高密度物質と中性子星の物理

京都大学･基礎物理学研究所　大西　明

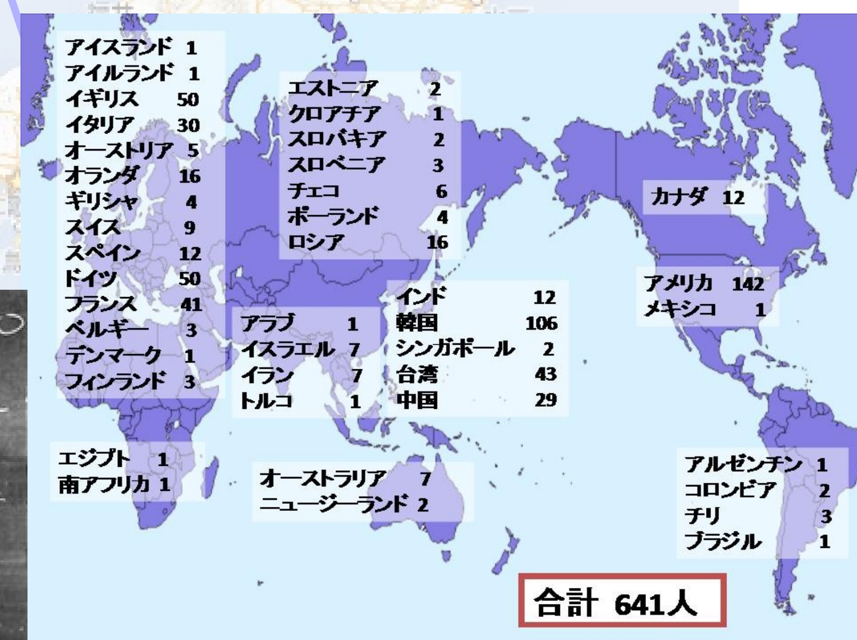
名古屋大学集中講義 (2018/12/4-6)

http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~akira.ohnishi/Nagoya2018/

Do you know Yukawa Institute ?

- **Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University**
  - **Founded in 1953 to memorize Yukawa's Nobel prize (first winner in Japan).**
  - **Domestic & International Collaboration program**
    20-30 domestic workshops, ~ 10 international workshops,
    ~ 1000(?) domestic visitors, 600-700 visitors from abroad
  - **We will have around two long-term workshops annually.**
    Thank you for participating the long-term workshop NFQCD 2018.





高密度物質と中性子星の物理：講義の内容

1. 中性子星の基本的性質
   - 質量・半径測定の概論など
2. 状態方程式を記述する理論模型
   - 平均場理論、第一原理計算手法、場の理論によるアプローチ
3. 対称エネルギーと非対称核物質の状態方程式
   - 対称エネルギーを決める実験手法、現在の制限
4. QCD 有効模型と高密度核物質の性質
   - 有限温度・密度の場の理論入門 (松原和・摂動論など)
   - NJL 模型による相転移と状態方程式の記述
5. ハイパー核物理と中性子星でのハイペロンパズル
   - ハイパー核実験の現状、ハイペロンパズルの解決に向けて

- 談話会

  Symmetry Parameter Constraints
  from a Lower Bound on the Neutron-Matter Energy

Lec. 1: 中性子星の基本的性質

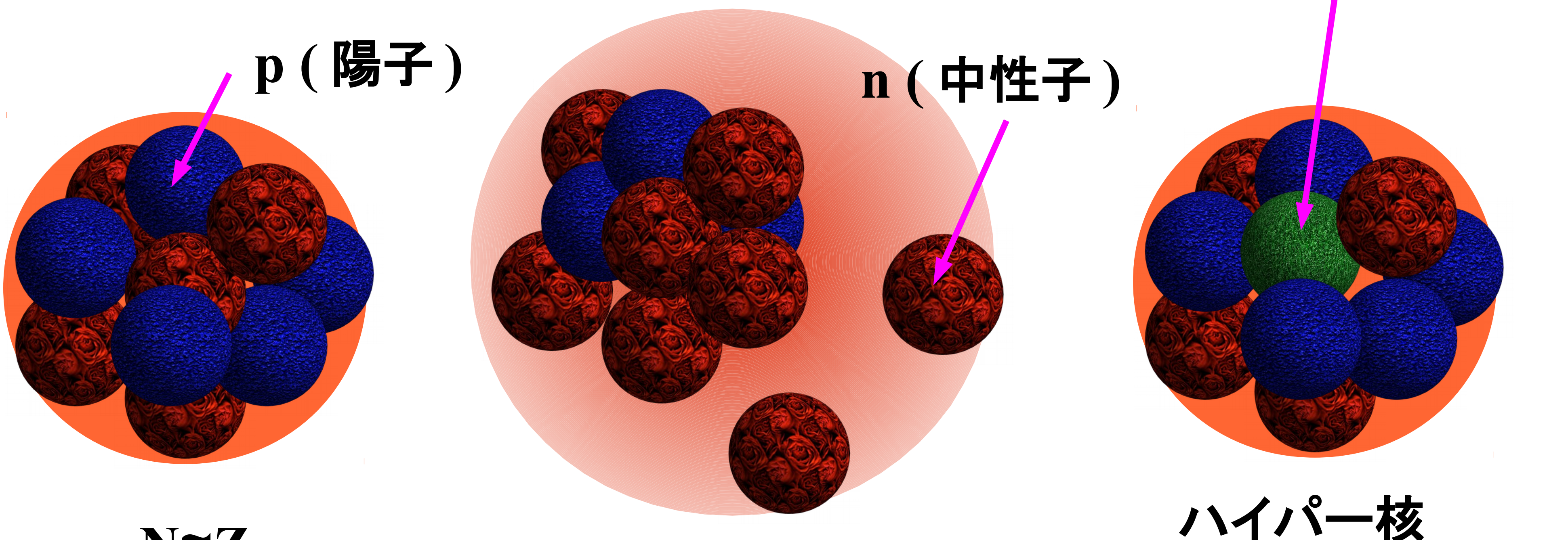
1. 中性子星の基本的性質

- 序論:原子核物理学の広がり
- 中性子星の基本的性質
- 復習 1: 原子核の大きさ
- 復習 2: 原子核の質量
- 中性子星の質量と半径
- Lec. 1 のまとめ

序論：原子核物理学の広がり

原子核物理学の広がり

- 天然に存在する原子核
  - 中性子数 (N) ≈ 陽子数 (Z) (軽い原子核の場合)
- エキゾチックな原子核
  - 不安定原子核 (中性子過剰核、陽子過剰核、超重元素)
  - ハドロン核 (核子以外のハドロンを含む原子核)



N≈Z
例 : ^{40}Ca (N=Z=20)

中性子過剰核 N≫Z
例 : ^{11}Li (Z=3, N=8)

例 :$^{12}_{\Lambda}$C (Z=6, N=5 と Λ)

ニホニウムの作り方 (^{278}Nh)

- **新元素 Z=113 の発見 : 理化学研究所 (2004/09/28)**

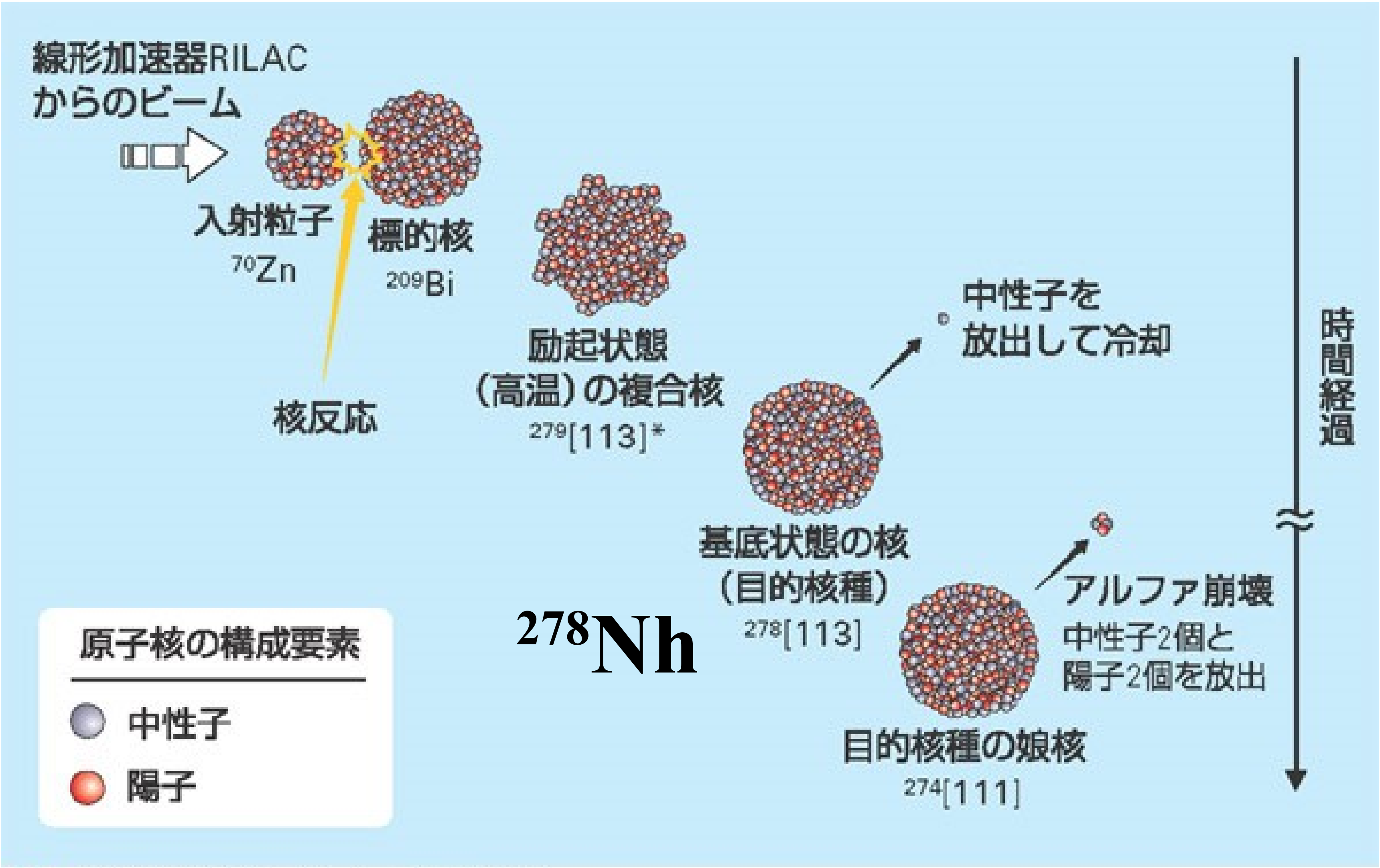
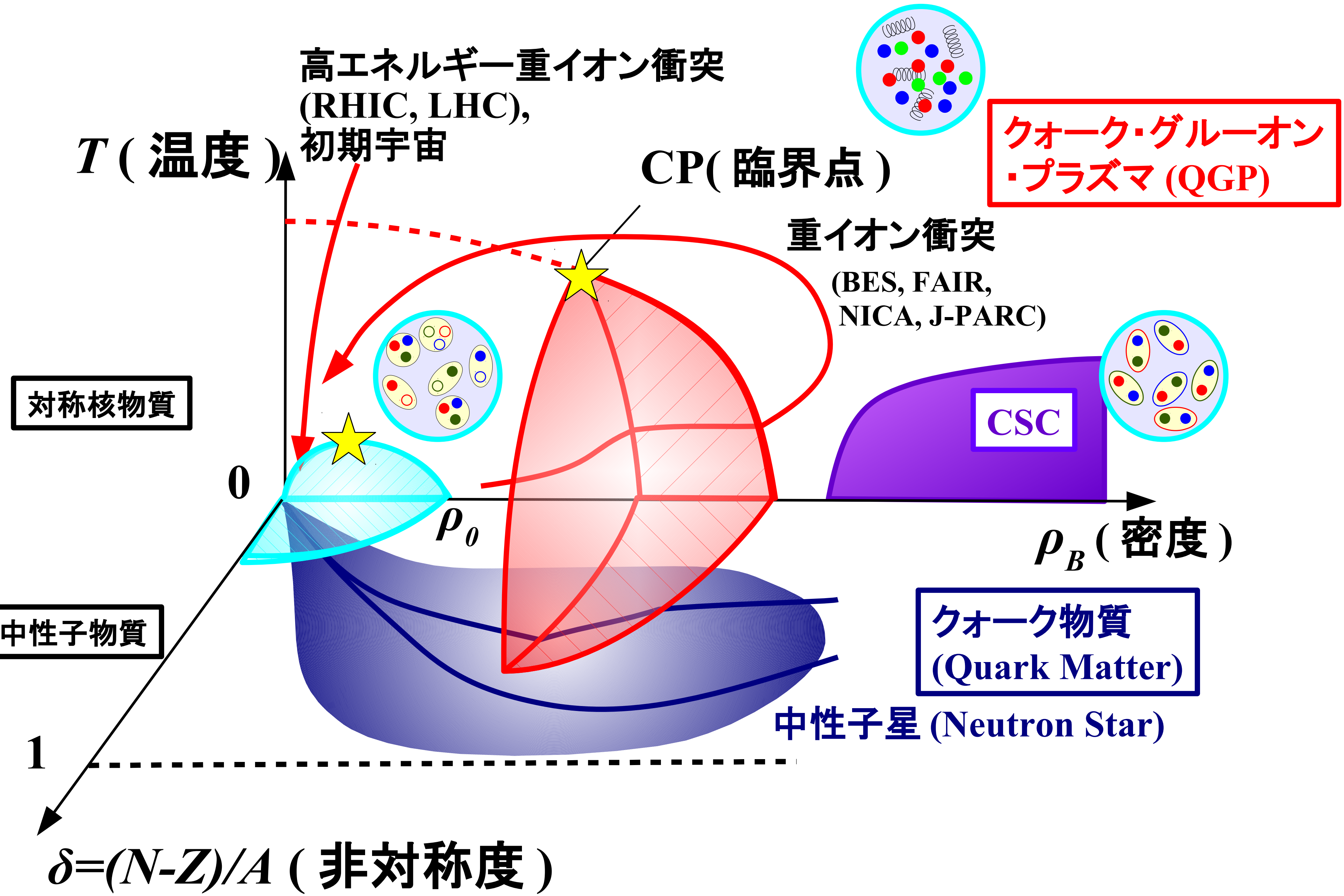


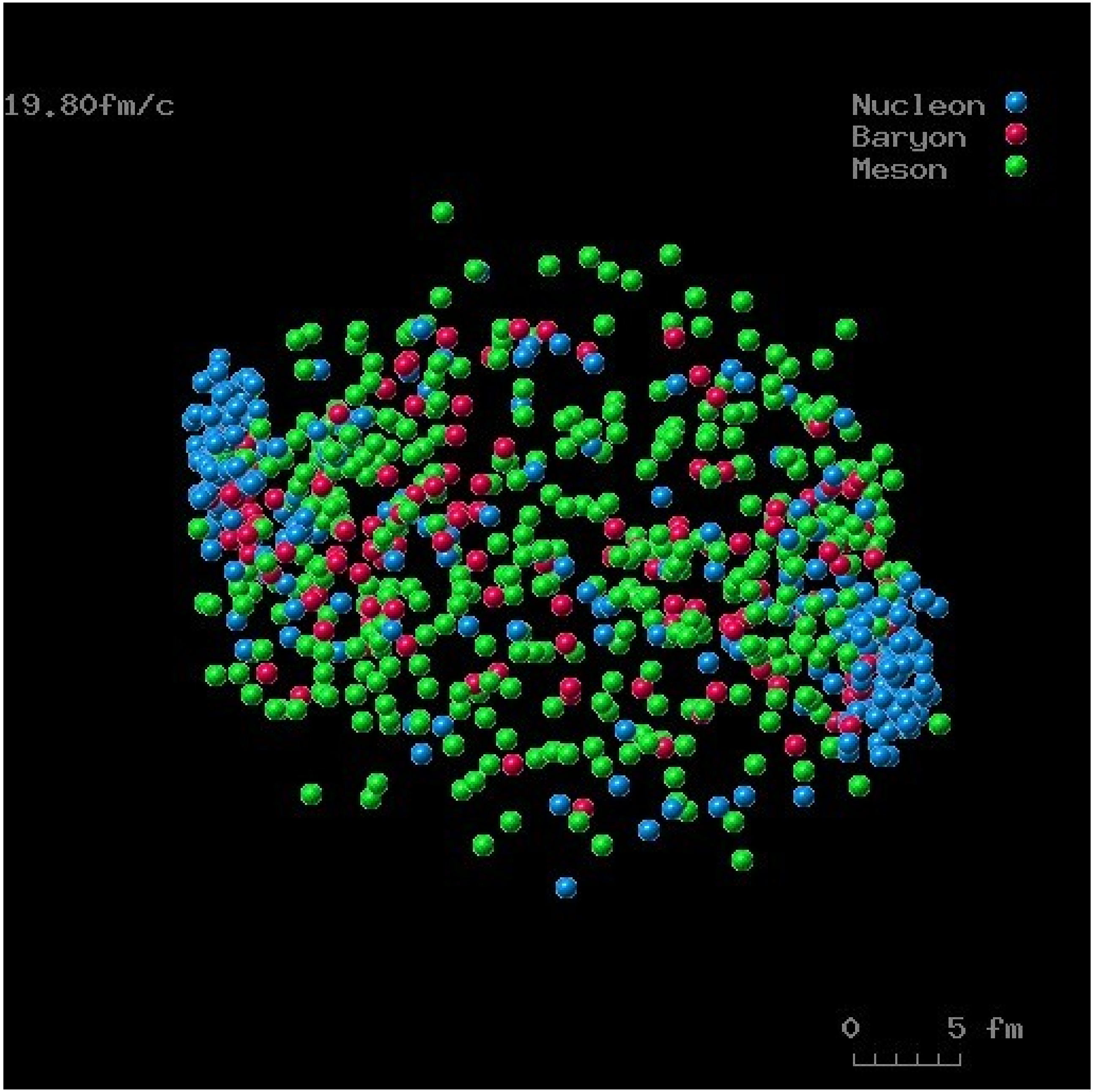
図1 原子番号 113 元素の合成と崩壊連鎖

3 例目をみつけて命名権獲得。ニホニウムへ。

高温・高密度核物質 (QCD Phase Diagram)

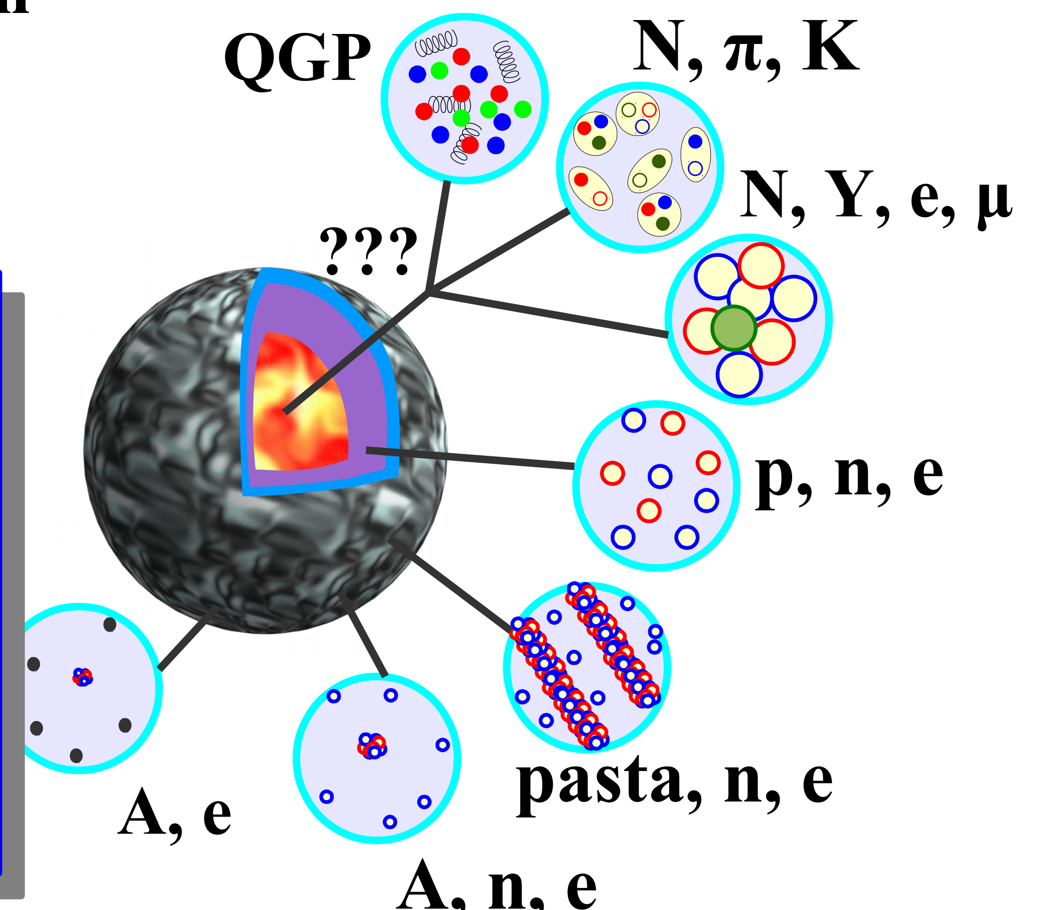


高エネルギー重イオン衝突



中性子星の構造と組成

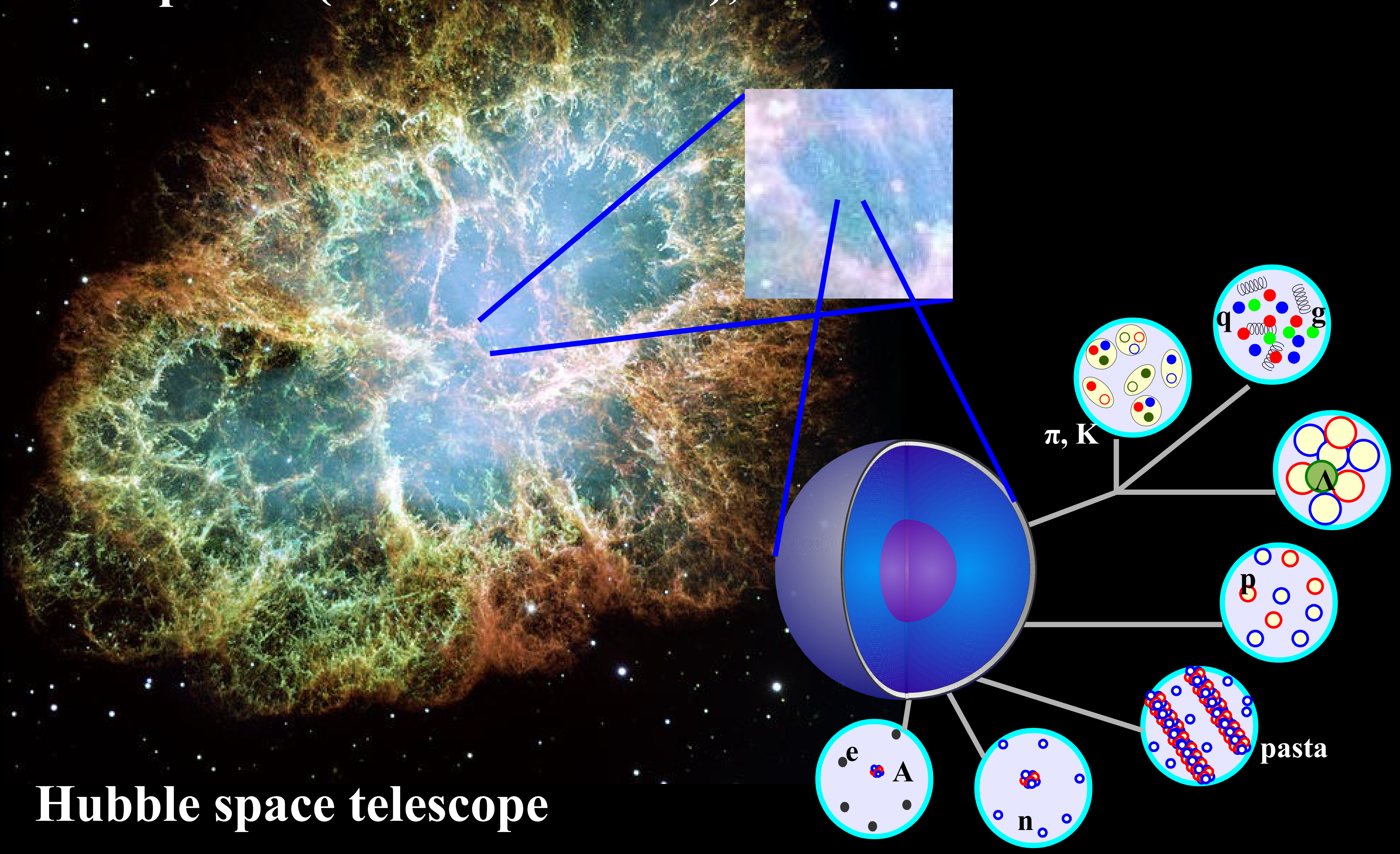
- 質量： 太陽質量 ($M_\odot$) の 1-2 倍 (代表的には $M \sim 1.4\ M_\odot$)
- 半径： 5 km < R < 20 km (代表的には R ~ 11 km)
- 中性子星の密度 = (2-7) × 10^{14} g / cm^3 ($M\sim1.4\ M_\odot$, R=10-15 km)
- 原子核の密度 ~ 2.5 × 10^{14} g / cm^3
  中性子星の平均密度は
  原子核の 1~3 倍！



- 中性子星は核力が支える星
  → 様々な密度での「核力」の
  現れ方が調べられる
- 中性子星コア (中心部分) は、
  宇宙に現存する観測可能な
  「最高密度物質」
  → 様々な構成粒子が
  現れると期待！

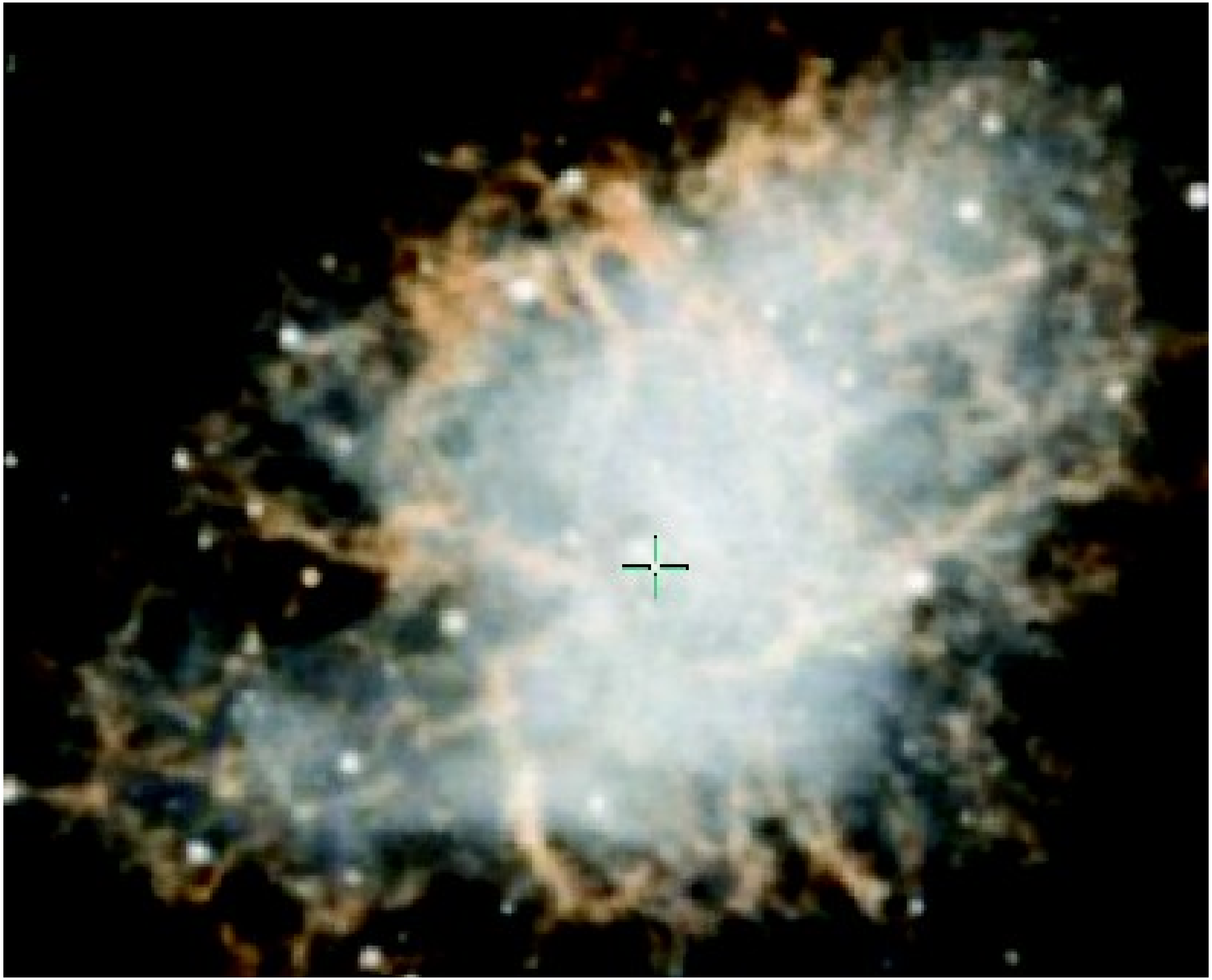
中性子星の基本的性質

Crab Nebula
SN1054 (e.g. Meigetsu-ki, Teika Fujiwara)
Crab pulsar (PSR J0534+2200), discovered in 1968.



Hubble space telescope

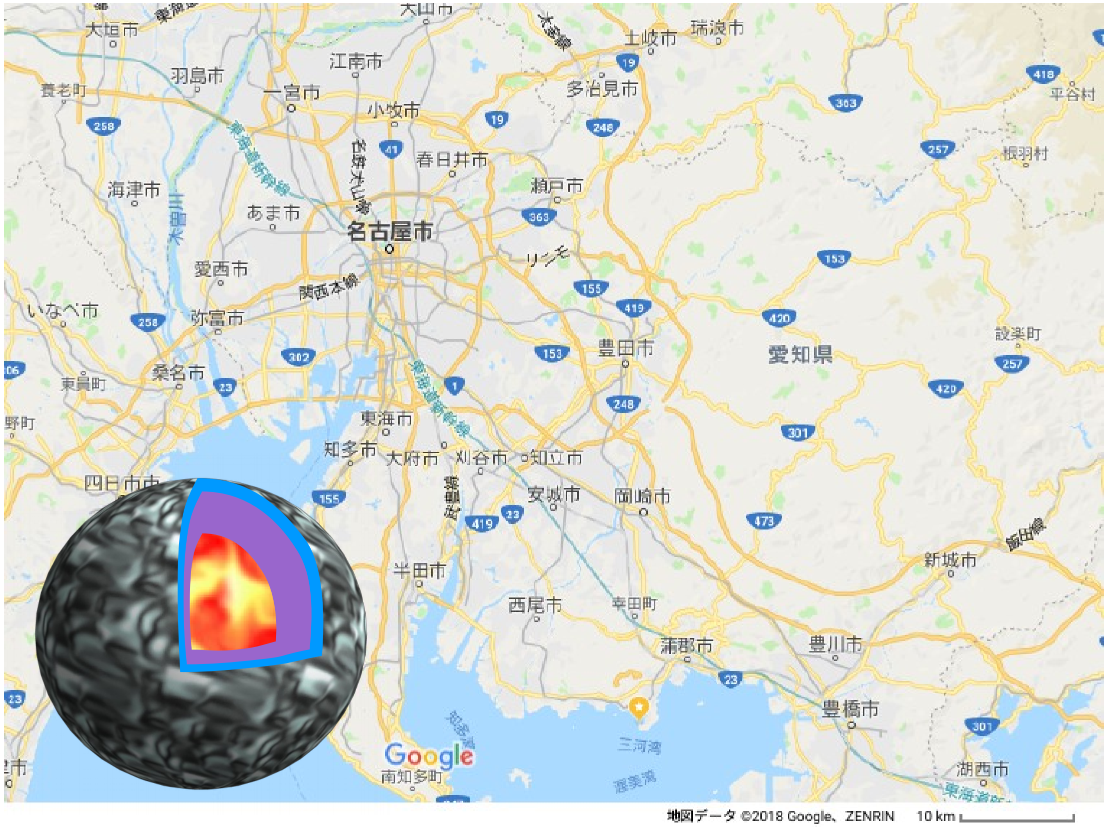
Pular position



http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-id?Ident=Crab+Pulsar

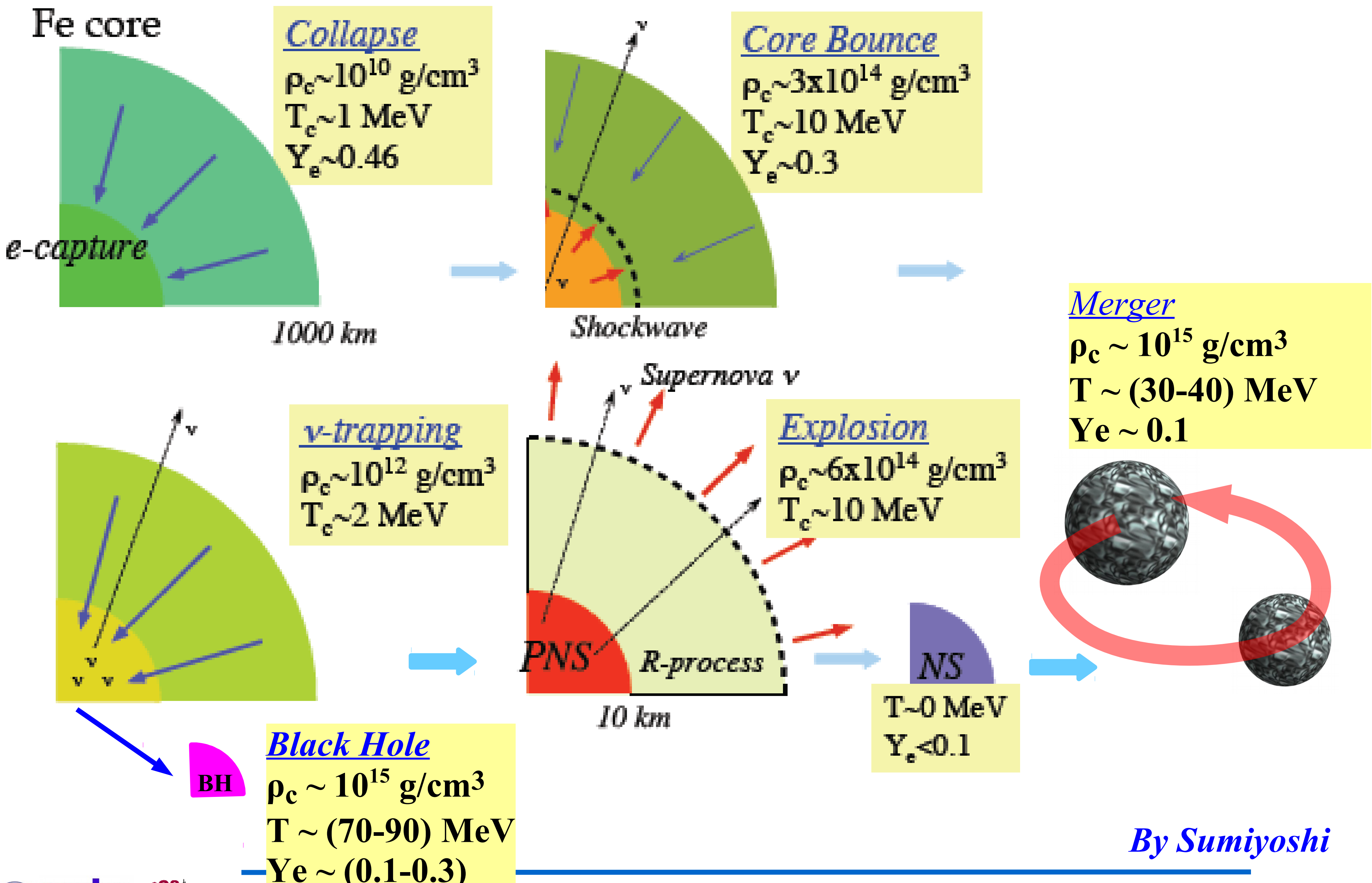
中性子星の基本的性質

- 質量 = 太陽質量の (1-2) 倍 : $M = (1\text{-}2)\ M_\odot$ $(M \sim 1.4\ M_\odot)$
- 半径 = $5\ \mathrm{km} < R < 20\ \mathrm{km}$ $(R \sim 11\ \mathrm{km})$
  → 太陽程度に重いが、一つの県よりも小さい。
- ほぼ温度ゼロ
  $(T \sim 10^6\ \mathrm{K} \sim 100\ \mathrm{eV})$
  中性子のフェルミ・エネルギー
  ~ 数 10 MeV
- 多彩な構成要素
  n, p, e, μ, Y, $\bar{K}$, π, q, g, qq, ….
- 中性子星物質
  = 核力 (強い相互作用) で
  支えられており、
  多彩な構成要素を含み得る
  高密度物質



google & zenrin

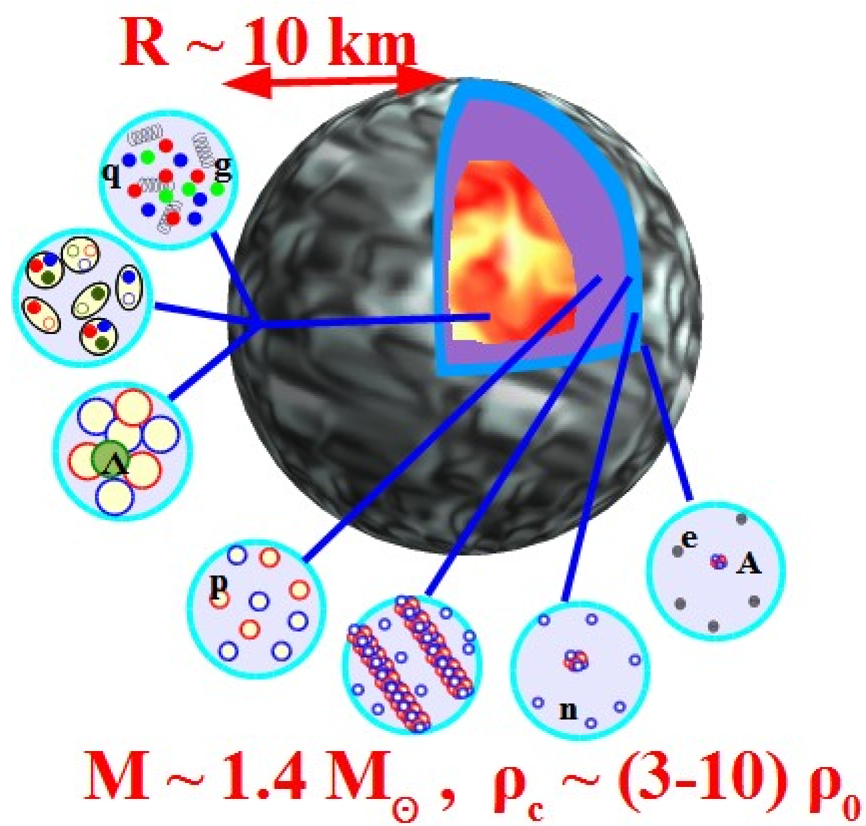
中性子星の誕生と終焉



By Sumiyoshi

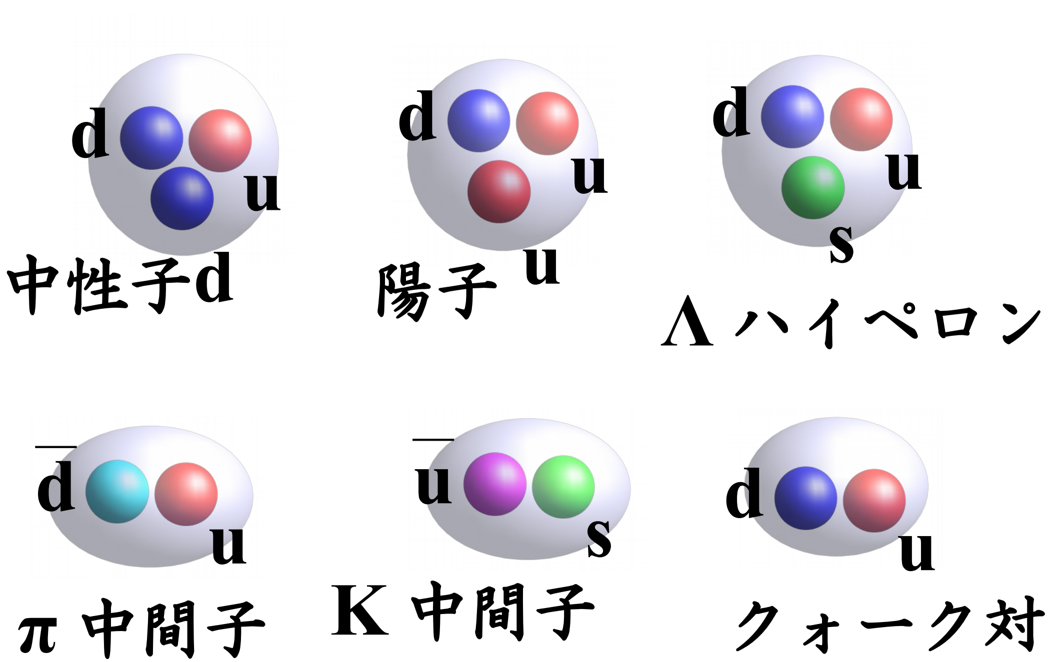
中性子星の組成 (1)

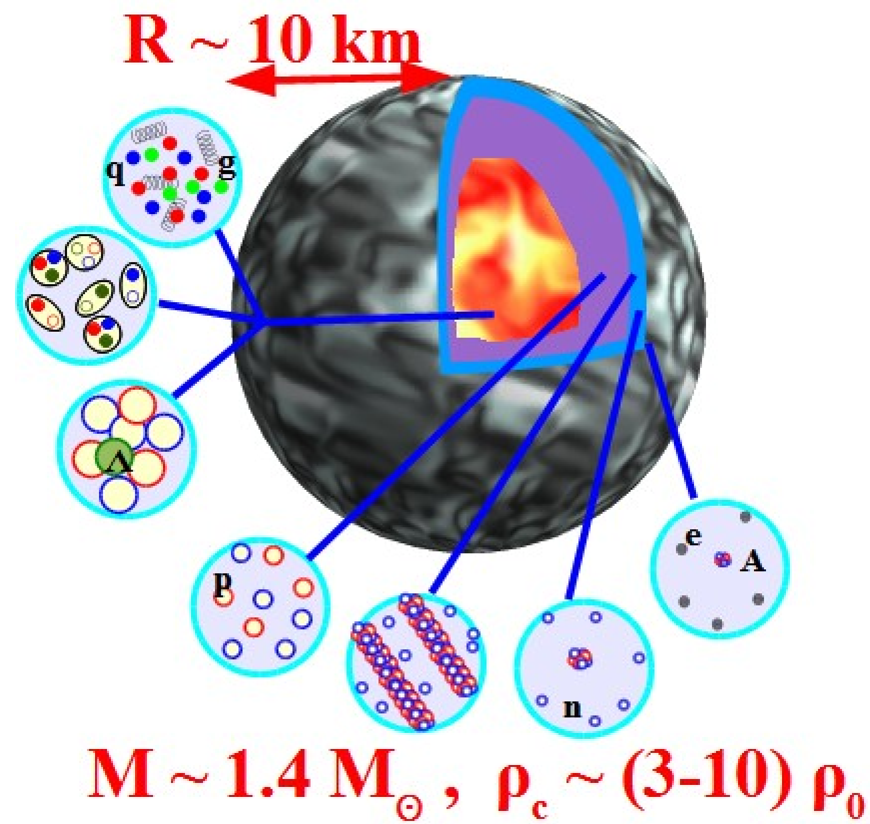
- 中性子星って中性子だけからできているんですか？
→ いや、いろいろな粒子が混ざっています。
- 中性子星表面 : 通常の物質 = 鉄などの原子核と電子
- 中性子星の外殻 (クラスト)
  - 電子密度が増えてくると、
  「電子 + 陽子」よりも中性子の方が
  エネルギーが低くなる
  → 中性子過剰な原子核と電子
  - さらに密度が上がると、
  原子核の中で中性子が
  こぼれだす
  → 原子核と中性子と電子
  (neutron drip, 4×10^{11} g/cm^3)
  - 原子核が一列に融合した
  「パスタ」ができるかも。



中性子星の組成 (2)

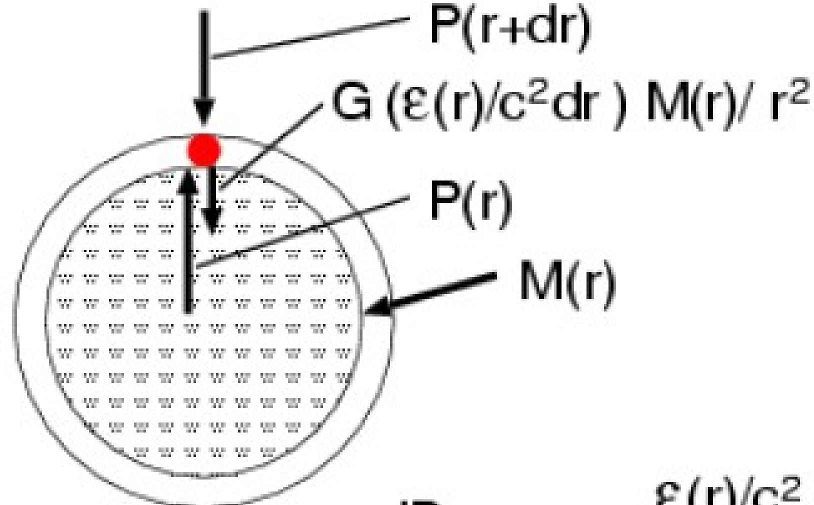
- 中性子星コア (outer core)
  - 原子核密度の 1~2 倍程度：原子核が融けて、一様な物質へ
    → 中性子･陽子･電子 (陽子･電子は中性子の 10% 程度)
- 中性子星中心部 (inner core)
  - 原子核密度の 2 倍以上
  - 何が現れるかわかっていない





質量 - 半径曲線と状態方程式

- 質量 - 半径曲線 (M-R curve) と
  中性子星物質状態方程式は
  1 対 1 対応
- 静水圧平衡
  = 圧力差と重力の釣り合い
  - 圧力差からの力
    = S (P(r+dr)-P(r)) ~ S dr dP/dr
  - 重力 = - S dr G ε (r)/c^2 M(r) / r^2



Non-Rela. $\frac{dP}{dr} = - G \frac{\varepsilon(r)/c^2 \;\; M(r)}{r^2}$

- TOV 方程式
  = 一般相対論的静水圧平衡
  (Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation)

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{(\varepsilon/c^2 + P/c^2)(M + 4\pi r^3 P/c^2)}{r^2(1-2GM/rc^2)}$$

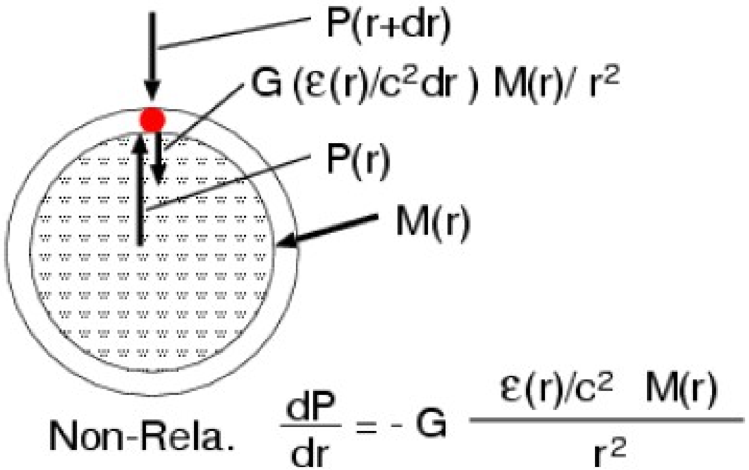
$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon/c^2, \quad P = P(\varepsilon) \;\; \text{(EOS)}$$

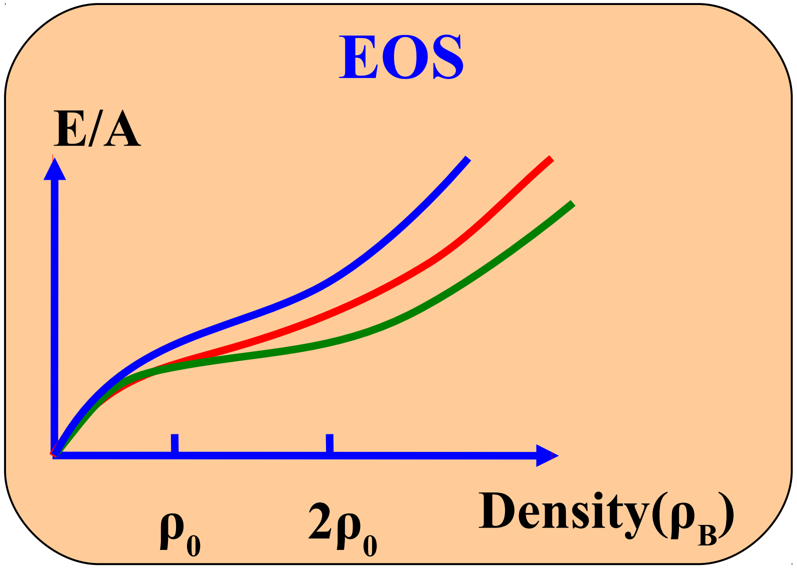
質量 - 半径曲線と状態方程式

TOV equation

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{(\varepsilon/c^2 + P/c^2)(M + 4\pi r^3 P/c^2)}{r^2(1-2GM/rc^2)}$$

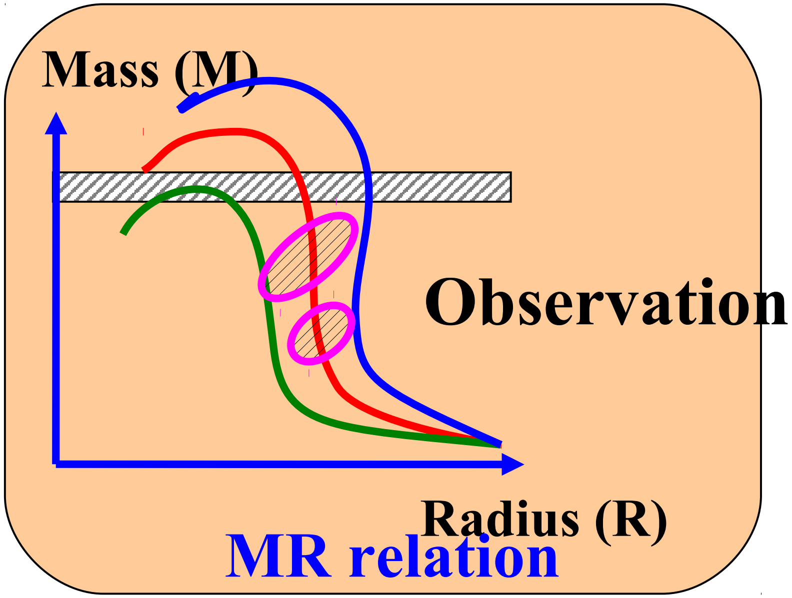
$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon/c^2,\quad P = P(\varepsilon)\ \ (\mathrm{EOS})$$





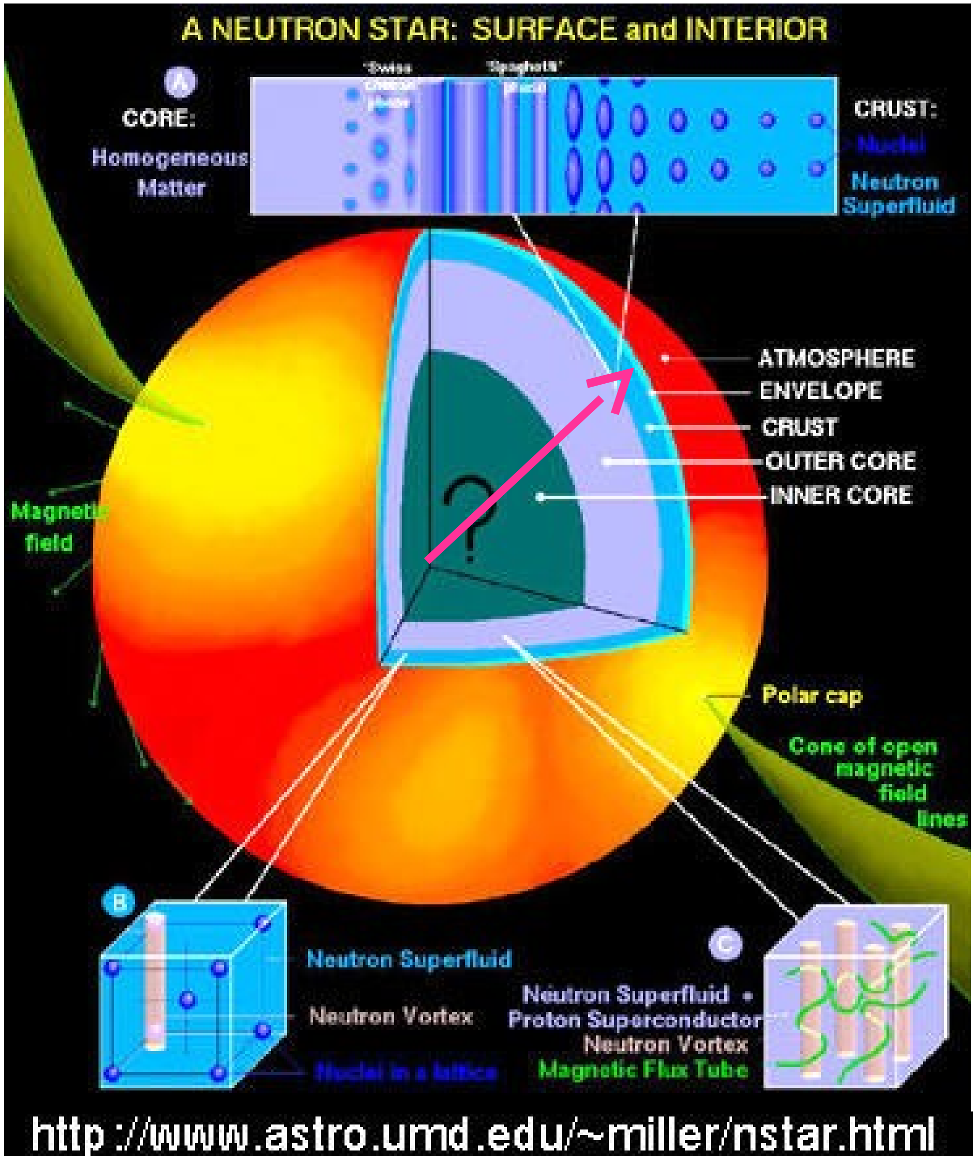
prediction

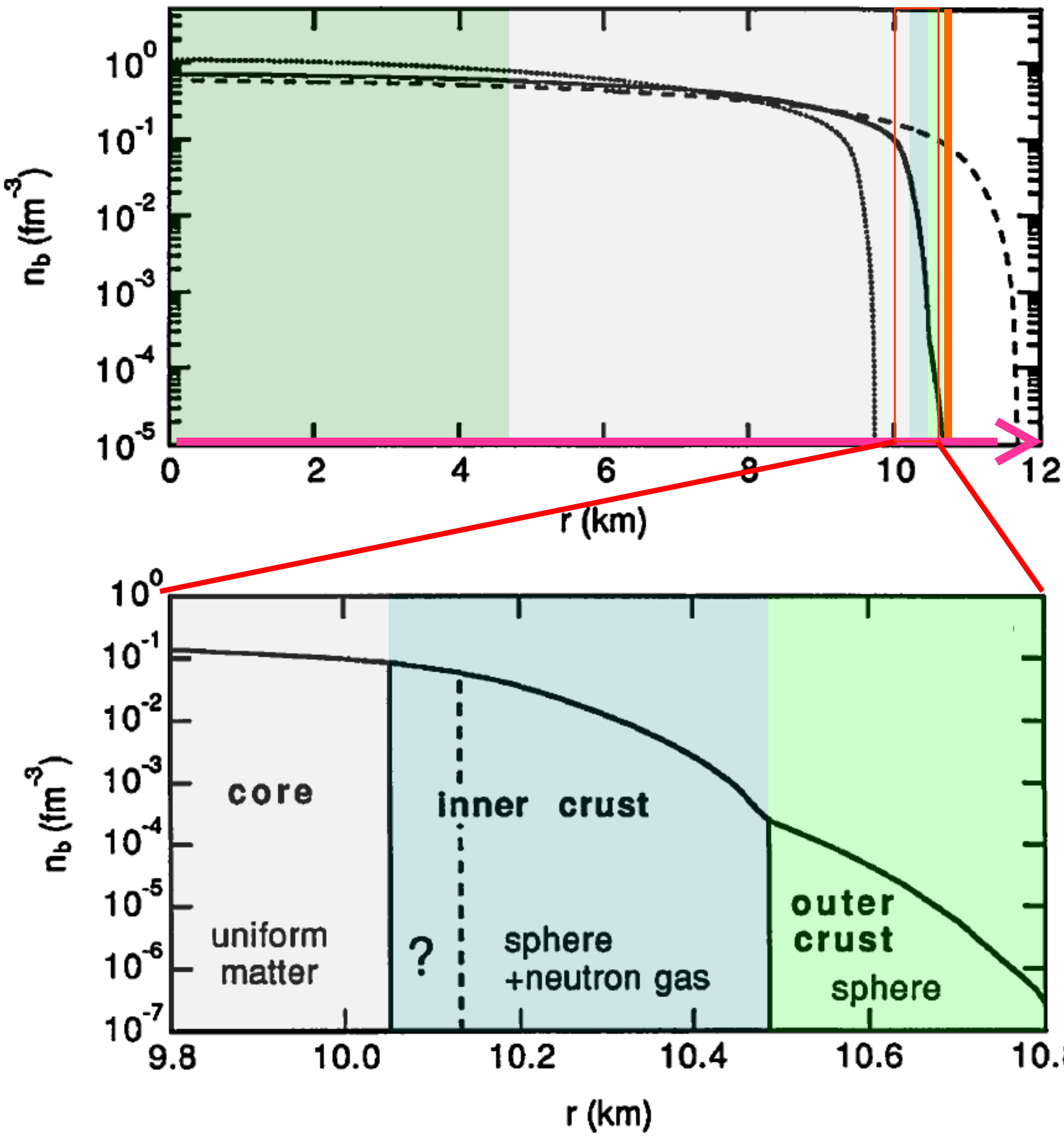
Judge



Neutron Star Structure

- Dense core + Thin Crust

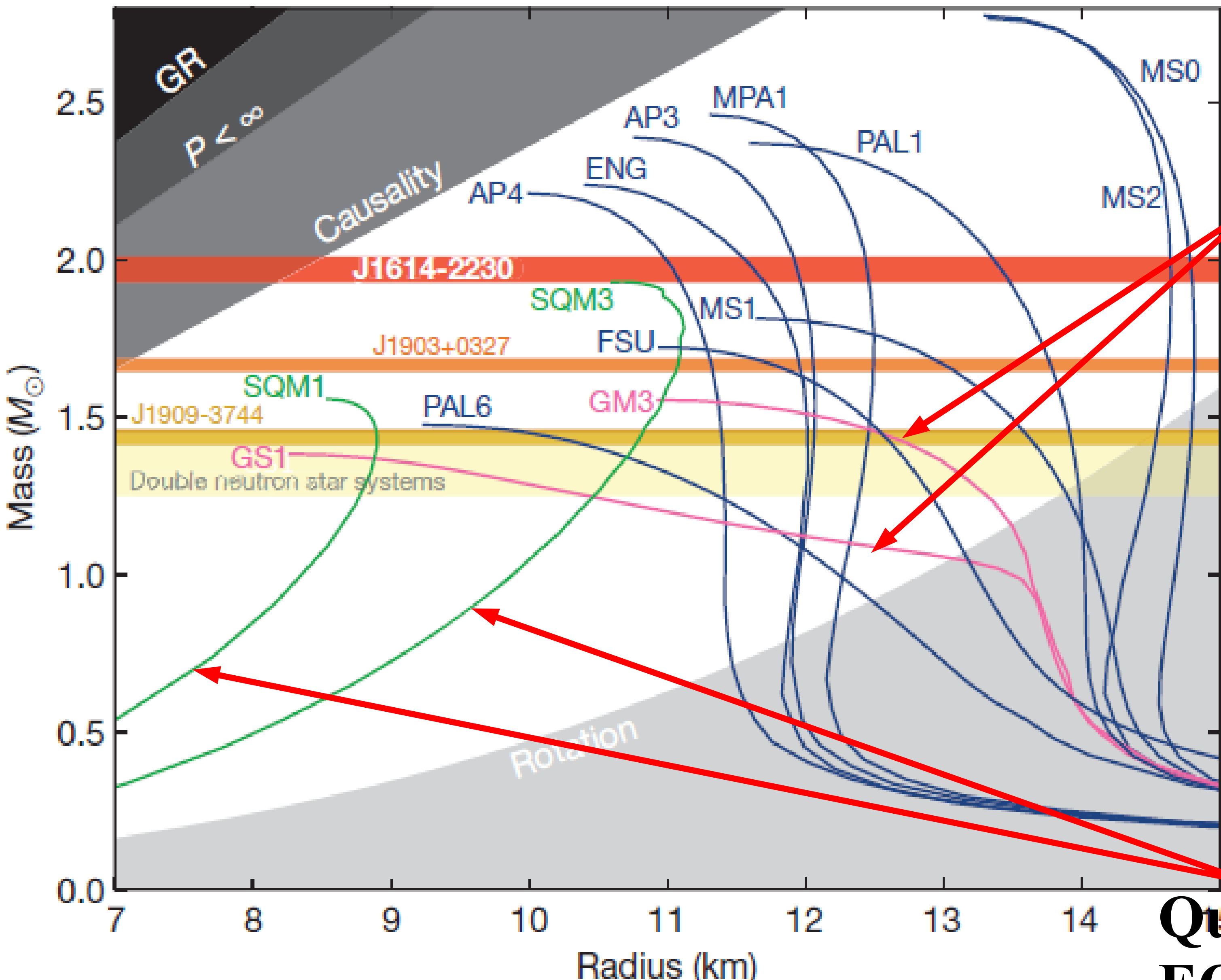




by Nakazato

Hyperon Puzzle

Demorest et al., Nature 467 (2010) 1081 (Oct.28, 2010).

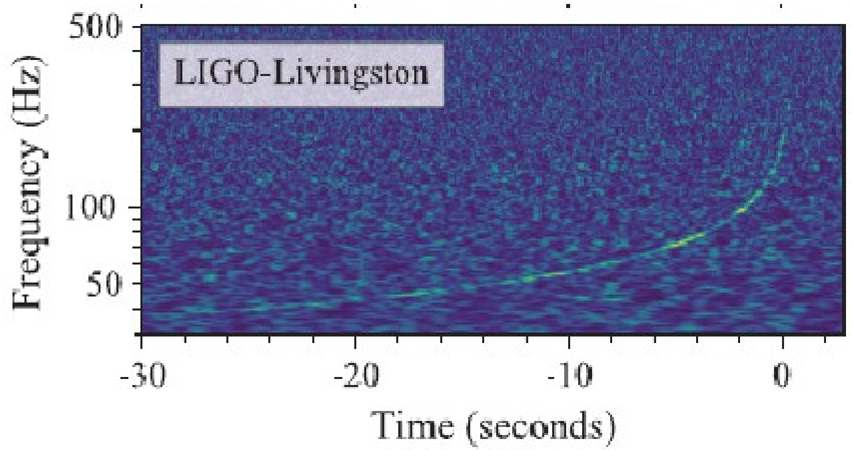


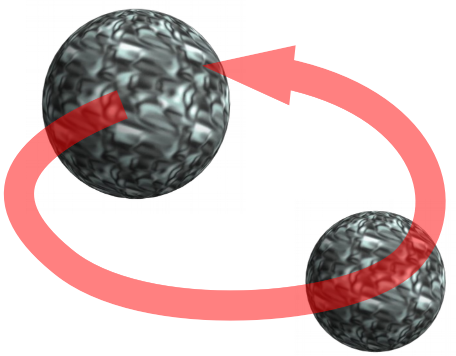
EOS with hyperons or Kaons

Quark matter EOS

連星中性子星合体

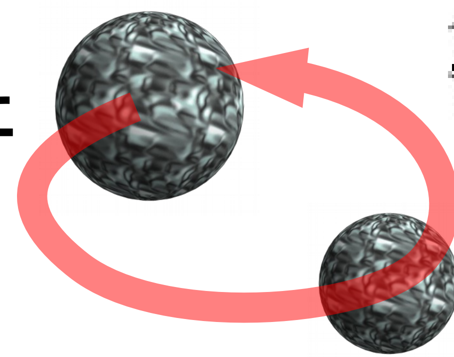
- **GW170817**
  B. P. Abbott et al. (LIGO and Virgo)
  PRL 119, 161101 (2017)
  - **質量和　$M = 2.74^{+0.04}_{-0.01}\ M_\odot$**
  - **それぞれの質量　1.17-1.60 $M_\odot$**
    → 連星中性子星合体
    (Binary Neutron Star Merger)
  - **Gamma Ray Burst (GRB170717A) が 1.7 s 後に起こる。**
    → GRB の起源 (の一つ) を特定
  - **inspiral (徐々に近づいていく段階) における振動数変化を観測**
    → 中性子星半径を制限
  - **放出された物質の速度から中性子星の最大質量を制限**
    M. Shibata et al., 1710.07579
    $M_{max} = (2.15\text{-}2.25)\ M_\odot$

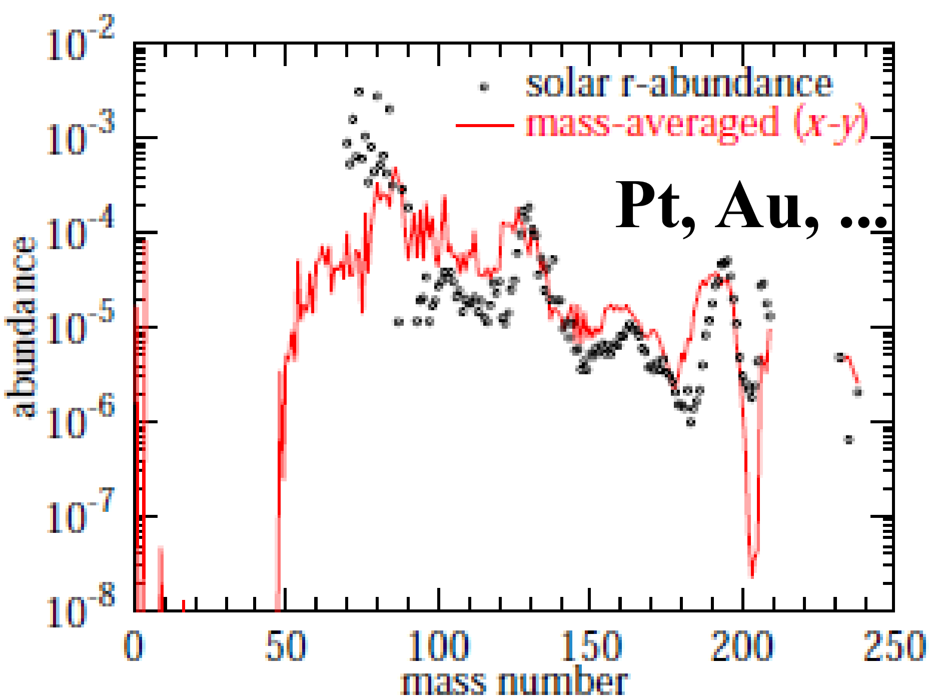


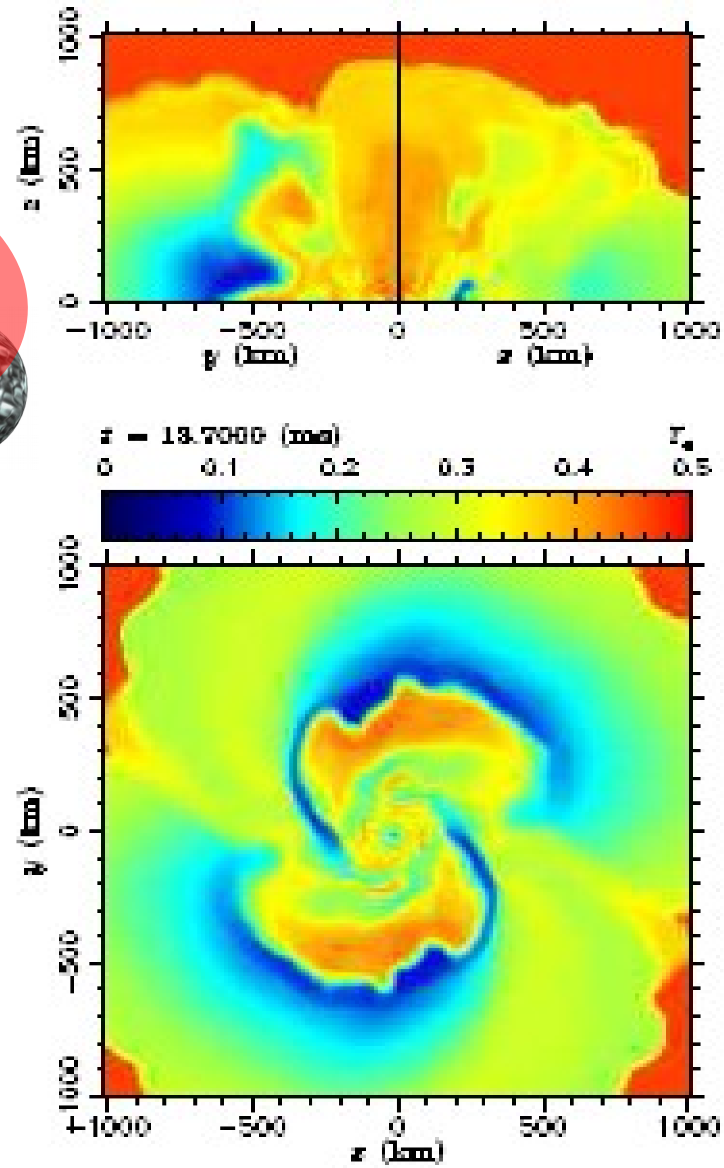


連星中性子星合体と元素合成

- 元素合成の新しい可能性
  - 連星中性子星合体
    →電子 / バリオン比 (Ye) に
    大きな広がり
  - 小さな Ye → r 過程ピーク
    大きな Ye → A<130
  - 太陽系の元素組成をほぼ説明







Wanajo, Sekiguchi, Nishimura, Kiuchi, Kyutoku, Shibata ApJ 789 ('14) L39

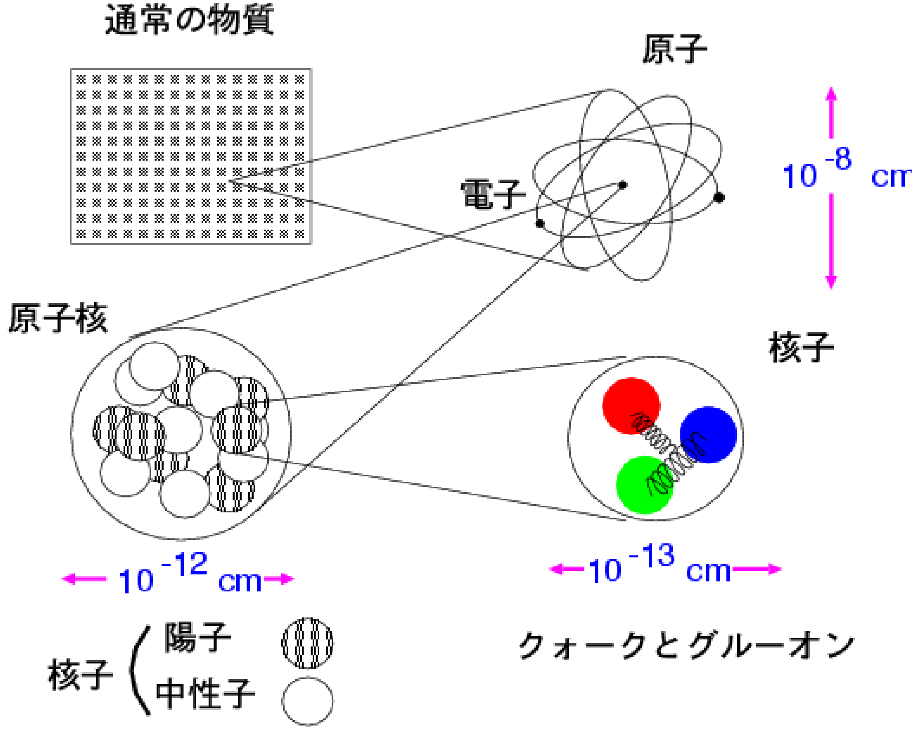
復習 1: 原子核の大きさ

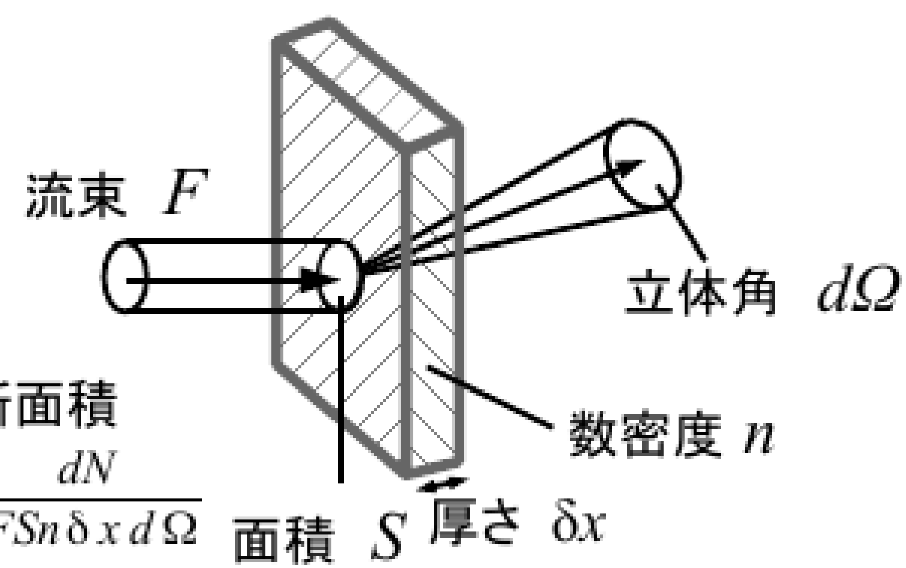
断面積

- 原子核の大きさ : R ~ 10^{-14} m (原子 ~ 10^{-10} m の 1 万分の1)
- 「目で見えない」小さなものをどうやってみるか？
  → 粒子をぶつけて散乱させて測る
- 散乱断面積

$$\sigma = \frac{N}{FSn\delta x}$$

  - 単位入射流束当たり一つの標的で散乱される確率 (面積の次元)





$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{FSn\delta x\, d\Omega}$$

散乱波動関数

- **シュレディンガー方程式**

$$\left[-\frac{\hbar^2\boldsymbol{\nabla}^2}{2m}+V(\mathbf{r})\right]\Psi(\mathbf{r})=E\Psi(\mathbf{r})$$

短く書くと

$$(H_0+V)\Psi(\mathbf{r})=E\Psi(\mathbf{r})\qquad\left(H_0=-\frac{\hbar^2\boldsymbol{\nabla}^2}{2m}\right)$$

- **束縛状態：遠方で波動関数 ψ がゼロに近づく。**
- **散乱状態：遠方から定常的に流れ込み、標的で散乱されて流れ出る波動関数**

$$\Psi(\mathbf{r})\overset{r\to\infty}{\longrightarrow}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}+f(\theta,\varphi)\,\frac{e^{ikr}}{r}$$

$\boldsymbol{f}$= **散乱振幅**
$\mathbf{k}$ = **入射波束**
$k=|\mathbf{k}|$

波動関数は規格化されていないが、流れの密度を用いて確率解釈が可能。

散乱振幅と微分断面積

- 流れの密度

$$\mathbf{j} = -i\hbar[\Psi^*\boldsymbol{\nabla}\Psi - (\boldsymbol{\nabla}\Psi^*)\Psi]/\boldsymbol{2m}$$

- 入射流束・外向き球面波の流れの密度

$$F = \hbar k/m \;, \quad j_r = \hbar k |f(\theta,\phi)|^2/mr^2$$

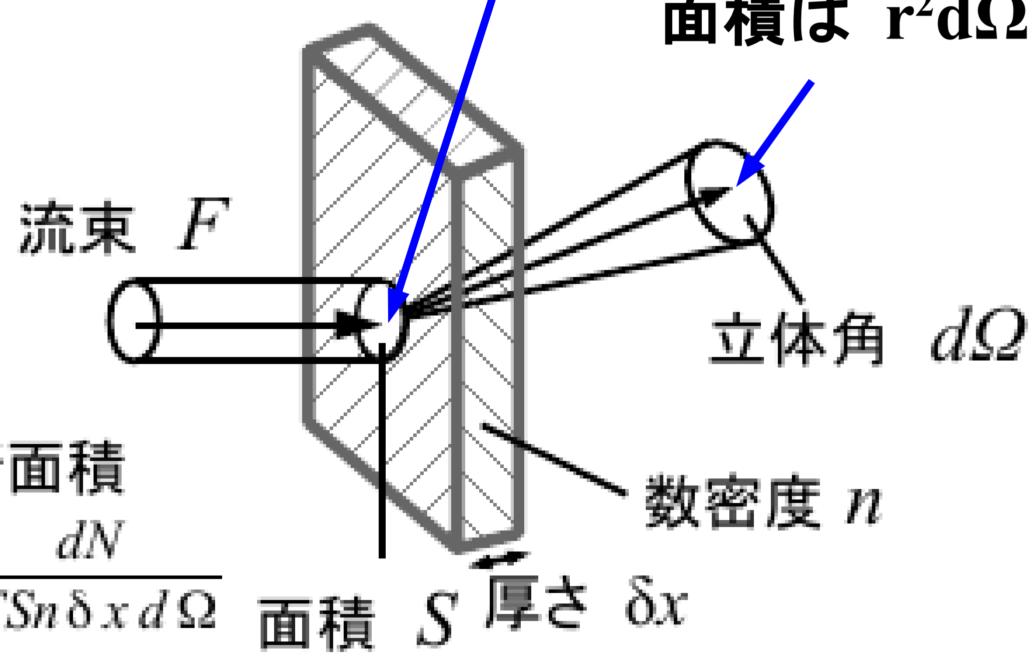
- 微分断面積

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{j_r r^2 d\Omega}{F d\Omega} = |f(\theta,\phi)|^2$$

- 散乱振幅 f と
ポテンシャル V の関係は？

散乱体の数は
$Sn\delta x$

面積は $r^2 d\Omega$



微分断面積

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{FSn\delta x\, d\Omega}$$

散乱波動関数の形式解

- **シュレディンガー方程式**

$$(E - H_0)\Psi = \Phi \ , \quad \Phi \equiv \hat{V}\Psi$$

- **Φ が与えられているとすると、一般解は特解 + 斉次方程式の解**
  斉次項を入射平面波にとると、

$$\Psi = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + (E - H_0)^{-1}\Phi$$

- **グリーン関数 G を用いてあらわに座標表示**

$$(E - H_0)G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \to G(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi}\frac{2m}{\hbar^2}\frac{e^{ikr}}{r}$$

$$\Psi(r) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \int dr\, G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')V(\mathbf{r}')\Psi(\mathbf{r}')$$

$$\xrightarrow{r\to\infty} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi}\frac{2m}{\hbar^2}\frac{e^{ikr}}{r}\int d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}_f\cdot\mathbf{r}'}V(\mathbf{r}')\Psi(\mathbf{r}')$$

$$= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \boxed{-\frac{m}{2\pi\hbar^2}\langle\mathbf{k}_f|V|\Psi\rangle} \frac{e^{ikr}}{r}$$

$\mathbf{k}_f = \mathbf{r}$ 方向の波数ベクトル

ボルン近似

- 散乱振幅

$$f(\theta,\varphi) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\langle \mathbf{k}_f | V | \Psi \rangle$$

右辺の ψ を平面波で近似 (ボルン近似)

$$f_{\mathrm{Born}}(\theta,\varphi) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\langle \mathbf{k}_f | V | \mathbf{k} \rangle$$

$$\langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \rangle = \int d\mathbf{r}\, e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}}\, V(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \widetilde{V}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$$

ボルン近似での散乱振幅はポテンシャルのフーリエ変換に比例

畳み込みポテンシャルと構造因子

- 畳み込みポテンシャル（原子核と粒子のポテンシャル）

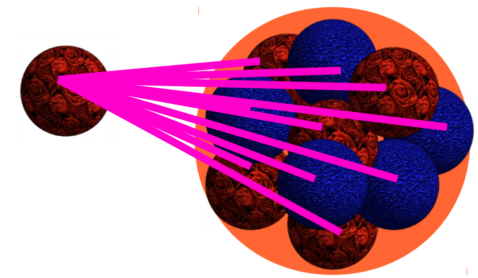
$$V(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}'\, v(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}')$$

❖ = 入射粒子 - 核子ポテンシャル
ρ = 密度

フーリエ変換

$$\widetilde{V}(\mathbf{q}) = \widetilde{v}(\mathbf{q})\widetilde{\rho}(\mathbf{q}) = \widetilde{v}(\mathbf{q})\underline{F(\mathbf{q})}$$

構造因子



- 散乱断面積

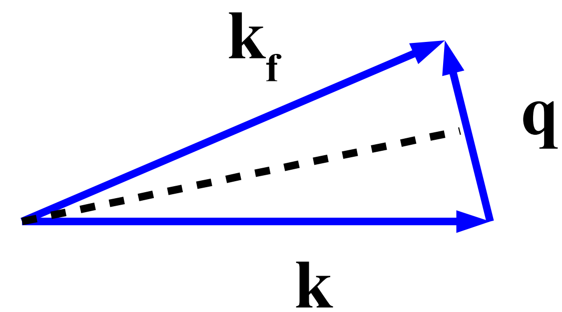
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2}\right)^2 |\widetilde{v}(\mathbf{q})|^2\, |F(\mathbf{q})|^2 \,, \quad F(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r}\, \rho(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

原子核との散乱断面積 = 核子との散乱断面積× | 構造因子 $|^2$
(ボルン近似 & 畳み込みの場合)

ラザフォード散乱

- **湯川ポテンシャル**

$$v(\mathbf{r}) = \frac{C\exp(-\mu r)}{r} \to \tilde{v}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi C}{\mu^2 + q^2}$$



q=2k sin(θ/2)

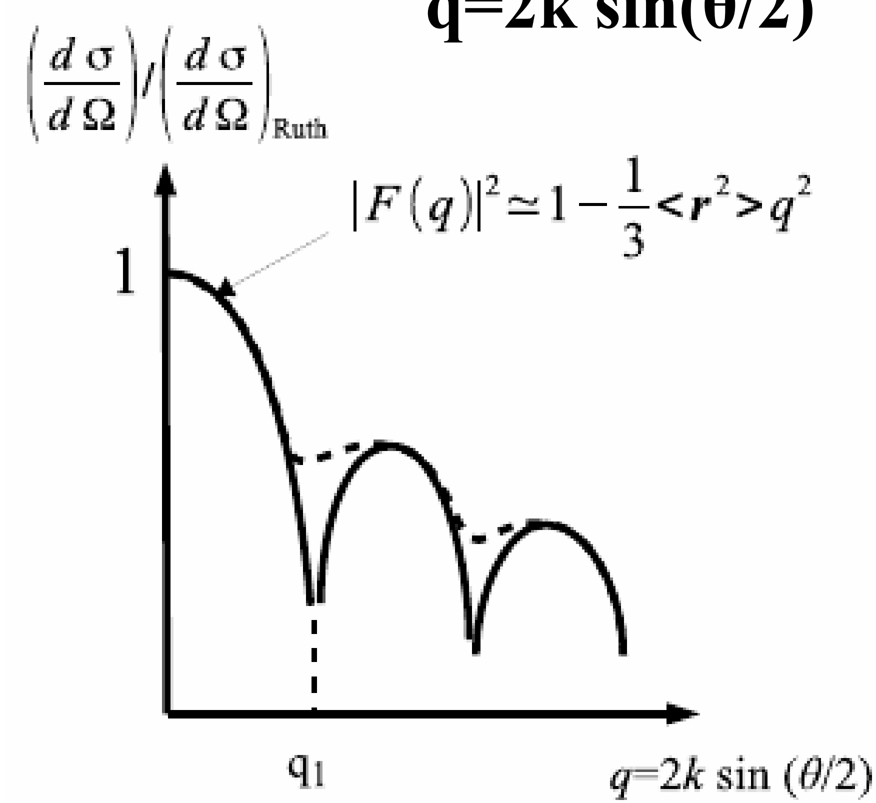
- **クーロンポテンシャル**

$$v(\mathbf{r}) = \frac{C}{r} \to \tilde{v}(\mathbf{q}) = \frac{4\pi C}{q^2}$$

- **ラザフォード散乱(クーロン散乱)**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\mathrm{Ruth}} |F(\mathbf{q})|^2$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\mathrm{Ruth}} = \left(\frac{2m\alpha\hbar c Z_1 Z_2}{\hbar^2 q^2}\right)^2 = \frac{(\alpha\hbar c Z_1 Z_2)^2}{E^2\,(2\sin(\theta/2))^4}$$



(ρ は規格化されているとする。)

構造因子

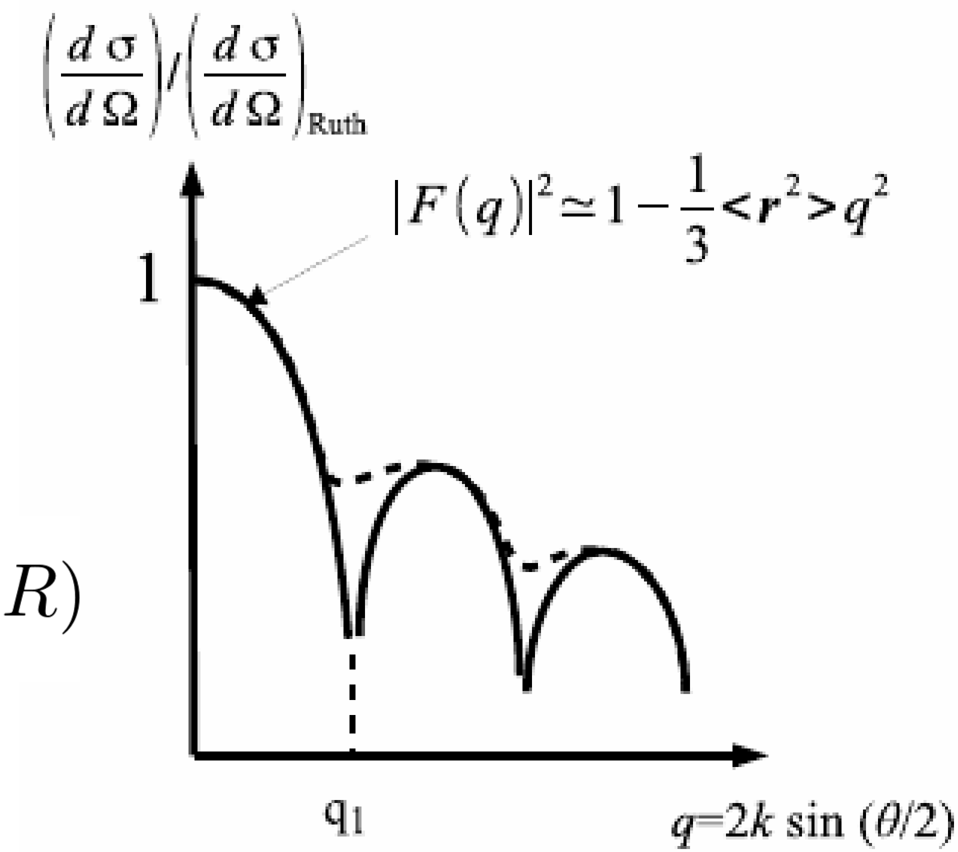
- **密度が球対称である場合**

$$F(\mathbf{q}) = \int d^3 r e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) = \int 4\pi r^2 dr \rho(r) \frac{\sin qr}{qr}$$

$$= \int 4\pi r^2 dr \rho(r) \left(1 - \frac{1}{6} q^2 r^2 + \mathcal{O}(q^4)\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle q^2 + \mathcal{O}(q^4)$$

小さな q での形から
平均自乗半径が分かる



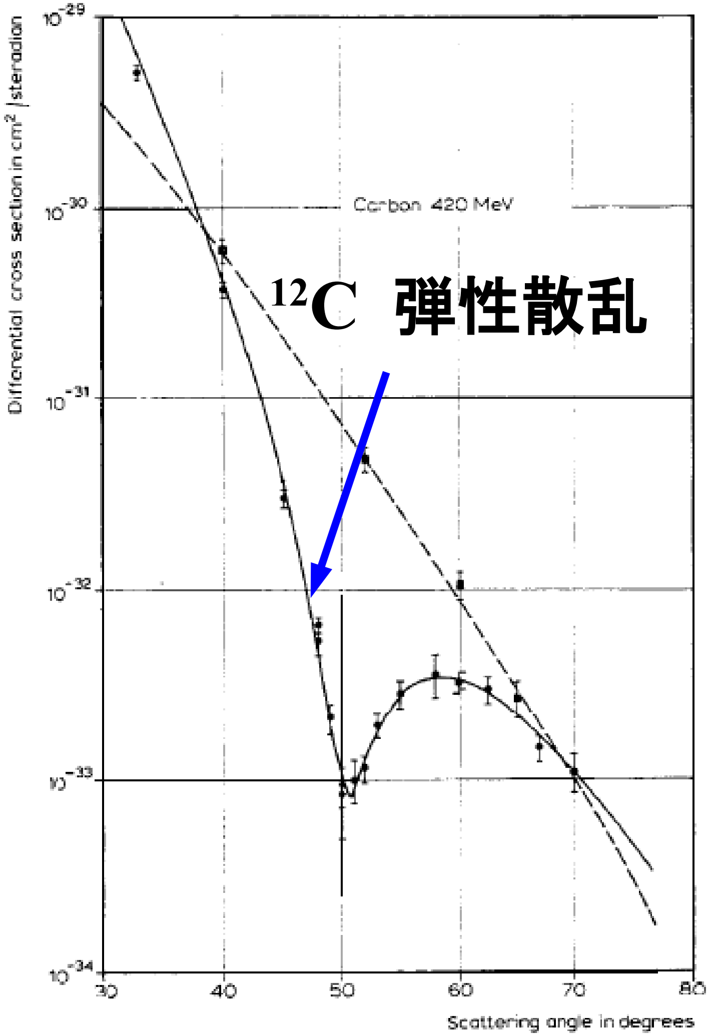
- **半径 R の一様球の場合**

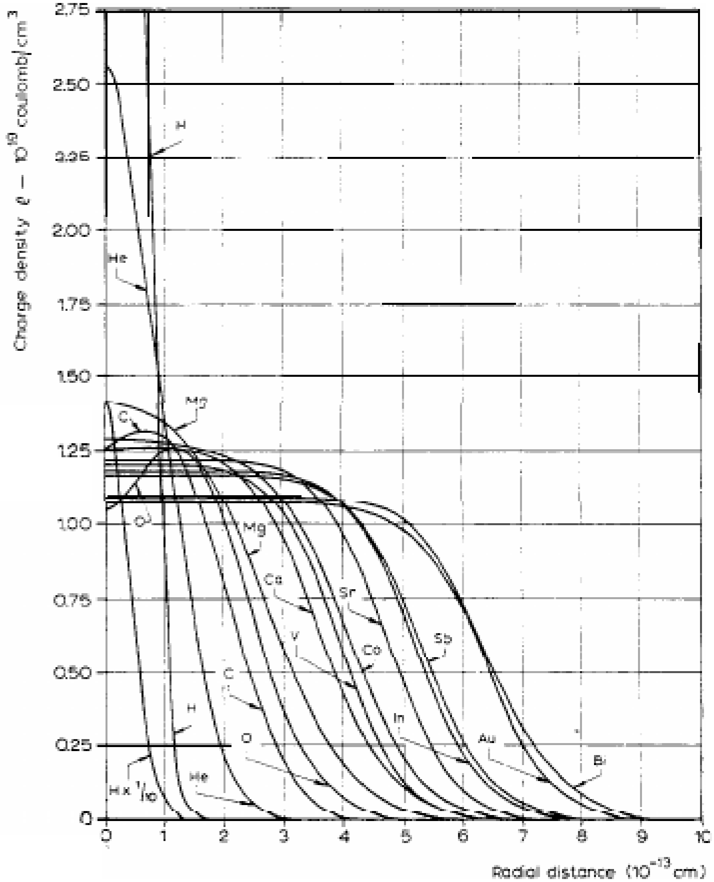
$$F(\mathbf{q}) = \frac{3}{q^3 R^3} (\sin qR - qR \cos qR)$$

F が小さくなる q から半径が
推定できる！

原子核の密度分布

- **電子散乱による原子核の密度分布研究**
  Robert Hofstadter (Nobel prize in Physics, 1961)





http://www.nobelprize.org/

原子核の密度分布

- **原子核における核子の密度: Woods-Saxon (または Fermi) 型**

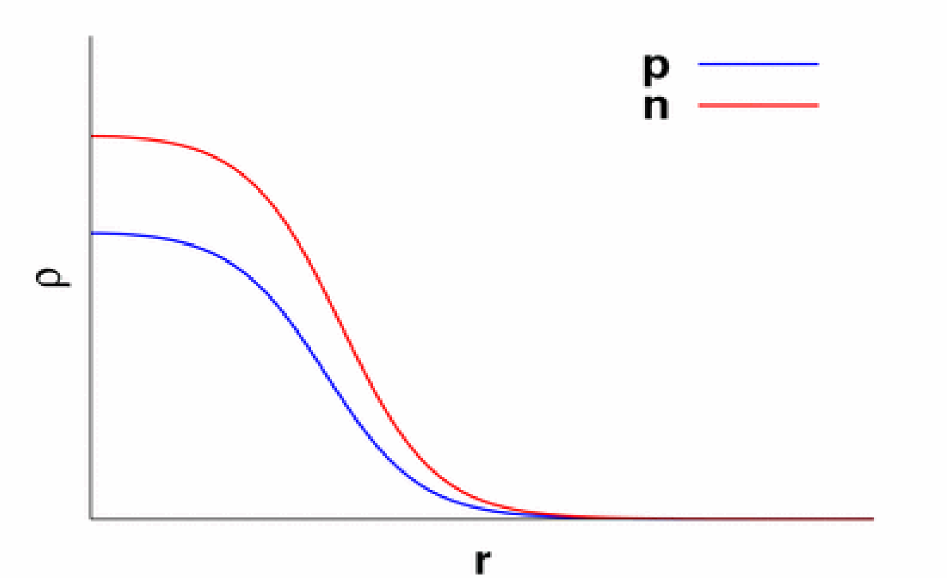
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[\frac{r - R_{\rm WS}}{d}\right]}$$

$$R_{\rm WS} \simeq 1.07 A^{1/3}\ {\rm fm}, \quad d \simeq 0.54\ {\rm fm}\ , \quad \rho_0 \simeq 0.16\ {\rm fm}^{-3}$$

一様球として平均自乗半径を説明するには

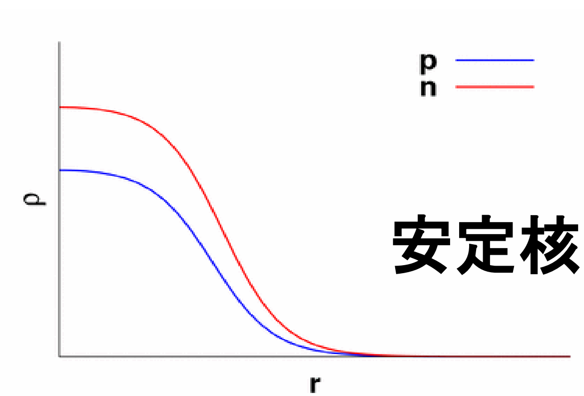
$R = r_0 A^{1/3}$, r_0=1.21 fm

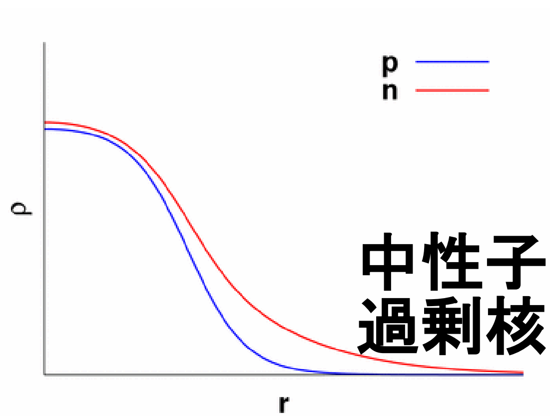
半径 ∝ $A^{1/3}$ → 体積 ∝ A
→ 大きな原子核の中心部は
密度が原子核によらず
一定の値 ρ_0 をとる
→「核物質」

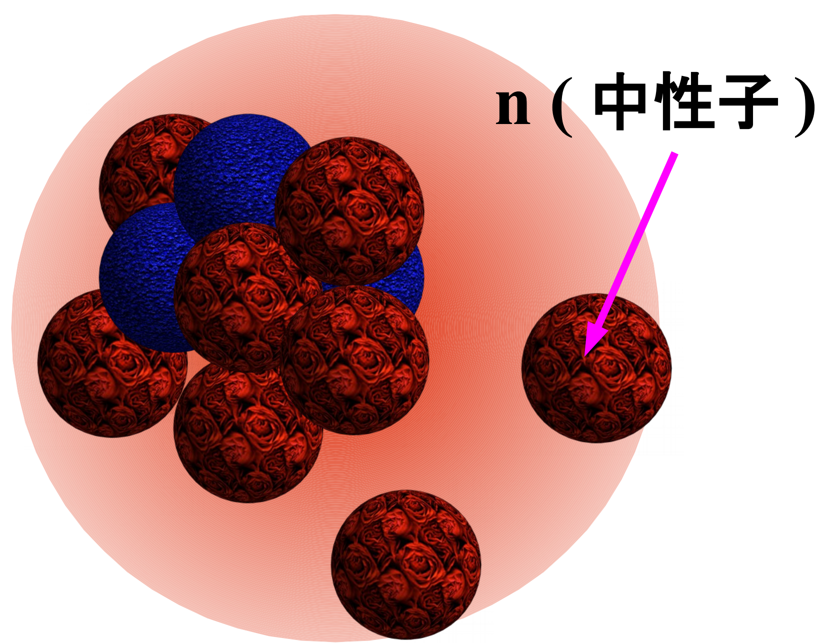


不安定原子核

- 安定核の半径 R ~ 1.1 A$^{1/3}$ (fm) → 密度は原子核によらず一定
- 中性子過剰核の半径 R >> 1.1 A$^{1/3}$ (fm) (公式はまだない)
  → 外側の中性子が大きく広がっている「ハロー構造」
  （ハロー = 太陽の回りに見える暈）







中性子過剰核 N>>Z
例 : ^{11}Li (Z=3, N=8)

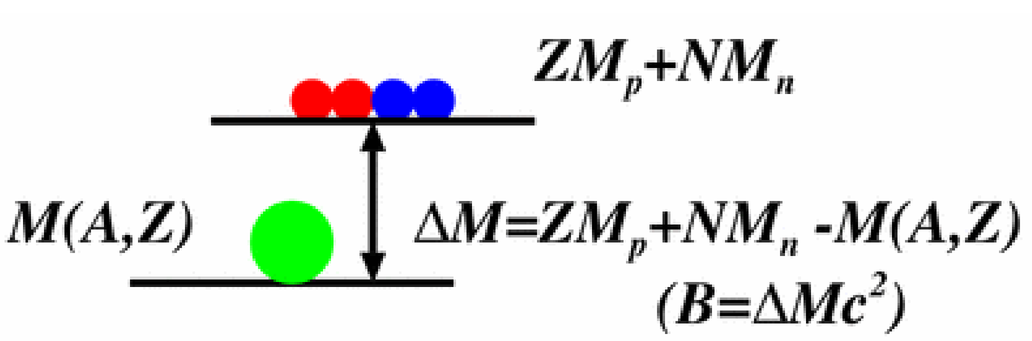
復習 2: 原子核の質量

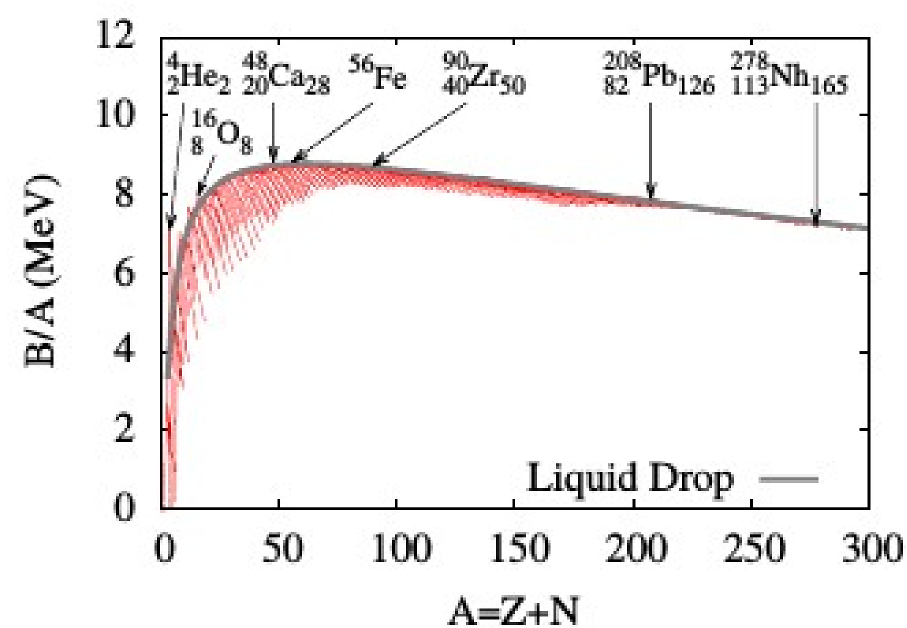
原子核の束縛エネルギー

- 束縛エネルギー

$$B(A,Z) = ZM_p + NM_n - M(A,Z)$$

  - 陽子数 Z, 中性子数 N, 陽子質量 M_p, 中性子質量 M_n, 原子核質量 M(A,Z)
  - 原子核の質量は、核子の質量の和より小さい（質量欠損）
- 束縛エネルギーの観測値 : 16 ≤ A≤ 240 において、B/E ~ 8 MeV





質量欠損 = 核子質量の和 − 原子核の質量
束縛エネルギー = 質量欠損 x c^2

質量公式

- **Weizsäcker の半経験的質量公式**

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + a_p \frac{\delta_p}{A^\gamma}$$

体積 表面 クーロン 対称エネルギー 対エネルギー

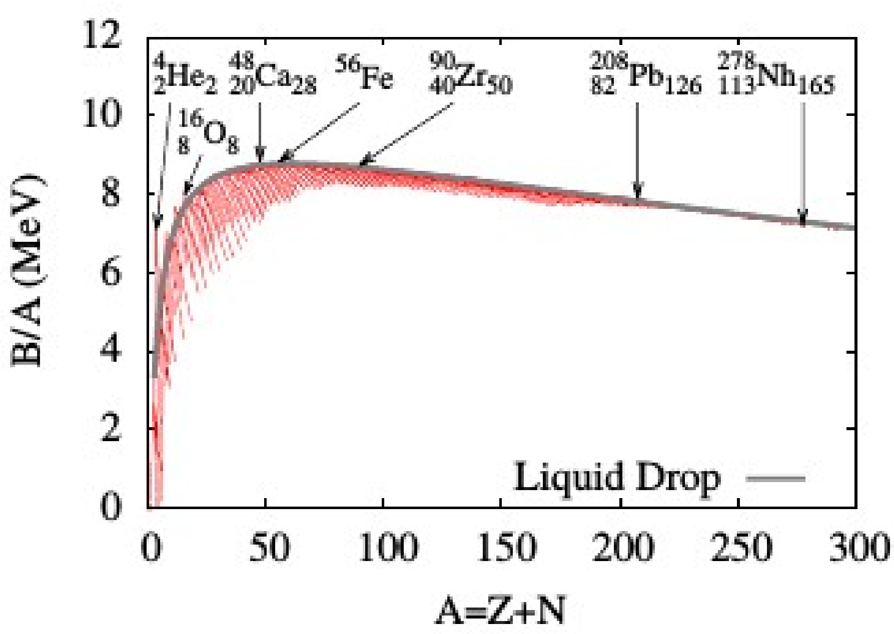
- 体積項、表面項 → 表面張力のある液滴
- 一様帯電球 (半径 $R = r_0 A^{1/3}$, 電荷 $Q=Ze$) のクーロンエネルギー

$$E_C = \frac{3}{5} \frac{\alpha \hbar c}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

- 対称エネルギー、対エネルギーは液滴描像からは出てこない。

a_v	a_s	a_C	a_a	a_p
15.85	18.34	0.71	23.21	12.0

単位 MeV (γ=1/2 の場合)



フェルミガス模型 (1)

- フェルミガス模型
  - 核子はフェルミオン → 一つの量子状態に1粒子までしか入れない
  - フェルミ分布関数

$$f(E) = \frac{1}{1+\exp\left[(E-\mu)/T\right]} \xrightarrow{T\to 0} \Theta(\mu - E)$$

温度ゼロではエネルギーが化学ポテンシャル μ までの状態にびっしりと粒子が詰まる。

$$A = 2\times 2\times \boxed{\sum_n} f(E_n) = 4\boxed{V\int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}}\Theta\left(\mu - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\right) = \frac{4V}{(2\pi)^3}\frac{4\pi k_\mathrm{F}^3}{3}$$

  - 体積 $V=4\pi r_0{}^3A/3$ よりフェルミ波数 k_F、運動エネルギーが求まる

$$E_\mathrm{F} = \frac{\hbar^2 k_\mathrm{F}^2}{2m} \simeq 33\ \mathrm{MeV}\ ,\quad E_K = \frac{1}{A}\frac{4V}{(2\pi)^3}\int_{|k|<k_\mathrm{F}} d\mathbf{k}\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{3}{5}E_\mathrm{F} \simeq 20\ \mathrm{MeV}$$

質量公式の体積項の説明には、核子あたり -36 MeV の相互作用エネルギー(引力)が必要！

フェルミガス模型 (2)

- 陽子数と中性子数が異なる場合 → フェルミ波数がずれる

$$k_{\mathrm{F}p} = k_{\mathrm{F}} \left(\frac{2Z}{A}\right)^{1/3} = k_{\mathrm{F}}\ (1-\delta)^{1/3}\ , \quad k_{\mathrm{F}n} = k_{\mathrm{F}} \left(\frac{2N}{A}\right)^{1/3} = k_{\mathrm{F}}\ (1+\delta)^{1/3}$$

非対称度

$$\delta = (N-Z)/A$$

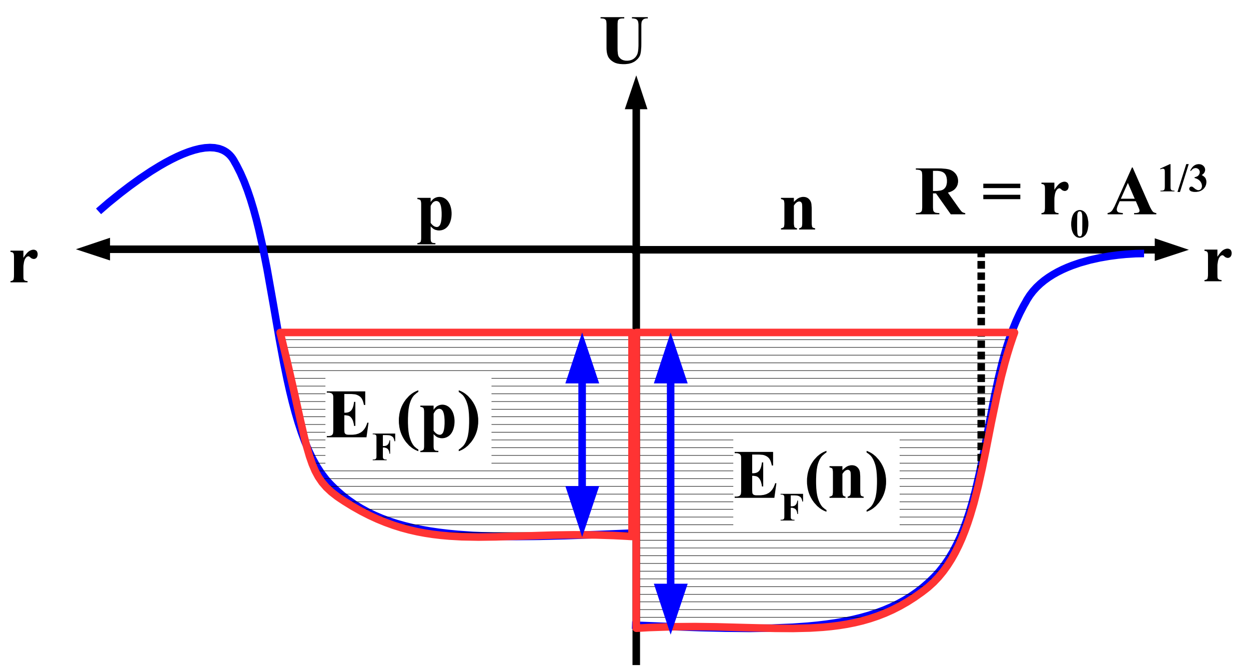
- 核子あたりの運動エネルギー

$$\begin{aligned} E_K =& \frac{Z}{A}\frac{3}{5}\frac{\hbar^2 k_{\mathrm{F}p}^2}{2m} + \frac{N}{A}\frac{3}{5}\frac{\hbar^2 k_{\mathrm{F}n}^2}{2m} = \frac{3}{5}E_{\mathrm{F}} \times \frac{1}{2}\left[(1-\delta)^{5/3} + (1+\delta)^{5/3}\right] \\ \simeq& \frac{3}{5}E_{\mathrm{F}} + \frac{1}{3}E_{\mathrm{F}}\delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4) \end{aligned}$$

フェルミガス模型の運動エネルギーから現れる
対称エネルギーは $E_F/3 \sim 11$ MeV
→ 陽子・陽子、中性子・中性子間の引力よりも強い
陽子・中性子間の引力が必要

原子核の描像

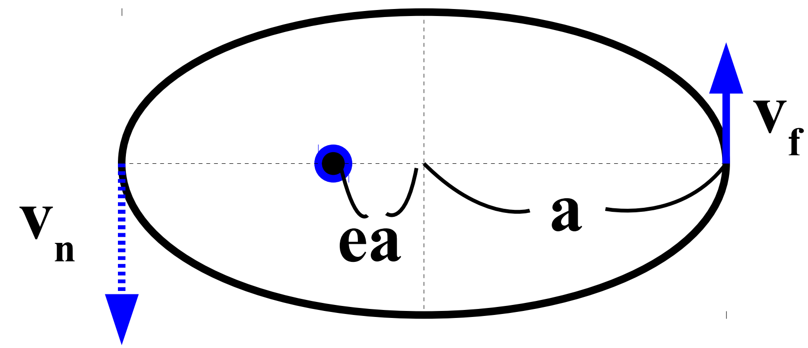
- 中心部分はほぼ密度一定の「核物質」
  $R = r_0\ A^{1/3}\ (r_0 = (1.1\text{-}1.2)\ \mathrm{fm}) \rightarrow \rho_0 = (0.14\text{-}0.18)\ \mathrm{fm}^{-3}$
- 核子間に引力が働き、一粒子ポテンシャル中を核子が運動
- 表面では密度・ポテンシャルともに小さくなる
  → 質量公式の表面項



中性子星の質量と半径

Neutron Star Observables: Mass (1)

- **Please remember Kepler motion basics**
  - **major axis=a, eccentricity=e, reduced mass=m, total mass=M**



$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2} v_f^2 - \frac{GM}{a(1+e)} = \frac{1}{2} v_n^2 - \frac{GM}{a(1-e)}$$

$$L = m v_f a(1+e) = m v_n a(1-e)$$

$$\to v_f^2 = \frac{GM}{a} \frac{1-e}{1+e}, \quad L = 2m \frac{dS}{dt} = m\sqrt{GMa(1-e^2)}$$

$$\to P = \frac{S}{dS/dt} = 2\pi a^2 \sqrt{1-e^2} / \sqrt{GMa(1-e^2)}$$

Neutron Star Observables: Mass (2)

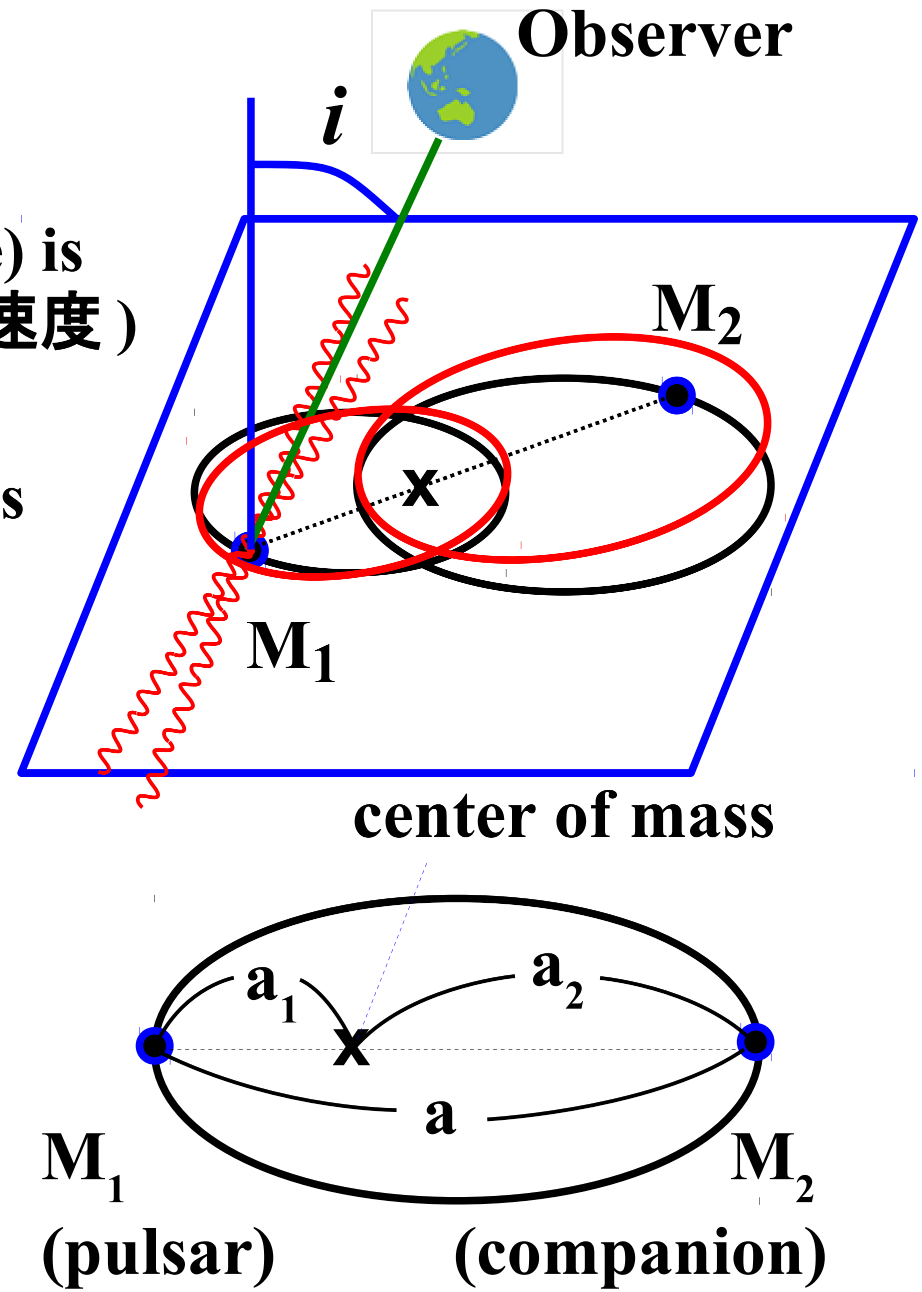
- **Binary stars**
  - **inclination angle = i**
  - **Doppler shift (Pulse timing change) is given by the radial velocity (視線速度)**
    $K = v \sin i$
  - **Radial velocity → orbit parameters**
  - **Mass function (observable)**

$$f \equiv \frac{(M_2 \sin i)^3}{M^2} = \frac{4\pi^2 (a_1 \sin i)^3}{G} P^2$$

$$= \frac{K^3 P (1-e^2)^{3/2}}{2\pi G}$$

$$(K = v \sin i\,,\ M = M_1 + M_2)$$

  - **and GR effects ...**



Hulse-Taylor Pulsar (PSR 1913+16)

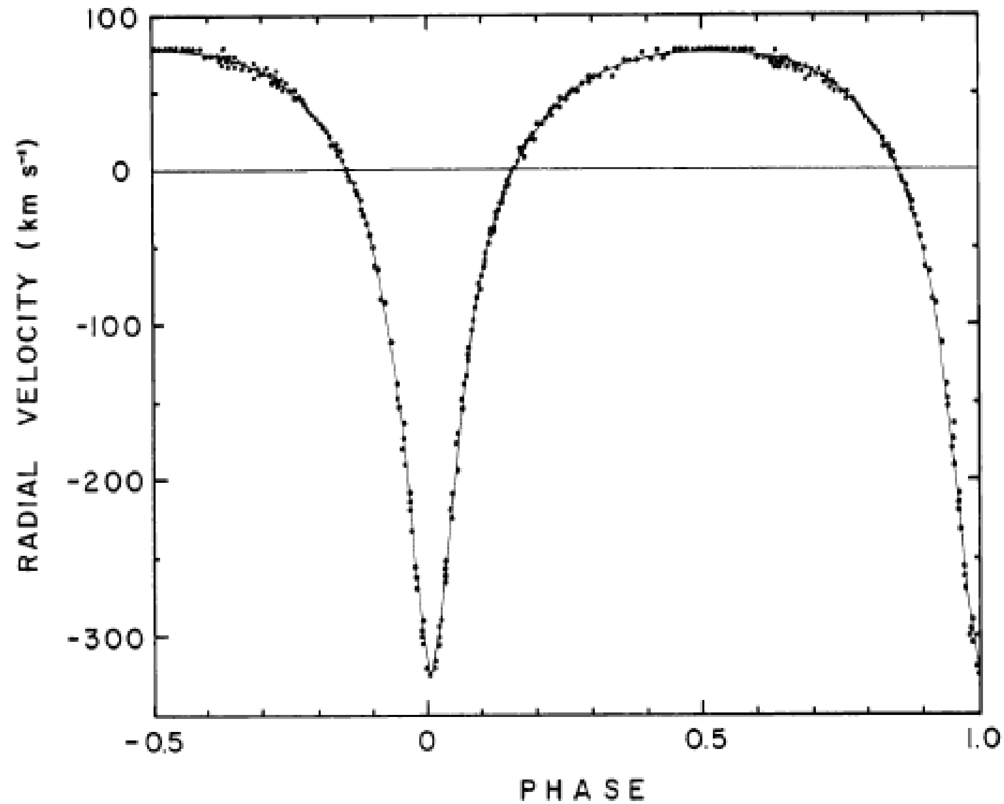
- **Precisely (and firstly) measured neutron star binary (1993 Nobel prize to Hulse & Taylor)**
- **Radial velocity → P, e, K →Mass function**

TABLE 2

ELEMENTS OF THE ORBIT

$$K_1 = 199 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$$
$$P_b = 27908 \pm 7 \text{ s}$$
$$e = 0.615 \pm 0.010$$
$$\omega = 179^\circ \pm 1^\circ$$
$$T = \text{JD } 2{,}442{,}321.433 \pm 0.002$$
$$a_1 \sin i = 1.00 \pm 0.02\ R_\odot$$
$$f(m) = 0.13 \pm 0.01\ M_\odot$$

HULSE AND TAYLOR



1993 Nobel Prize

Hulse-Taylor ('75)

More on Hulse-Taylor Pulsar (PSR 1913+16)

- **General Relativistic Effects**
  - **Perihelion shift (近日点移動)**

$$\dot{\omega} = 3\left(\frac{2\pi}{P}\right)^{5/3} \frac{(GM)^{2/3}}{(1-e^2)c^2}$$

  - **Einstein delay**

$$\Delta_E = \gamma \sin u$$

$$(u = \text{eccentric anomaly})$$

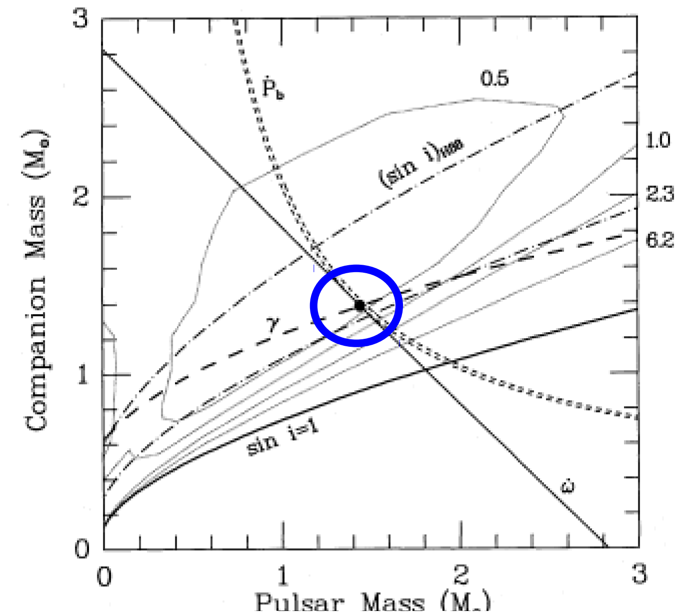
$$\gamma = \frac{e P_b G m_2 (m_1 + 2m_2)}{2\pi c^2 a_R M} \qquad \frac{a_R^3}{P_b^2} = \frac{GM}{4\pi^2}\left[1 + \left(\frac{m_1 m_2}{M^2} - 9\right)\frac{GM}{2 a_R c^2}\right]^2$$

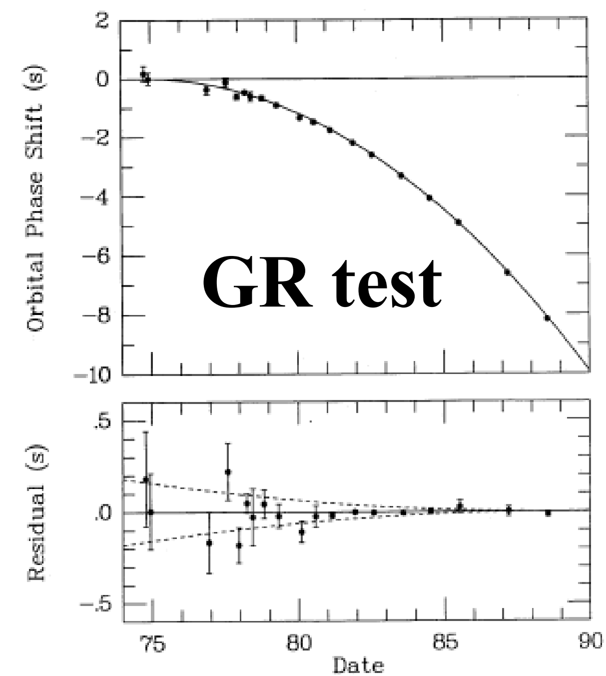
  - **Two observable**

→ Precise measurement of m_1 and m_2.

$$m_1 = 1.442 \pm 0.003 M_\odot$$

$$m_1 = 1.386 \pm 0.003 M_\odot$$

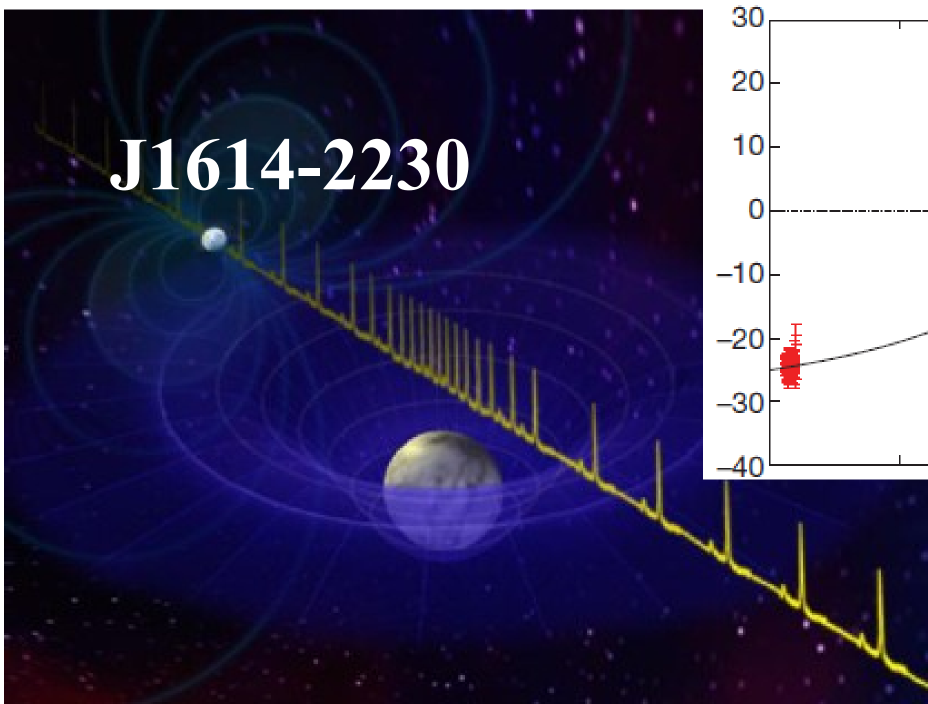


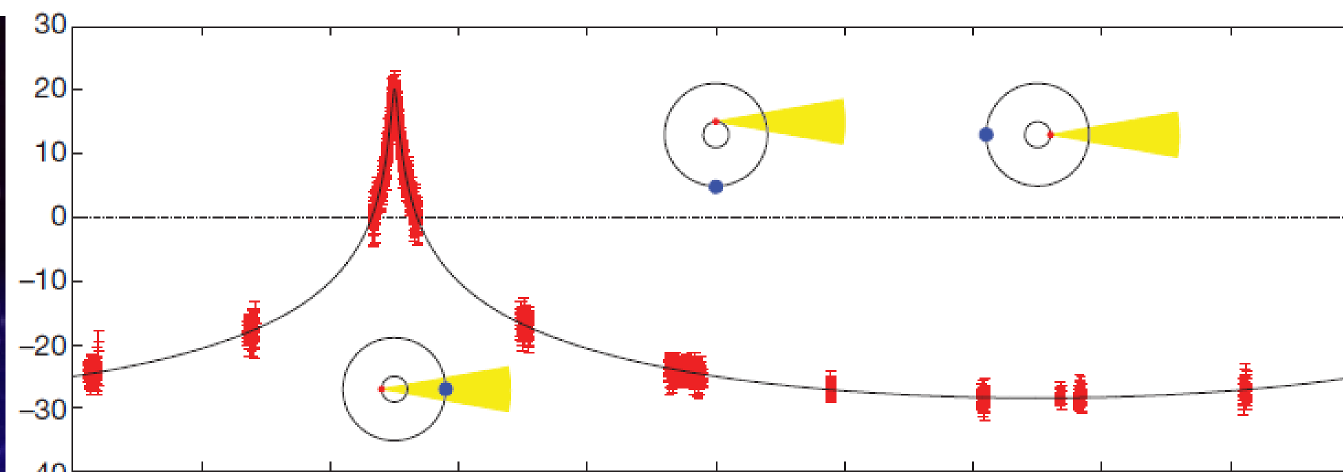


Taylor, Weisenberg ('89)

Massive Neutron Star

- **General Relativity Effects on Time Delay**
  - **Einstein delay : varying grav. red shift**
  - **Shapiro delay : companion's grav. field**
- **A massive neutron star (J1614-2230)**
  - **$M = 1.97 \pm 0.04\ M_\odot$ is obtained using the Shapiro delay Demorest et al. (2010)**





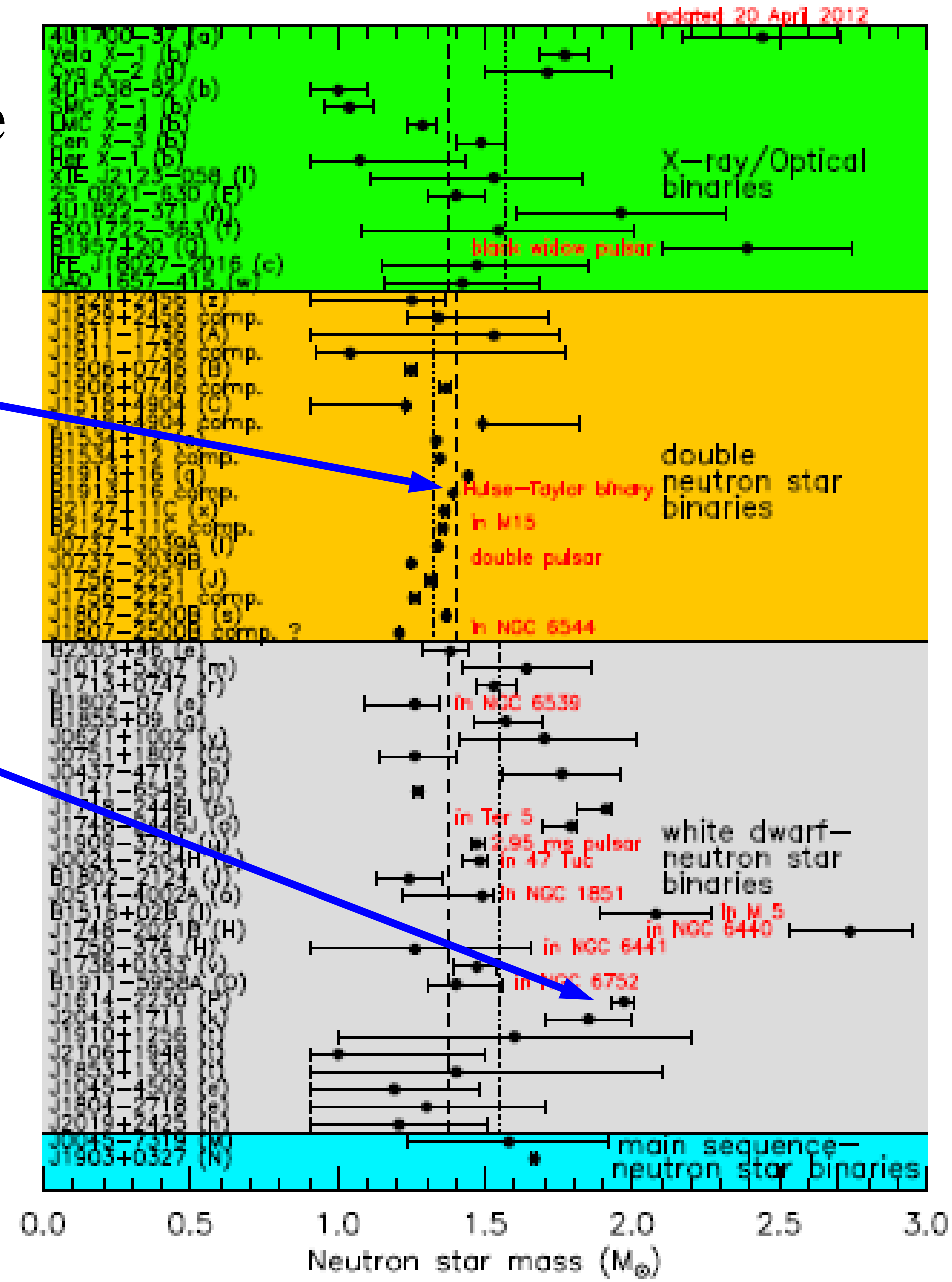
$$\Delta_S = -2m\left[\ln\frac{r}{a} + \ln\left(1 - \sin i \sin\phi\right)\right]$$

Demorest et al., Nature 467 (2010) 1081.

Neutron Star Masses

- **NS masses in NS binaries can be measured precisely by using some of GR effects.**
  - **Perihelion shift+Einstein delay**
    → $M = 1.442 \pm 0.003\ M_\odot$
    (Hulse-Taylor pulsar)
    Taylor, Weisenberg ('89)
  - **Shapiro delay**
    → $M = 1.97 \pm 0.04\ M_\odot$
    Demorest et al. ('10)
  - **Another obs.: M =2.01±0.04 $M_\odot$**
    Antioniadis et al. ('13)

Neutron Star Mass
$M = (1\text{-}2)\ M_\odot$
Canonical value = 1.4 $M_\odot$



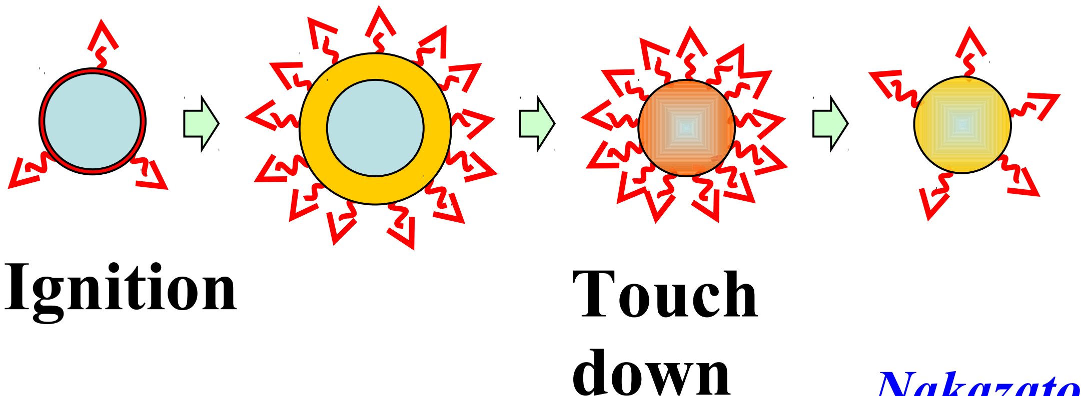
Lattimer (2013)

Neutron Star Radius

- How can we measure 10 km radius of a star with 10-100 thousands light year distance from us ?
  - Size of galaxy ~ 3 x 10^{14} km (~ 10 kpc ~ 3 x 10^4 light year)

→ Model analysis is necessary !

- X-ray burster
  - Mass accretion from companion occasionally induces explosive hydrogen / helium burning.
  - High temperature → NS becomes bright !
  - Three methods to measure NS radius



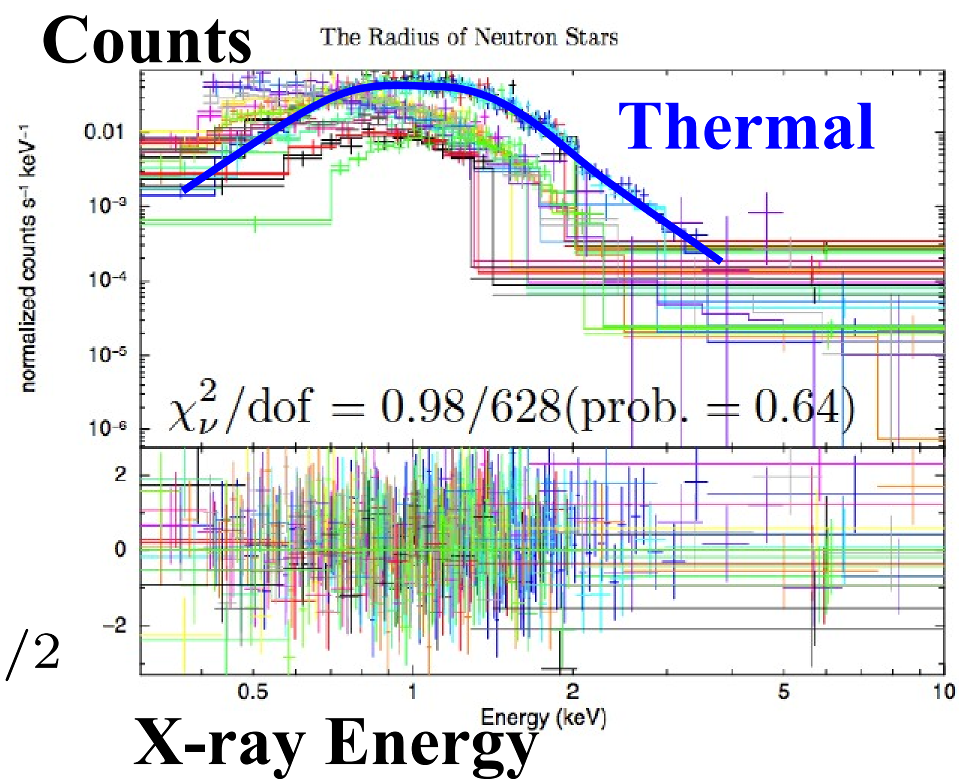
Nakazato

NS Radius Measurement (1)

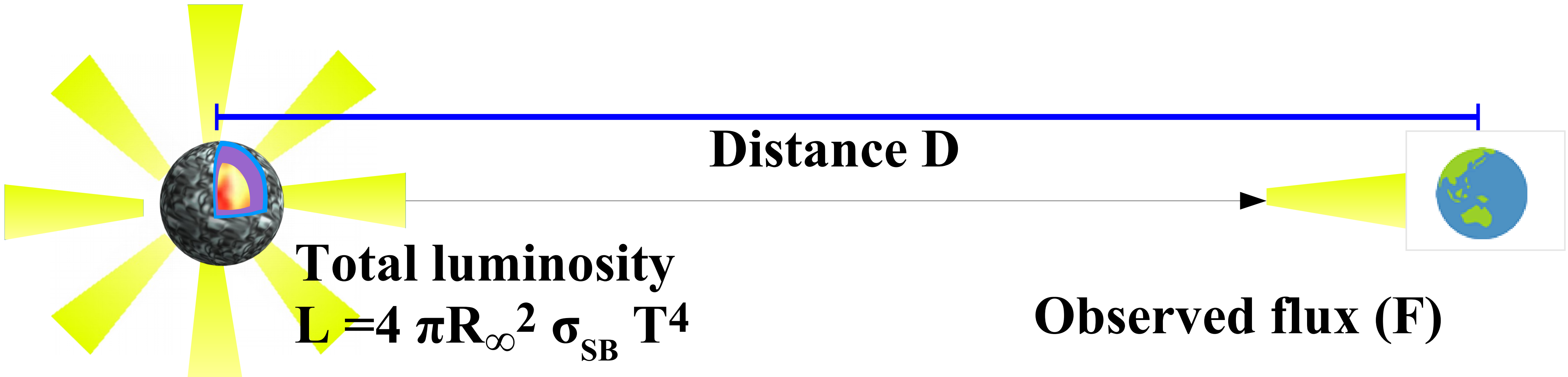
- **Surface emission**
  - **Stefan-Boltzmann law is assumed**
    → NS radius is obtained from Flux, Temperature, and Distance measurement.

$$L = 4\pi R_\infty^2 \sigma_{\rm SB} T^4,\ \ F = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$\to R = \sqrt{\frac{FD^2}{\sigma_{\rm SB}T^4}}\left(1-\frac{2GM}{Rc^2}\right)^{-1/2}$$



Guillot et al. (2013)



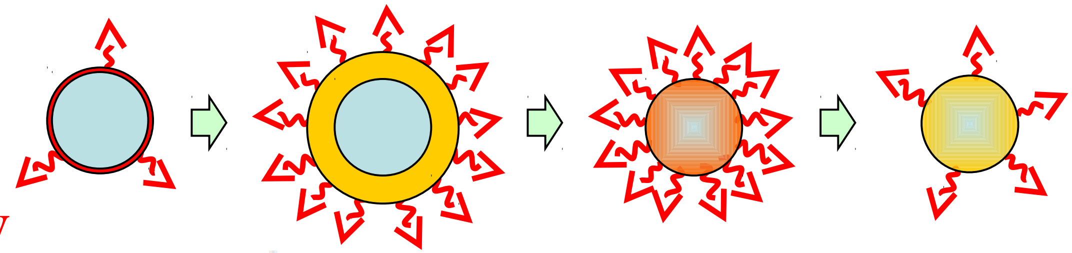
NS Radius Measurement (2)

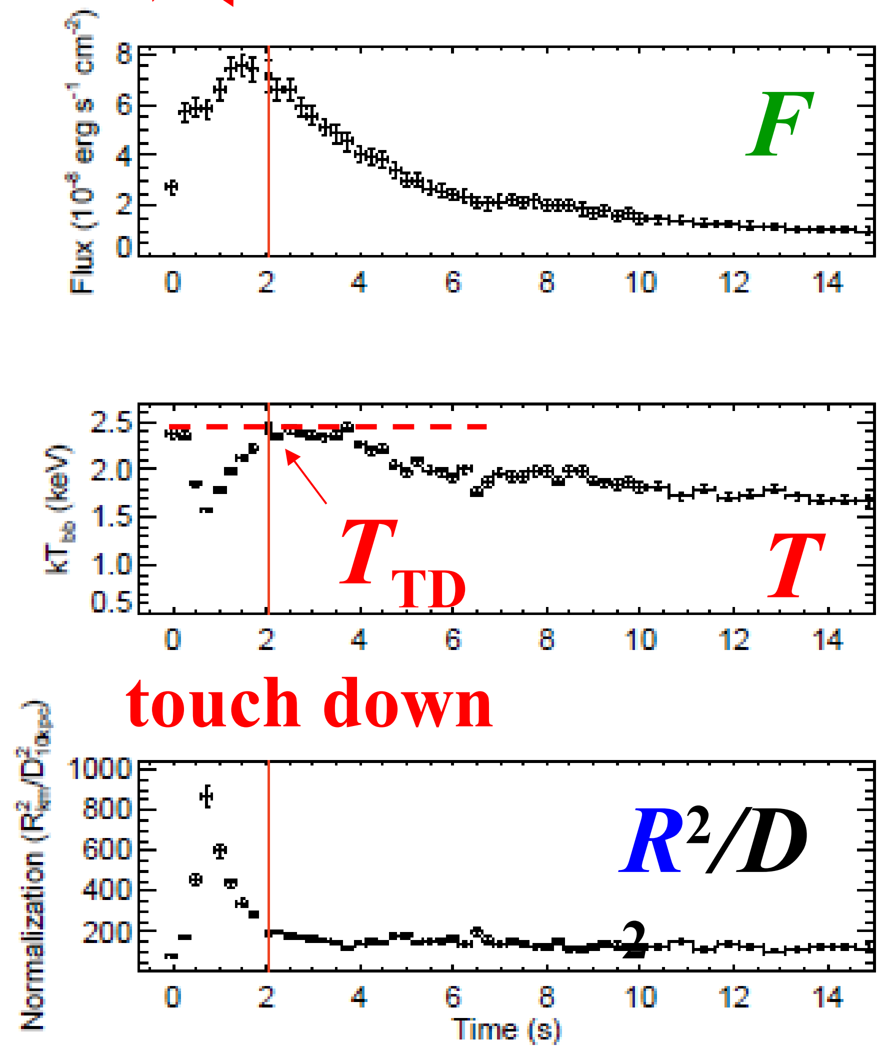
- **Eddington Limit**
  - **Eddington Limit**
    radiation pressure = gravity

$$\boxed{\frac{4\pi r^2 \sigma_{\rm SB} T^4}{4\pi r^2 c}\cdot N_e \cdot \sigma_{\rm T}} = \boxed{\frac{GM}{r^2}\cdot N_N \cdot m_N}$$

$$\to \quad R_\infty^2 = \frac{2GMcm_N}{\sigma_{\rm T}\sigma_{\rm SB}T^4}\,\frac{N_N}{N_e}$$

  - **Eddington limit is assumed to be achieved at "touch down".**
  - **Electron-nucleon ratio**
    $N_e/N_N=(1+X)/2$
    (X=1 for hydrogen atmosphere
    X=0 for light elements)



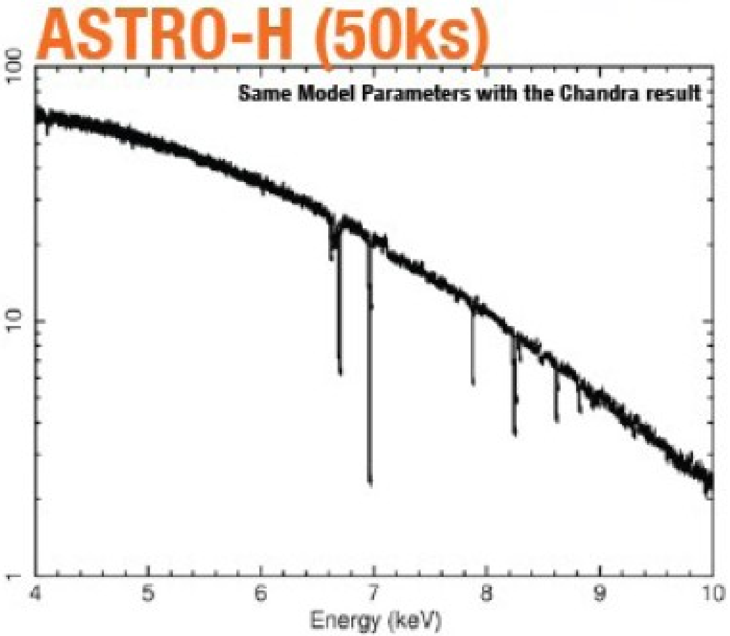


Guver et al., ApJ 747 (2012) 47

NS Radius Measurement (3)

- **Red Shift**
  - **Neutron Star surface is expected to contain Irons.**
  - **Absorption lines should be red shifted.**
    → Almost direct observation of M/R.

$$E_{\rm obs} = E_{\rm surf}\sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}}$$

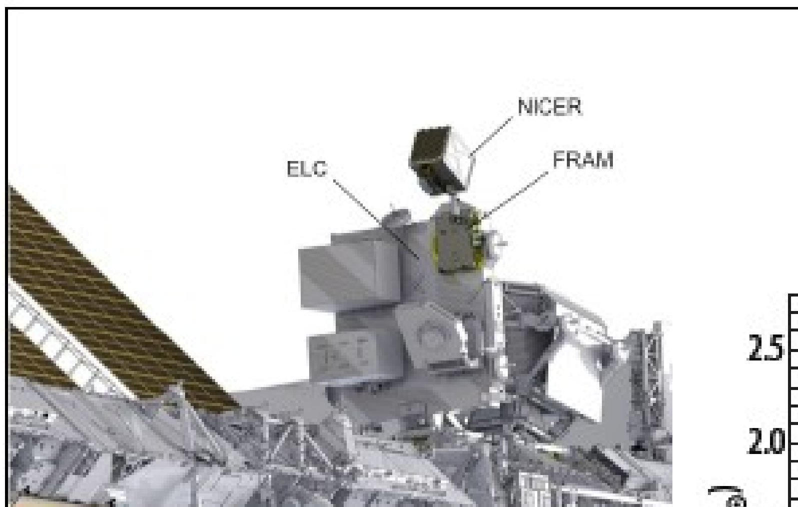


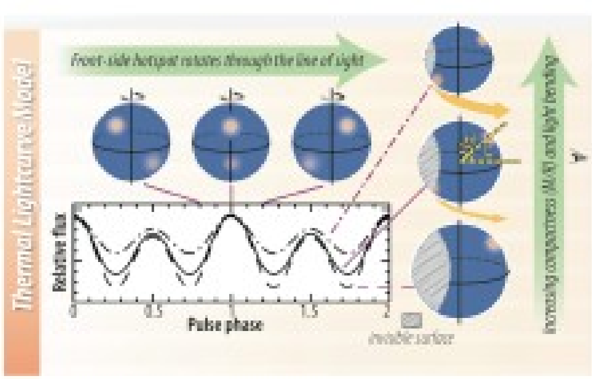
  - **ASTRO-H will measure Iron absorption line from NS, and determine M/R with 1 % accuracy !**
  - **But Hitomi (ASTRO-H) stopped its operation ….**

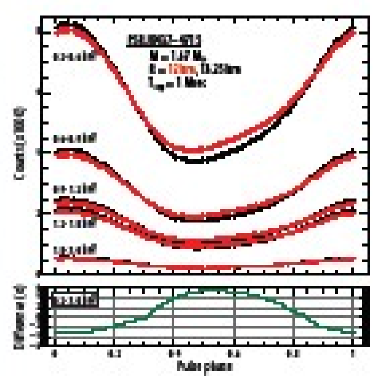
ASTRO-H simulation

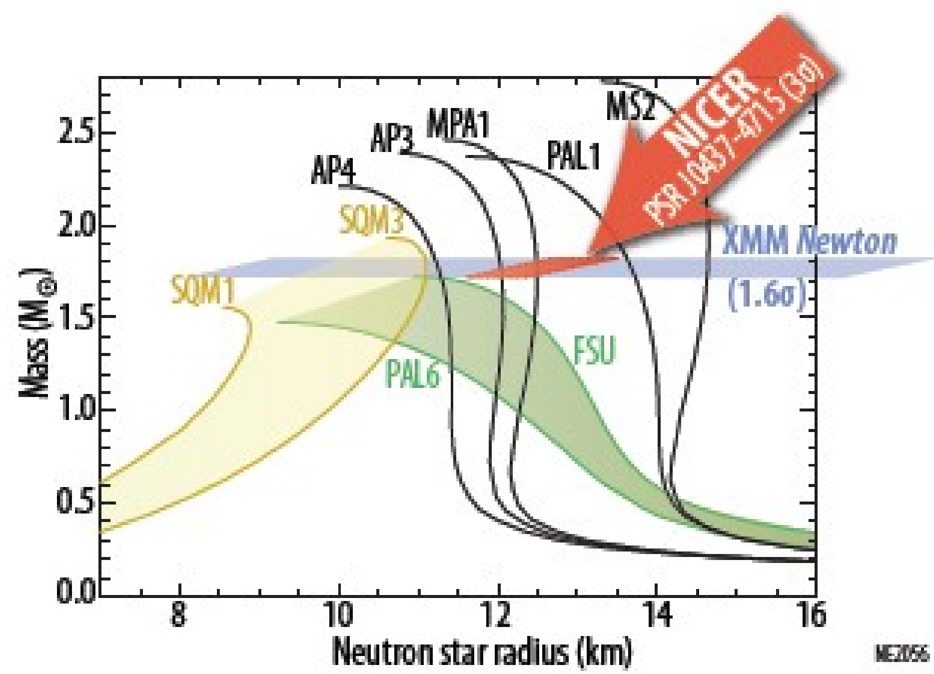
NICER

- Neutron Star Interior Composition ExploreR (NICER)
- 国際宇宙ステーションに載せる中性子星観測器
- hot spot の回転から、質量と半径を同時に決定
- 2017 年に観測開始。2019 年初頭にデータ発表予定



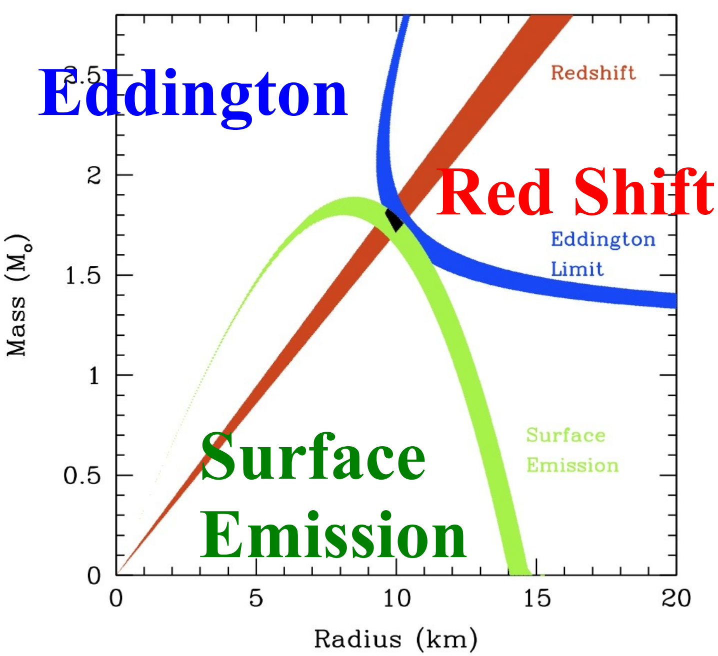


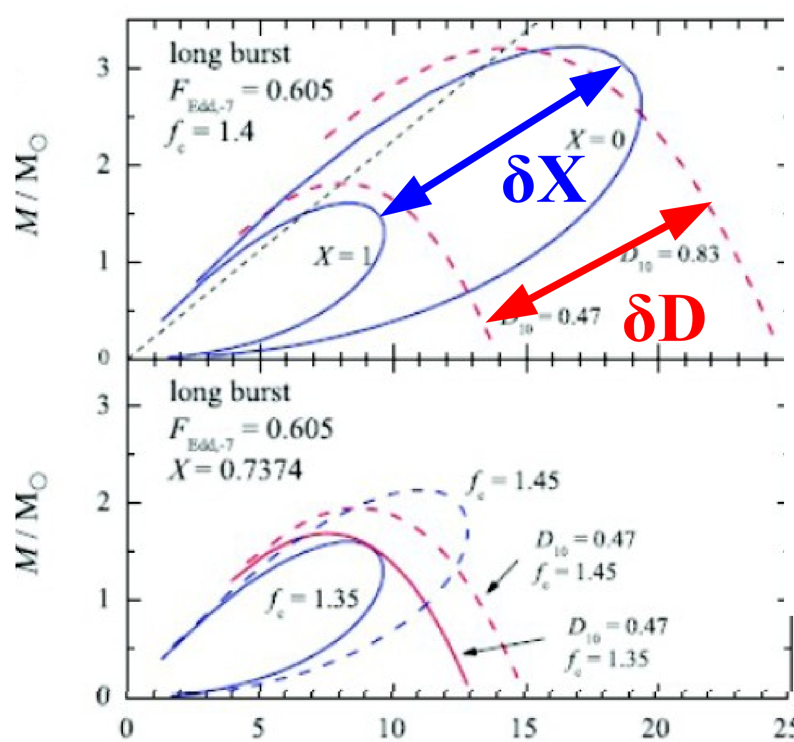




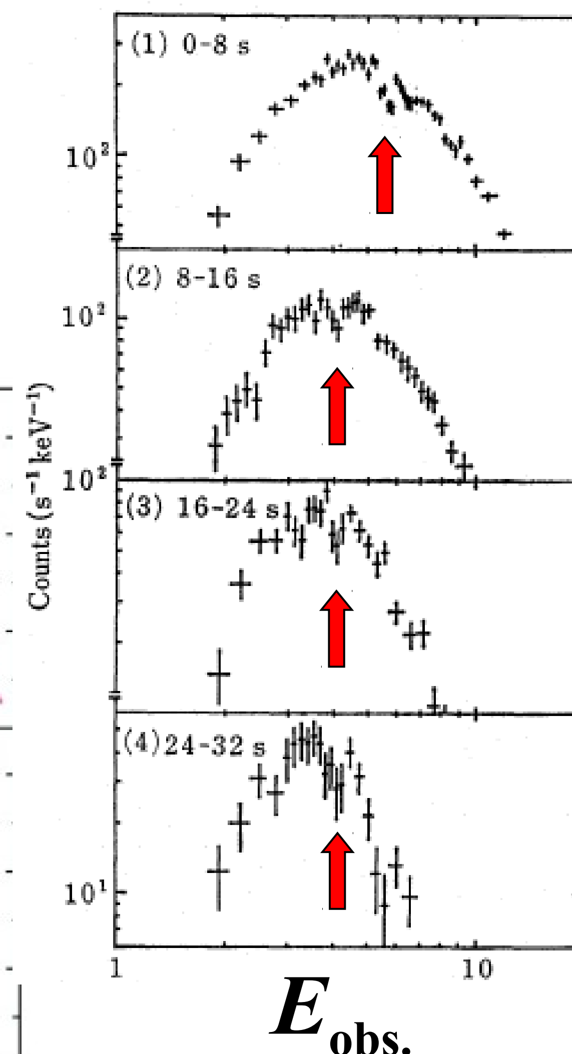
Neutron Star Radius

- **Do three methods give consistent (M, R) ?**
  - **Surface emission & Eddington limit have large error bars from Distance & Composition uncertainty.**
  - **Red shift of discrete lines have not been observed unambiguously.**





4U 1724-307, Suleimanov et al., ApJ742('11),122

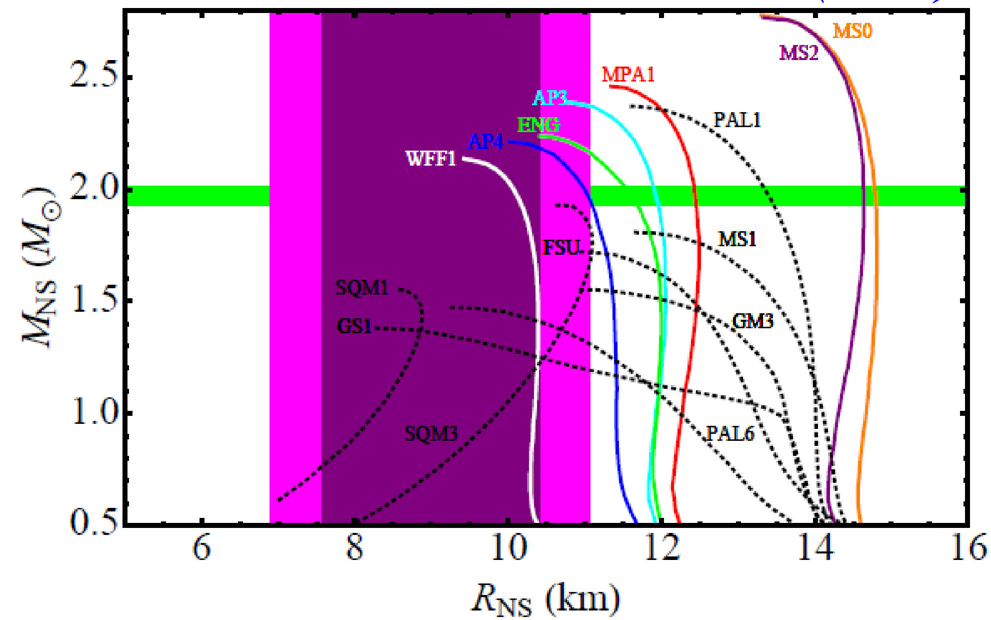


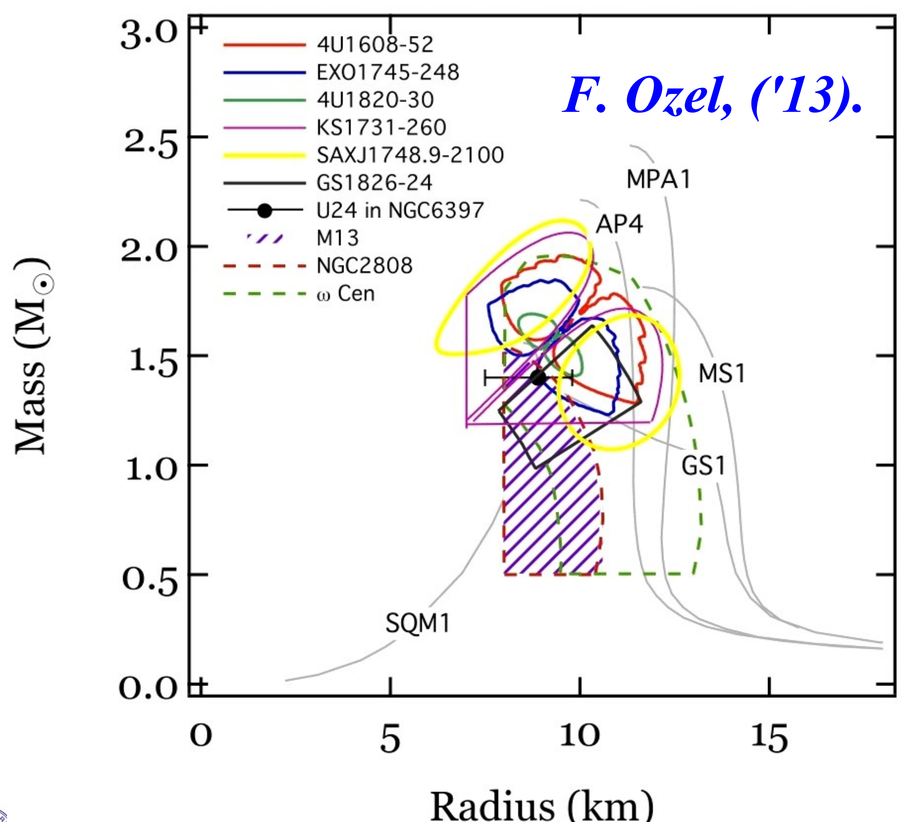
Waki et al., PASJ36('84)819

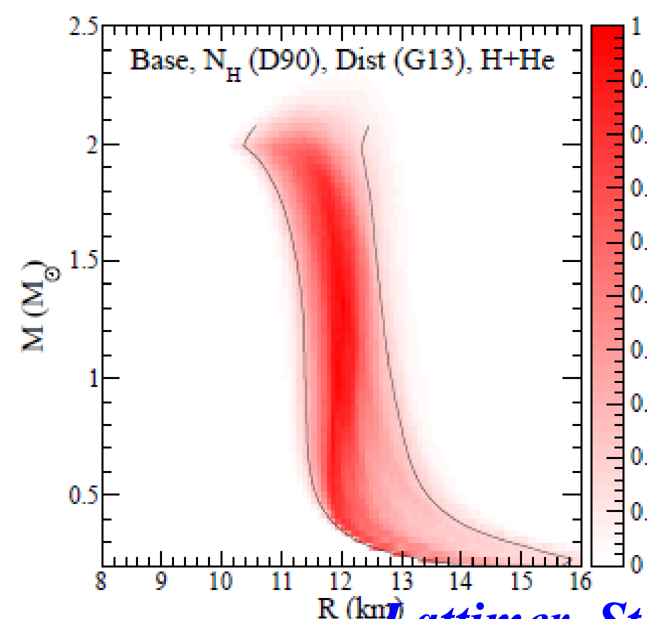
Compact NS puzzle

- **Some analyses suggest smaller R_{NS} than nucl. phys. predictions.**
- **Some make objections.**
  Suleimanov+, $R_{1.4} > 13.9$ km
  Lattimer+, $R_{1.4} = 12 \pm 1.4$ km

Guillot et al. (2013)



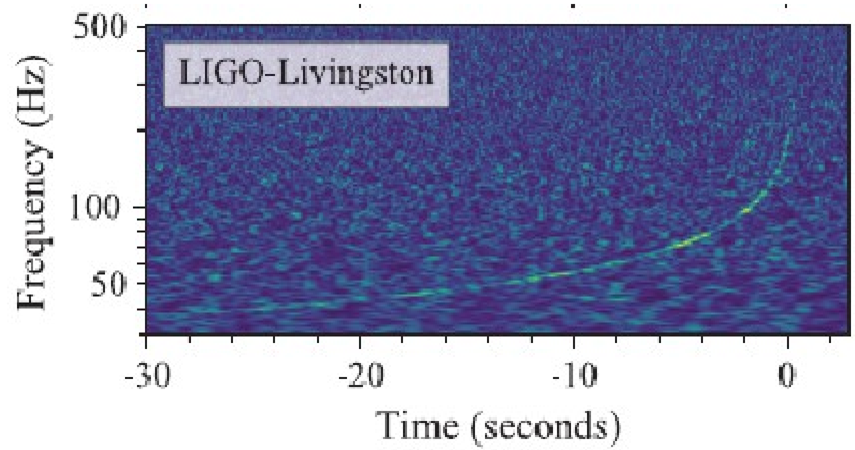


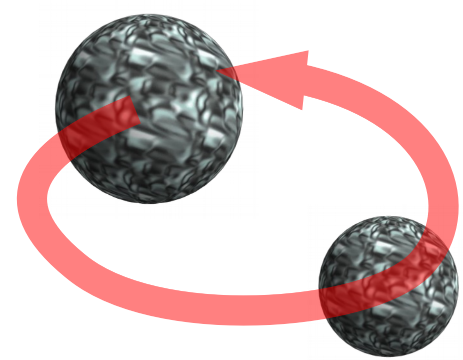


Lattimer, Steiner (2014).

連星中性子星合体

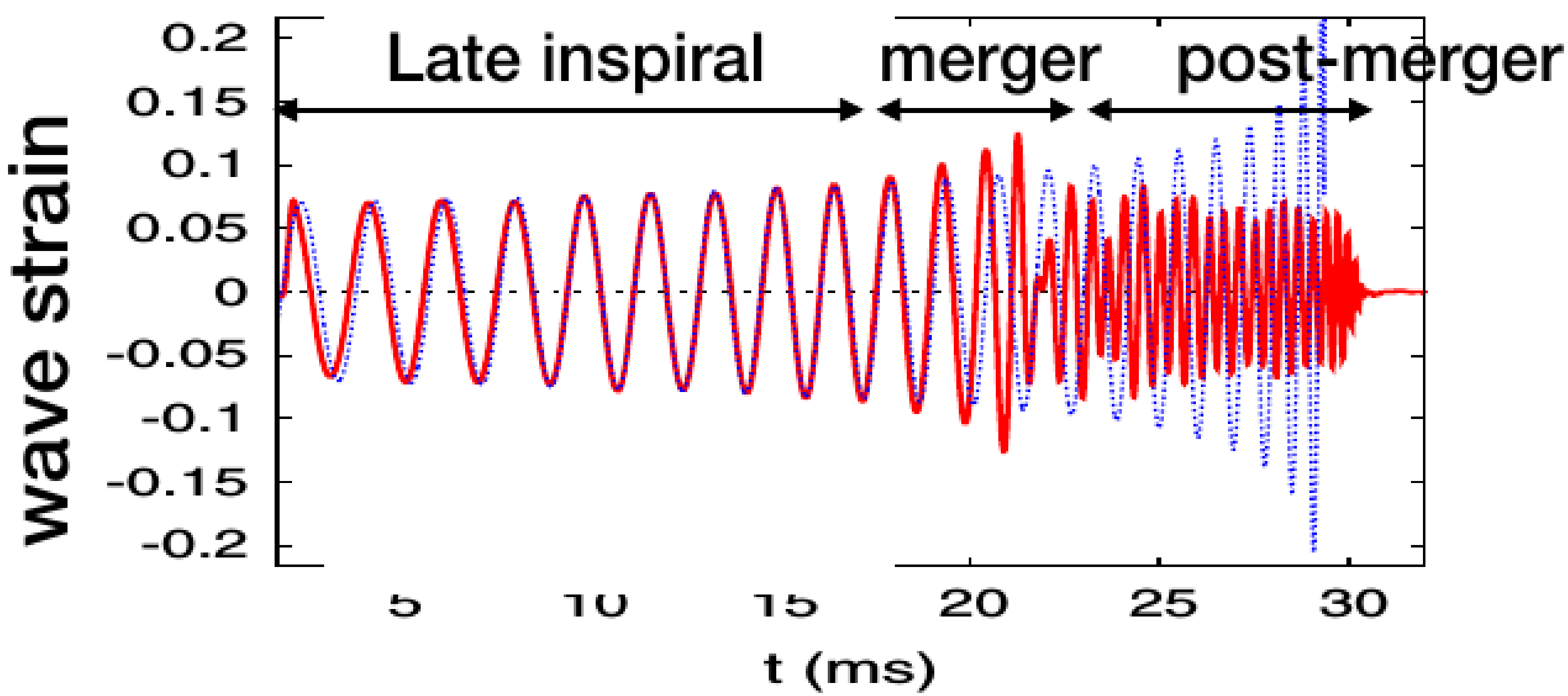
- **GW170817**
  B. P. Abbott et al. (LIGO and Virgo)
  PRL 119, 161101 (2017)
  - 質量和 $M = 2.74^{+0.04}_{-0.01}\ M_\odot$
  - それぞれの質量 $1.17\text{-}1.60\ M_\odot$
    → 連星中性子星合体
    (Binary Neutron Star Merger)
  - Gamma Ray Burst (GRB170717A) が 1.7 s 後に起こる。
    → GRB の起源 (の一つ) を特定
  - inspiral (徐々に近づいていく段階) における振動数変化を観測
    → 中性子星半径を制限
  - 放出された物質の速度から中性子星の最大質量を制限
    M. Shibata et al., 1710.07579
    $M_{max} = (2.15\text{-}2.25)\ M_\odot$





Gravitational Wave in the Inspiral Phase

- 重力波の波形
  - Inspiral, merger, post-merger (hypermassive neutron star)
- Inspiral phase での重力波の波形
  - 質点からの重力波にくらべて、位相が進む
    → Tidal Deformation (潮汐変形) 効果



Hotokezaka

Tidal Deformability (潮汐変形度)

- **Tidal deformability λ (無次元化 Λ)**
  = 潮汐力 Eij に対する変形 Qij の起こりやすさ

$$Q_{ij} = -\lambda E_{ij}\ ,\quad \lambda = \frac{\Lambda}{G}(GM/c^2)^5 = \frac{\Lambda}{G}(CR)^5$$

$$C = GM/c^2 R\ (\text{Compactness})$$

Inspiral phase での位相の進みは tidal deformability によってほぼ決まる。

- **大きな半径 (硬い EOS)**
  → 変形しやすい → 大きな Λ

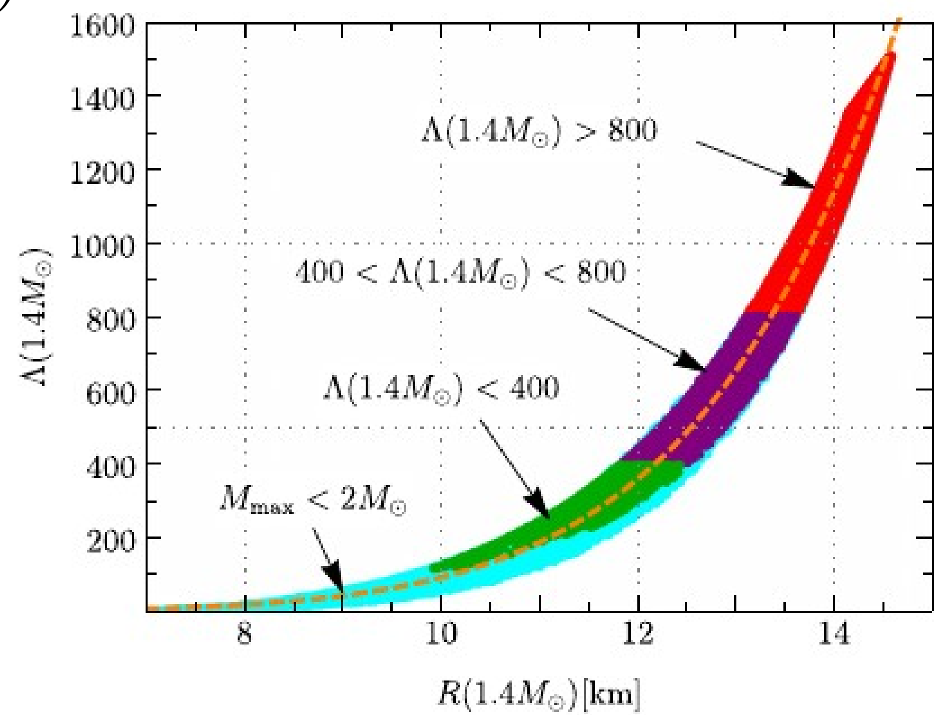


FIG. 2. The Λ values for stars with $M = 1.4\ M_\odot$ as functions of the corresponding radius. The color coding follows Fig. 1, while the orange dashed line $\Lambda = 2.88 \times 10^{-6}(R/\mathrm{km})^{7.5}$ has been included just to guide the eye.

T.Hinderer, B.D.Lackey, R.N.Lang, J.S.Read, PRD81 ('10)123016
(Λ) B.D. Lackey, L.Wade, PRC91('15)043002
(R-Λ) E.Annala+, PRL120('18)172703

Tidal deformability の計算方法

- TOV 方程式とともに次の微分方程式を解き、Love number k_2 を求める。

$$r\frac{dy(r)}{dr} + y(r)^2 + y(r)F(r) + r^2 Q(r) = 0$$

$$F(r) = \frac{r - 4\pi r^3[\mathcal{E}(r) - P(r)]}{r - 2M(r)}$$

$$Q(r) = \frac{4\pi r\left(5\mathcal{E}(r) + 9P(r) + \frac{\mathcal{E}(r)+P(r)}{\partial P(r)/\partial \mathcal{E}(r)} - \frac{l(l+1)}{4\pi r^2}\right)}{r - 2M(r)} - 4\left[\frac{M(r) + 4\pi r^3 P(r)}{r^2(1 - 2M(r)/r)}\right]^2$$

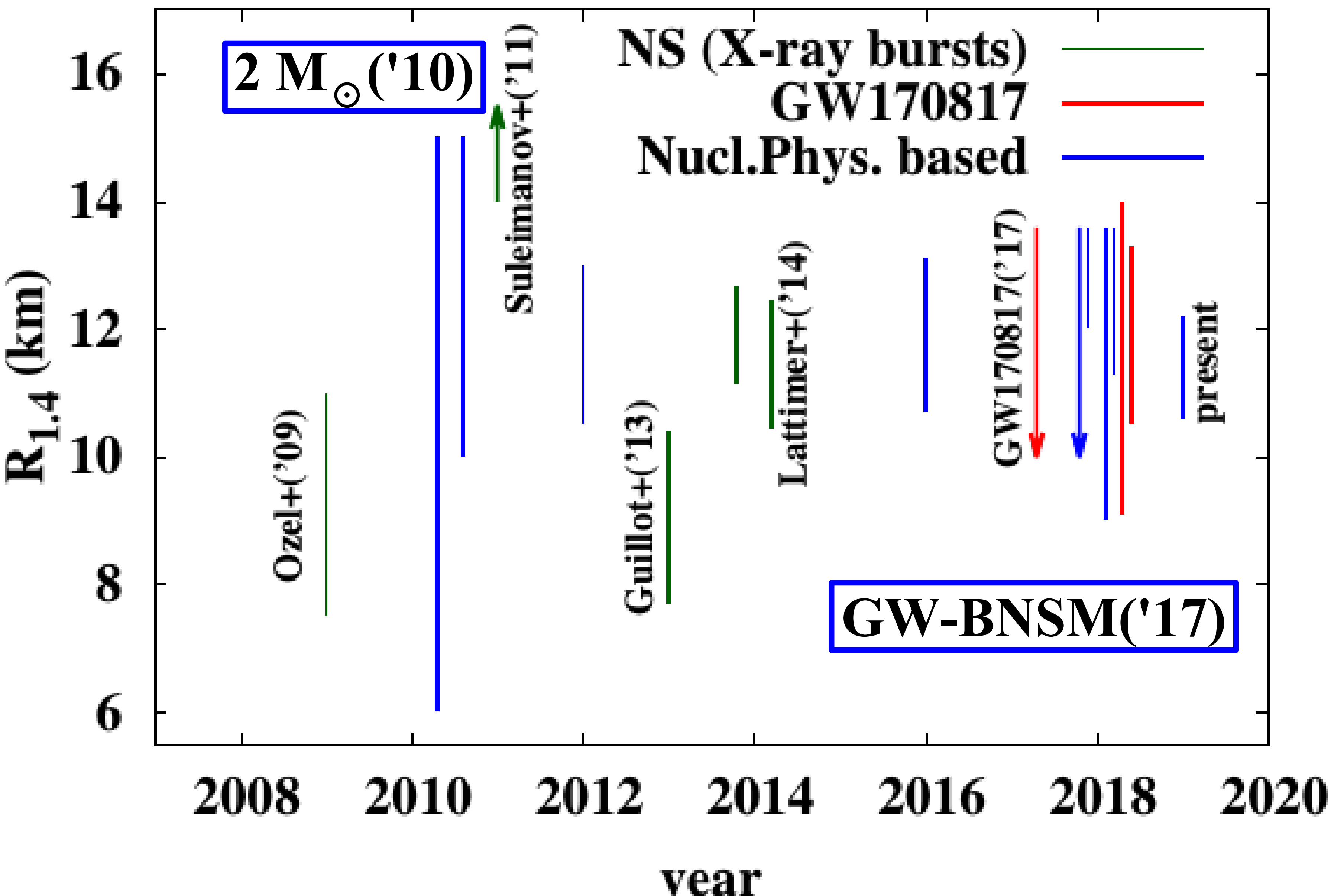
$$k_2 = \frac{8}{5}(1-2C)^2 C^5 [2C(y_2 - 1) - y_2 + 2]\Big\{2C(4(y_2+1)C^4 + (6y_2 - 4)C^3 + (26 - 22y_2)C^2 + 3(5y_2 - 8)C - 3y_2 + 6) - 3(1-2C)^2(2C(y_2-1) - y_2 + 2)\log\left(\frac{1}{1-2C}\right)\Big\}^{-1},$$

- Love number k_2 からと Λ の関係は直接的 $\Lambda = \dfrac{2k_2}{3C^5},$

T.Hinderer, B.D.Lackey, R.N.Lang, J.S.Read, PRD81 ('10)123016

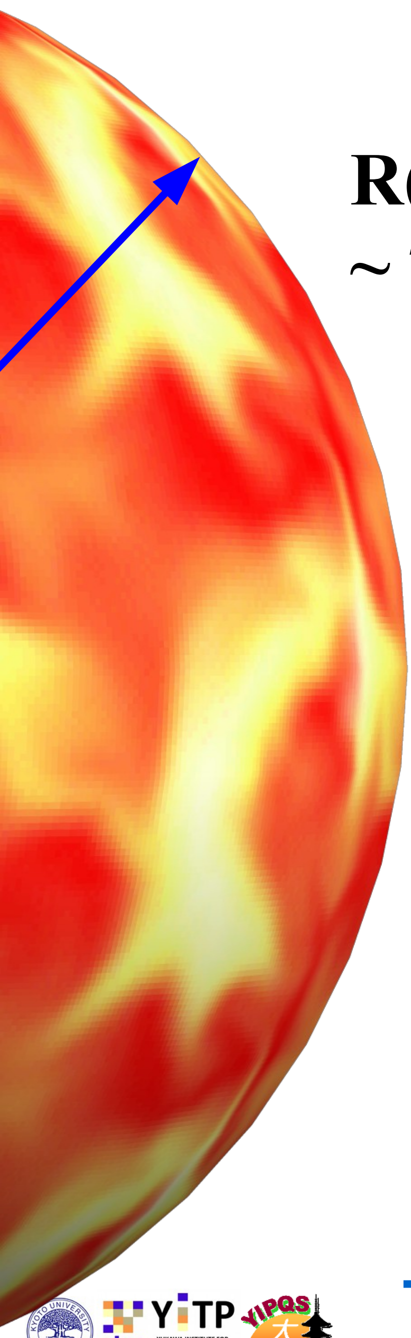
具体的な計算方法は B.Kumar, S.K.Biswal, S.K.Patra, PRC95('17)015801 が分かりやすい

Time dependence of Neutron Star Radius ($R_{1.4}$)

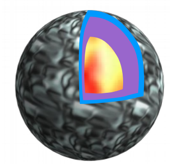


LIGO: R=(10.5-13.3) km

Neutron Star Density

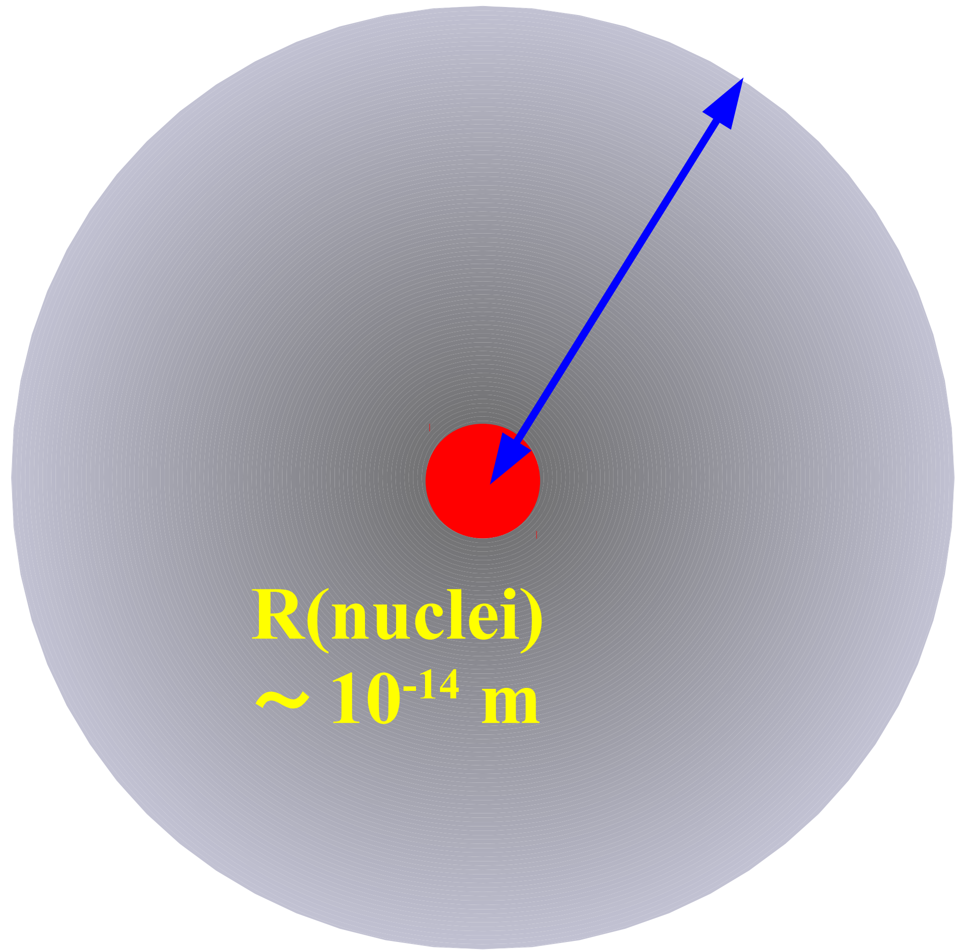


R(Sun)
~ 700,000 km



R(NS)~ 10 km
M(NS)~1.4 $M_\odot$

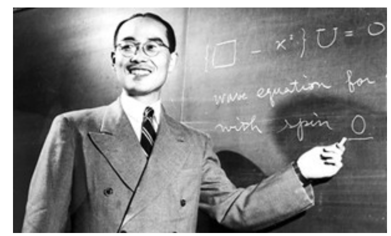
R(atom)
~ 10^{-10} m



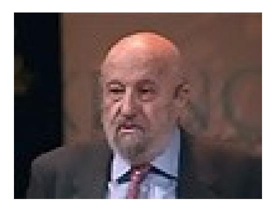
Very High Density !
$m_N\,\rho(NS) \sim (2\text{-}7) \times 10^{14}\ g\,/\,cm^3 \sim (1\text{-}3)\ m_N\,\rho_0$

Neutron Stars are supported by Nuclear Force !

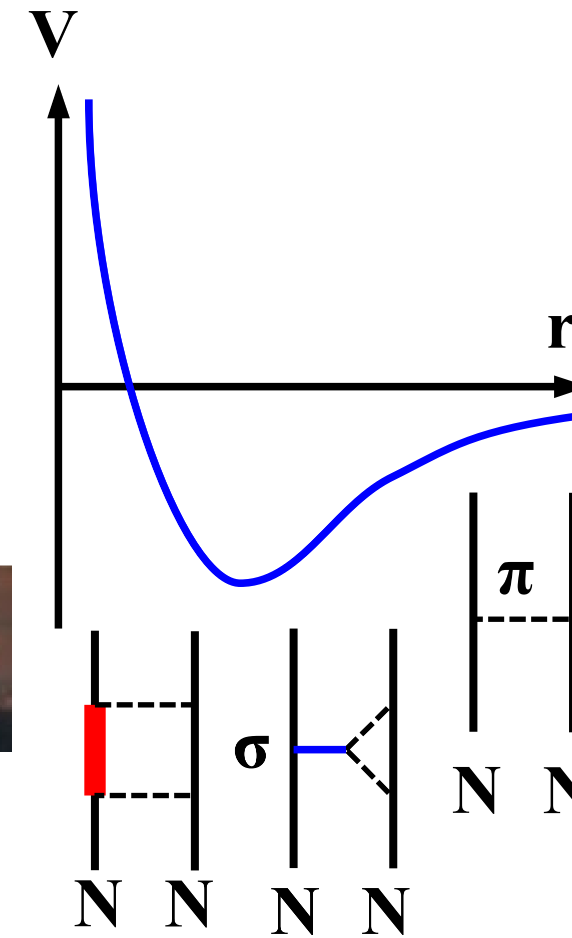
- **Average density of NS ~ (1-3) ρ_0, Max. density ~ (5-10) ρ_0**
  → Supported by Nuclear Force
  c.f. White Dwarfs are supported by electron pressure.
- **Nuclear Force**
  - **Long-range part: π exchange**
    Yukawa (1935)



  - **Medium-range attraction:**
    2 π exchange, σ exchange, ….
    Nambu, Jona-Lasinio (1961)



  - **Short-range repulsion:**
    Vector meson exchange,
    Pauli blocking btw. quarks
    Gluon exchange
    Neudatchin, Smirnov, Tamagaki;
    Oka, Yazaki; Aoki, Hatsuda, Ishii



Lec. 1 のまとめ: 中性子星が関わる物理の広がり

- 高密度物質の状態方程式
  - 核子以外の構成要素が作る安定な物質の実験室
  - 核子以外のハドロンが存在しているか？
  - 高密度での QCD 相転移は起こっているか？
- アイソスピン非対称物質の状態方程式
  - 対称エネルギー = 中性子物質と対称物質のエネルギー差
→中性子過剰核実験と天体観測を結ぶ！
  - 核密度を越える領域でのバリオン超流動→中性子星冷却過程
  - 冷却原子でシミュレートされるユニタリー気体がほぼ実現
- コンパクト星の天体物理学
  - 内側の構造は未解明
→質量・半径・温度・磁場などの測定による解明を待つ！
  - 連星中性子星合体は有望な重力波源・元素合成 site

新学術領域「中性子星核物質」(2012-2017)

High ρ (Group A)
head: Tamura, Takahashi

Hypernuclei, Kaonic nuclei
YN & YY int.,
Eff. Interaction
(Heavy-ion collisions)

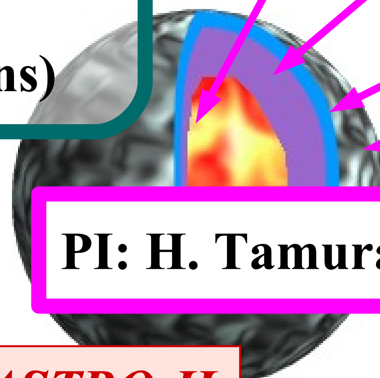
J-PARC

Hyperons, mesons, quarks

Asym. nuclear matter
+elec.+μ

Nuclei+neutron gas+elec.

Nuclei + elec.



PI: H. Tamura

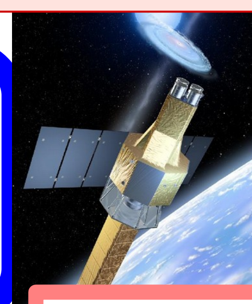
Low ρ (Group B)
head: Murakami, Nakamura, Horikoshi

Sym. E, Pairing gap,
BEC-BEC cross over,
Cold atom, Unitary gas

NS Obs. (Group C)
head: Takahashi

Radius, Mass,
Temp. (Cooling),
Star quake, Pasta

ASTRO-H



RIBF

Theory (Group D)
head: Ohnishi