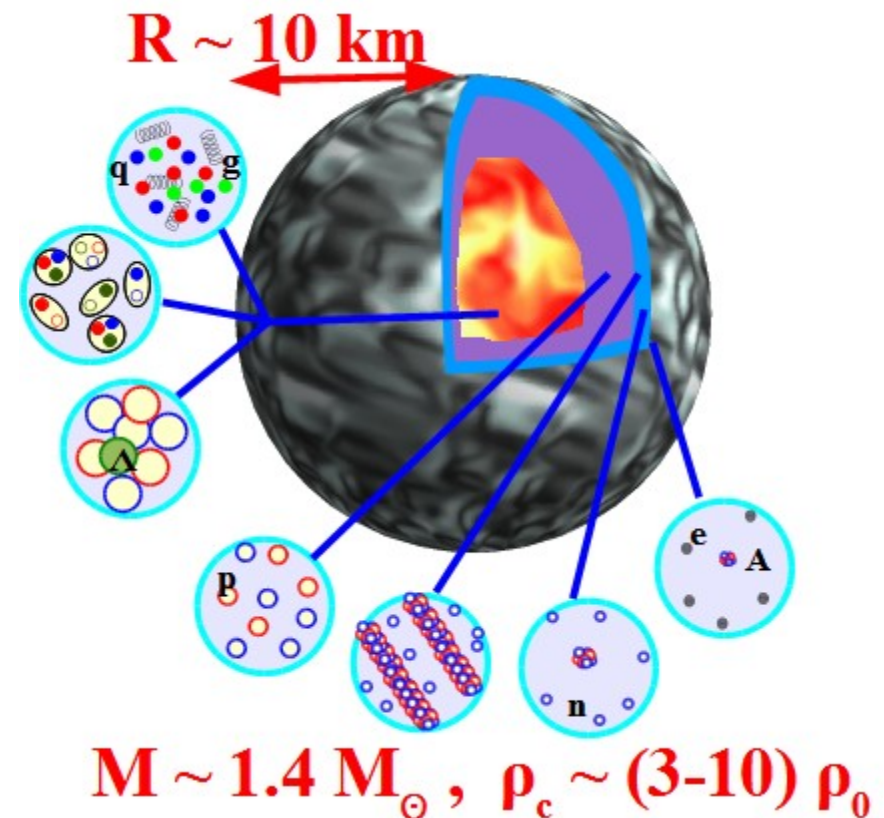


物理学特論I (中性子星と原子核物理)

1. 序論: 中性子星とは
 2. 中性子星の質量と半径
 3. 中性子星に関連する原子核・ハドロン物理学1
– 原子核の大きさと散乱の量子力学
 4. 中性子星に関連する原子核・ハドロン物理学2
– 原子核の質量と核物質状態方程式
 5. 中性子星に関連する原子核・ハドロン物理学3
– クォークとハドロン
 6. 中性子星核物質の状態方程式
 7. 中性子星の最近の話題と課題 – 中性子星の最大質量とハイペロンパズル
- ・ セミナー: 最適化問題としての符号問題

中性子星の組成 (1)

- 中性子星って中性子だけからできているんですか？
→ いや、いろいろな粒子が混ざっています。
- 中性子星表面：通常の物質 = 鉄などの原子核と電子
- 中性子星の外殻 (クラスト)
 - 電子密度が増えてくると、
「電子 + 陽子」よりも中性子の方が
エネルギーが低くなる
→ 中性子過剰な原子核と電子
 - さらに密度が上がると、
原子核の中で中性子が
こぼれだす
→ 原子核と中性子と電子
(neutron drip, $4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$)
 - 原子核が一系列に融合した
「パスタ」ができるかも。



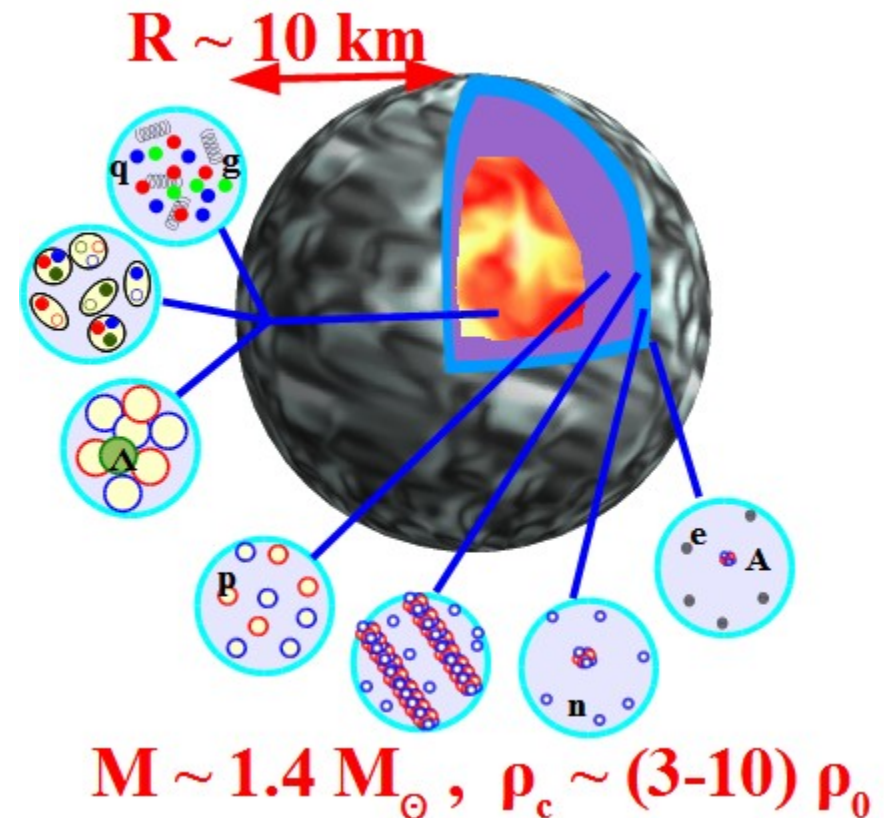
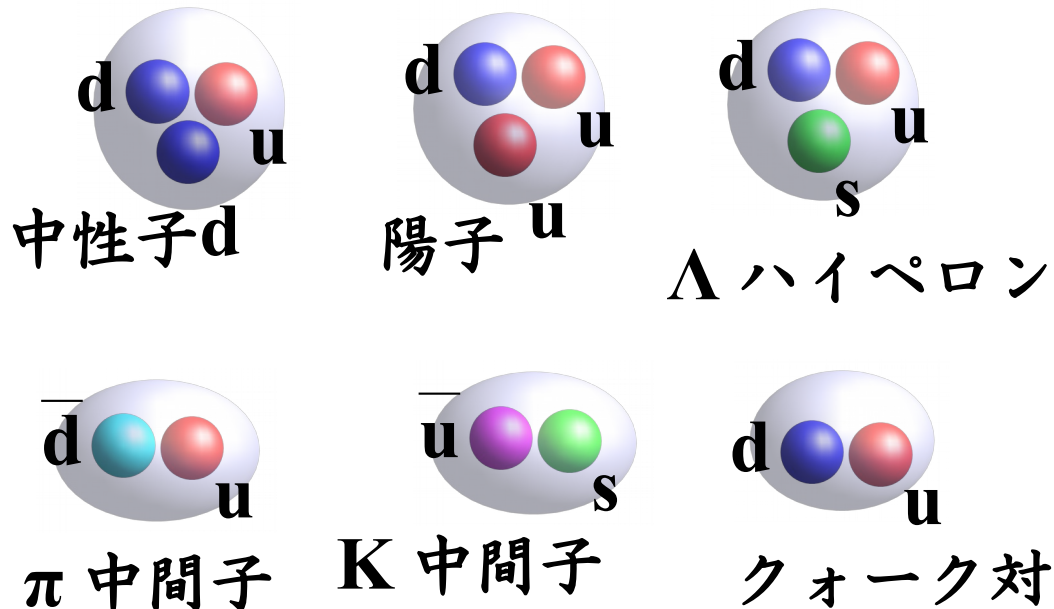
中性子星の組成 (2)

■ 中性子星コア (outer core)

- 原子核密度の 1~2 倍程度：原子核が融けて、一様な物質へ
→ 中性子・陽子・電子 (陽子・電子は中性子の 10% 程度)

■ 中性子星中心部 (inner core)

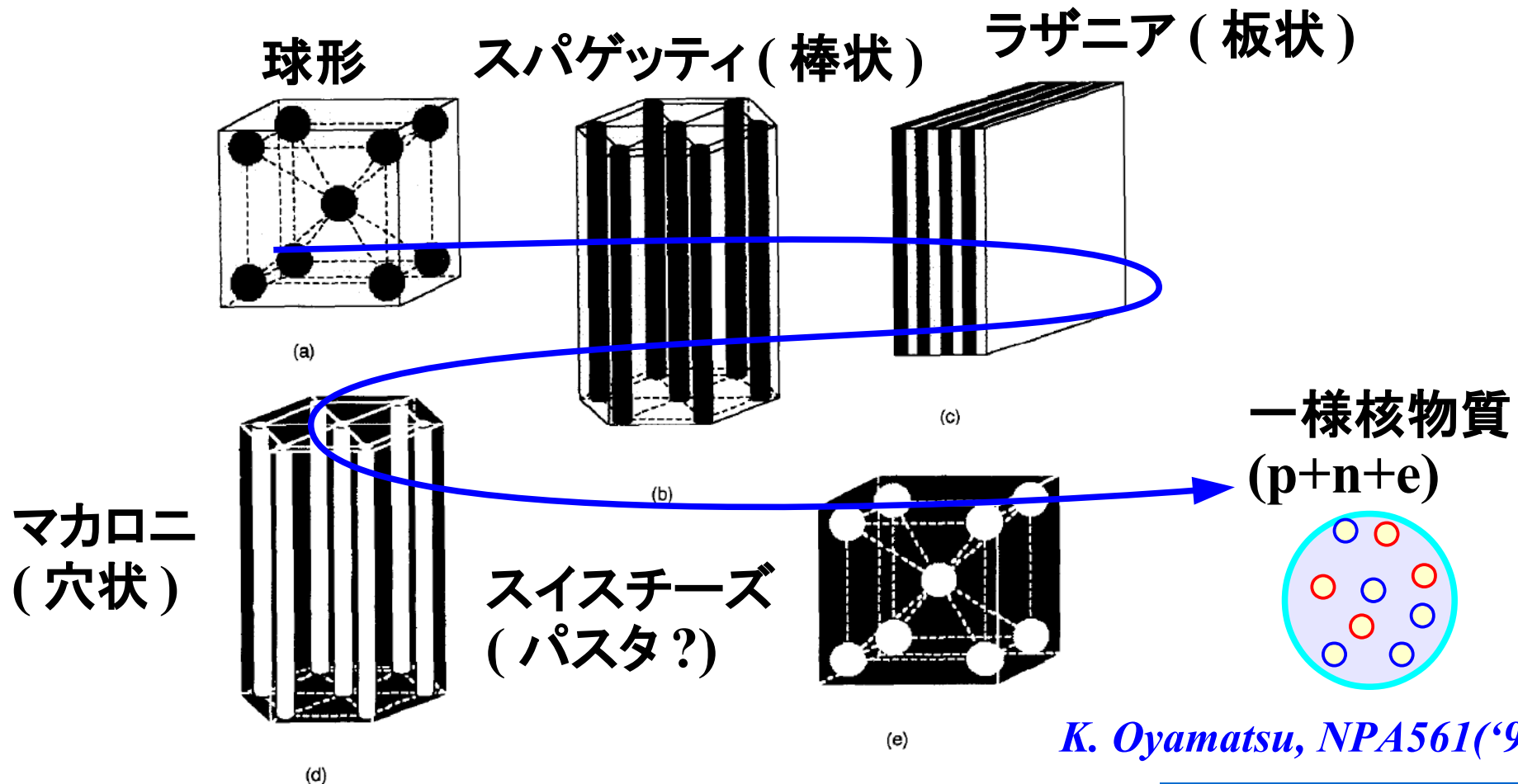
- 原子核密度の 2 倍以上
- 何が現れるかわかっていない



中性子星の組成 (3)

■ パスタ原子核

- 原子核の形はエネルギーを最小化するように決まる。
(主として表面エネルギーとクーロンエネルギー)
- 飽和密度の少し下では球形以外の方がエネルギーを小さくする。



K. Oyamatsu, NPA561('93),431.

中性子星の構造

- 中性子星の内側は見えないのに、
どうやって組成がわかるのですか？
→ 質量や半径からある程度推測できます。

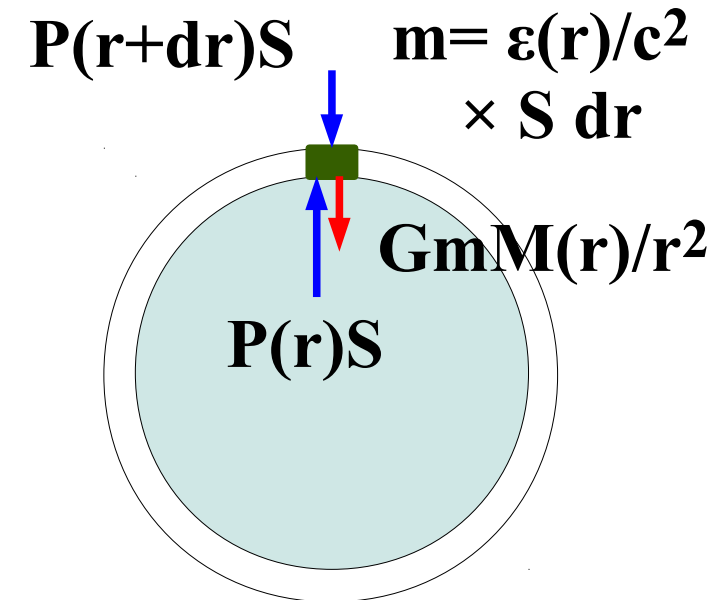
- 静水圧平衡
小さな箱を考えて、
外の圧力 + 重力 = 内の圧力

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M \epsilon / c^2}{r^2}$$

- Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式
(一般相対論補正を含む静水圧平衡)

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{(\epsilon / c^2 + P / c^2)(M + 4\pi r^3 P / c^2)}{r^2 (1 - 2GM / rc^2)}$$

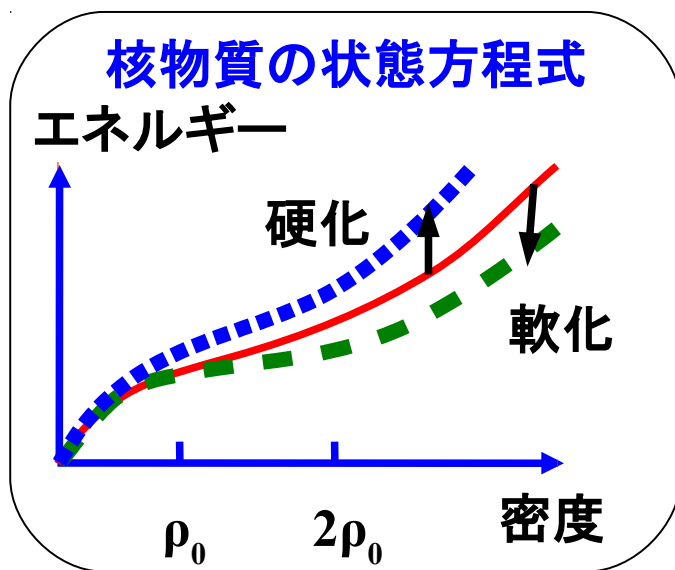
$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon / c^2, \quad P = P(\epsilon) \quad (\text{EOS})$$



$M(r)$: r までの質量
 $\epsilon(r)$: エネルギー密度
 $P(r)$: 圧力

状態方程式とMR(質量-半径)曲線

- 状態方程式が与えられると質量と半径の関係 (MR 曲線) が一意的に求まる。
→ 中性子星の MR 曲線は相互作用モデルを判別する

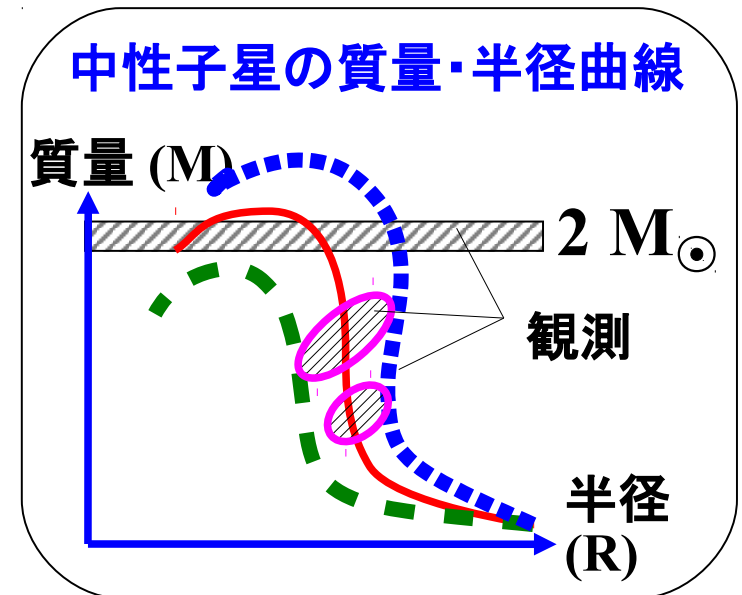


予言

TOV 方程式

$$\frac{dP}{dr} \simeq - \frac{GM \varepsilon / c^2}{r^2}$$

検証



核物質状態方程式 (1)

■ 核子あたりのエネルギー

$$E(\rho, \delta) = E_{\text{SNM}}(\rho) + S(\rho)\delta^2, \quad \delta = (N - Z)/A$$

■ 飽和点 (ρ_0, E_0)

$$\rho_0 \sim 0.16 \text{fm}^{-3}, \quad E_0 = a_v \simeq -16 \text{ MeV}$$

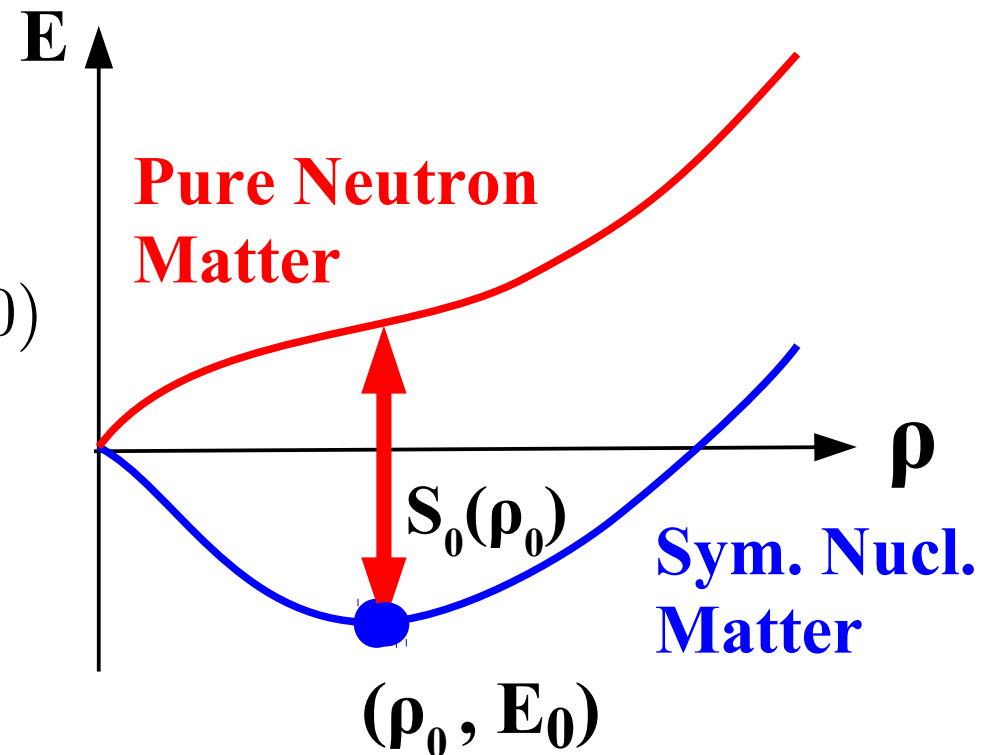
(nuclear radius and mass)

■ 対称エネルギー

$$\begin{aligned} S(\rho) &= E_{\text{PNM}}(\rho) - E_{\text{SNM}}(\rho) \\ &= E(\rho, \delta = 1) - E(\rho, \delta = 0) \end{aligned}$$

$$S_0 = S(\rho_0) \simeq 30 \text{ MeV}$$

(質量公式より)



核物質状態方程式 (2)

- 飽和密度での微分パラメータ: K と L
- 圧力は核子あたりのエネルギーの密度微分で与えられる

$$P = \rho^2 \frac{\partial E}{\partial \rho}$$

$\rho = \rho_0$ では L が中性子物質の圧力を決める!

$$P_{\text{PNM}} = \rho_0 L / 3 \quad (\text{at } \rho = \rho_0)$$

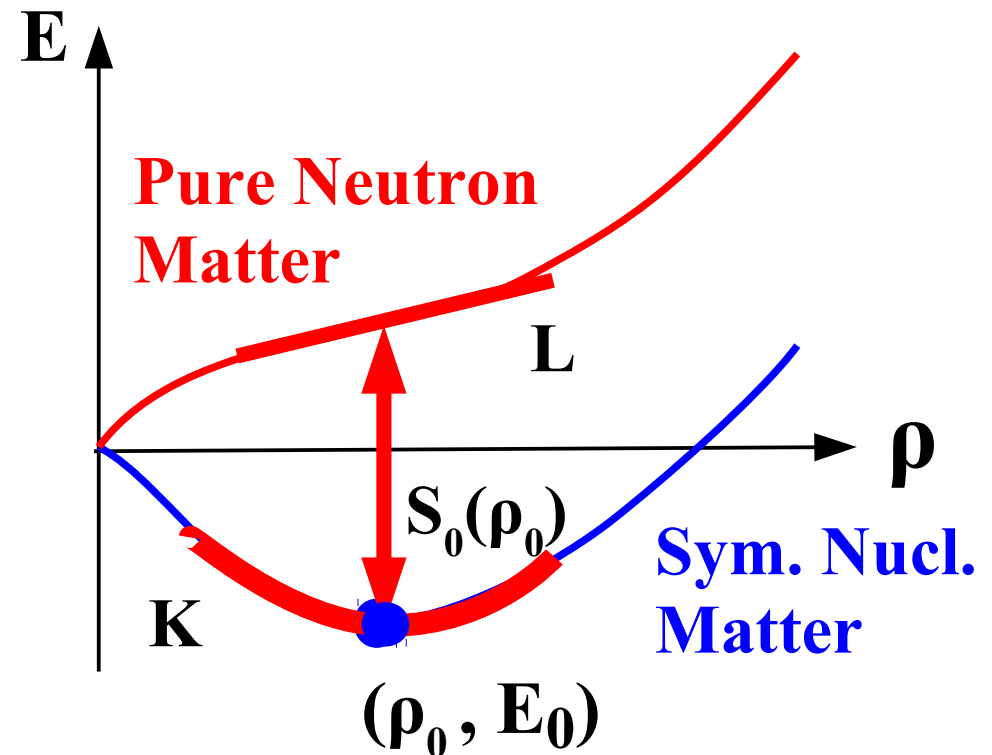
$$E/A(\rho, \delta) = \varepsilon(\rho) + E_{\text{sym}}(\rho) \delta^2 + O(\delta^4)$$

Symmetric Nuclear Matter

$$\varepsilon(\rho) = \varepsilon(\rho_0) + \frac{K(\rho - \rho_0)^2}{18\rho_0^2} + O((\rho - \rho_0)^3)$$

Symmetry Energy ($\delta = (N - Z)/A = 1 - 2Y_p$)

$$E_{\text{sym}}(\rho) = S_0 + \frac{L(\rho - \rho_0)}{3\rho_0} + \frac{K_{\text{sym}}(\rho - \rho_0)^2}{18\rho_0^2} + O((\rho - \rho_0)^3)$$



中性子星物質 EOS

■ 核物質 → 中性子星物質

- 中性子・陽子・電子からなる電気的中性物質
- 電気的中性条件から $\rho_e = \rho_p$

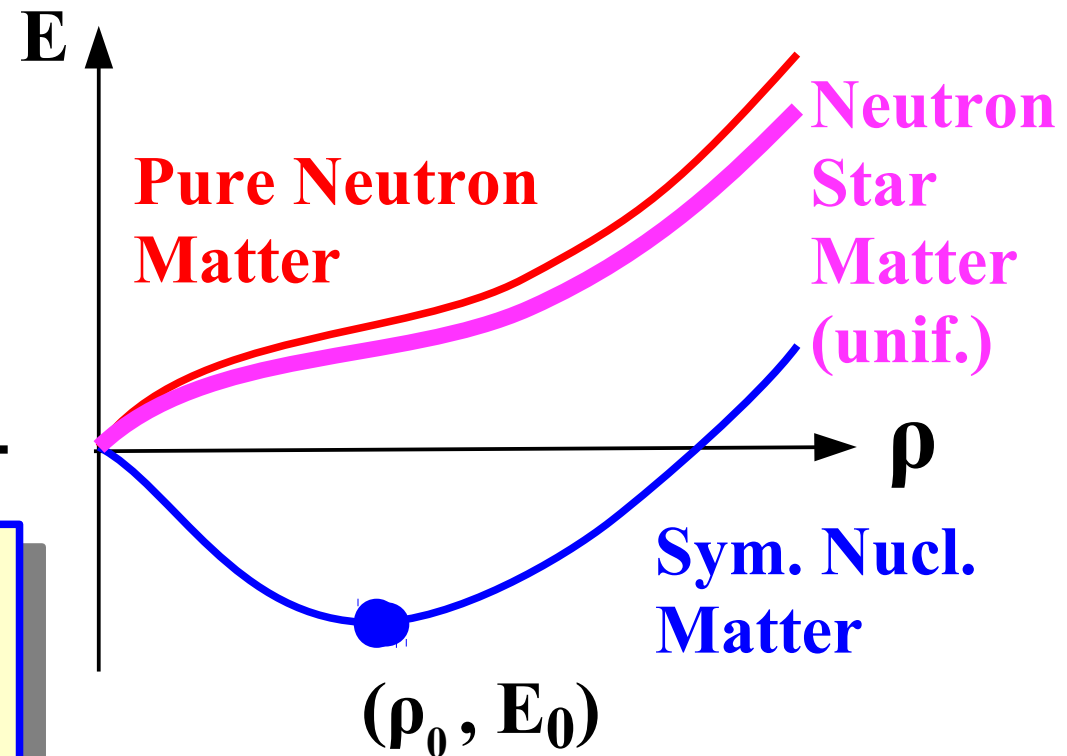
$$E_{nsm}(u) = E_{snm}(u) + \delta^2 S(u) + \frac{3}{8} \hbar (3\pi^2 \rho_0 u / 2)^{1/3} (1 - \delta)^{4/3}$$

$$(u = \rho / \rho_0, \quad \delta = (N - Z) / A)$$

(陽子・中性子の質量差、
電子質量は無視)

- 非対称度 (δ) はエネルギーが
最小となるように選ばれる
→ 中性子星物質のエネルギー
< 中性子物質のエネルギー

対称核物質エネルギーと
対称エネルギーが分かれば、
中性子星物質 EOS が求まる！



メモ：中性子星物質中の非対称度

- 陽子・中性子の質量差、電子質量を無視すると、非対称度 δ は解析的に求まる。

$$Y_p(u) = (1 - \delta(u))/2 = \left[(A(u) + 1)^{1/3} - (A(u) - 1)^{1/3} \right]^3 / 4$$

$$A(u) = \sqrt{1 + \pi^2 \hbar^3 \rho_0 u / 288 S^3(u)}$$

- 3 次方程式の解き方 (カルダノの公式)

- 変数を定数だけずらして2次の項を消す。 $x^3 + px + q = 0$

- 因数分解の公式

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &= (x + y + z)(x + \omega y + \omega^2 z)(x + \omega^2 y + \omega z) \quad (\omega = (-1 + \sqrt{3}i)/2) \end{aligned}$$

を用いると、

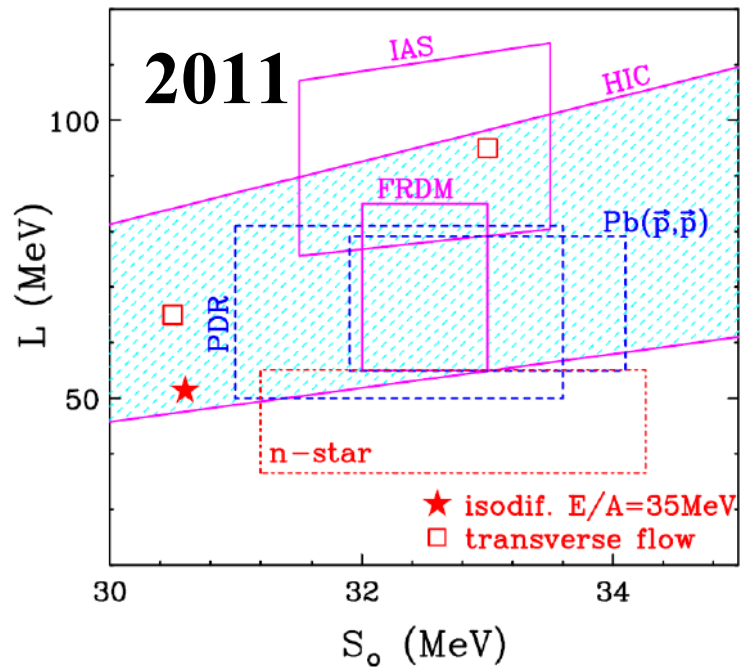
$$y^3 + z^3 = q, \quad 3yz = -p$$

を満たす (y, z) を使って3次方程式が解ける。

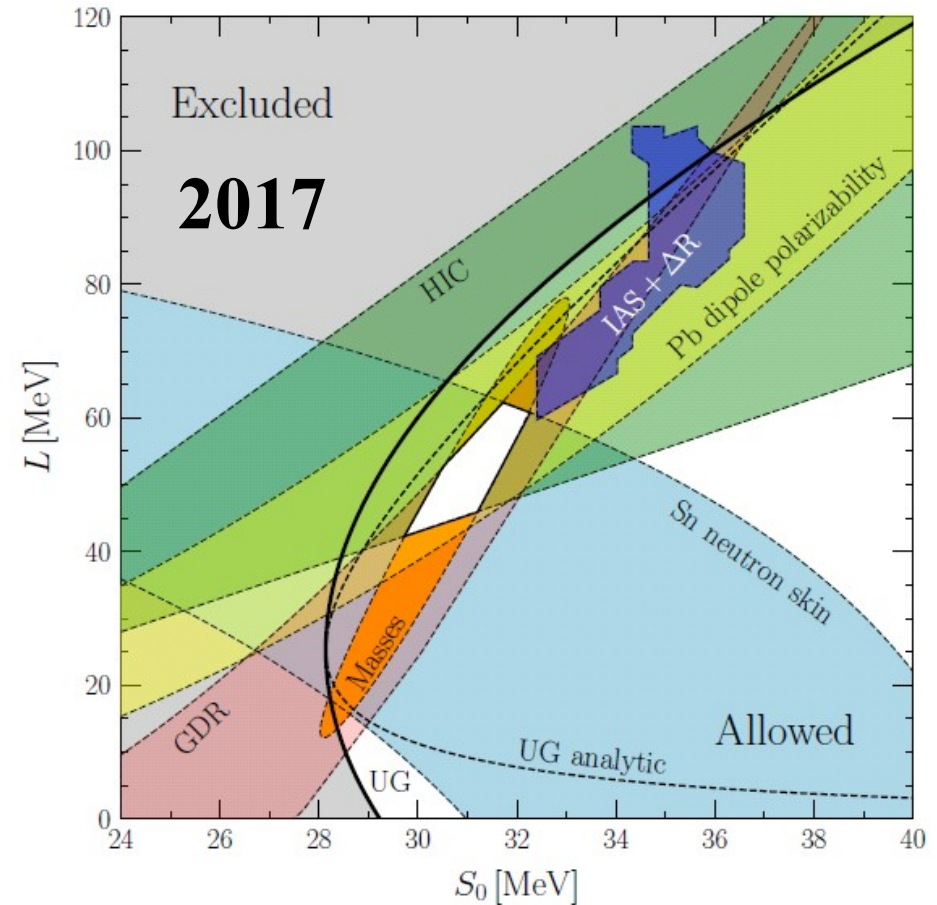
対称エネルギーパラメータ

■ Symmetry Energy Parameters

$$S(u) = S_0 + \frac{L}{3} (u-1) + \frac{K_{\text{sym}}}{18} (u-1)^2 + \mathcal{O}[(u-1)^3] \quad (u=n/n_0)$$

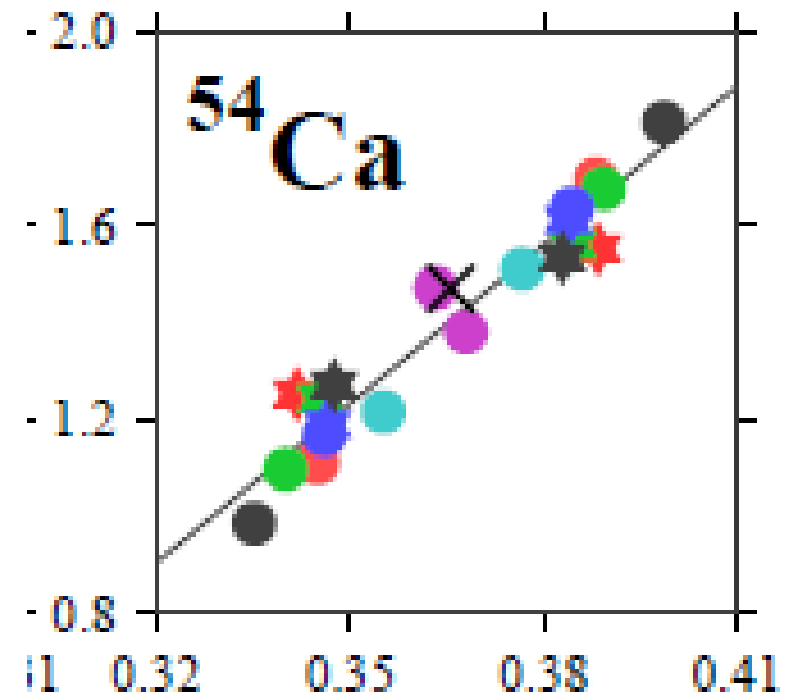
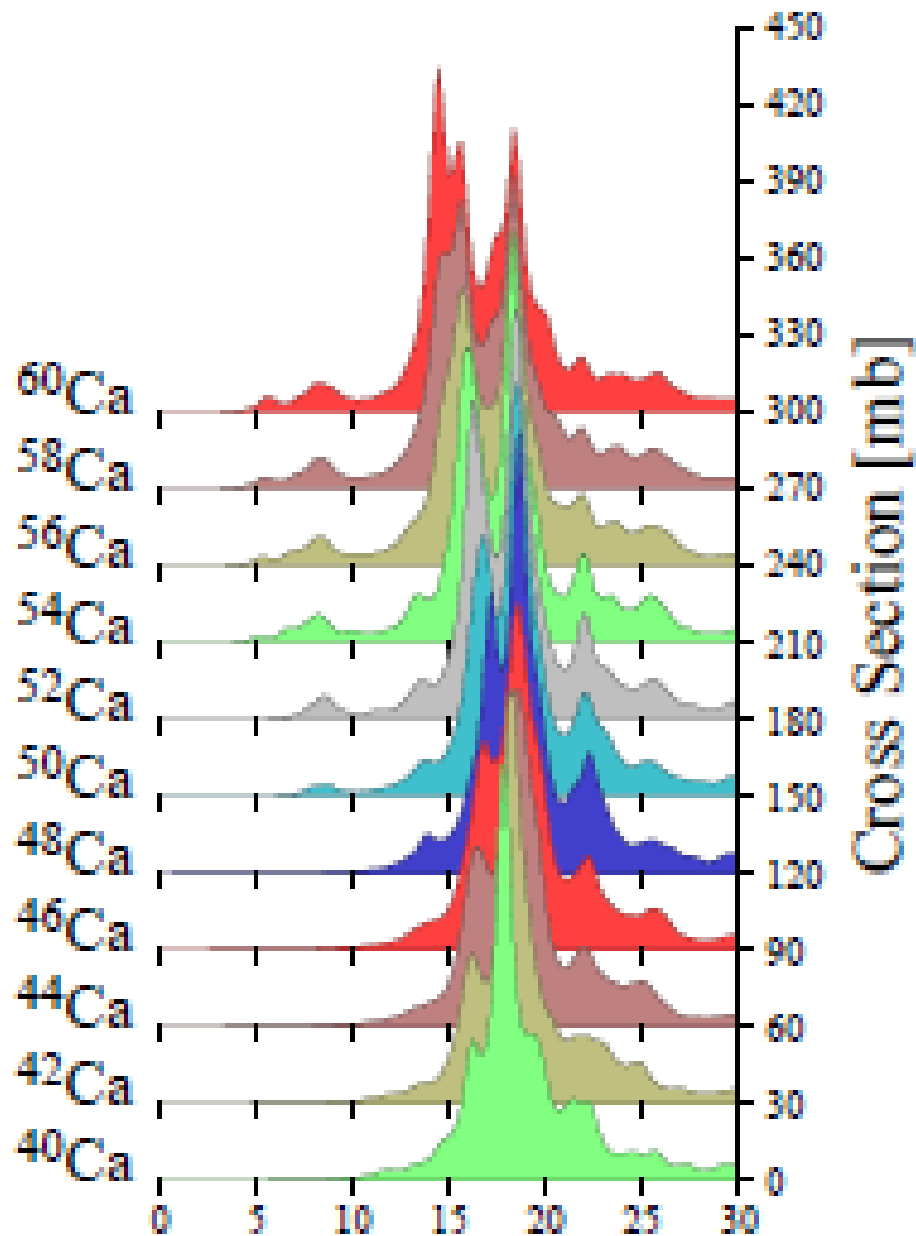


Tsang et al. ('12): NuSYM 2011



Lattimer, Lim ('13), Lattimer, Steiner ('14)
Tews, Lattimer, AO, Kolomeitsev ('16)

対称エネルギーと *Pigmy Dipole Resonance*



PDR → 対称エネルギー
Inakura et al. ('11,'13)

対称エネルギーパラメータから状態方程式へ

■ 核物質 EOS (k_F 展開)

Tews et al. ('17)

$$E(u, \delta) = E_{snm}(u) + \delta^2 S(u) \quad (\delta = (N - Z)/A)$$

$$S(u) = \Delta T(n_0) u^{2/3} + au + bu^{4/3} + cu^{5/3} + du^2$$

$$\simeq S_0 + \frac{L}{3}(u - 1) + \frac{K_{sym}}{18}(u - 1)^2 + \frac{Q_{sym}}{54}(u - 1)^3$$

$$E_{snm}(u, x) = T_0(n_0) u^{2/3} + a'u + b'u^{4/3} + c'u^{5/3} + d'u^2$$

$$\simeq E_0 + \frac{K_0}{18}(u - 1)^2 + \frac{Q_0}{54}(u - 1)^3$$

■ 高次パラメータ (既存の有益な模型から推定, $d'=0 \rightarrow Q_0$)

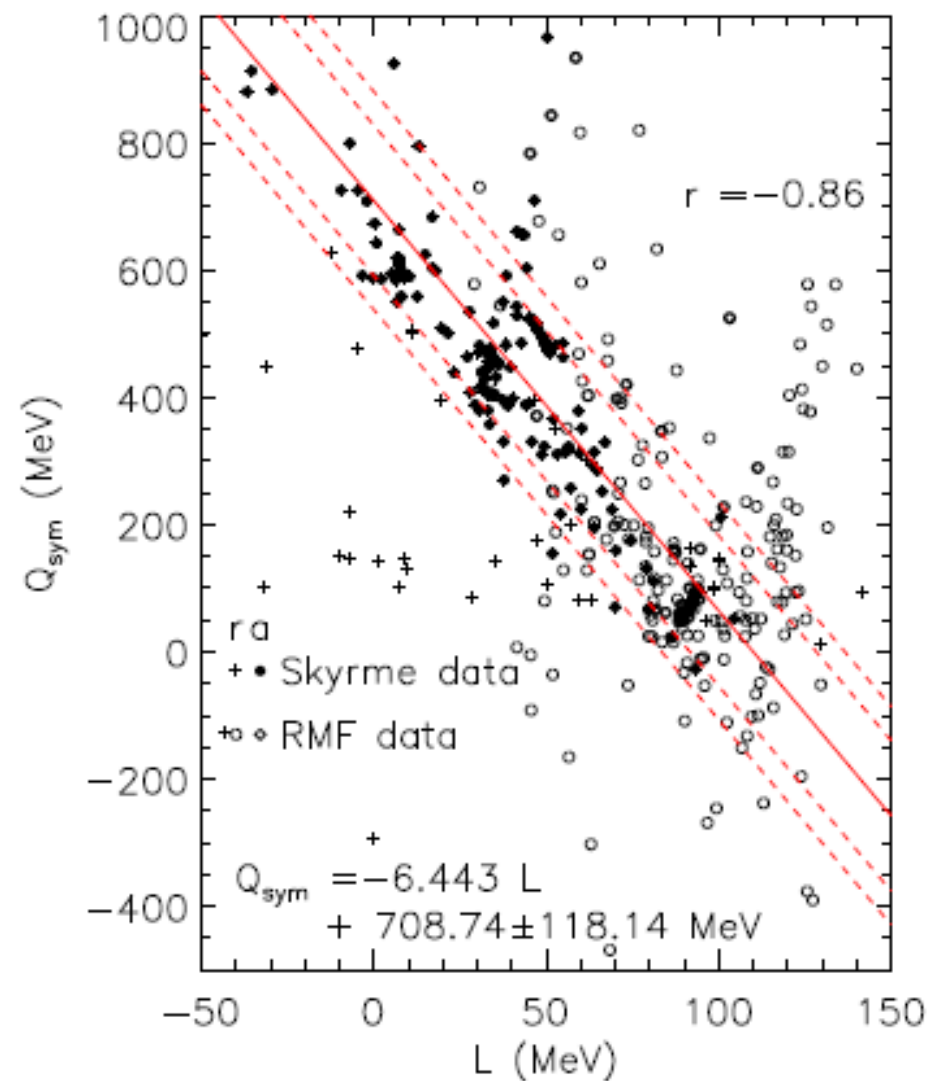
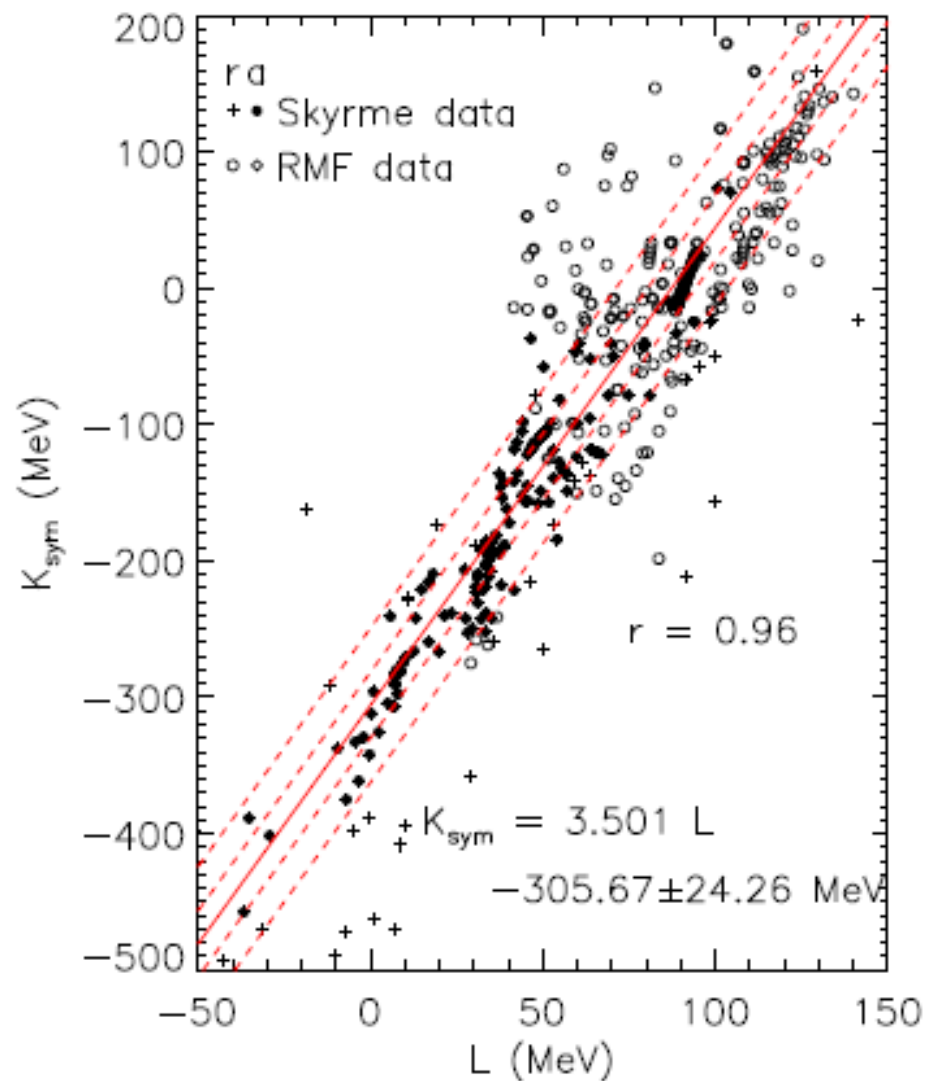
$$K_{sym} = 3.501L - (305.67 \pm 24.26)\text{MeV}$$

$$Q_{sym} = -6.443L + 708.74 \pm 118.14\text{MeV},$$

$$K_0 = (190 - 270)(= 230 \pm 40)\text{MeV}$$

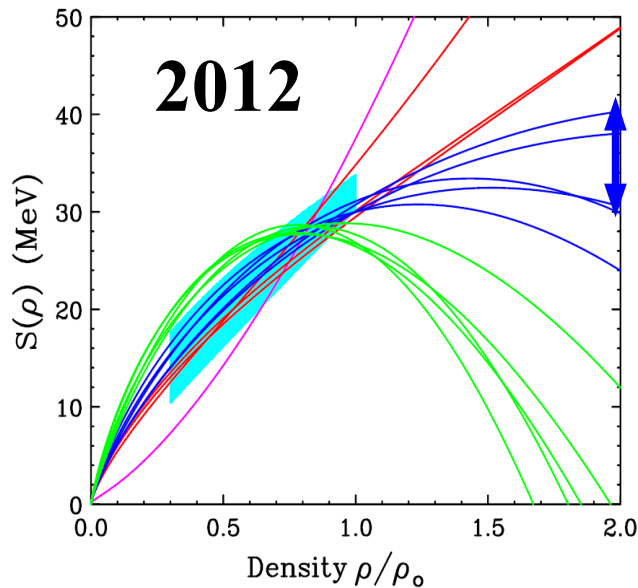
■ $u = \rho / \rho_0$ を与えると、 K_0, S_0, L の 1 次関数 $\rightarrow$ 端点が上限・下限

Ksym and Qsym

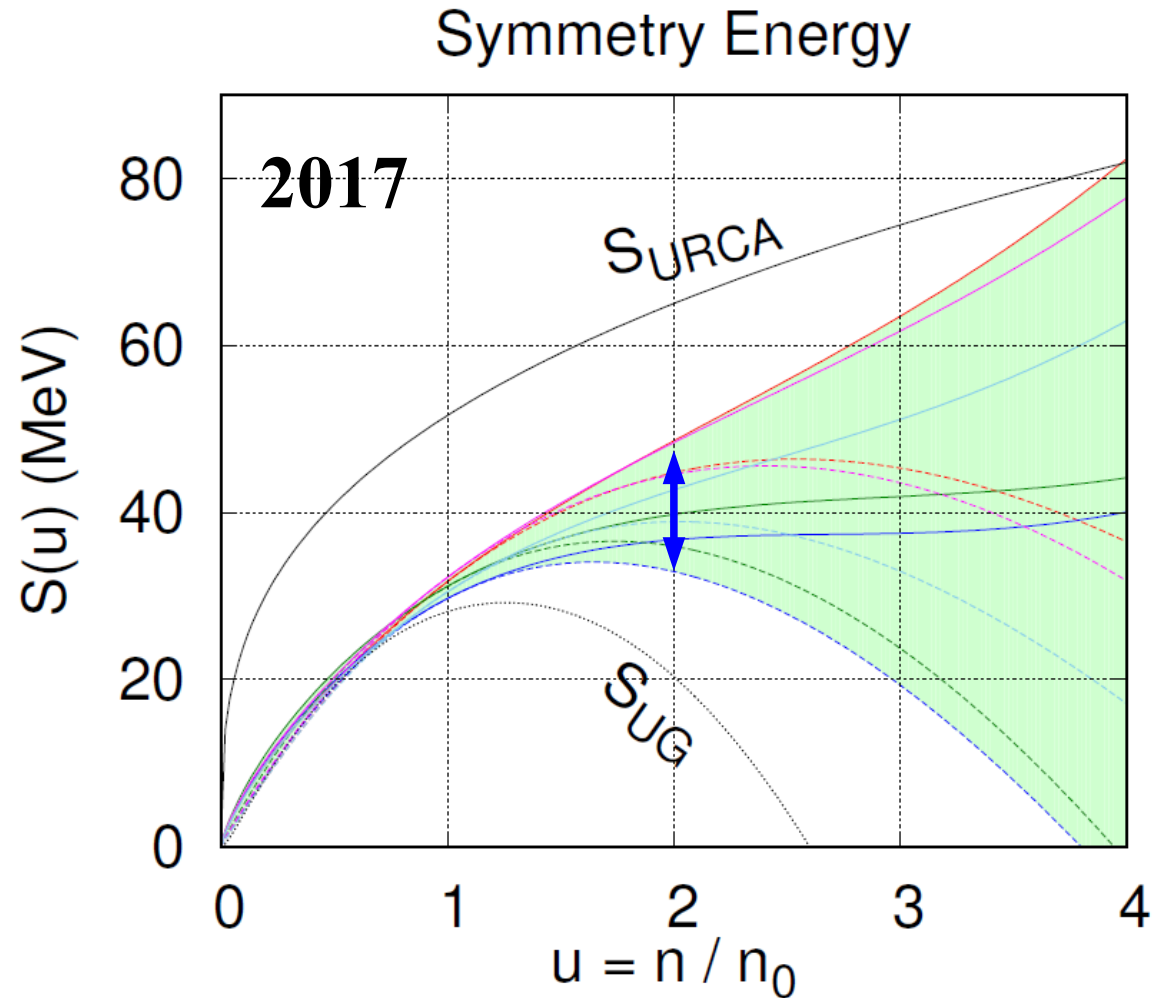


Tews et al. ('17)

対称エネルギー



*M. B. Tsang et al.,
PRC86 ('12) 015803.*

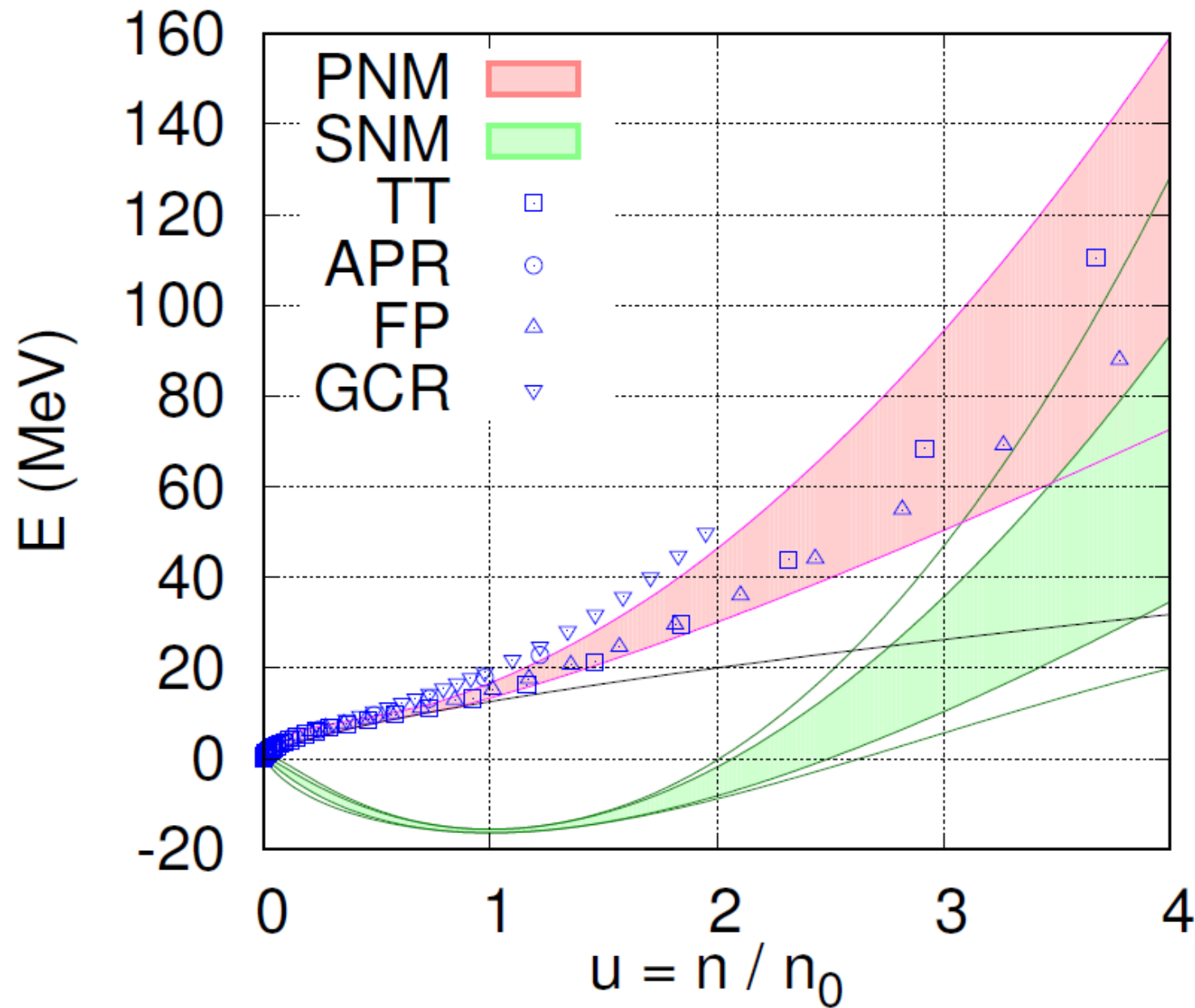


Based on Tews et al. ('17)

仮定

- (S_0, L) が5 角形の中
- k_F^n ($n=2,3,4,5,6$) で展開
- 2, 3 次の係数 ($K_{\text{sym}}, Q_{\text{sym}}$) が L と相関 (模型からの推定)

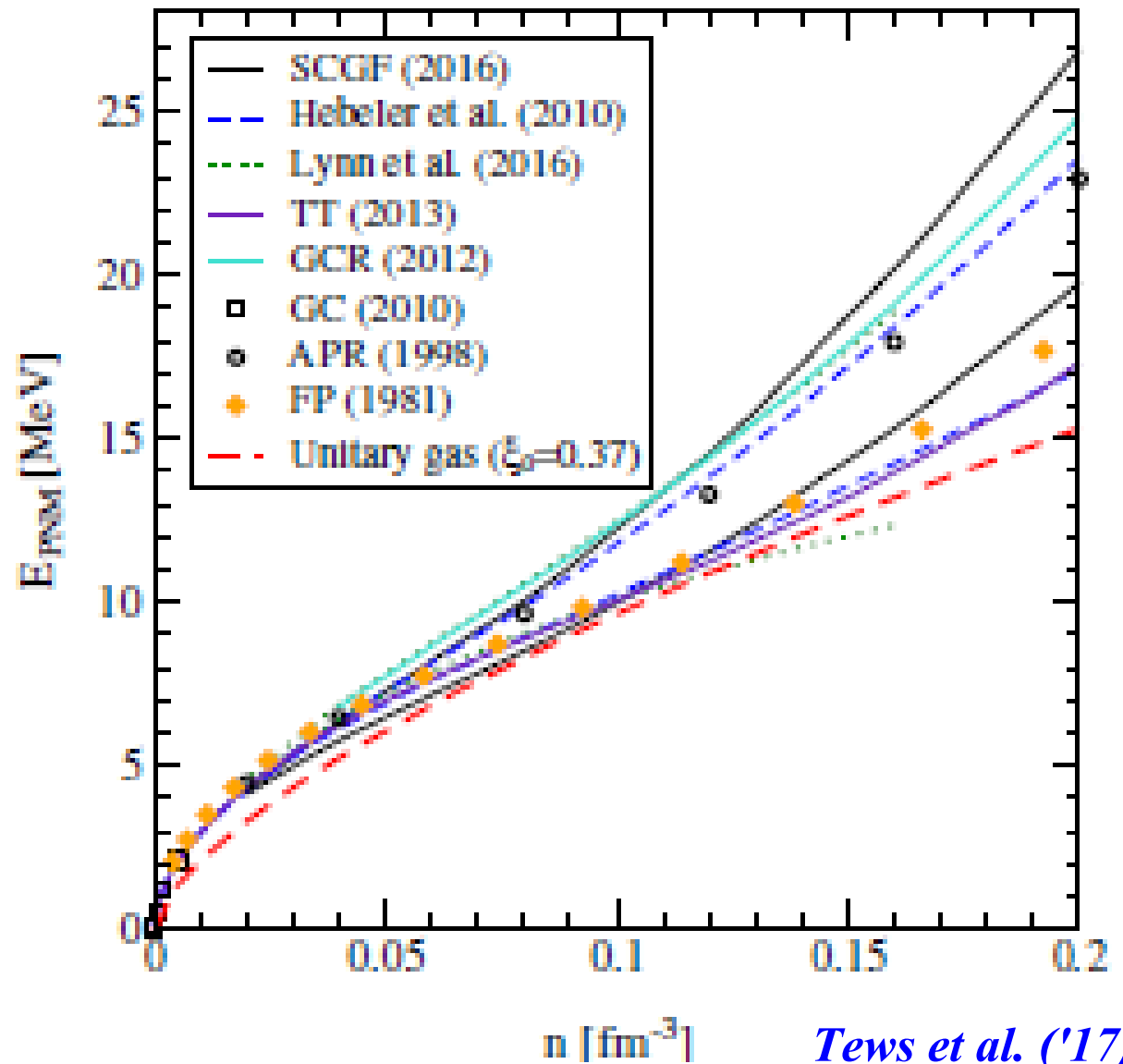
核物質狀態方程式



Based on Tews et al. ('17)

第一原理計算

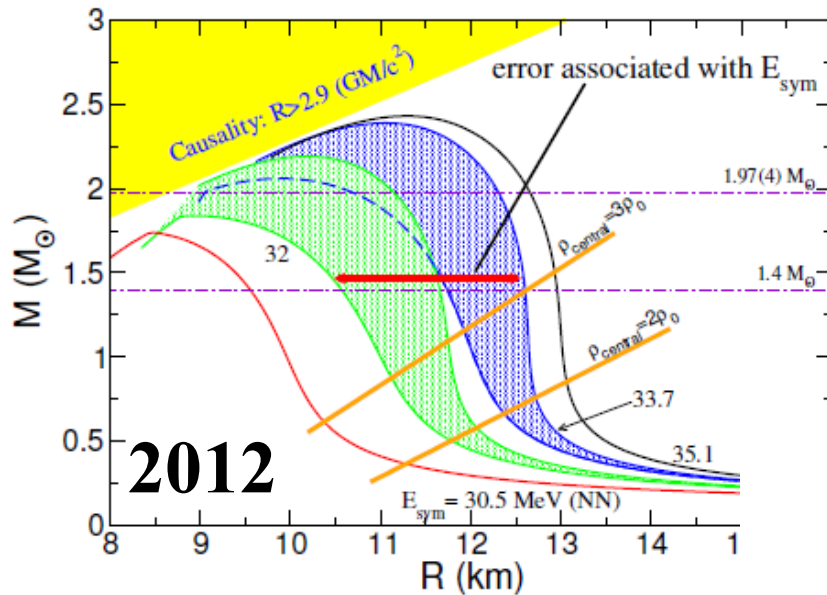
■ (生の) 現実的核力から出発する量子多体計算



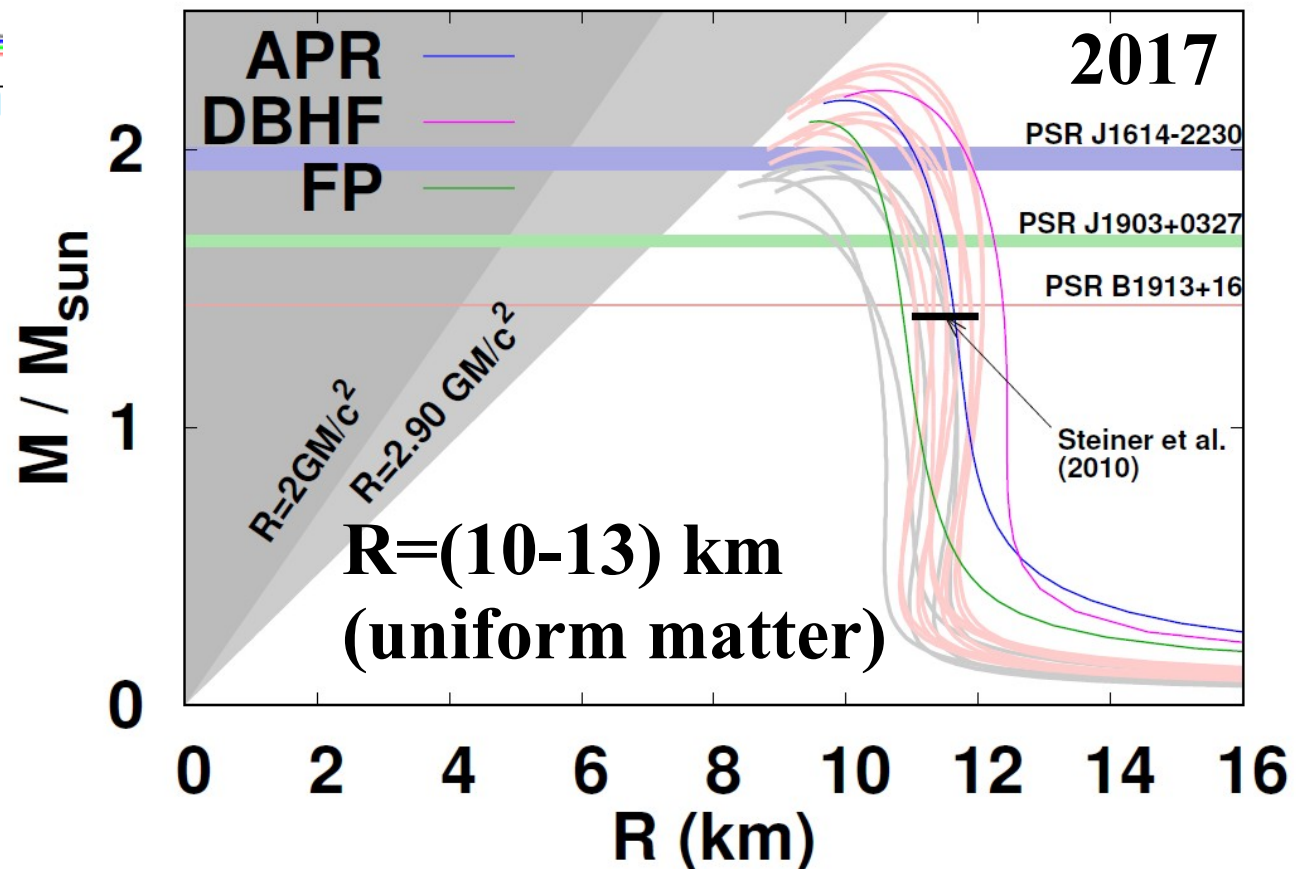
中性子星のMR 曲線

Based on Tews et al. ('17)

**$R(1.4) = (10-13)$ km
(unif. matter)**



*Gandolfi, Carlson, Reddy,
PRC85('12) 032801.*



■ 中性子星物質

- 構成粒子が中性子・陽子・電子 (・ミューオン) である場合、核物質 (中性子・陽子) からなる物質 (核物質) の状態方程式から中性子星物質の状態方程式が求められる。(一様・等方の場合)
- 非一様性 (原子核の存在、パスタの存在)、非等方性 (回転・磁場) などが強い場合にはさらなる考察が必要
- 核物理・天体物理・物性物理研究者の連携
→ 原子核と物性 (量子多体問題)
& 原子核と天体物理 (地上と天上)

■ 中性子過剰物質の EOS

- 5 年間で対称エネルギーパラメータは強く制限された
- しかし「外挿」、そして中性子星観測量にはまだ大きな不定性
→ to be continued