1	0.5	0	939	1	0.5	939
Λ	1	0	-1	1116	0	0	1116
Σ	1	1	-1	1193	0	2	1166
Ξ	1	0.5	-2	1318	-1	0.5	1318
Δ	1	1.5	0	1232	1	3.5	1232
Σ*	1	1	-1	1385	0	2	1385
Ξ*	1	0.5	-2	1533	-1	0.5	1538
Ω	1	0	-3	1672	-2	-1	1691

Octet
* **M_N, M_Λ, M_Ξ から M_Σ を予測**
* **誤差 3%**

Decuplet
* **等間隔なので、M_Δ, M_{Σ^*} から M_{Ξ^*}, M_Ω を予測**
* **誤差 2% 以下**

ハドロンの種類

91

Meson Summary Table

See also the table of suggested $q\bar{q}$ quark-model assignments in the Quark Model section.
• Indicates particles that appear in the preceding Meson Summary Table. We do not regard the other entries as being established.

LIGHT UNFLAVORED ($S = C = B = 0$)

$I^G(J^{PC})$		$I^G(J^{PC})$	
• $\pi^\pm$	$1^-(0^-)$	• $\pi_1(1670)$	$1^-(2^{-+})$
• π^0	$1^-(0^{-+})$	• $\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$
• η	$0^+(0^{-+})$	• $\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$
• $f_0(500)$	$0^+(0^{++})$	• $\rho(1700)$	$1^+(1^{--})$
• $\rho(770)$	$1^+(1^{--})$	• $a_2(1700)$	$1^-(2^{++})$
• $\omega(782)$	$0^-(1^{--})$	• $f_0(1710)$	$0^+(0^{++})$
• $\eta'(958)$	$0^+(0^{-+})$	$\eta(1760)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(980)$	$0^+(0^{++})$	• $\pi(1800)$	$1^-(0^{-+})$
• $a_0(980)$	$1^-(0^{++})$	$f_2(1810)$	$0^+(2^{++})$
• $\phi(1020)$	$0^-(1^{--})$	$X(1835)$	$?^?(0^{-+})$
• $h_1(1170)$	$0^-(1^{+-})$	• $\phi_3(1850)$	$0^-(3^{--})$
• $b_1(1235)$	$1^+(1^{+-})$	• $\eta_2(1870)$	$0^+(2^{-+})$
• $a_1(1260)$	$1^-(1^{++})$	• $\pi_2(1880)$	$1^-(2^{-+})$
• $f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$	$\rho(1900)$	$1^+(1^{--})$
• $f_1(1285)$	$0^+(1^{++})$	$f_2(1910)$	$0^+(2^{++})$
• $\eta(1295)$	$0^+(0^{-+})$	$a_0(1950)$	$1^-(0^{++})$
• $\pi(1300)$	$1^-(0^{-+})$	• $f_2(1950)$	$0^+(2^{++})$
• $a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$	• $a_4(1970)$	$1^-(4^{++})$
• $f_0(1370)$	$0^+(0^{++})$	$\rho_3(1990)$	$1^+(3^{--})$
• $\pi_1(1400)$	$1^-(1^{-+})$	$\pi_2(2005)$	$1^-(2^{-+})$
• $\eta(1405)$	$0^+(0^{-+})$	• $f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$
• $h_1(1415)$	$0^-(1^{+-})$	$f_4(2020)$	$0^+(4^{++})$
$a_1(1420)$	$1^-(1^{++})$	• $f_4(2050)$	$0^+(4^{++})$
• $f_1(1420)$	$0^+(1^{++})$	$\pi_2(2100)$	$1^-(2^{-+})$
• $\omega(1420)$	$0^-(1^{--})$	$f_0(2100)$	$0^+(0^{++})$
$f_2(1430)$	$0^+(2^{++})$	$f_2(2150)$	$0^+(2^{++})$
• $a_0(1450)$	$1^-(0^{++})$	$\rho(2150)$	$1^+(1^{--})$
• $\rho(1450)$	$1^+(1^{--})$	• $\phi(2170)$	$0^-(1^{--})$
• $\eta(1475)$	$0^+(0^{-+})$	$f_0(2200)$	$0^+(0^{++})$
• $f_0(1500)$	$0^+(0^{++})$	$f_J(2220)$	$0^+(2^{++}$
$f_1(1510)$	$0^+(1^{++})$		or $4^{++})$
• $f_2'(1525)$	$0^+(2^{++})$	$\eta(2225)$	$0^+(0^{-+})$
$f_2(1565)$	$0^+(2^{++})$	$\rho_3(2250)$	$1^+(3^{--})$
$\rho(1570)$	$1^+(1^{--})$	• $f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$
$h_1(1595)$	$0^-(1^{+-})$	$f_4(2300)$	$0^+(4^{++})$
• $\pi_1(1600)$	$1^-(1^{-+})$	$f_0(2330)$	$0^+(0^{++})$
• $a_1(1640)$	$1^-(1^{++})$	• $f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$
$f_2(1640)$	$0^+(2^{++})$	$\rho_5(2350)$	$1^+(5^{--})$
• $\eta_2(1645)$	$0^+(2^{-+})$	$f_6(2510)$	$0^+(6^{++})$
• $\omega(1650)$	$0^-(1^{--})$		
• $\omega_3(1670)$	$0^-(3^{--})$		

OTHER LIGHT

Further States

STRANGE ($|S = \pm 1,\ C = B = 0|$)

$I(J^P)$	
• $K^\pm$	$1/2(0^-)$
• K^0	$1/2(0^-)$
• K_S^0	$1/2(0^-)$
• K_L^0	$1/2(0^-)$
• $K_0^*(700)$	$1/2(0^+)$
• $K^*(892)$	$1/2(1^-)$
• $K_1(1270)$	$1/2(1^+)$
• $K_1(1400)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1410)$	$1/2(1^-)$
• $K_0^*(1430)$	$1/2(0^+)$
• $K_2^*(1430)$	$1/2(2^+)$
$K(1460)$	$1/2(0^-)$
$K_2(1580)$	$1/2(2^-)$
$K(1630)$	$1/2(?^?)$
$K_1(1650)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1680)$	$1/2(1^-)$
• $K_2(1770)$	$1/2(2^-)$
• $K_3^*(1780)$	$1/2(3^-)$
• $K_2(1820)$	$1/2(2^-)$
$K(1830)$	$1/2(0^-)$
$K_0^*(1950)$	$1/2(0^+)$
$K_2^*(1980)$	$1/2(2^+)$
• $K_4^*(2045)$	$1/2(4^+)$
$K_2(2250)$	$1/2(2^-)$
$K_3(2320)$	$1/2(3^+)$
$K_4^*(2380)$	$1/2(5^-)$
$K_4(2500)$	$1/2(4^-)$
$K(3100)$	$?^?(?^{??})$

CHARMED ($C = \pm 1$)

• $D^\pm$	$1/2(0^-)$
• D^0	$1/2(0^-)$
• $D^*(2007)^0$	$1/2(1^-)$
• $D^*(2010)^\pm$	$1/2(1^-)$
• $D_0^*(2300)^0$	$1/2(0^+)$
$D_0^*(2300)^\pm$	$1/2(0^+)$
• $D_1(2420)^0$	$1/2(1^+)$
$D_1(2420)^\pm$	$1/2(?^?)$
$D_1(2430)^0$	$1/2(1^+)$
• $D_2^*(2460)^0$	$1/2(2^+)$
• $D_2^*(2460)^\pm$	$1/2(2^+)$
$D(2550)^0$	$1/2(?^?)$
$D_J^*(2600)$	$1/2(?^?)$
$D^*(2640)^\pm$	$1/2(?^?)$
$D(2740)^0$	$1/2(?^?)$
$D_3^*(2750)$	$1/2(3^-)$
$D(3000)^0$	$1/2(?^?)$

CHARMED, STRANGE ($|C = S = \pm 1|$)

$I(J^P)$	
• $D_s^\pm$	$0(0^-)$
• $D_s^{*\pm}$	$0(?^?)$
• $D_{s0}^*(2317)^\pm$	$0(0^+)$
• $D_{s1}(2460)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s1}(2536)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s2}^*(2573)$	$0(2^+)$
• $D_{s1}^*(2700)^\pm$	$0(1^-)$
$D_{s1}^*(2860)^\pm$	$0(1^-)$
$D_{s3}^*(2860)^\pm$	$0(3^-)$
$D_{sJ}(3040)^\pm$	$0(?^?)$

BOTTOM ($|B = \pm 1|$)

• $B^\pm$	$1/2(0^-)$
• B^0	$1/2(0^-)$
• $B^\pm/B^0$ ADMIXTURE	
• $B^\pm/B^0/B_s^0$/b-baryon ADMIXTURE	
V_{cb} and V_{ub} CKM Matrix Elements	
• B^*	$1/2(1^-)$
• $B_1(5721)^+$	$1/2(1^+)$
• $B_1(5721)^0$	$1/2(1^+)$
$B_J^*(5732)$	$?(?^?)$
• $B_2^*(5747)^+$	$1/2(2^+)$
• $B_2^*(5747)^0$	$1/2(2^+)$
$B_J(5840)^+$	$1/2(?^?)$
$B_J(5840)^0$	$1/2(?^?)$
• $B_J(5970)^+$	$1/2(?^?)$
• $B_J(5970)^0$	$1/2(?^?)$

BOTTOM, STRANGE ($|B = \pm 1,\ S = \mp 1|$)

• B_s^0	$0(0^-)$
• B_s^*	$0(1^-)$
$X(5568)^\pm$	$?(?^?)$
• $B_{s1}(5830)^0$	$0(1^+)$
• $B_{s2}^*(5840)^0$	$0(2^+)$
$B_{sJ}^*(5850)$	$?(?^?)$

BOTTOM, CHARMED ($|B = C = \pm 1|$)

• B_c^+	$0(0^-)$
$B_c(2S)^\pm$	$0(0^-)$

$c\bar{c}$ (+ possibly non-$q\bar{q}$ states)

• $\eta_c(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $J/\psi(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{c0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $h_c(1P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{c2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
• $\eta_c(2S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\psi(2S)$	$0^-(1^{--})$

$c\bar{c}$ continued

$I^G(J^{PC})$	
• $\psi(3770)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi_2(3823)$	$0^-(2^{--})$
• $\psi_3(3842)$	$0^-(3^{--})$
$\chi_{c0}(3860)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c1}(3872)$	$0^+(1^{++})$
• $Z_c(3900)$	$1^+(1^{+-})$
• $X(3915)$	$0^+(0/2^{++})$
• $\chi_{c2}(3930)$	$0^+(2^{++})$
$X(3940)$	$?^?(?^{??})$
• $X(4020)^\pm$	$1^+(?^{?-})$
• $\psi(4040)$	$0^-(1^{--})$
$X(4050)^\pm$	$1^-(?^{?+})$
$X(4055)^\pm$	$1^+(?^{?-})$
$X(4100)^\pm$	$1^-(?^{??})$
• $\chi_{c1}(4140)$	$0^+(1^{++})$
• $\psi(4160)$	$0^-(1^{--})$
$X(4160)$	$?^?(?^{??})$
$Z_c(4200)$	$1^+(1^{+-})$
• $\psi(4230)$	$0^-(1^{--})$
$R_{c0}(4240)$	$1^+(0^{--})$
$X(4250)^\pm$	$1^-(?^{?+})$
$\psi(4260)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{c1}(4274)$	$0^+(1^{++})$
$X(4350)$	$0^+(?^{?+})$
• $\psi(4360)$	$0^-(1^{--})$
$\psi(4390)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(4415)$	$0^-(1^{--})$
$Z_c(4430)$	$1^+(1^{+-})$
$\chi_{c0}(4500)$	$0^+(0^{++})$
• $\psi(4660)$	$0^-(1^{--})$
$\chi_{c0}(4700)$	$0^+(0^{++})$

$b\bar{b}$ (+ possibly non-$q\bar{q}$ states)

• $\eta_b(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $h_b(1P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{b2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
$\eta_b(2S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(2S)$	$0^-(1^{--})$
$\Upsilon_2(1D)$	$0^-(2^{--})$
• $\chi_{b0}(2P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(2P)$	$0^+(1^{++})$
$h_b(2P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{b2}(2P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(3S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b1}(3P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(3P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(4S)$	$0^-(1^{--})$
• $Z_b(10610)$	$1^+(1^{+-})$
• $Z_b(10650)$	$1^+(1^{+-})$
$\Upsilon(10753)$	$?^?(1^{--})$
• $\Upsilon(10860)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(11020)$	$0^-(1^{--})$

92

Baryon Summary Table

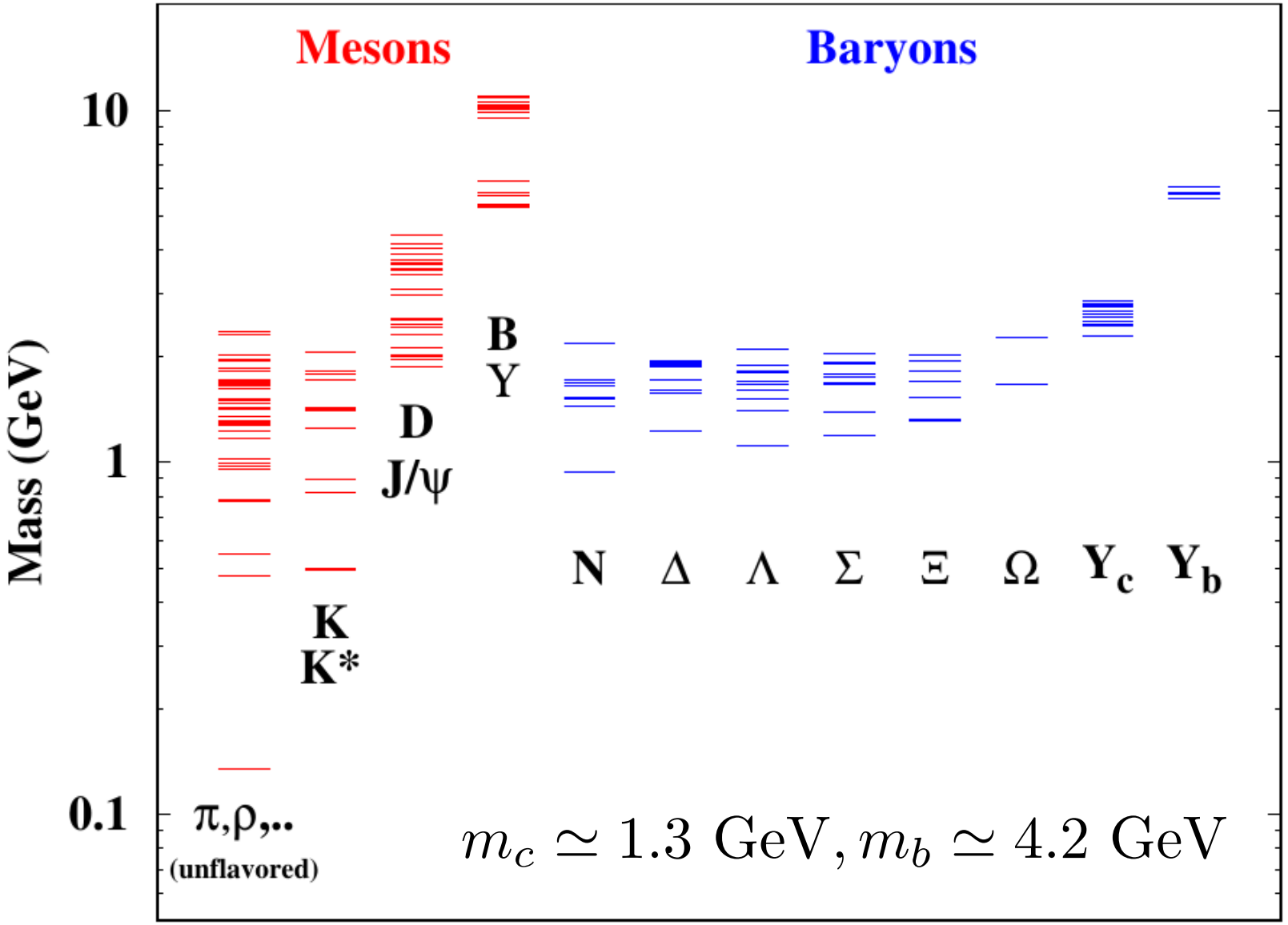
This short table gives the name, the quantum numbers (where known), and the status of baryons in the Review. Only the baryons with 3- or 4-star status are included in the Baryon Summary Table. Due to insufficient data or uncertain interpretation, the other entries in the table are not established baryons. The names with masses are of baryons that decay strongly. The spin-parity J^P (when known) is given with each particle. For the strongly decaying particles, the J^P values are considered to be part of the names.

p	$1/2^+$ ****	$\Delta(1232)$	$3/2^+$ ****	Σ^+	$1/2^+$ ****	Ξ^0	$1/2^+$ ****	Ξ_{cc}^{++}	***
n	$1/2^+$ ****	$\Delta(1600)$	$3/2^+$ ****	Σ^0	$1/2^+$ ****	Ξ^-	$1/2^+$ ****		
$N(1440)$	$1/2^+$ ****	$\Delta(1620)$	$1/2^-$ ****	Σ^-	$1/2^+$ ****	$\Xi(1530)$	$3/2^+$ ****	Λ_b^0	$1/2^+$ ***
$N(1520)$	$3/2^-$ ****	$\Delta(1700)$	$3/2^-$ ****	$\Sigma(1385)$	$3/2^+$ ****	$\Xi(1620)$	*	$\Lambda_b(5912)^0$	$1/2^-$ ***
$N(1535)$	$1/2^-$ ****	$\Delta(1750)$	$1/2^+$ *	$\Sigma(1580)$	$3/2^-$ *	$\Xi(1690)$	***	$\Lambda_b(5920)^0$	$3/2^-$ ***
$N(1650)$	$1/2^-$ ****	$\Delta(1900)$	$1/2^-$ ***	$\Sigma(1620)$	$1/2^-$ *	$\Xi(1820)$	$3/2^-$ ***	$\Lambda_b(6146)^0$	$3/2^+$ ***
$N(1675)$	$5/2^-$ ****	$\Delta(1905)$	$5/2^+$ ****	$\Sigma(1660)$	$1/2^+$ ***	$\Xi(1950)$	***	$\Lambda_b(6152)^0$	$5/2^+$ ***
$N(1680)$	$5/2^+$ ****	$\Delta(1910)$	$1/2^+$ ****	$\Sigma(1670)$	$3/2^-$ ****	$\Xi(2030)$	$\geq \frac{5}{2}^?$ ***	Σ_b	$1/2^+$ ***
$N(1700)$	$3/2^-$ ***	$\Delta(1920)$	$3/2^+$ ***	$\Sigma(1750)$	$1/2^-$ ***	$\Xi(2120)$	*	Σ_b^*	$3/2^+$ ***
$N(1710)$	$1/2^+$ ****	$\Delta(1930)$	$5/2^-$ ***	$\Sigma(1775)$	$5/2^-$ ****	$\Xi(2250)$	**	$\Sigma_b(6097)^+$	***
$N(1720)$	$3/2^+$ ****	$\Delta(1940)$	$3/2^-$ **	$\Sigma(1780)$	$3/2^+$ *	$\Xi(2370)$	**	$\Sigma_b(6097)^-$	***
$N(1860)$	$5/2^+$ **	$\Delta(1950)$	$7/2^+$ ****	$\Sigma(1880)$	$1/2^+$ **	$\Xi(2500)$	*	$\Xi_{b'}^0, \Xi_b^-$	$1/2^+$ ***
$N(1875)$	$3/2^-$ ***	$\Delta(2000)$	$5/2^+$ **	$\Sigma(1900)$	$1/2^-$ **			$\Xi_b'(5935)^-$	$1/2^+$ ***
$N(1880)$	$1/2^+$ ***	$\Delta(2150)$	$1/2^-$ *	$\Sigma(1910)$	$3/2^-$ ***	Ω^-	$3/2^+$ ****	$\Xi_b(5945)^0$	$3/2^+$ ***
$N(1895)$	$1/2^-$ ****	$\Delta(2200)$	$7/2^-$ ***	$\Sigma(1915)$	$5/2^+$ ****	$\Omega(2012)^-$	$?^-$ ***	$\Xi_b(5955)^-$	$3/2^+$ ***
$N(1900)$	$3/2^+$ ****	$\Delta(2300)$	$9/2^+$ **	$\Sigma(1940)$	$3/2^+$ *	$\Omega(2250)^-$	***	$\Xi_b(6227)$	***
$N(1990)$	$7/2^+$ **	$\Delta(2350)$	$5/2^-$ *	$\Sigma(2010)$	$3/2^+$ *	$\Omega(2380)^-$	**	Ω_b^-	$1/2^+$ ***
$N(2000)$	$5/2^+$ **	$\Delta(2390)$	$7/2^+$ *	$\Sigma(2030)$	$7/2^+$ ****	$\Omega(2470)^-$	**		
$N(2040)$	$3/2^+$ *	$\Delta(2400)$	$9/2^-$ **	$\Sigma(2070)$	$5/2^+$ *			$P_c(4312)^+$	*
$N(2060)$	$5/2^-$ ***	$\Delta(2420)$	$11/2^+$ ****	$\Sigma(2080)$	$3/2^+$ *	Λ_c^+	$1/2^+$ ****	$P_c(4380)^+$	*
$N(2100)$	$1/2^+$ ***	$\Delta(2750)$	$13/2^-$ **	$\Sigma(2100)$	$7/2^-$ *	$\Lambda_c(2595)^+$	$1/2^-$ ***	$P_c(4440)^+$	*
$N(2120)$	$3/2^-$ ***	$\Delta(2950)$	$15/2^+$ **	$\Sigma(2160)$	$1/2^-$ *	$\Lambda_c(2625)^+$	$3/2^-$ ***	$P_c(4457)^+$	*
$N(2190)$	$7/2^-$ ****			$\Sigma(2230)$	$3/2^+$ *	$\Lambda_c(2765)^+$	*		
$N(2220)$	$9/2^+$ ****	Λ	$1/2^+$ ****	$\Sigma(2250)$	***	$\Lambda_c(2860)^+$	$3/2^+$ ***		
$N(2250)$	$9/2^-$ ****	Λ	$1/2^-$ **	$\Sigma(2455)$	**	$\Lambda_c(2880)^+$	$5/2^+$ ***		
$N(2300)$	$1/2^+$ **	$\Lambda(1405)$	$1/2^-$ ****	$\Sigma(2620)$	**	$\Lambda_c(2940)^+$	$3/2^-$ ***		
$N(2570)$	$5/2^-$ **	$\Lambda(1520)$	$3/2^-$ ****	$\Sigma(3000)$	*	$\Sigma_c(2455)$	$1/2^+$ ****		
$N(2600)$	$11/2^-$ ***	$\Lambda(1600)$	$1/2^+$ ****	$\Sigma(3170)$	*	$\Sigma_c(2520)$	$3/2^+$ ***		
$N(2700)$	$13/2^+$ **	$\Lambda(1670)$	$1/2^-$ ****			$\Sigma_c(2800)$	***		
		$\Lambda(1690)$	$3/2^-$ ****			Ξ_c^+	$1/2^+$ ***		
		$\Lambda(1710)$	$1/2^+$ *			Ξ_c^0	$1/2^+$ ****		
		$\Lambda(1800)$	$1/2^-$ ***			$\Xi_c'^+$	$1/2^+$ ***		
		$\Lambda(1810)$	$1/2^+$ ***			$\Xi_c'^0$	$1/2^+$ ***		
		$\Lambda(1820)$	$5/2^+$ ****			$\Xi_c(2645)$	$3/2^+$ ***		
		$\Lambda(1830)$	$5/2^-$ ****			$\Xi_c(2790)$	$1/2^-$ ***		
		$\Lambda(1890)$	$3/2^+$ ****			$\Xi_c(2815)$	$3/2^-$ ***		
		$\Lambda(2000)$	$1/2^-$ *			$\Xi_c(2930)$	**		
		$\Lambda(2050)$	$3/2^-$ *			$\Xi_c(2970)$	***		
		$\Lambda(2070)$	$3/2^+$ *			$\Xi_c(3055)$	***		
		$\Lambda(2080)$	$5/2^-$ *			$\Xi_c(3080)$	***		
		$\Lambda(2085)$	$7/2^+$ **			$\Xi_c(3123)$	*		
		$\Lambda(2100)$	$7/2^-$ ****			Ω_c^0	$1/2^+$ ***		
		$\Lambda(2110)$	$5/2^+$ ***			$\Omega_c(2770)^0$	$3/2^+$ ***		
		$\Lambda(2325)$	$3/2^-$ *			$\Omega_c(3000)^0$	***		
		$\Lambda(2350)$	$9/2^+$ ***			$\Omega_c(3050)^0$	***		
		$\Lambda(2585)$	**			$\Omega_c(3065)^0$	***		
						$\Omega_c(3090)^0$	***		
						$\Omega_c(3120)^0$	***		

215 mesons, 168 baryons

Particle Data Group, PTEP 2020, 083C01(2020)

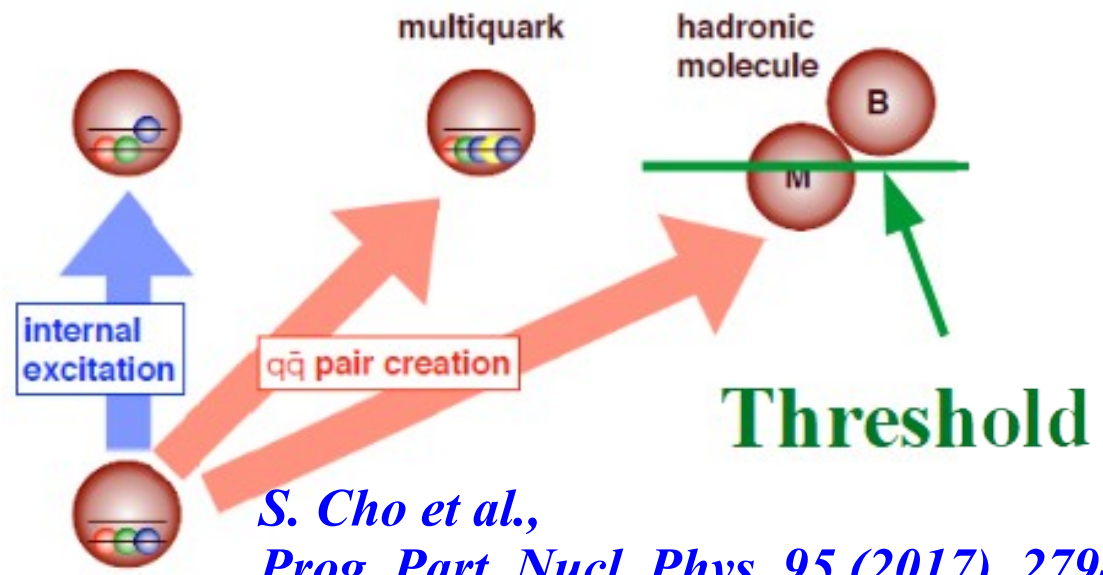
ハドロンの質量



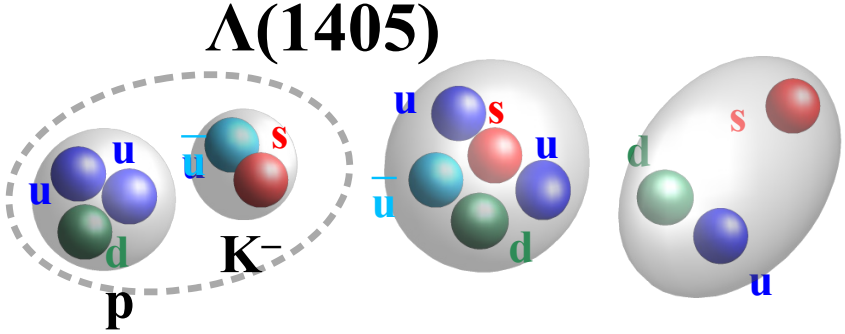
Data from Particle Data Group, PTEP 2020, 083C01(2020)

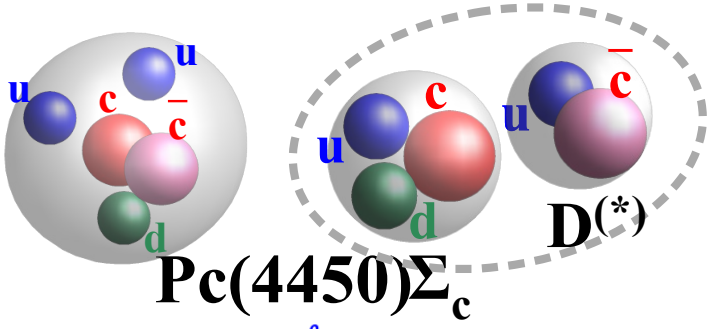
ハドロンの励起状態

- クォークのスピン・アイソスピン励起、クォークの1粒子励起、ダイクォーク励起、多クォーク状態、ハドロン分子状態、....
- エキゾチック・ハドロン $(qqqq, qqqq\bar{q}, qqqqq, ...)$ の構造は？どのようなカテゴリーがあるか？ → Under debate

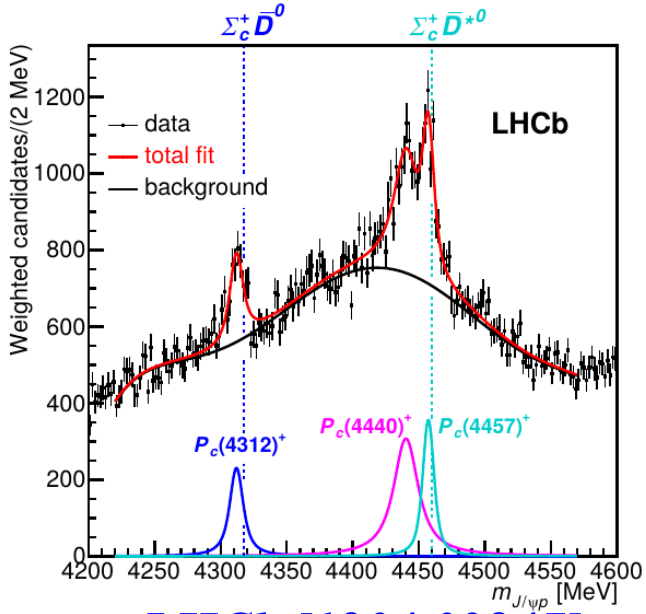


S. Cho et al.,
Prog. Part. Nucl. Phys. 95 (2017), 279-322.





Pc(4450)Σc

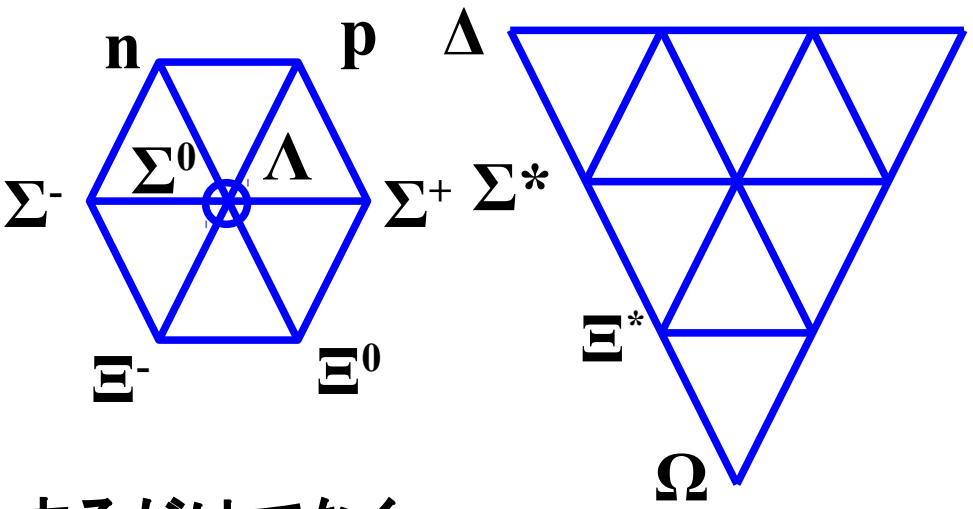


LHCb [1904.03947]

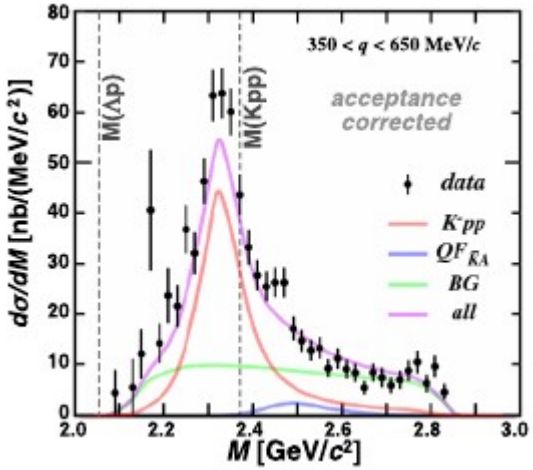
核子以外のハドロンを含む原子核

核子以外のハドロンを含む原子核

- ハイパー核 = ハイペロンを含む原子核
  - ハイペロン = ストレンジクォークを含むバリオン (Λ, Σ, Ξ, Ω など)
  - 多くの Λ ハイパー核、
    いくつかのダブル Λ ハイパー核、
    1 つの Σ ハイパー核、
    1 つ (+ 未確定) の Ξ ハイパー核
    が見つかっている。



- 中間子核 = 中間子を含む原子核
  - π, K, … などの中間子は力を媒介するだけでなく、
    原子核の構成要素にもなりうる。
  - 発見例: $^{2}_{\bar{K}}\mathrm{H} = K^{-}pp(+\bar{K}^{0}pn)$
  - クーロン力で束縛する中間子原子は
    多く見つかっている。

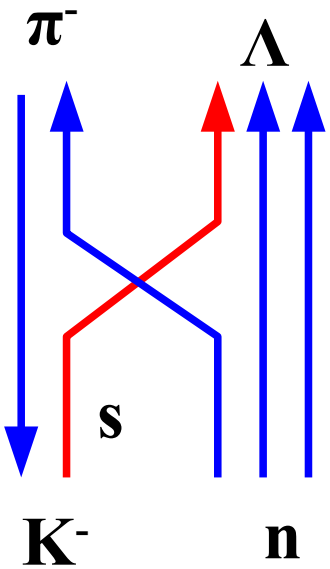


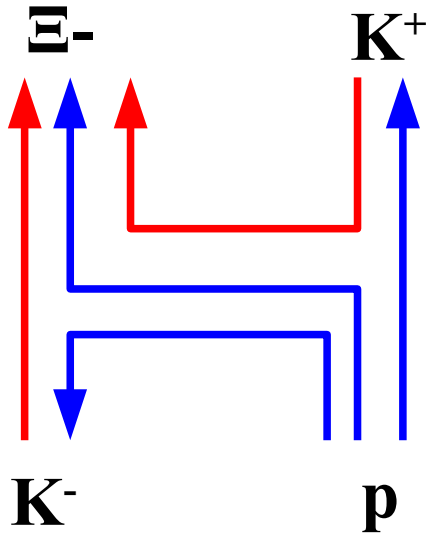
J-PARC E15 ('19)

Hypernuclear formation

- **(K^-, π), (π, K^+), and (K^-,K^+) reactions on nuclei → Hypernuclei**

Reaction	Elementary Processes	
	Main Process	Other Processes
(K^-,π^-)	$K^-n \to \pi^-\Lambda$,	$K^-n \to \pi^-\Sigma^0$, $K^-p \to \pi^-\Sigma^+$
(K^-,π^+)	$K^-p \to \pi^+\Sigma^-$,	$K^-pp \to \pi^+\Lambda n$ (n-rich hypernuclear formation)
(π^+,K^+)	$\pi^+n \to K^+\Lambda$,	$\pi^+n \to K^+\Sigma^0$, $\pi^+p \to K^+\Sigma^+$
(π^-,K^+)	$\pi^-p \to K^+\Sigma^-$,	$\pi^-pp \to K^+\Lambda n$ (n-rich hypernuclear formation)
(K^-,K^+)	$K^-p \to K^+\Xi^-$,	$K^-pp \to K^+\Lambda\Lambda$





Hypernuclear production (discrete state)

- **Substitutional reaction**
  - **Magic momentum 近辺では q ~ 0**
    → 核子軌道にハイペロンが入る状態が有利

H. Bando, T. Motoba, J. Zofca,
Int. J. Mod. Phys. A 5 (1990), 4021-4198.

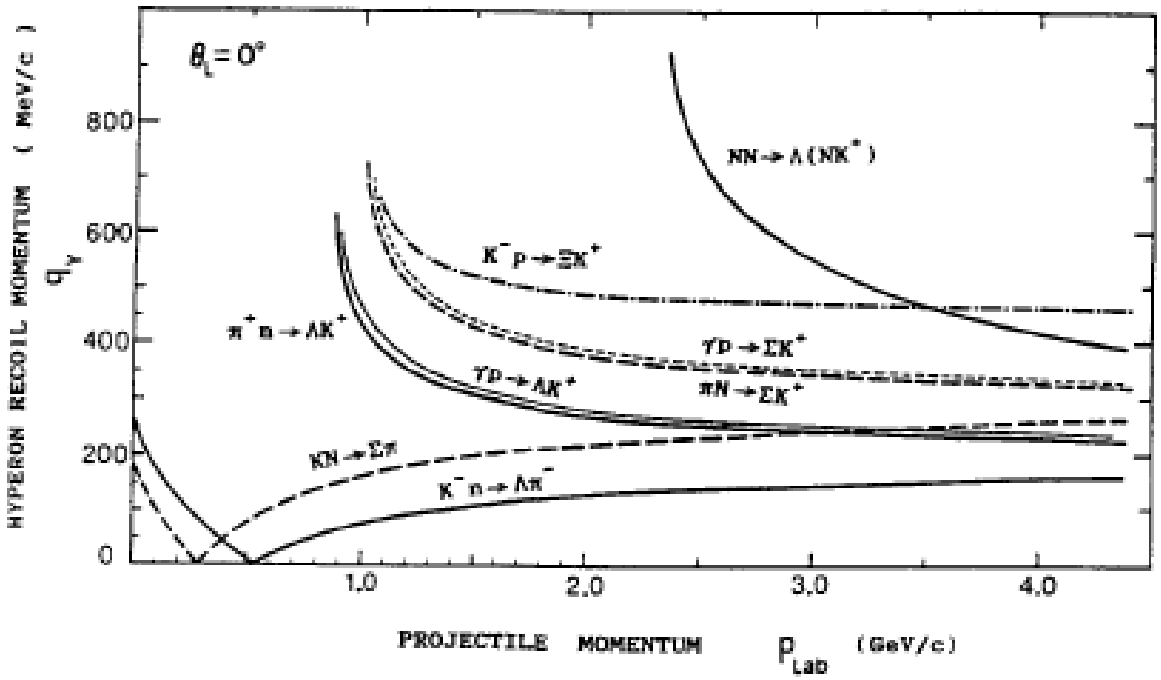
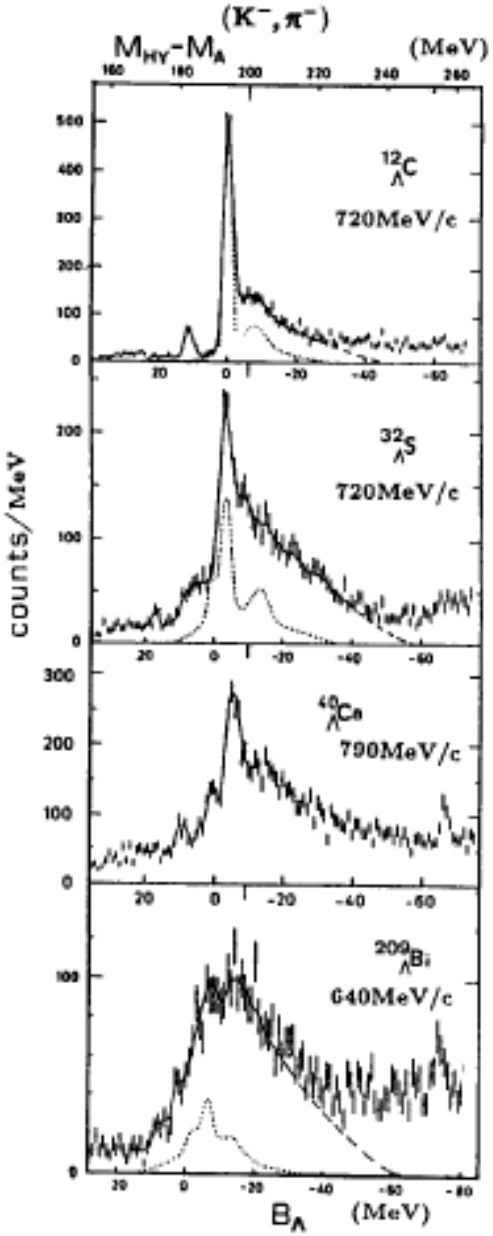
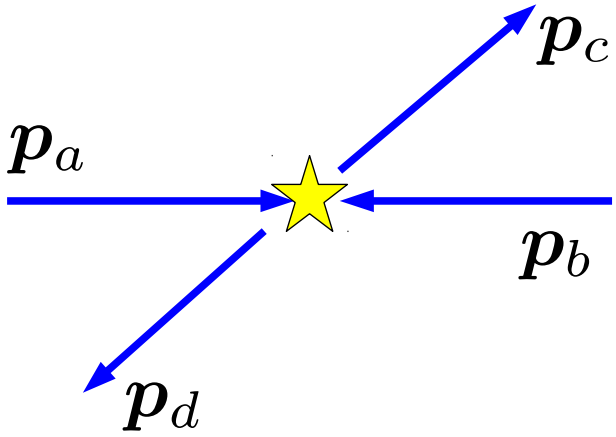


Fig. 2.3. The momentum q_Y transferred to the hyperon Y as a function of the projectile momentum $p_{proj} = p_a$ in the reaction $aN \to Yb$ at $\theta_{b,L} = 0°$.



運動量移行の評価

- a+b → c+d 反応 (質量 m_a, m_b, m_c, m_d)
  - 入射粒子が a 、出射粒子が c の場合、b(a,c)d と表す (b は実験室系で静止)
  - d が CM 系で後方 (180°) に放出されるとして、実験室系にローレンツ変換して (空間的) 運動量移行の大きさが計算できる



  - 発熱反応 (ma+mb>mc+md) の場合に、小さな運動量移行が実現

$$s = (p_a + p_b)^2 = m_a^2 + 2E_a m_b + m_b^2$$

$$\left(E_a = \sqrt{m_a^2 + p^2}, p = |\boldsymbol{p}_a|\right)$$

$$\beta = p/(E_a + m_b) \ (\beta \text{ of CMS})$$

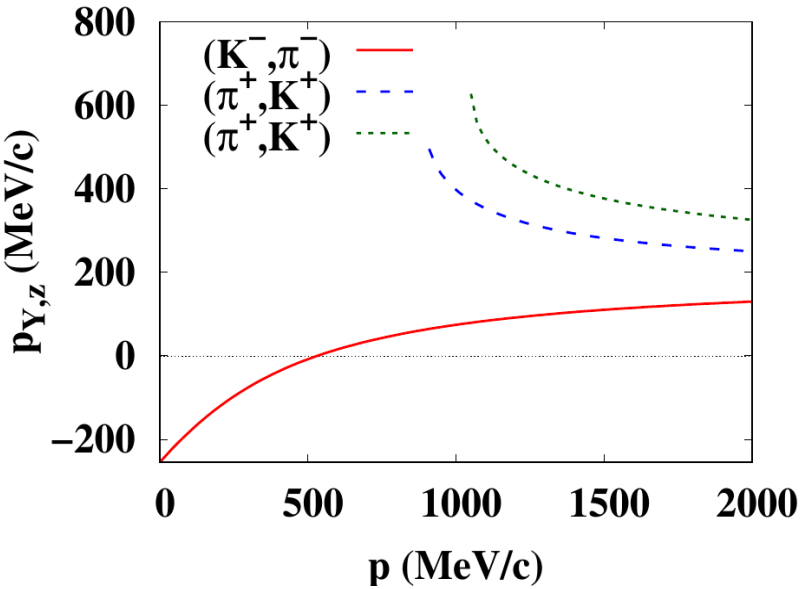
$$p_f = \frac{\sqrt{(s - (m_c + m_d)^2)\,(s - (m_c - m_d)^2)}}{2\sqrt{s}}$$

$$(p_f = |\text{momentum}| \text{ of } \ c, d \text{ in CMS})$$

$$p_d^{\text{CMS}} = (E_d^{\text{CMS}}, 0, 0, -p_f) \ (\text{CMS})$$

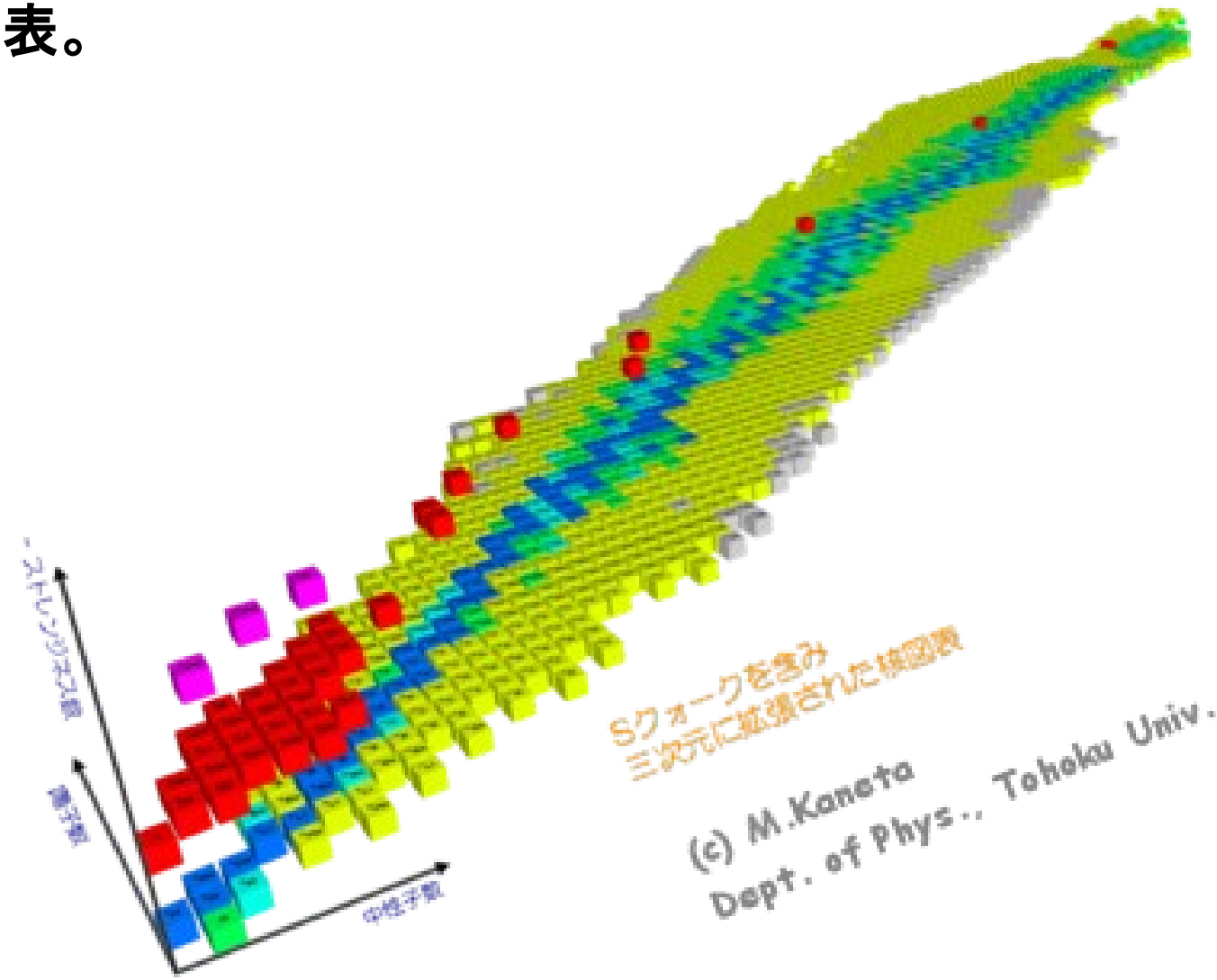
$$\rightarrow p_d = (E_d, 0, 0, p_{dz}) \ (\text{Lab. system})$$

$$q = |p_{dz}|$$



3 次元核図表

ハイペロンを含む原子核まで考えた、
(N, Z, -S) 3次元核図表。

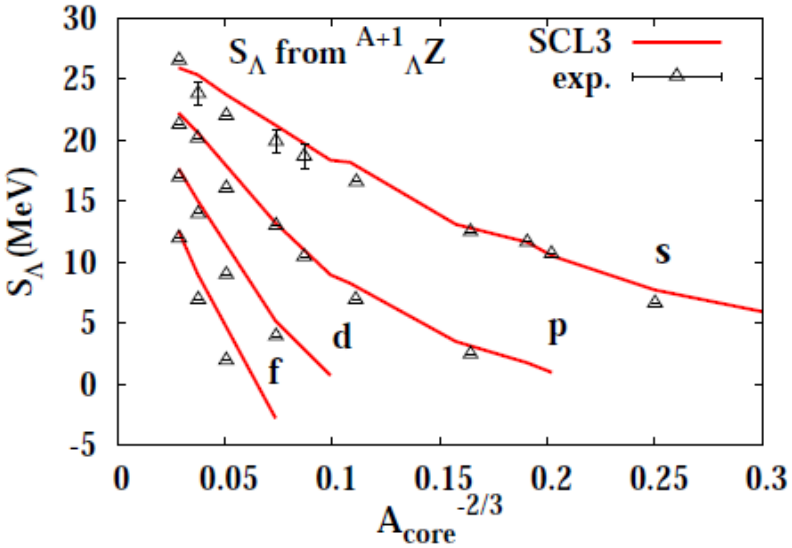


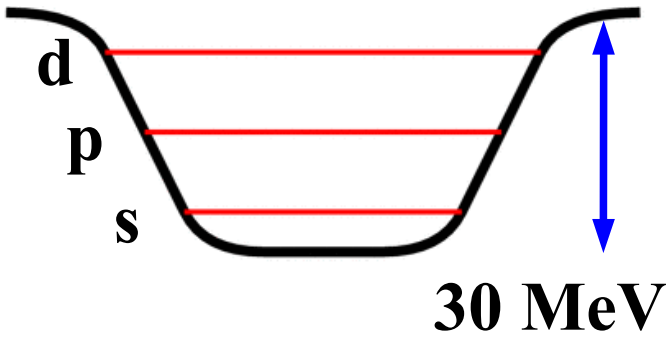
M. Kanata

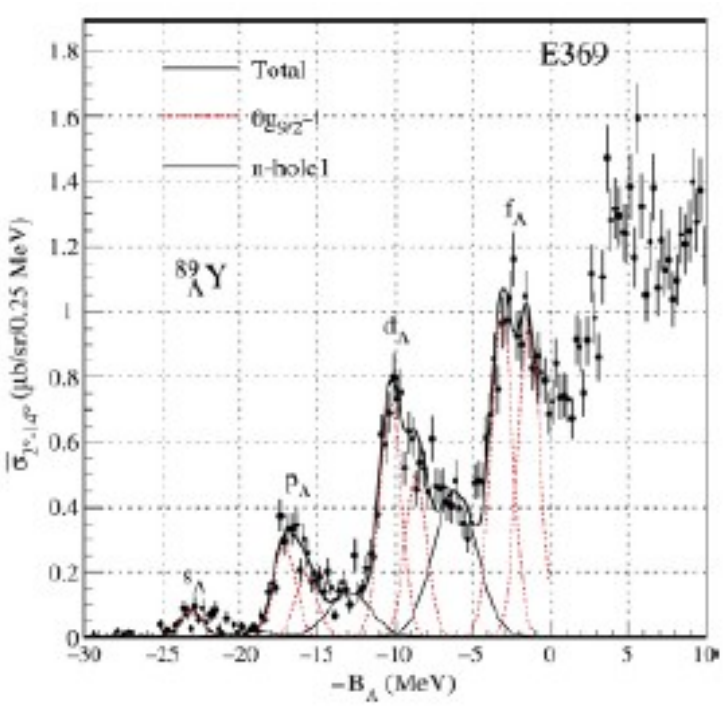
http://lambda.phys.tohoku.ac.jp/~kaneta/pukiwiki/index.php? 三次元核図表

Λ ハイペロンの一粒子エネルギー

- Λ の一粒子エネルギーは 30 MeV 程度の深さのポテンシャルで記述できる。
  - s, p, d, f 状態が観測されている。
  - 運動エネルギーは $A_{core}^{-2/3} \propto R^{-2} \propto$ K.E. of Λ



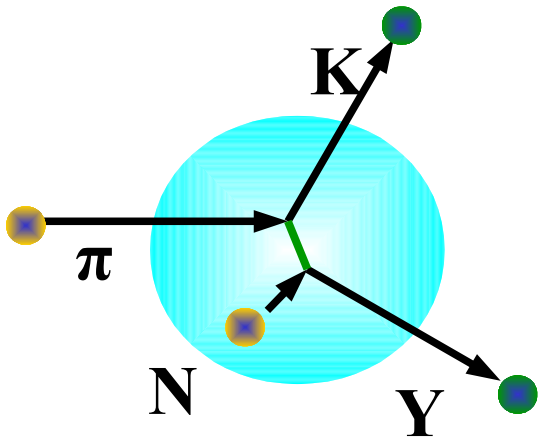


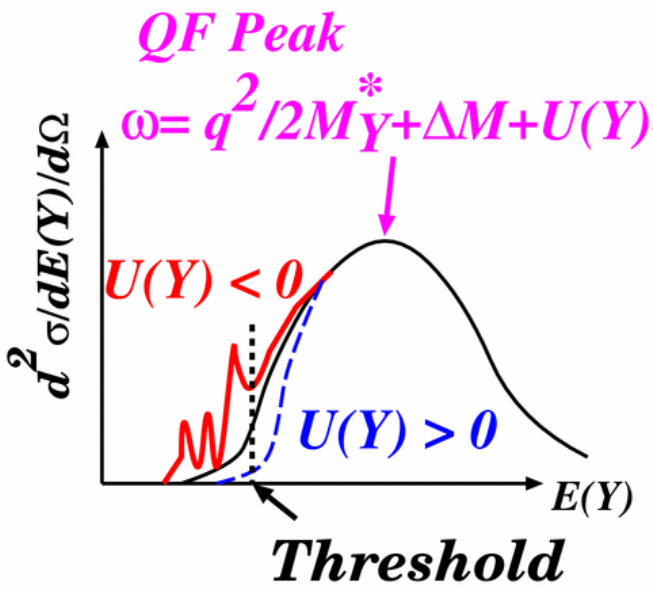


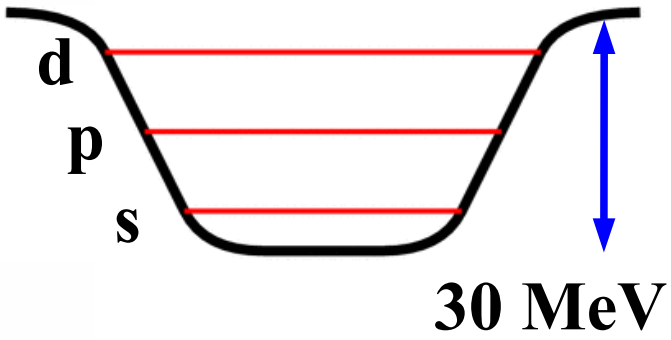
KEK E369 実験

ハドロン核構造の探求方法

- 原子核中にハドロンを生成
  - 束縛状態あり → 束縛エネルギーからポテンシャルを決定
  - 束縛状態無し → スペクトルの形からポテンシャルを推定
- 様々なハドロンと原子核のポテンシャルが生成反応により調べられてきた。
  - ハイパー核生成反応 $\pi^+(u\bar{d}) + n(udd) \to K^+(u\bar{s}) + \Lambda(uds)$
  - パイ中間子原子生成反応 $d + {}^{A}Z \to {}^{3}\mathrm{He} + \pi^- + {}^{A-1}Z$
  - 反 K 中間子原子核生成反応 $K^-(s\bar{u}) + {}^{A}Z \to n + (K^- + {}^{A-1}Z)$

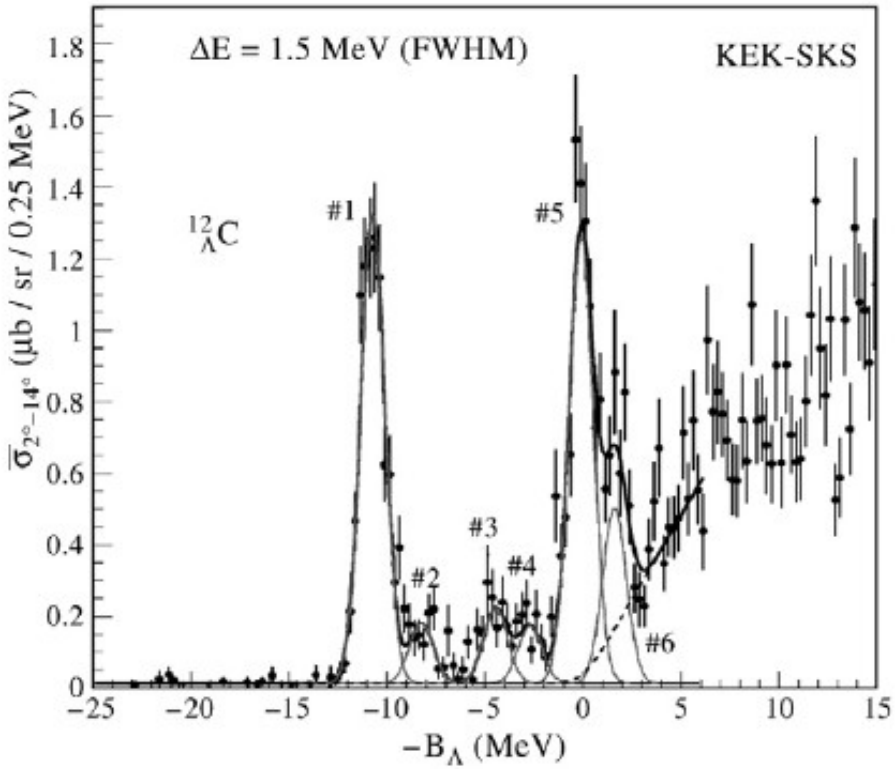


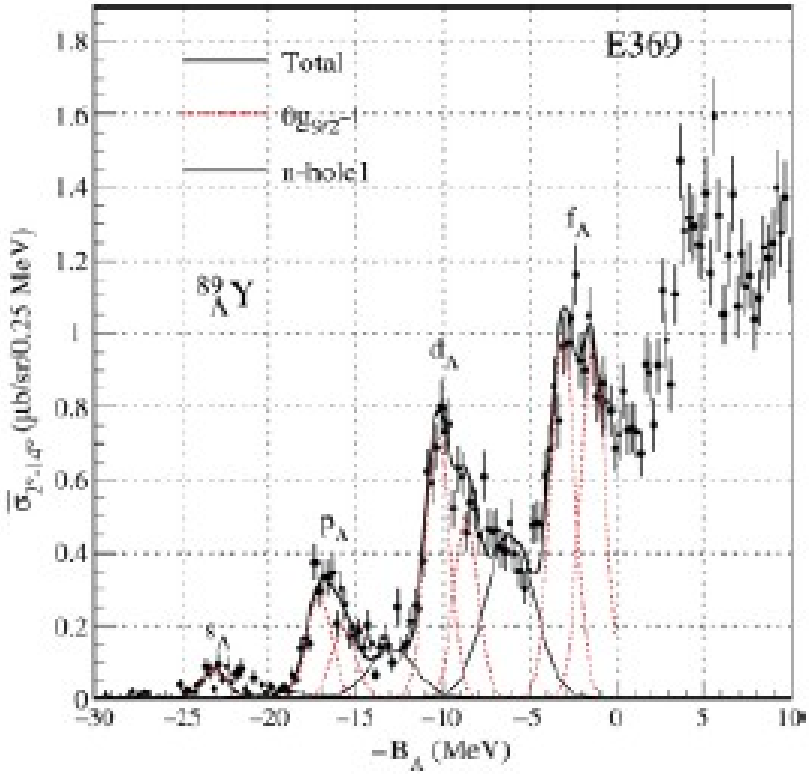




Λ hypernuclear formation

- (π^+, K^+) reactions on nuclei
  - q ~ k_F → various s.p. states of Λ are populated

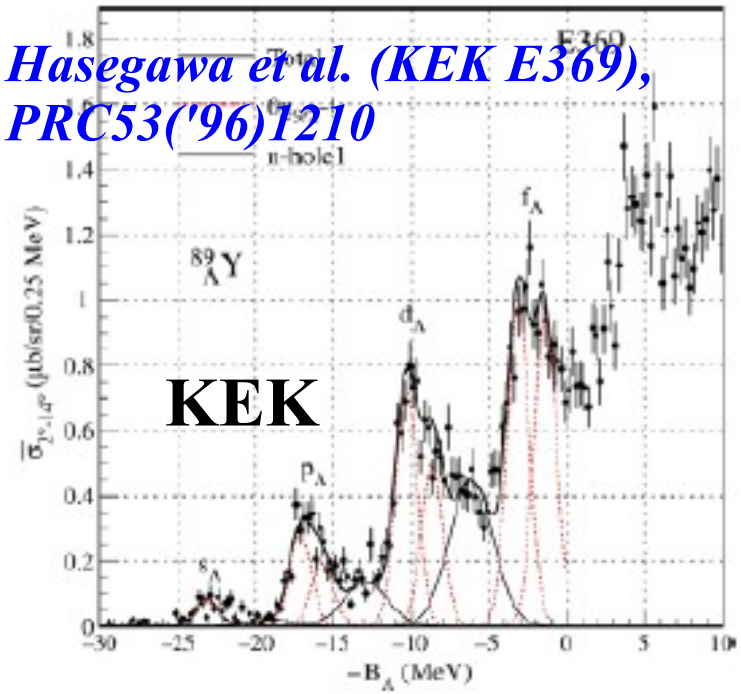


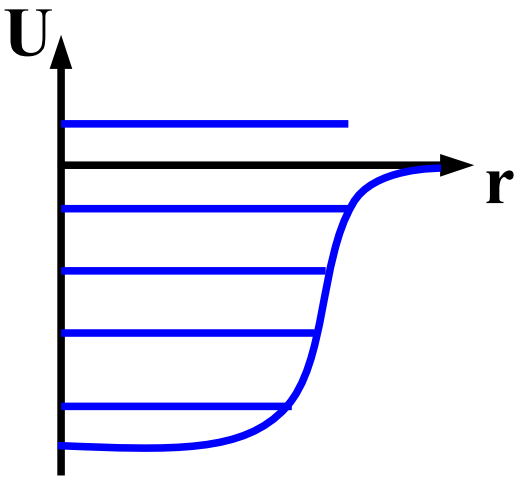


Hasegawa et al.(1996)

$\Lambda, \Sigma^-, \Xi^-, K^-$ 核

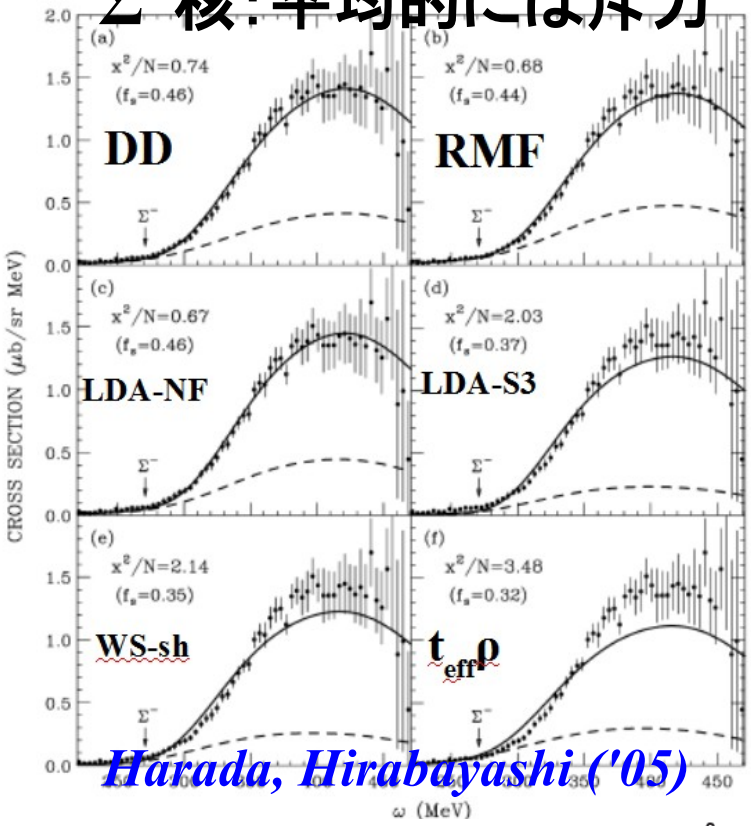
Hasegawa et al. (KEK E369), PRC53('96)1210





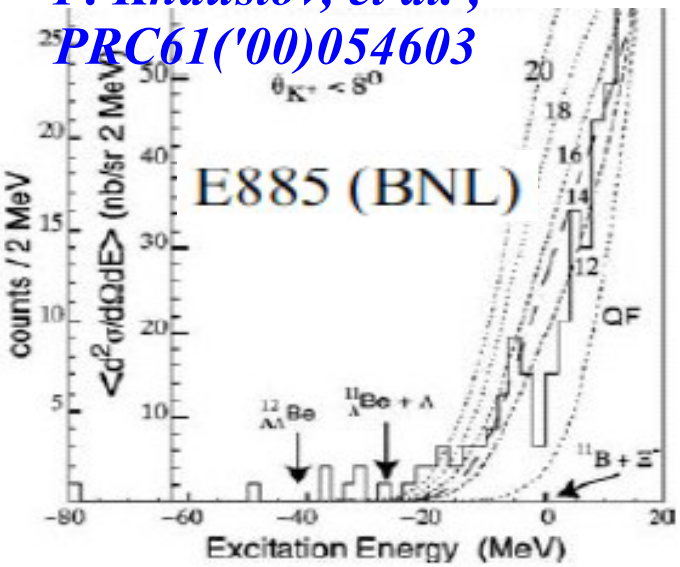
Λ 核：明白な
一粒子状態を観測

Σ⁻ 核：平均的には斥力



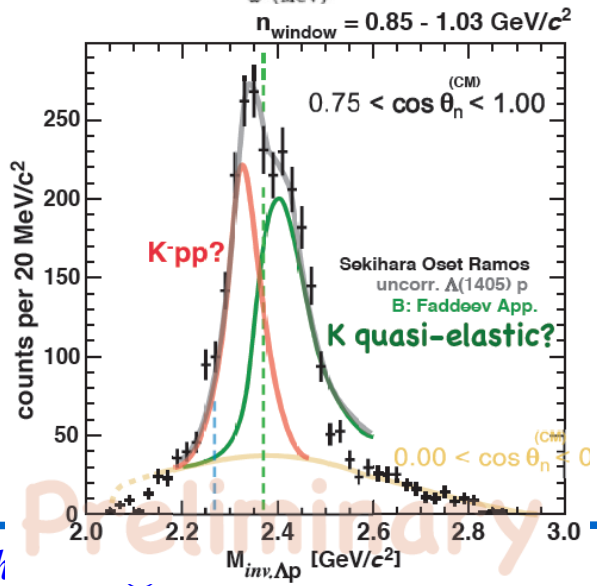
Harada, Hirabayashi ('05)

P. Khaustov, et al. , PRC61('00)054603



Ξ 核：弱い引力
最近のデータでも
束縛状態の存在を示す

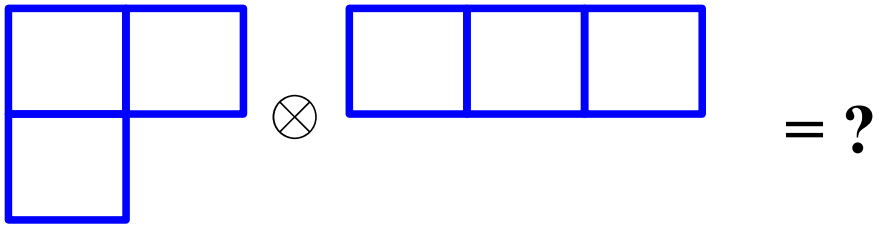
K⁻ 核は存在しそう。
ただしゆるい束縛
(J-PARC E15
preliminary,
Iwasaki et al.)



レポート問題 (Sec. 3)

- **Report 3-1**
  全てのクォークの軌道波動関数が同一であるとする。
  スピン↑の陽子・Λ粒子 ($p\uparrow$, $\Lambda\uparrow$) のスピン・フレーバー波動関数 (スピン・フレーバーについて完全対称化したもの) を求めよ。
  また $p\uparrow$, $\Lambda\uparrow$ において $u\uparrow$, $u\downarrow$, $d\uparrow$, $d\downarrow$, $s\uparrow$, $s\downarrow$ の存在確率 (期待値) を求めよ。

- **Report 3-2**
  N_f=3 (u, d, s) の場合、フレーバー 8 重項と 10 重項に属する 2 つのバリオンの相互作用には、どのような多重項が現れるか？



レポート問題 (Sec. 3)(cont.)

- **Report 3-3**

ハドロンを含む原子核を作るには、終状態で現れるハドロンが原子核に「止まる」ことが必要である。
　不変質量 $s^{1/2}$ と2粒子の質量 m_1, m_2 が与えられている場合、重心系での粒子の運動量の大きさは

$$p = \sqrt{[s-(m_1+m_2)^2]\,[s-(m_1-m_2)^2]}/2\sqrt{s}$$

で与えられる。これを用いて、

$$n(K^-,\pi^-)\Lambda\ ,\quad n(\pi^+,K^+)\Lambda\ ,\quad p(K^-,K^+)\Xi^-\ ,\quad n(K^-,n)K^-\ ,$$

反応における残留粒子 (ハイペロン、または K^- 粒子) の運動量の大きさを評価せよ。入射運動量は 0.5, 1.0, 2.0 GeV/c 、また放出粒子は前方 (0度) で観測されるとする。
(反応が起きない運動量もあることに注意せよ。素過程反応において核子は実験室系で静止しているとせよ。ローレンツ変換を用いる。)

レポート問題 (Sec. 3)(cont.)

- Report 3-4 (講義への感想・意見)
  原子核基礎論 A はまだ続きますが、この段階での感想を聞きたく思います。
  (意味のある「問題点の指摘」に腹を立てる・減点するつもりはありませんが、記名で書きにくい感想は、講義終了時のアンケートでお願いします。)
  - 講義する側として気をつけたのは、学生の反応に合わせて質問し、スピードを調整することにより理解度を深めることでした。
    講義のスピードが
    「速かった・適切である・遅かった」
    のどれであったか答えて下さい。(部分と全体を分けてもらって OK)
  - 散乱の量子力学、場の理論入門、群論の一部は、ある程度時間をとりました。
    これらのそれぞれについて、
    「不要であった・適切であった・より詳しく講義すべきであった」
    のどれであったでしょうか？
  - レポートでは数式の展開・データ分析・数値計算を組み合わせることにより、様々な「技術」を学んで欲しいとの裏のメッセージを含めました。
    レポートの負担は大きかったですか？またレポートは面白かったですか？
    「負担が大きかった・大きくなかった / 面白かった・面白くなかった」
    のどれであったでしょうか？
    (大学院での研究は理論研究であっても、手での計算のみでなく、数値計算などコンピュータを使う場合も多いです。拒否反応を持たないようにして下さい。)
  - 自由意見をお願いします。