

書札 原子核物理学 I (原子核物理学)

0. Introduction: 総合講義.

1. 原子核の大きさ.

- $\sim 10 \text{ fm}$. \angle 断面積 \checkmark ①
- ラザフォード散乱. \checkmark ②
- 量子力学による散乱. \checkmark ①
- 密度分布. \checkmark ②

2. 原子核の質量

- 質量の定義
- 液滴模型
- Fermi Gas 模型
- 殻模型.

3. 核力

- 重陽子の性質. ~~核力~~ \checkmark 対称性: ハミルトン・Pインセン.
- ~~核力~~ 核力の概観
- OPEP.
- 核力の斥力芯.

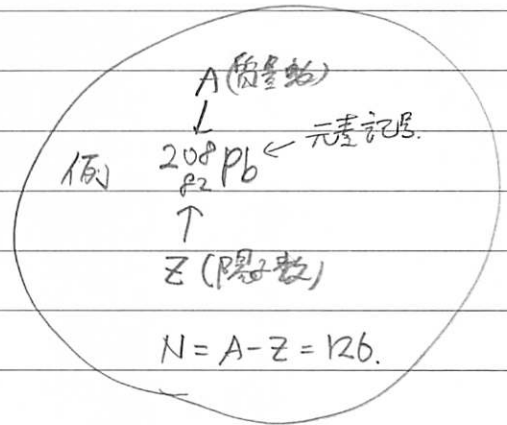
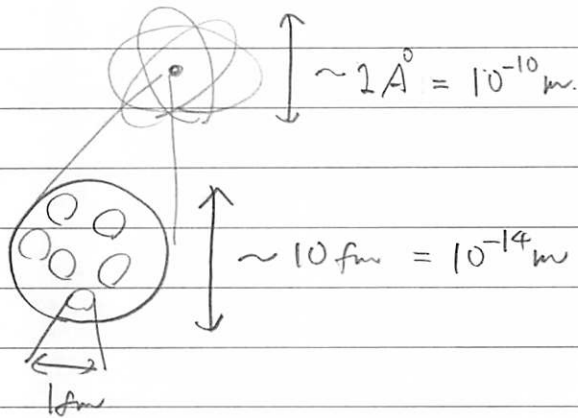
4. 原子核の励起.

- 変形と回転
 - 振動
 - 1粒子励起 (4.2)
 - 基底状態の スピン・パリティ (4.1)
 - γ -放射励起 (4.5)
- \leftarrow (4.4) 巨大共鳴

5. クォークとハドロン

- クォーク模型によるハドロン: SU(6).
- QCD と標準模型.

2 原子核の大きさ

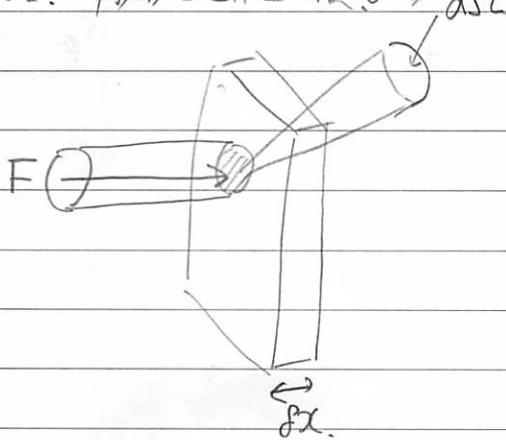


これほど小さな物の大きさをどのように測るか?

→ 粒子と衝突させて、散乱を測定する
の粒子

(ラザフォード・ガイガー・マースデンの方法 → 原子核の発見)

1.1. 散乱断面積の導出 $d\Omega$



面積 A (cm²)
強度 F (1/cm²/s) の粒子
数密度 n (1/cm³)、厚さ l (cm) の
物質に照射したとき、お角度 θ 、
立体角 $d\Omega$ の中に散乱される粒子数が
 dN である。単位時間あたり

$$dN = FA \cdot n \cdot l \cdot C \cdot d\Omega$$

C : 断面積の導出 → 微分断面積

"微分" である。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{FA \cdot n \cdot l} \left(\frac{dN}{d\Omega} \right)$$

$\frac{dN}{d\Omega}$ の極限。

全断面積 $\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$. (向からの散乱)

$N_{out} = \int \frac{dN}{d\Omega} d\Omega = FA \cdot n \cdot \sigma$

↑ 散乱数 ↑ 入射数

→ 散乱のかけ率は

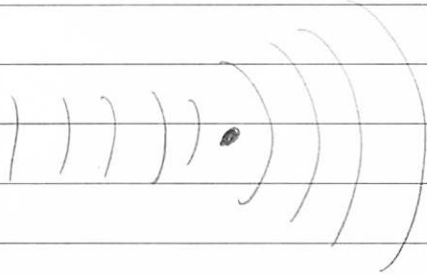
$\frac{N_{out}}{FA} = n \cdot \sigma$

↑ 個数

★ 断面積 柱の底面積
= 1コの散乱体あたりに
単位入射流あたりに
に散乱する面積

ポテンシャル

1.2 量子力学的取り扱い : 1個の標的を考える。



$\Psi(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r}$

↑ 入射波 ↑ 外向球面波

境界条件: 入射波 = 右運動量をもつ平面波

入射波以外 = ポテンシャル中心から出ていく波のみ!!

↑ 遠くでは

★ $\Psi = \frac{u(r)}{r} \cdot Y_{lm}$ とおくと

$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} u + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} u + V(r)u = E u$

→ $k_f = k_i = |k_i|$

$\therefore -u'' = k^2 u \rightarrow u = \underbrace{A e^{ikr}}_{\text{外向}} + \underbrace{B e^{-ikr}}_{\text{内向}}$

流束の密度

$\mathbf{j}_i = \frac{\hbar k_i}{m} n$, $\mathbf{j}_{sc} = \frac{\hbar}{r} |f(\theta, \varphi)|^2 \frac{1}{r^2} \cdot \omega$

$\therefore \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2$ (f = 散乱振幅)

$f(0, \varphi)$ を決めよう!!

Req. $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Phi_{in}^2 (Z_1 Z_2 d\Omega)^2}{\Phi_{out}}$

W.f. $\Psi(\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r}), \phi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$

Hamiltonian $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}, \hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$

Sch. Eq. $\nabla^2 \Psi = -k^2 \Psi$

$\hat{T}(\phi + \psi) + \hat{V}(\phi + \psi) = E(\phi + \psi)$

$\hat{T}\phi = E\phi$

$(E - \hat{T})\psi = \hat{V}(\phi + \psi)$

V が小さいとすると ψ は $\hat{V}\phi$ による 1 次項, $\hat{V}\psi$ は 2 次

ψ は ψ である

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot (k^2 + \nabla^2) \psi(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r})$$

$\frac{\hbar^2}{2m} (k^2 + \nabla^2) G(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r})$ とする Green func. $G(\mathbf{r})$ が決まる

$\psi(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}')$

$G(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{|\mathbf{r}|}$ を用いる (← 外向球面波の境界条件)

$\psi(\mathbf{r}) = -\frac{2m}{\hbar^2} \int d\mathbf{r}' \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'}$

遠方 (漸近領域) では $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 - 2\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}' + r'^2} \approx r(1 - \frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}'}{r^2})$

$\psi(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{r} \int d\mathbf{r}' e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\mathbf{k}_f\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'}$
($\mathbf{k}_f \equiv \mathbf{k} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}$)

$\therefore \Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \psi(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f(0, \varphi) \frac{e^{i\mathbf{k}_f\cdot\mathbf{r}}}{r}$

$$f(0, \varphi) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \int d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}_f\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'}$$

前回のメモ.

- 微分断面積 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$: 散乱確率
(1つの標的, 単位入射流束あたり.)

- 散乱波

$$\psi = \underbrace{\phi + \psi}_{\uparrow e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} + \frac{e^{i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}}}{r} f(\theta, \varphi)$$

$\mathbf{k} = \mathbf{k}_i$
↓

入射流束 $J_i = \frac{\hbar k}{m}$
散乱流束 $J_{sc} = \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta, \varphi)|^2}{r^2}$

$d\Omega$ の散乱数 $J_{sc} \cdot r^2 d\Omega = \frac{\hbar k}{m} |f(\theta, \varphi)|^2$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2$$

- Born 近似

$$\frac{\hbar^2}{2m} (k^2 + \nabla^2) \psi(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) + \cancel{V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r})}$$

$$\rightarrow \psi(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r}-\mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

$$\rightarrow -\frac{e^{i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}}}{4\pi r} \frac{2m}{\hbar^2} \int d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}'}$$

散乱振幅

$$f(\theta, \varphi) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | \hat{V} | \mathbf{k}_i \rangle$$

★ ポテンシャルのフーリエ変換 $\propto f$.

(*) の証明.

$$G(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \tilde{G}(\mathbf{p}) \quad \text{--- a.c.}$$

$$\left(\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2m} (k^2 - \mathbf{p}^2) \tilde{G}(\mathbf{p}) \right) \overset{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}}{=} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\therefore \tilde{G}(\mathbf{p}) = -\frac{2m}{k^2} \frac{1}{\mathbf{p}^2 - k^2}$$

$$\text{(A)} \quad -\frac{1}{2m} G(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \frac{1}{\mathbf{p}^2 - k^2}$$

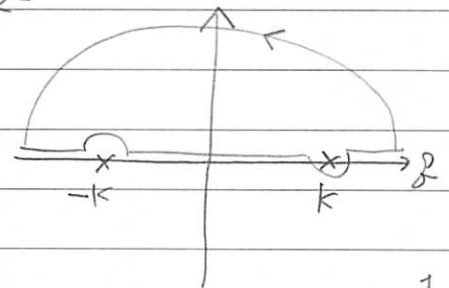
$$= \frac{1}{4\pi^2} \int \mathbf{p}^2 d\mathbf{p} \cdot \underbrace{d(\cos\theta)}_{=} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} \cos\theta} \frac{1}{\mathbf{p}^2 - k^2}$$

$$\frac{1}{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} (e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} - e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}})$$

$$= \frac{1}{4\pi^2 i \mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \int_0^\infty \mathbf{p}^2 d\mathbf{p} (e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} - e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}) \frac{1}{\mathbf{p}^2 - k^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi^2 i \mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \int_{-\infty}^\infty \frac{\mathbf{p}^2 e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{p}}{\mathbf{p}^2 - k^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi^2 i \mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \frac{k}{2k} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} 2\pi i = \frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}}{4\pi r}$$



(B) (C)

$$\int_V \Delta \left(\frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}}{4\pi r} \right) d\mathbf{r} = \int \nabla \left(\frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}}{4\pi r} \right) \cdot d\mathbf{S} = \int r d\Omega \frac{1}{r} \frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} (i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - 1)}{4\pi r^2} \frac{1}{r}$$

$$= e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} (i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - 1)$$

$$\int_V k^2 \frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}}{4\pi r} d\mathbf{r} = 4\pi k^2 \frac{1}{4\pi} \int_0^R r e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} dr = k^2 \left\{ \left[\frac{r}{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \right]_0^R - \frac{1}{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \int_0^R e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} dr \right\}$$

$$= -i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} - \frac{k^2}{(i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})^2} (e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} - 1) = -i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} + e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} - 1$$

$$\therefore \int_V (k^2 + 0) \left(\frac{e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}}{4\pi r} \right) d\mathbf{r} = -1 \quad // \text{OK}$$

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z_1 z_2}{r} = \text{atc.} \frac{z_1 z_2}{r} \quad (\text{17-0 ンポテンシャル}) \text{ に對して}$$

$$\begin{aligned} \langle k_f | V | k_i \rangle &= \int dr \cdot e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \text{atc.} \frac{z_1 z_2}{r} \\ &= \text{atc.} z_1 z_2 \cdot \int 2\pi \cdot r^2 dr \cdot e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d(\cos\theta) \frac{1}{r} \\ &= \text{atc.} z_1 z_2 \cdot 2\pi \cdot \int r dr \frac{1}{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} [e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} - e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}] \\ &= \text{atc.} z_1 z_2 \cdot 2\pi \cdot \frac{2}{q} \int_0^\infty dr \sin qr \\ &= 4\pi \cdot \frac{1}{q^2} \cdot (\text{atc.} z_1 z_2) \end{aligned}$$

Yukawa ポテンシャル $V(r) = \frac{e^{-\mu r}}{r}$ に對して

$$\begin{aligned} \langle k_f | V | k_i \rangle &= \int dr \cdot e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \cdot \frac{e^{-\mu r}}{r} \\ &= \int_0^\infty 2\pi \cdot r^2 dr d(\cos\theta) \cdot e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \frac{e^{-\mu r}}{r} \\ &= \int_0^\infty 2\pi \cdot r dr e^{-\mu r} \cdot (e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} - e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}) \frac{1}{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \\ &= \frac{2\pi}{i\mathbf{q}} \cdot \left[\frac{e^{r(-\mu+i\mathbf{q})}}{-\mu+i\mathbf{q}} - \frac{e^{r(-\mu-i\mathbf{q})}}{-\mu-i\mathbf{q}} \right]_0^\infty \\ &= -\frac{2\pi}{i\mathbf{q}} \cdot \left[\frac{1}{-\mu+i\mathbf{q}} - \frac{1}{-\mu-i\mathbf{q}} \right] = -\frac{2\pi}{i\mathbf{q}} \frac{\mu-i\mathbf{q} + \mu+i\mathbf{q}}{\mu^2 + \mathbf{q}^2} = -\frac{2\pi}{i\mathbf{q}} \frac{2\mu}{\mu^2 + \mathbf{q}^2} \\ &= \frac{4\pi}{\mu^2 + \mathbf{q}^2} \end{aligned}$$

$\mu \rightarrow 0$ の 17-0 ンポテンシャル

1.3. ラザフォード散乱

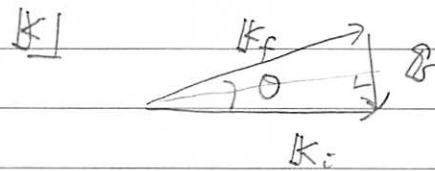
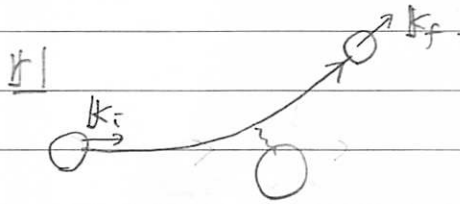
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2 = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2}\right)^2 |\langle \mathbf{k}_f | V | \mathbf{k}_i \rangle|^2$$

7-0ンポテンシャルを仮定して

$$V(r) = \frac{e^2 z_1 z_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

||
αhc

$$\langle \mathbf{k}_f | V | \mathbf{k}_i \rangle = \alpha hc z_1 z_2 \cdot \frac{4\pi}{q^2}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$$



$$|\mathbf{q}| = 2 \cdot k \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{4\pi^2 \hbar^4} \alpha^2 \hbar^2 z_1^2 z_2^2 \cdot \frac{16\pi^2}{q^4} = \left(\frac{2\alpha z_1 z_2 mc}{\hbar k^2}\right)^2 \frac{1}{(2 \sin \frac{\theta}{2})^4}$$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = \left(\frac{\alpha z_1 z_2 mc}{E}\right)^2 \frac{1}{(2 \sin \frac{\theta}{2})^4}}$$

ラザフォードの公式 (ε-線)

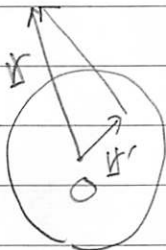
(点電荷の間の7-0ン散乱)

★ 原子核は点電荷でなく、大きさをもち、

→ 散乱でどのように見えるか？

1.4 (原子核の密度分布) 構造因子

電荷密度 $\rho(r)$ $\left[\int \rho(r) dr = 1 \right]$



クーロンポテンシャル

$$V(r) = \frac{1}{V_0} \int dV' \frac{\rho(r')}{|r-r'|}$$

$$V_{fc} = V_0 \int dV' dV \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho(r)}{|r-r'|}$$

$$= V_0 \int dV' dS \left(e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \frac{1}{|S|} \right) \rho(r) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}'}$$

$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{S}$

$$= \frac{4\pi V_0}{q^2} \times \int dV \rho(r) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

点電荷 $F(\mathbf{q})$: 構造因子

大まかに原子核によるクワンタム散乱

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} |F(\mathbf{q})|^2$$

微分断面積 $\rightarrow F(\mathbf{q}) \xrightarrow{\text{フーリエ変換}} \rho(r)$

実際には小さな δ でしか断面積は測れない!

• 小さな $\delta \rightarrow R$ の展開

$$F(R) \simeq \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \cdot \left\{ 1 + i\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{2} (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\delta})^2 - \dots \right\}$$

$$\simeq \underbrace{\int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r})}_1 + i\mathbf{r} \cdot \underbrace{\int d\mathbf{r} \mathbf{r} \rho(\mathbf{r})}_{\text{重心} \rightarrow 0 \text{ 付近}}$$

$$- \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) r_i r_j \delta_i \delta_j$$

$$\underbrace{\quad}_{\frac{1}{3} \delta_{ij} \langle r^2 \rangle \text{ (球対称)}}$$

$$= 1 - \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle \delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4)$$

δ が小さいと

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = 1 - \frac{1}{3} \langle r^2 \rangle \delta^2 + \dots$$

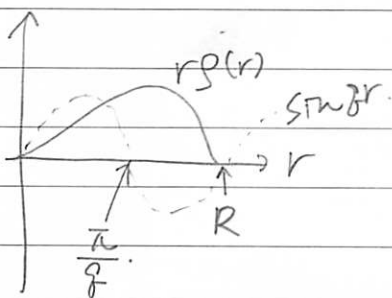
$\langle r^2 \rangle =$ 平均2重半径

• 球対称分布の場合の計算

$$F(R) = \int r^2 dr \int d(\cos\theta) \int d\varphi \cdot \rho(r) \cdot e^{i\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\delta}}$$

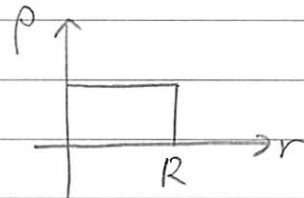
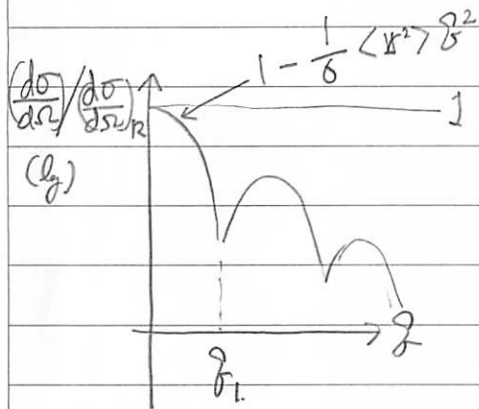
$$= 2\pi \int r^2 dr \cdot \rho(r) \cdot \frac{1}{2\delta r} \cdot \left[e^{i\delta r} - e^{-i\delta r} \right]$$

$$= \frac{4\pi}{\delta} \int r dr \rho(r) \sin \delta r$$



\rightarrow 最初 $F=0$ となる $R = R_1 \propto \frac{1}{R}$

$$\left(\frac{\pi}{\delta_1} \approx \frac{R}{2} \right)$$



(15) $\rho(r) = \left(\frac{4\pi}{3} R^3\right)^{-1} \cdot \Theta(R-r)$ (一様球) の場合.

$$F(\delta) = \frac{4\pi}{\delta} \int_0^R r dr \sin \delta r = \frac{4\pi}{\delta} \left\{ \frac{1}{\delta} [r \cos \delta r]_0^R + \frac{1}{\delta} \int_0^R dr \cos \delta r \right\}$$

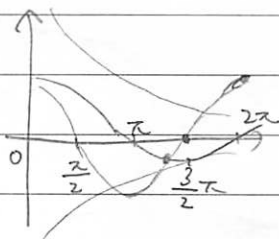
$$= \frac{4\pi}{\delta^2} \left\{ -R \cos \delta R + \frac{1}{\delta} [\sin \delta r]_0^R \right\}$$

$$= \frac{4\pi}{\delta^3} \left\{ \sin \delta R - \delta R \cos \delta R \right\} \rightarrow \frac{\sin x}{x} = \cos x \text{ の解 } x_0$$

$\rightarrow \delta_1 R = x_0 !!$

\uparrow
 1.3π

$R \approx \frac{1.3\pi}{\delta_1}$



2.5. 原子核の密度分布

系統的な電子散乱の測定 (1950~木77A, A-5)

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[\frac{r - R_{\text{ms}}}{d}\right]} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Woods-Saxon 型} \\ \text{又は Fermi 型} \end{array} \right)$$

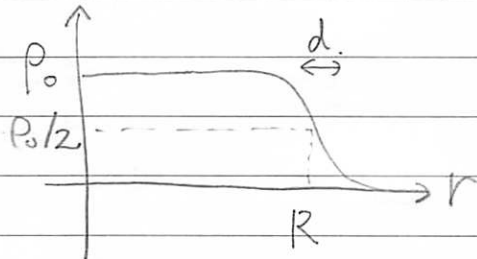
↑
陽子 + 中性子

$$R_{\text{ms}} \doteq 1.07 A^{1/3} \text{ fm}, \quad d \doteq 0.54 \text{ fm}$$

fm ぼやけ度 (diffuseness)

— 核球モデル — $R_0 \doteq 1.21 A^{1/3}$

半径 $\propto A^{1/3}$ → 体積 $\propto A$ → 原子核の密度は核種によらず
中心部の ほぼ一定
(核密度の飽和性)



↑ 2004/10/22

2. 原子核の質量.

2.1 質量と束縛エネルギー

・原子核の表し方.

A_Z (元素記号)

・質量の単位.

$$1 \text{ amu} = \frac{12g}{12 \times N_A} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg.}$$

(中性炭素原子 ${}^{12}_6\text{C}$ の質量 = 12.0)

Einstein の関係式. $E = mc^2$
I 記号の単位 MeV

$$\rightarrow 1 \text{ amu} = 931.494 \text{ MeV}/c^2.$$

$$\approx 1000 \text{ MeV}/c^2.$$

・核の質量.

$$M_p = 938.2723 \text{ MeV}/c^2 > 1 \text{ amu}$$

$$M_n = 939.5653 \text{ MeV}/c^2 > 1 \text{ amu}$$

★ 原子核の質量 < 構成核の質量の和 \rightarrow 質量欠損

$$\sum M_p + N M_n$$



$$M(A, Z)$$

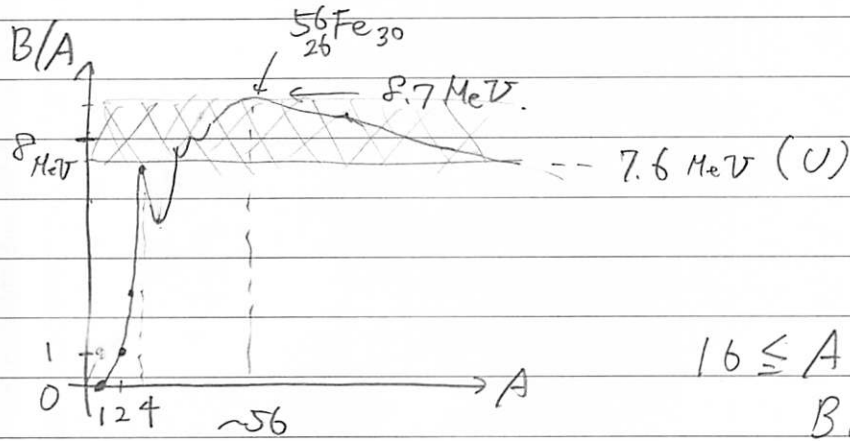
・束縛エネルギー.

$$B(A, Z) = Z M_p + (A - Z) M_n - M(A, Z)$$

核の質量 \rightarrow 中性原子.

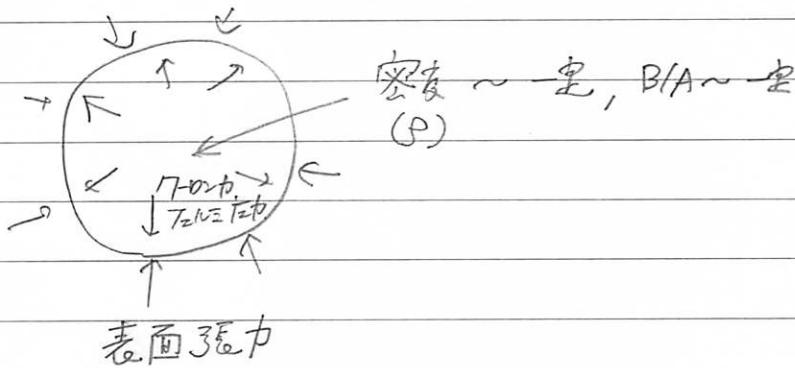
$$\approx Z M_H + (A - Z) M_n - M_{\text{Atom}}(A, Z)$$

(電子の束縛エネルギーの差を無視)



原子核は、(密度がほぼ一定、
核子あたりの束縛エネルギーがほぼ一定)
→ 液滴模型

2.2 液滴模型



液滴の

束縛エネルギー = 体積エネルギー + 表面エネルギー + γ -Dエネルギー

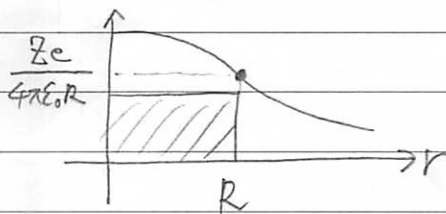
$$\rightarrow B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

$$= a_v \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \frac{a_p \rho p}{A^{1/2}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{量子力学的な} \\ \text{エネルギー} \end{array}$$

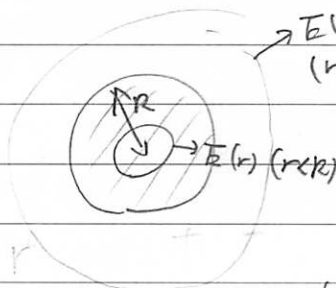
対称エネルギー 対称エネルギー

• γ -D = E

- 標荷電球の γ -D = E



$$\rho_e = \left(\frac{4\pi}{3} R^3\right)^{-1} \times Ze \times \theta(R-r)$$



$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r^2} & (r > R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cdot Ze \left(\frac{r}{R}\right)^3 & (r \leq R) \end{cases}$$

$$\phi(r) = - \int_{\infty}^r E(r) dr = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r} & (r > R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R} \\ - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^3} \cdot \frac{1}{2} (r^2 - R^2) & \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right) & (r \leq R) \end{cases}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^R (4\pi r^2 dr) \cdot \rho_e \cdot \phi(r)$$

$$= \frac{1}{2} 4\pi \rho_e \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Ze}{R} \int_0^R \left(\frac{3}{2} r^2 - \frac{1}{2} \frac{r^4}{R^2} \right) dr.$$

$$= \frac{1}{2} R^3 - \frac{1}{10} \frac{R^5}{R^2} = \frac{2}{5} R^3$$

$$= \frac{1}{2} 4\pi \cdot \frac{3}{4\pi R^3} \cdot Z^2 \cdot \text{etc.} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{2}{5} R^3 = \frac{3}{5} \frac{Z^2}{R} \cdot \text{etc.}$$

$$E_c = \frac{3}{5} \cdot \text{etc.} \frac{Z^2}{R} \approx \frac{3}{5} \frac{\text{etc.}}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

$$\left[\frac{3}{5} \frac{197}{187} \approx 0.86 \right] \approx 0.72 \text{ MeV}$$

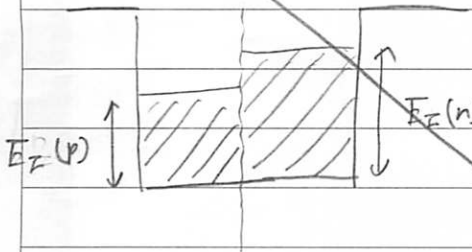
↑
1.2

↑ 10/31

• 対称エネルギー — $\therefore \rightarrow Z \approx N$ の原子核と安定な対称核 —

- 箱型モデル — 3次元の立方体 $T=0$ の核。
- 量子状態あり。2つ (↑, ↓) の核。

Fermi Gas Model



$$\frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}$$

$$\rightarrow \Sigma = \int d^3 p \int_{|r| < R} d^3 r \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \times 2 = \frac{V \cdot P_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$$= \frac{4\pi}{3} P_F^3 V \cdot \frac{2}{8\pi^2 \hbar^3}$$

$$P_F(p) = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{1/3} \times \left(\frac{Z}{A} \right)^{1/3}$$

$$P_F(n) = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{1/3} \times \left(\frac{N}{A} \right)^{1/3}$$

$$\frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{V_0^2} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{2/3} \left(\frac{2}{A}\right)^{2/3}$$

$\int \psi^* \psi E_n \psi_0$

$$E_K = \langle E \rangle_p \cdot Z + \langle E \rangle_n \cdot N$$

$$= \frac{3}{5} \frac{1}{2M} \left\{ p_F^2 \cdot Z + p_F^2 \cdot (N) \right\} = \left(\frac{3}{5} \frac{1}{2M} \frac{\hbar^2}{V_0^2} \left(\frac{9\pi}{4A}\right)^{2/3} \right) (Z^{5/3} + N^{5/3})$$

$$Z + N = A \quad Z = N = \frac{A}{2} \quad E_K \text{ is } Z = N = \frac{A}{2} \quad \frac{\partial}{\partial Z}$$

$$\frac{\partial E_K}{\partial Z} = C \cdot \left(\frac{5}{3} Z^{2/3} - \frac{5}{3} (A-Z)^{2/3} \right) = 0 \quad @ \quad Z = N = \frac{A}{2}$$

$$\frac{\partial^2 E_K}{\partial Z^2} = C \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(Z^{-1/3} + (A-Z)^{-1/3} \right) = \frac{10}{9} C \cdot 2 \cdot \left(\frac{A}{2}\right)^{-1/3} \quad @ \quad Z = N$$

$$\rightarrow E_K \approx \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{V_0^2} \left(\frac{9\pi}{4A}\right)^{2/3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{A}{2}\right)^{5/3}$$

$$\frac{3}{5} \frac{A}{2} \left(\frac{A}{2}\right)^{2/3}$$

$$Z=N \quad = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{V_0^2} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{2/3} A$$

$$E_F \approx 33 \text{ MeV}$$

$$E_K \approx \frac{3}{5} E_F \cdot A + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} \right) \cdot (Z - \frac{A}{2})^2$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{V_0^2} \left(\frac{9\pi}{4A}\right)^{2/3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{A}{2}\right) \cdot \left(\frac{A}{2}\right)^{2/3} \cdot \frac{1}{4} (Z - \frac{A}{2})^2$$

$$= \frac{1}{3} E_F \cdot \frac{(2A - Z)^2}{A}$$

$$\approx 11 \text{ MeV}$$

☆ Fermi Gas の Sym. En 半命程度説明可.

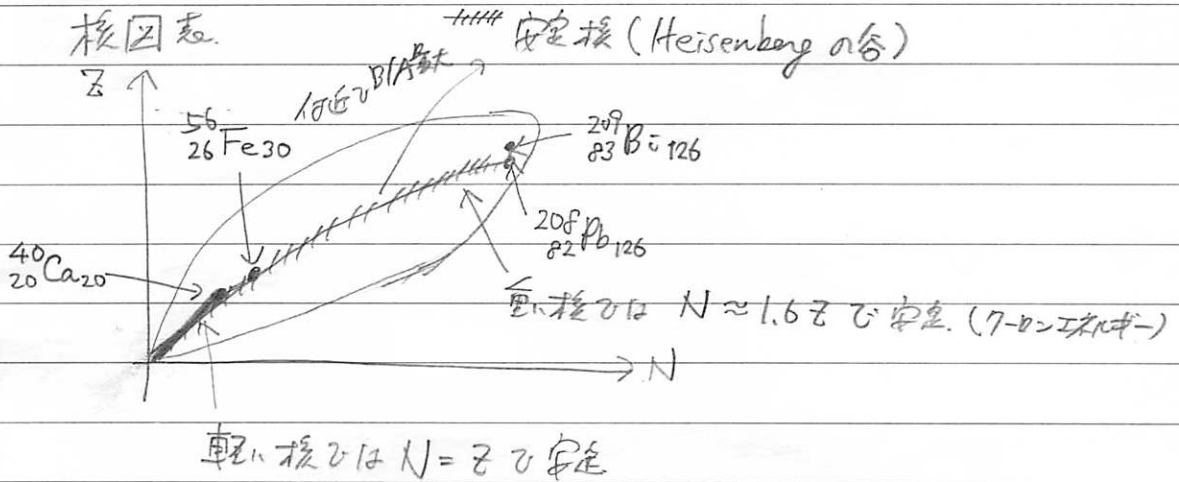
• 対エネルギー... 同程のエネルギーが知られる。エネルギーは低くなる
c.f. 超電導. $\begin{matrix} \oplus & \oplus \\ e & e \end{matrix}$

$\begin{matrix} \oplus & \oplus \\ n & n \end{matrix}$

$$S_p = \begin{cases} 1 & (\text{偶-偶}) \\ 0 & (\text{奇 奇}) \\ -1 & (\text{奇 "}) \end{cases}$$

$Q_\nu = 15.85 \text{ MeV}$, $Q_\beta = 10.34 \text{ MeV}$, $Q_c = 0.71 \text{ MeV}$
 $Q_\alpha = 23.21 \text{ MeV}$, $Q_p = 12 \text{ MeV}$.

• 原子核の存在領域

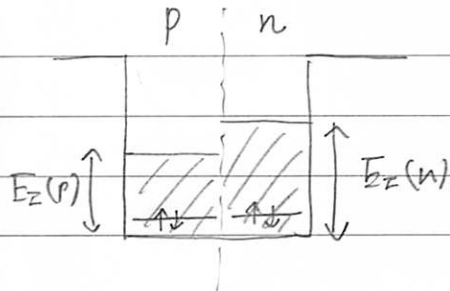


2.3 Fermi Gas 模型

原子核 \approx 箱型ポテンシャルにフェルミ粒子が下から入っている。

• $T=0$

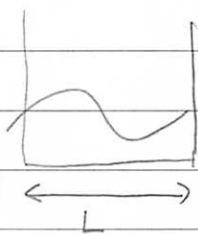
• 1つの量子状態に2つ (\uparrow, \downarrow) の陽子, 中性子。



• フェルミ分布関数

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - \mu}{T}\right)} \xrightarrow{T \rightarrow 0} \Theta(\mu - E)$$

• 状態数



周期境界条件 (1次元)

$$e^{ikx} = e^{ik(x+L)} \rightarrow kL = 2\pi n$$

状態数

$$dn = \frac{L}{2\pi} dk = \frac{L}{2\pi\hbar} dp$$

3次元

$$dn = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \cdot d^3P$$

• $Z = N = A/2$ の場合

$$A = 2 \times 2 \times \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \times \int_{|P| < P_F} d^3P = \frac{4V}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{4\pi}{3} P_F^3$$

$$V = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A \text{ 代入}$$

$Z = N$ 運動量

$$A = \left(\frac{P_F}{2\pi\hbar}\right)^3 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot 4 \cdot \frac{4\pi}{3} (r_0^3) A \rightarrow P_F = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \sim 250 \text{ MeV}/c$$

$$\frac{\hbar P_F}{8\pi^2 \cdot 9}$$

フェルミエネルギー。

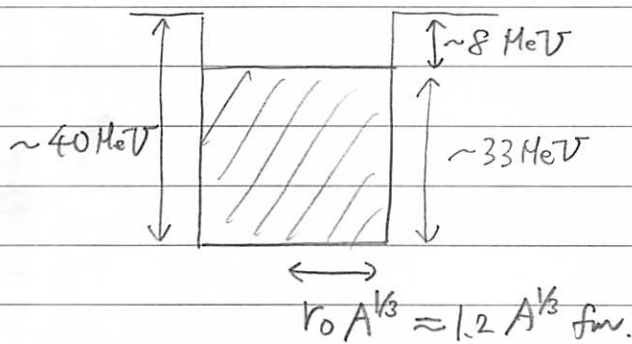
$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} \approx 33 \text{ MeV.}$$

平均運動エネルギー。

$$\langle E \rangle = \frac{4V}{(2\pi\hbar)^3} \int_{|p| < p_F} dp \cdot \frac{p^2}{2m} / A$$

$$= \frac{1}{2m} \int dp \cdot p^2 / \int dp = \frac{1}{2m} \int_0^{p_F} p^2 dp \cdot p^2 / \int_0^{p_F} p^2 dp$$

$$\rightarrow \langle E \rangle = \frac{3}{5} \frac{p_F^2}{2m} = \frac{3}{5} E_F \approx 20 \text{ MeV.}$$



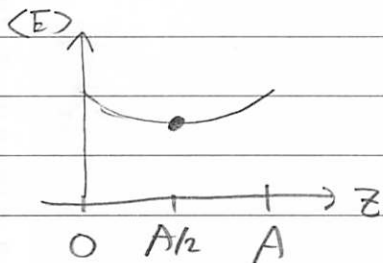
• $Z \neq N$ の場合: 対称取扱い-

$$\begin{cases} P_F(Z) = \frac{h^3}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \left(\frac{2Z}{A}\right)^{1/3} = P_{F0} \left(\frac{2Z}{A}\right)^{1/3} \\ P_F(N) = \frac{h^3}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \left(\frac{2N}{A}\right)^{1/3} = P_{F0} \left(\frac{2N}{A}\right)^{1/3} \end{cases}$$

平均運動エネルギー-

$$\left(\frac{Z}{A} = x, \frac{N}{A} = 1-x, \frac{2N}{A} = 2(1-x)\right)$$

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \frac{1}{A} \left\{ \langle E \rangle_p \cdot Z + \langle E \rangle_n \cdot N \right\} \\ &= \frac{1}{A} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{P_{F0}^2}{2M} \left\{ \left(\frac{2Z}{A}\right)^{2/3} \frac{2Z}{A} + \left(\frac{2N}{A}\right)^{2/3} \frac{2N}{A} \right\} \\ &= \frac{3}{5} E_{F0} \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2Z}{A}\right)^{5/3} + \left(\frac{2N}{A}\right)^{5/3} \right\} \end{aligned}$$



$$\frac{\partial \langle E \rangle}{\partial Z} = \frac{3}{8} E_{F0} \times \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{A} \left\{ \left(\frac{2Z}{A}\right)^{2/3} - \left(2 - \frac{2Z}{A}\right)^{2/3} \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \langle E \rangle}{\partial Z^2} = \frac{E_{F0}}{A} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{A} \left\{ \left(\frac{2Z}{A}\right)^{-1/3} + \left(2 - \frac{2Z}{A}\right)^{-1/3} \right\}$$

$$= \frac{4E_{F0}}{3A^2} \cdot (N=Z)$$

$$\rightarrow \langle E \rangle = \frac{3}{5} E_{F0} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \langle E \rangle}{\partial Z^2} \right) \left(Z - \frac{A}{2} \right)^2$$

$$= \frac{3}{5} E_{F0} + \frac{E_{F0}}{3} \frac{(2Z-A)^2}{A^2}$$

11 MeV.

一方 質量欠損は $A_{sym} \approx 23 \text{ MeV}$

★ Fermi Gas 模型を対称取扱い - の約半分

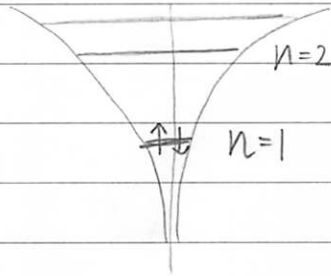
2.4 Shell 模型 (殻)

2.4.1

• 原子の殻構造

→ $Z = 2, 10, 18, 36, 54, 86$ で不活性 (安定)
He Ne Ar Kr Xe Rn

17-Dポテンシャル.



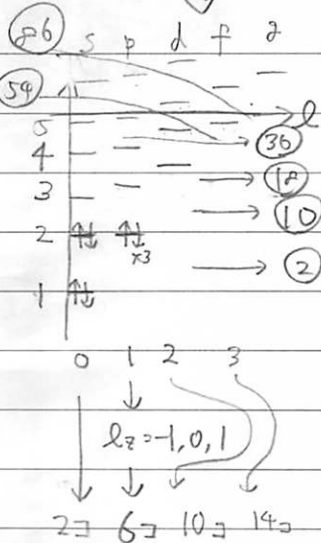
$$E_n = \frac{1}{2} M_e c^2 \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)^2 \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 511 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{2 \times 10^8 \text{ eV}}$$

$$n = n_r + n_e$$

$$n_r = 1, 2, \dots$$

$$n_e = 0, 1, 2, \dots$$

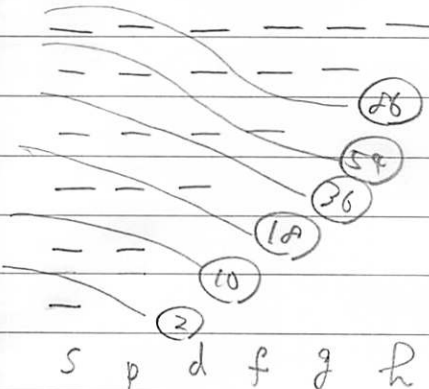


電子間の相互作用, スピン軌道力により.

縮径がとけず → l の小さな状態が下!!

△ 殻構造,

→ 二粒子状態エネルギーの
近似的縮径



2.4.2.

• 原子核の殻構造

• 魔法数

→ $Z, N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$

($Z \rightarrow$ He, O, Ca, Ni, Sn, Pb, ...)

のとき原子核はそれぞれの核に N で安定

?? $\Gamma=0$ しかと置ける殻構造 \rightarrow ポテンシャルの形は?

• 3次元調和振動子

↓ 1次元

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \hat{r}^2 = \hat{H}_x + \hat{H}_y + \hat{H}_z$$

$$E = \hbar\omega(N + \frac{3}{2}), \quad N = N_x + N_y + N_z$$

同じ N である (N_x, N_y, N_z) の組み合わせの数は?

$${}_{N+2}C_2 = \frac{(N+2)(N+1)}{2}$$

N の量

N	${}_{N+2}C_2$	$2 \times {}_{N+2}C_2$	計
0	1	2	2
1	3	6	8
2	6	12	20
3	10	20	40
4	15	30	70
5	21	42	112

↑ ↑
2つの \uparrow だけ 3つにわたる

↑ 原子核の魔法数一致

☆ $Z \leq 20$ 程度の軽い核のポテンシャル
 \approx 調和振動子ポテンシャルで近似可能

?? 28, 50, 82, 126 は?

(スピン - 軌道相互作用)

3次元 Schrödinger Eq. ($\Psi(r, t)$)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r) \right] \Psi(r) = E \Psi(r)$$

$$\Psi(r) = \frac{U_{nl}(r)}{r} \cdot Y_{lm}(\theta, \phi) \quad r > a > r_0$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + U(r) \right] U_{nl}(r) = E_{nl} U_{nl}(r)$$

3次元調和振動子

$$E_{nl} = (2n + l + \frac{3}{2}) \hbar \omega = (n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}) \hbar \omega$$

$$(n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad l = 0, 1, 2, \dots)$$

$\eta = 0 = l$

$$E_{nl} = -\frac{1}{2} m c^2 \left(\frac{v}{c} \right)^2 \cdot Z^2 \times \frac{1}{N^2} \quad N = n + l$$

$$\left(\begin{array}{l} n = 1, 2, 3, \dots \\ l = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right)$$

スピン軌道相互作用はどのようにして生じるか?

$$U(r) \rightarrow U(r) + W(r) \cdot \hat{L} \cdot \hat{S}$$

スピン軌道相互作用

$$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$$

$n, l, s (= \frac{1}{2}), j$ が決まれば状態 $|nlj\rangle$ が決まる

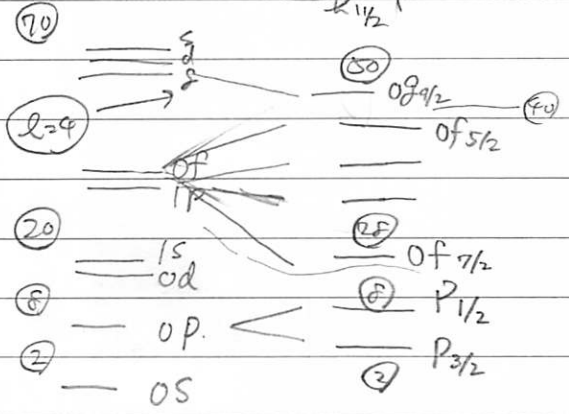
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{J}^2 |nlj\rangle = j(j+1) |nlj\rangle \\ \hat{L}^2 |nlj\rangle = l(l+1) |nlj\rangle \\ \hat{S}^2 |nlj\rangle = s(s+1) |nlj\rangle \end{array} \right.$$

\hat{L} と \hat{S} は交換する

$$\hat{J}^2 = \hat{L}^2 + 2\hat{L} \cdot \hat{S} + \hat{S}^2$$

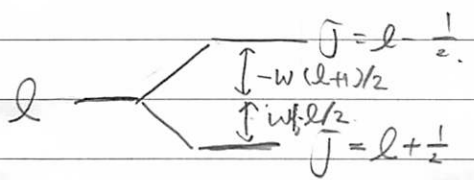
$$\hat{L} \cdot \hat{S} |nlj\rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] |nlj\rangle$$

$$\begin{aligned} &\equiv s \uparrow \downarrow \uparrow \\ &\equiv p \uparrow \downarrow \uparrow \\ &\equiv p \uparrow \downarrow \uparrow \\ &\equiv p \uparrow \downarrow \uparrow \end{aligned} \quad \begin{aligned} &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} l |nl, j=l+\frac{1}{2}\rangle \quad (j=l+\frac{1}{2}) \\ &-\frac{1}{2} (l+1) |nl, j=l-\frac{1}{2}\rangle \quad (j=l-\frac{1}{2}) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$



★ 間隔は $\frac{1}{2}(2l+1) \rightarrow l$ ほど大なり (大)

$W < 0 < 2\beta z$
 $0f_{7/2}, 0g_{9/2} \rightarrow 2f, 50$ の
 魔法数!!



★ 原子核の Shell 構造
 = Woods-Saxon 型の中心力 + 強い l-s 力
 → 魔法数 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

3. 核力.

3.1. 対称性

3.1.1 (核力) スピン.

核子, 核子のスピン = $\frac{1}{2}$. $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ の 2 つの状態をとり.

→ 2核子系のスピン.

$$S = S_1 + S_2 \rightarrow S = 0, 1. \quad (\text{角運動量の合成})$$

$$|S=1, S_z=1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$$

$$|S=1, S_z=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle \}$$

$$|S=1, S_z=-1\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$$

$$|S=0, S_z=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle \}$$

triplet } *
singlet }

回転対称性. → $|S, S_z\rangle = |1, 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle$ は, 同じエネルギーに存在.

2核子系.

他の量子数も同じ.

核のエネルギーは
同じ状態に
存在する!!

$$\begin{cases} \hat{A}_- = \hat{A}_x - i\hat{A}_y = \frac{1}{2} (\sigma_{2x} - i\sigma_{2y}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\hat{S}_- = S_x - iS_y = \frac{1}{2} (\sigma_x^{(1)} - i\sigma_y^{(1)} + \sigma_x^{(2)} - i\sigma_y^{(2)})$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{(2)}$$

$$\hat{S}_- |1, 1\rangle = \hat{S}_- \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^{(1)} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^{(1)} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^{(2)} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^{(1)} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^{(2)} = |\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle$$

$$\hat{S}_- |1, 1\rangle$$

$$= \sqrt{2} |1, 0\rangle$$

$$\therefore |1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle$$

角運動量代数

① $[\hat{J}_i, \hat{J}_j] = i \epsilon_{ijk} \hat{J}_k$ が成り立つ!! (出発点)

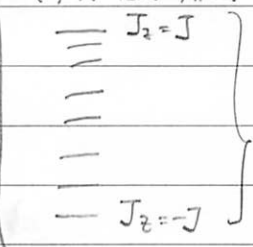
$\hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + i[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 - \hat{J}_z$
 $\hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 - \hat{J}_z$

$\hat{J}_+ = \hat{J}_x + i\hat{J}_y, \hat{J}_- = \hat{J}_x - i\hat{J}_y \rightarrow \hat{J}^2 = \hat{J}_- \hat{J}_+ + \hat{J}_z + \hat{J}_z$

$[\hat{J}_z, \hat{J}_+] = [\hat{J}_z, \hat{J}_x + i\hat{J}_y] = iJ_y + i(-i) \hat{J}_x = \hat{J}_+$

③ $\hat{J}_z (\hat{J}_+ |\alpha, J_z\rangle) = (\hat{J}_+ \hat{J}_z + \hat{J}_+) |\alpha, J_z\rangle = (J_z + 1) \hat{J}_+ |\alpha, J_z\rangle$

最大の $J_z = J$ かつ $\hat{J}_+ |J, J\rangle = 0$ (回転対称性)
 J_z 固有値は有限



$\hat{J}^2 |\alpha, J\rangle = \{\hat{J}_- \hat{J}_+ + \hat{J}_z (\hat{J}_z + 1)\} |\alpha, J\rangle = J(J+1) |\alpha, J\rangle$

\hat{J}^2, \hat{J}_z 固有値は $J(J+1), M$ の状態 $= |J, M\rangle$ かつ

② $[\hat{J}_z, \hat{J}^2] = [\hat{J}_z, \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2] = [\hat{J}_z, \hat{J}_x^2] + [\hat{J}_z, \hat{J}_y^2] + [\hat{J}_z, \hat{J}_z^2]$
 $= iJ_y J_x + iJ_x J_y - iJ_x J_y - iJ_y J_x = 0$

\hat{J}^2, \hat{J}_z は同時対称可能 $\rightarrow |\alpha, M\rangle = \left\{ \begin{matrix} \hat{J}^2 \text{ の固有値 } \alpha \\ \hat{J}_z \text{ " } M \end{matrix} \right\}$ の状態

④ $\hat{J}_+ |J, M\rangle$ の規格化 $J^2 - M^2 + J_M$

$\langle J, M | \hat{J}_- \hat{J}_+ |J, M\rangle = \langle J, M | \{\hat{J}^2 - \hat{J}_z (\hat{J}_z + 1)\} |J, M\rangle = J(J+1) - M(M+1)$
 $= (J-M)(J+M+1)$ $J(J+1) - M(M+1)$

$\hat{J}_+ |J, M\rangle = \sqrt{(J-M)(J+M+1)} |J, M+1\rangle$

$\hat{J}_- |J, M\rangle = \sqrt{(J+M)(J-M+1)} |J, M-1\rangle$

$= J^2 - M^2 + J_M$
 $= (J+M)(J-M+1)$

• 入射光の偏り 対称性

$$\begin{cases} S=1 \rightarrow \text{対称} \\ S=0 \rightarrow \text{反対称} \end{cases}$$

3.1.2 アイソスピン

• 陽子
中性子) 質量がほぼ同じ同じ 2 状態

$$\begin{aligned} \rightarrow |p\rangle &= \text{"アイソスピン"の上向き状態} \\ |n\rangle &= \text{"下"} \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{区別する。} \end{array} \right.$$

$$|p\rangle = |T=\frac{1}{2}, T_z=\frac{1}{2}\rangle = |\uparrow\rangle_z$$

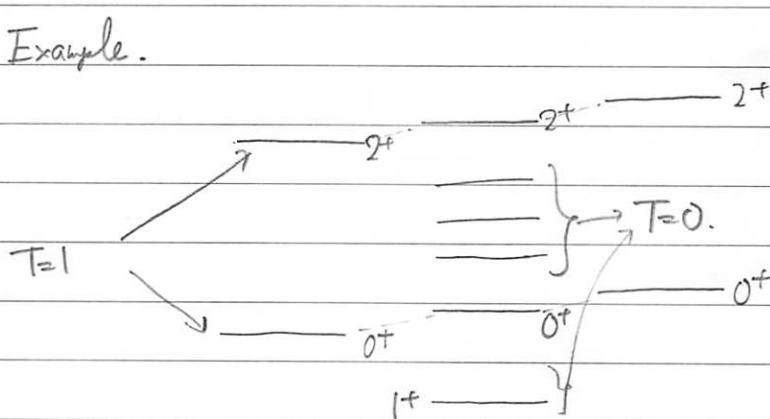
$$|n\rangle = |T=\frac{1}{2}, T_z=-\frac{1}{2}\rangle = |\downarrow\rangle_z$$

• 原子核のアイソスピン

$$\hat{T}_z |A, Z\rangle = \frac{1}{2} (\hat{c}_z^{(1)} + \hat{c}_z^{(2)} + \dots + \hat{c}_z^{(A)}) |A, Z\rangle = \frac{1}{2} (Z-N) |A, Z\rangle$$

$$\therefore T_z = \frac{1}{2} (Z-N), T = \frac{1}{2} |Z-N|, \frac{1}{2} |Z-N| + 1, \dots, \frac{1}{2} A.$$

Example.



A 固定 (同条件)
異なる核で

同様の状態が現れる。

↓ アイソスピン空間で
"回転" (Zも
I 入れ替わっちゃう!!)

${}^{14}_6\text{C}$	${}^{14}_7\text{N}$	${}^{14}_8\text{O}$
$T_z = -1$	$T_z = 0$	$T_z = 1$
$T = 1, 2, \dots$	$T = 0, 1, 2, \dots$	$T = 1, 2, \dots$

アイソスピンは
↑ よい量子数
近似値

• 2粒子系のハイゼン.

$$\begin{array}{l}
 T=1. \\
 \left. \begin{array}{ll} |pp\rangle & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}|pn+np\rangle & 0 \\ |nn\rangle & -1 \end{array} \right\} \text{対称}
 \end{array}$$

T_z

$$T=0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}|pn-np\rangle \quad 0 \quad \left. \right\} \text{反対称}$$

3.1.3. ~~軌道角運動量~~ ハリティ と軌道角運動量

• $\hat{L} = \frac{1}{\hbar} \hat{r} \times \hat{p}$ の固有状態 $Y_{lm}(\theta, \phi)$

$\left. \begin{array}{l} \cdot \hat{L}^2 Y_{lm} = l(l+1) Y_{lm} \\ \cdot \hat{L}_z Y_{lm} = m Y_{lm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} H_{ij}^* = H_{ji} \end{array}$

• 空間反転 \hat{P} ; $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$, $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$

• 直観上. $\langle \Phi | \hat{P} | \Psi \rangle = \int d\mathbf{r} \Phi^*(\mathbf{r}) \Psi(-\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r} \Phi^*(-\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r})$

$(= \langle P\Phi | \Psi \rangle) = (\langle \Psi | \hat{P} \Phi \rangle)^*$

• 2回作用して 1

$$\hat{P}^2 \Psi(\mathbf{r}) = \hat{P} \Psi(-\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r})$$

→ ハリティの固有値は ±1.

Lee-Yang (1956)

✱ (弱い相互作用以外では) ハリティは保存的。

→ \hat{H} と同時固有化可。

→ 原子核の離散状態は決まるハリティと一致。

~~314~~ 軌角運動量.

$$\hat{L} = \frac{1}{\hbar} \hat{r} \times \hat{p}, \quad \hat{L}^2 Y_{lm} = l(l+1) Y_{lm}, \quad L_z Y_{lm} = m Y_{lm}$$

$$\hat{P} Y_{lm} = (-1)^l Y_{lm}.$$

★ 一般状態 $|nlj\rangle$ の \hat{P} は $(-1)^l$.

3.1.4 一般化されたパウリ原理

保存量: $E, J, \text{異位旋}, \text{Parity}, \text{Isospin}, \dots$

→ 原子核の束縛状態は、これらの量子数 ~~によって~~ 指定された状態

2核系

$$\psi_{\text{全体}}^{(1,2)} = \phi(\mathbf{r}) \cdot \chi^S(1,2) \cdot \chi^T(1,2)$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 相対 スピン アイスピンの

一般化されたパウリ原理

2つの ~~核~~ ^核 の座標を 全て 入れかえると、
全波動関数は符号が変化する。

2核系

$$\begin{aligned} \psi(2,1) &= \phi(-\mathbf{r}) \cdot \chi^S(2,1) \cdot \chi^T(2,1) \\ &= \phi(\mathbf{r}) \times (-1)^l \cdot \chi^S(1,2) \times (-1)^{S+1} \cdot \chi^T(1,2) \times (-1)^{T+1} \\ &= (-1)^{l+S+T} \psi(1,2) \end{aligned}$$

→ $l+S+T$ は奇数!!

	$T=0$	$T=1$	$E: l = \text{even (偶数)}$
$S=0$	1O	1E	$O: l = \text{odd (奇数)}$
$S=1$	3E	3O	



3.2 核力の一般的性質

● 核力の一般形

(アイソスピンが与えられている場合, 運動量に2次で.)

$$\hat{V}(1,2) = V_c(r) + V_s(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2 \\ + V_T(r) S_{12} \\ + V_S(r) \mathbb{L} \cdot \mathbb{S}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{S} = \mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad \mathbb{L} = \frac{1}{r} \mathbf{r} \times \mathbf{p} \\ S_{12} = \frac{3(\mathbf{r} \cdot \sigma_1)(\mathbf{r} \cdot \sigma_2)}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \quad \text{テンソル演算子} \\ \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad \mathbf{p} = \frac{1}{2} (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \end{array} \right.$$

なぜか? → 保存則 + 「 σ_1, σ_2 は2回だけ使う」

- ① ガリレイ → $V = V(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma_1, \sigma_2)$
- ② 回転 → $\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma_1, \sigma_2, \mathbb{L}$ からなるだけ
- ③ 対称性 → $V(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma_1, \sigma_2) = V(-\mathbf{r}, -\mathbf{p}, \sigma_1, \sigma_2)$
- ④ 時間反転 → $= V(\mathbf{r}, -\mathbf{p}, -\sigma_1, -\sigma_2)$
- ⑤ 粒子交換 → $= V(-\mathbf{r}, -\mathbf{p}, \sigma_2, \sigma_1) = V(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma_2, \sigma_1)$

② 対称性 (内積) ④

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{r} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \\ \mathbf{p} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \\ \mathbb{L} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \\ \sigma_1 \cdot \sigma_2 \end{array} \right\} \text{③}$$

③ (内積) × (内積)

$$\begin{array}{l} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) (\mathbf{r} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)) \\ \text{④ } (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) \sigma_1 \cdot \sigma_2 \\ \text{④ } (\mathbf{r} \cdot \sigma_1) (\mathbf{p} \cdot \sigma_2) + (\mathbf{r} \cdot \sigma_2) (\mathbf{p} \cdot \sigma_1) \\ (\mathbf{r} \cdot \sigma_1) (\mathbf{r} \cdot \sigma_2) \\ \text{③④ } (\mathbf{r} \cdot \sigma_1) (\mathbb{L} \cdot \sigma_2) + (1 \leftrightarrow 2) \end{array}$$

• 重陽子.

• 2核子系で唯一の束縛状態

$B = 2.225 \text{ MeV}$

$J^\pi = 1^+$

$T = 0$

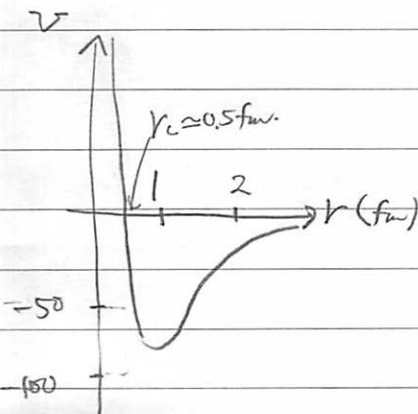
$\mu = 0.857 \mu_N$

$\mu_N = \frac{e\hbar}{2Mp}$

$Q = 0.282 e \cdot \text{fm}^2$
(電子的同位旋モメント)

$\mu_p = 2.792 \mu_N$
 $\mu_n = -1.913 \mu_N$) $0.879 \mu_N$

• 一般的性質



• 強い力

$r \sim 2 \text{ fm}$ の 7-10% の 50%.

• 近距離力

e^{-kr}/r $1/k = \text{range} = \lambda$

• 斥力項の存在

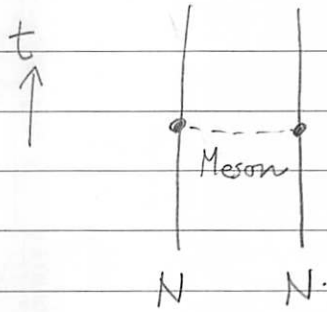
$r \sim 0.5 \text{ fm} < 5 \text{ fm}$ の 強い斥力

• 状態保存性

	$T=0$	$T=1$
$S=0$	$^3 0$ (V_c の 強い 斥力)	$^1 E$ (V_c の 強い 斥力 + 引力)
$S=1$	$^3 E$ ($V_c < 0$ の 強い 斥力)	$^3 0$ ($V_c > 0$, $V_c < 0$ の 強い 斥力)

- 対称性 $V = V(\theta, \phi, \sigma_1, \sigma_2)$
- J. 交換性
- 180度回転 $V = V(\pi - \theta, \pi - \phi, \sigma_1, \sigma_2)$
- T. $V = V(\theta, \phi, -\sigma_1, -\sigma_2)$
- 空間反転 $V = V(-\theta, -\phi, \sigma_2, \sigma_1) = V(\theta, -\phi, \sigma_2, \sigma_1)$

3.3 中間子交換ポテンシャル



* 17-02 ポテンシャル

• $V = g\phi$

↑ ↑
両核ポテンシャル = 光子の“場”

電荷 = 光と核の結合定数.

• $-\Delta\phi = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_c$

→ 類推.

核力は“中間子”の場で作られる。
有限の質量を持つ。

(Yukawa, 1934)

* 中間子交換ポテンシャル. (スカラー・アイソスカラー 中間子)

• $V(1,2) = g\phi_1(x_2)$

核1に作用する中間子の場.

中間子場の経路方程式.

$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2 \rightarrow (-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \hbar^2 c^2 \Delta - m^2c^4) \psi = 0.$

静的な場合.

$(\Delta - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}) \psi = 0.$

中間子の源 = 核との相互作用.

$(\Delta - m^2) \phi_1(x) = g \rho(x-x_1)$

$\rightarrow \phi_1(x) = -g \cdot \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r}$

中間子交換ポテンシャル.

$V(1,2) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r}$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \cdot \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - g \varphi \bar{\psi} \psi$$

$$\left. \begin{aligned} \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \varphi)} &= \partial^\mu \varphi \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} &= -m^2 \varphi - g \bar{\psi} \psi \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{static} \\ \rightarrow -\Delta \varphi = m^2 \varphi + g \bar{\psi} \psi \end{array}$$

$$(\Delta - m^2) \varphi(\mathbf{r}) = g \bar{\psi} \psi$$

$$\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \cdot -(k^2 + m^2) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \tilde{\varphi}(\mathbf{k}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} g e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

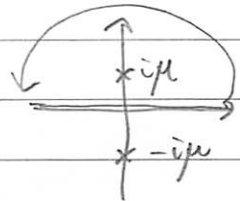
$$\therefore \tilde{\varphi}(\mathbf{k}) = -\frac{g}{k^2 + m^2}$$

$$\varphi(\mathbf{r}) = - \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} g \frac{1}{k^2 + m^2} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = -\frac{g}{(2\pi)^3} \cdot 2\pi \int_0^\infty k^2 dk \cdot \frac{1}{ikr} (e^{ikr} - e^{-ikr}) \cdot \frac{1}{k^2 + m^2}$$

$$= -\frac{g}{(2\pi)^2} \frac{1}{r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k e^{ikr}}{(k-i\mu)(k+i\mu)} dk$$

$$= -\frac{g}{(2\pi)^2} \frac{1}{r} \frac{i\mu \cdot e^{-\mu r}}{2i\mu} \cdot 2\pi i$$

$$= -\frac{g}{4\pi r} e^{-\mu r}$$



問題点

→ 状態依存性がない。

T, S, L, \dots

★ 1π 中間子交換ポテンシャル (One Pion Exchange Potential, OPEP)

$$V(1,2) = \tilde{f} \vec{\tau}_2 \cdot \vec{\sigma}_2 \cdot \nabla \vec{\Phi}_1(\mathbf{r}_2)$$

$\vec{\Phi}$: (アイソスピノル ($T=1 \rightarrow T_z = -1, 0, 1$) (π^-, π^0, π^+)
擬スカラー。
の中間子場。

$$\tilde{f} = \frac{f}{m_\pi}$$

$$(\Delta - \mu^2) \vec{\Phi}_1(\mathbf{r}) = -\tilde{f} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\sigma}_1 \cdot \nabla \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$$

$$\vec{\Phi}_1(\mathbf{r}) = + \tilde{f} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\sigma}_1 \cdot \nabla \frac{e^{-\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|}$$

$$\therefore V(1,2) = \frac{\tilde{f}^2}{4\pi} (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \cdot (\vec{\sigma}_2 \cdot \nabla_2) (\vec{\sigma}_1 \cdot \nabla_1) \frac{e^{-\mu|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|}}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|}$$

$$= \dots = \frac{f^2}{4\pi} m_\pi \cdot (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \left[\frac{1}{3} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\lambda^2} \right) S_{12} \right] \frac{e^{-\lambda r}}{r}$$

($\lambda = \mu r$)

OPEPの特徴

(1) 状態依存性.

$$\text{中心力} \propto (\vec{c}_1 \cdot \vec{c}_2) (\sigma_1 \cdot \sigma_2)$$

$$\sigma_1 \cdot \sigma_2 = \begin{cases} -3 & (S=0) \\ 1 & (S=1) \end{cases} \quad \vec{c}_1 \cdot \vec{c}_2 = \begin{cases} -3 & (T=0) \\ 1 & (T=1) \end{cases}$$

	T=0	T=1
S=0	9	-3 ← 3力
S=1	-3 ←	1

$$(\sigma_1 + \sigma_2)^2 = 4S^2 = 4S(S+1) = \begin{cases} 0 & (S=0) \\ 8 & (S=1) \end{cases}$$

(2) 強いテンソル力.

$$S_{12} = \frac{(\sigma_1 \cdot \hat{r})(\sigma_2 \cdot \hat{r})}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \frac{\sigma_{1i} \sigma_{2j}}{r^2} \cdot (3r_i r_j - r^2 \delta_{ij})$$

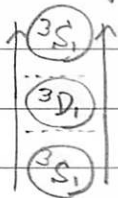
traceless tensor.

$$= 2\sigma_{1z} \sigma_{2z} \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) + \dots$$

$P_2(\cos \theta) \leftarrow$ 軌道角運動量に2次.

(例) 重陽子. $T=0, S=1 (J=1)$.

\hookrightarrow pn の束縛状態.



$L=0$ と $L=2$ の状態が混じる.
 3S_1 3D_1

\rightarrow 基底状態では必ず引力的.

3.2 核力の一般性

● 核力の一般形

アインゼンが与えられている場合

$$\hat{V}(1,2) = V_C(r) + V_S(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

$$+ V_T(r) \cdot S_{12}$$

$$+ V_{LS}(r) L \cdot S$$

(運動量に1次項)

$$S = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \quad L = \frac{1}{\hbar} r \times p$$

$$S_{12} = \frac{3(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \quad (\bar{\tau} = \gamma \text{ル演算})$$

なぜか?

- σ_1, σ_2 に対しては1次項
- (1,2) の交換に対しては対称
- 使えるベクトルは $r, p, L, \sigma_1, \sigma_2$ のみ \rightarrow 組み合わせ
- 時間反転に対して対称

内積 \rightarrow ~~$r \cdot p$~~ , ~~$r \cdot L$~~ , ~~$r \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$~~

~~$p \cdot r$~~ , ~~$p \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$~~

$L \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$ (組み合わせ)

$\sigma_1 \cdot \sigma_2$ (組み合わせ)

内積 × 内積 (Pに1次項)

~~$(r \cdot p)(r \cdot (\sigma_1 + \sigma_2))$~~

~~$(r \cdot p)(\sigma_1 \cdot \sigma_2)$~~

~~$(r \cdot L)(r \cdot (\sigma_1 + \sigma_2))$~~

$(r \cdot \sigma_1)(r \cdot \sigma_2)$ OK.

$\rightarrow \bar{\tau} = \gamma \text{ル}$

3.2 核力の一般的性質

- 強い相互作用のときは

Energy, J , 運動量 演算.
の他に 時間反転(対称性)

Parity, P イソスピン, T ,
が保存される。

* 運動量の二次形式による potential

$$\rightarrow \hat{V} = \left\{ \begin{array}{l} V_C^0(r) + V_C^S(r) \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \\ + V_T(r) S_{12} \\ + V_S(r) \cdot L \cdot S \end{array} \right\} \times \begin{pmatrix} 1 \\ \tau_1 \cdot \tau_2 \end{pmatrix}$$

$$S_{12} = \frac{3(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \text{テンソル演算}$$

交換性

* σ_1, σ_2 1-2 間では Parity

\rightarrow 回転対称性 \checkmark

$(\sigma_1 \cdot \sigma_2), \sigma_1 \cdot \sigma_2, L \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)/2, \sigma_1 \cdot L,$

$(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r), (\sigma_1 \cdot P)(\sigma_2 \cdot P), (\sigma_1 \cdot L)(\sigma_2 \cdot L)$

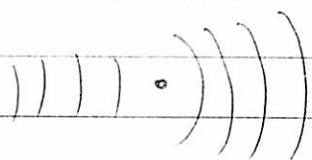
$(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot P) + (1 \leftrightarrow 2), \dots$

\uparrow
 T

3 原子核反応の微視的理解へ向け.

3.1. 核力.

1) 準備. 散乱振幅.



$$\psi(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2$$

$$f_{\text{Born}}(\theta) = -\frac{1}{4\pi} \int \mu V(r) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

$$\langle \mathbf{k}_f | V(r) | \mathbf{k}_i \rangle = \int V(r) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i$$

より正確には.

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \underbrace{[S_l(k) - 1]}_{\substack{\text{S行列の成分} \\ \text{ルジャンドル多項式}}} P_l(\cos\theta) \quad \dots (a)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{in}} = e^{ikr \cos\theta} &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{kr} \sum (2l+1) i^l \sin\left(kr - \frac{l}{2}\pi\right) P_l \\ &= \frac{1}{2ikr} \sum (2l+1) e^{\frac{i}{2}l\pi} [e^{i(kr - \frac{l}{2}\pi)} - e^{-i(kr - \frac{l}{2}\pi)}] P_l \\ &= \frac{1}{2ikr} \sum (2l+1) [e^{ikr} - (-1)^l e^{-ikr}] P_l \quad (b) \end{aligned}$$

(a)式より

$$\psi_{sc} = f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

$$= \frac{1}{2ikr} \sum (2l+1) [P_l - 1] e^{ikr} \quad (c)$$

(b+c)より

$$\psi = \frac{1}{2ikr} \sum (2l+1) [S_l e^{ikr} - (-1)^l e^{-ikr}] P_l \quad (d)$$

吸収がないとき

→ fluxの保存 $|S_l| = 1$

$$\therefore S_l = e^{2i\delta_l} \quad ; \delta_l : \text{phase shift}$$

$$\sigma_{el} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi}{k^2} \sum (2l+1) \sin^2 \delta_l$$

有限Vのシカ → 断面積有限 (低エネルギー, 特に)

$$\delta_l = n\pi - ak + O(k^2)$$

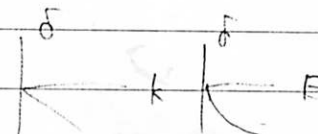
散乱長 (Scattering length)

phase shiftの意味.

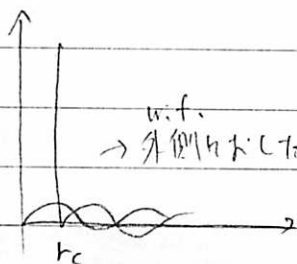
$$\psi_l(r) = \frac{u_l(r)}{r} \rightarrow \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{2\mu r^2} + V(r) \right] u = Eu$$

このとき漸近的に.

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin\left(kr - \frac{l}{2}\pi + \delta_l\right)$$



Hard core ($l=0$)

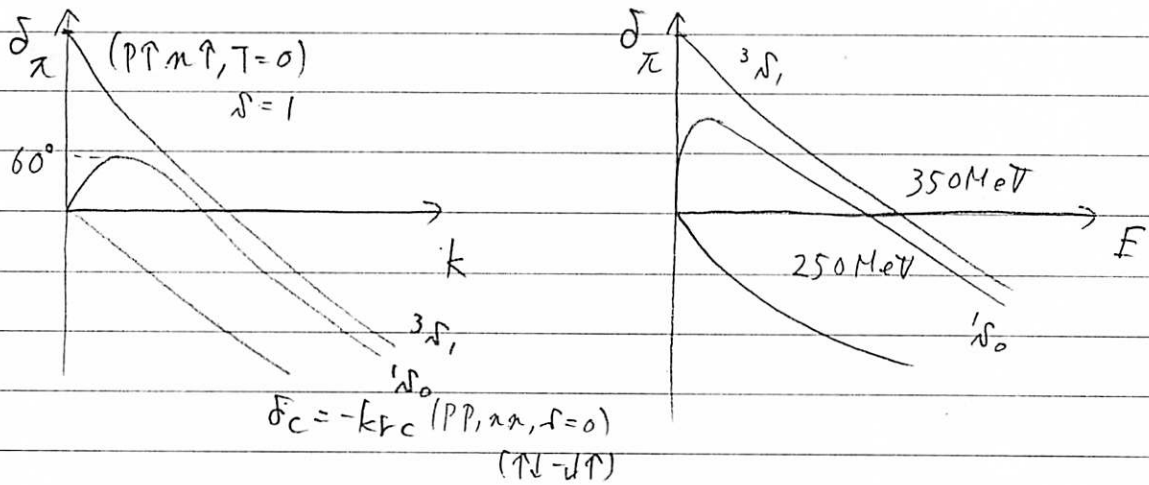


$$u_0(r) = \sin(k(r-r_c)) = \sin(kr - kr_c)$$

$$\delta = -kr_c$$

phase shift.
引力 正
斥力 負

2) 核力の phase shift.



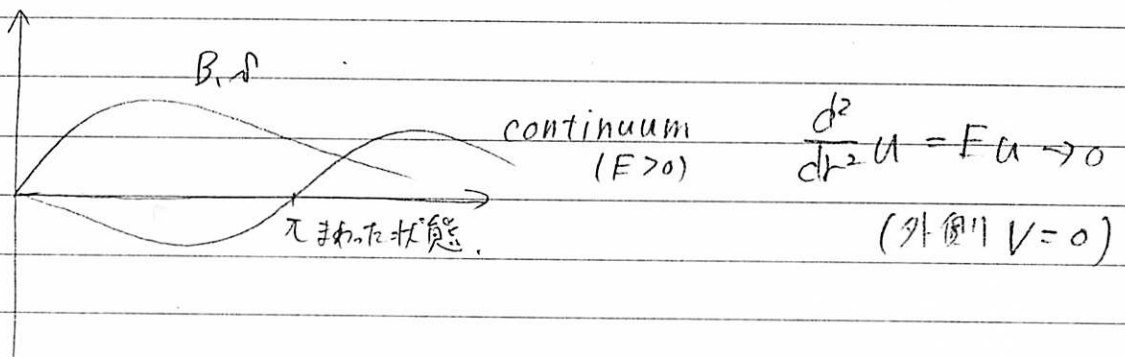
$2J+1 L_J = ^1S_0, ^3S_1, \dots$

$\delta \backslash T$	$T=0$	$T=1$
$\delta=0$	斥力	引力
$\delta=1$	引力	(強い)斥力

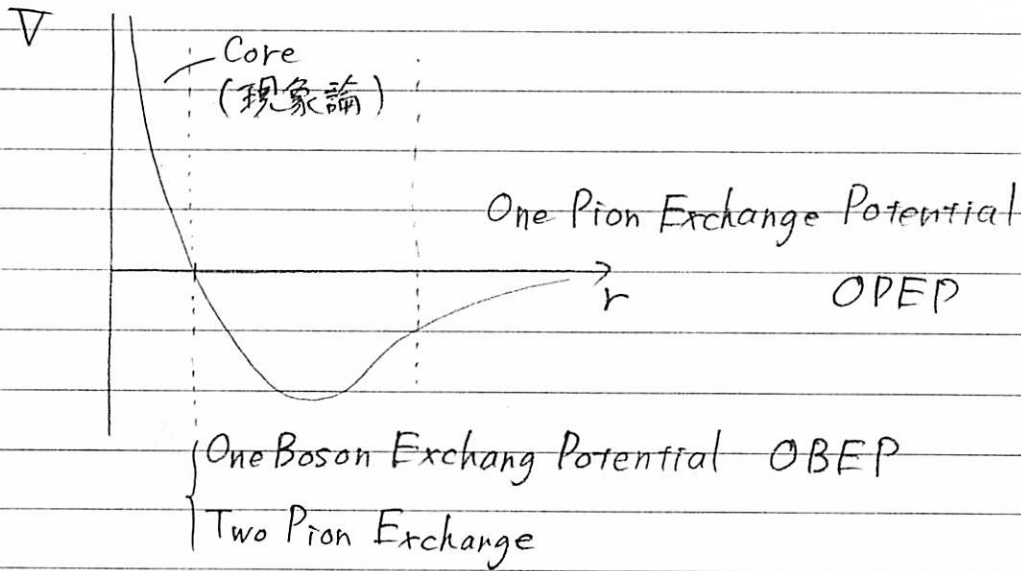
$\delta_0(k=0) = (\text{Bound State 数}) \times \pi$

(レヴィンソン定理; $\delta_0(k=0) - \delta_0(k=\infty) = (\text{B.S.数}) \times \pi$)

$T=0, ^3S_1 \rightarrow$ 重陽子 (pn)



核力の大まか学形



3) 1π交換相互作用

(One Pion Exchange Potential) OPEP.

$$V = - \int \frac{f}{\mu} (\psi^\dagger \vec{\sigma} \psi) \nabla \cdot \vec{\phi} d^3r$$

空間, \vec{r} サイズ

$\vec{\phi}$: π粒子の場

{ Iso Vector (π^+, π^0, π^-) → I = 1
Pseudo Scalar
→ スカラー, NR limit. をとる.

$$\mathcal{L}_{int} = \left\{ \begin{array}{l} -g \underbrace{\psi^\dagger \vec{\sigma} \psi}_{PS} \underbrace{\vec{\phi}}_{IV} \quad (PS \text{ coupling}) \\ -\frac{f}{\mu} \psi^\dagger \vec{\sigma} \cdot \nabla \psi \phi \quad (PV \text{ coupling}) \end{array} \right.$$

• Axial Vector • PV

• IV • JV

* NR 近似

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{f}{\mu} \psi^\dagger \vec{\sigma} \psi \nabla \cdot \vec{\phi}$$

πについての運動方程式

$$(-\nabla^2 + \mu^2) \phi_a = \frac{f}{\mu} \tau_a \sigma_i \nabla_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$$

核子に於ける source.

$$V_{\text{static}} = - \int \frac{f}{\mu} [\vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)] \nabla \cdot \vec{\phi} d^3r$$

$$= + \int \frac{f}{\mu} [\nabla \cdot \vec{\sigma} \vec{\sigma} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)] \phi d^3r$$

スピン・アイソスピン密度

C.f. Coulomb 場

$$\Delta \phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow \phi(r) = \int \frac{\rho(r') dr'}{4\pi\epsilon_0 |r-r'|}$$

なぜか? $\Delta\left(\frac{1}{r}\right) = -4\pi\delta(r)$

今の場合

$$(-\Delta_r + \mu^2) G(r-r') = \delta(r-r')$$

なるGを見つける.

$$\sim \tilde{G} = \frac{1}{p^2 + \mu^2}$$

$$G(r) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

$$\rho_{ia}(r) = \frac{f}{\mu} \tau_a(\sigma_i \cdot \nabla_i) \delta(r-r_i) \text{ とおくと.}$$

$$\phi_a(r) = \int dr' G(r-r') \rho_{ia}(r')$$

$$(\mu^2 - \Delta_r) \phi_a(r) = \int dr' \underbrace{[\mu^2 - \Delta_r] G(r-r')}_{\delta(r-r')} \rho_{ia}(r')$$

積分を実行.

$$\phi_a(r) = \frac{\tau_a^{(i)}}{4\pi} \int \frac{e^{-\mu|r-r'|}}{|r-r'|} \frac{f}{\mu} \sigma_i \cdot \nabla_i \delta(r-r')$$

$\frac{\partial}{\partial r_i} = -\frac{\partial}{\partial r'_i} = -\nabla'_i$

$$= \frac{f}{4\pi} \sigma_i \cdot \nabla_i \Upsilon(\mu|r-r_i|) \tau_a^{(i)}$$

$$\Upsilon(x) = \frac{e^{-x}}{x} \quad ; \quad \text{Yukawa 関数.}$$

$$\nabla_{12} = - \int \sum_{a=1}^3 \tau_a^{(2)} \delta(r-r_2) \sigma_2 \cdot \nabla_2 \phi_a(r)$$

1番目の核子による入の場

$$= - \frac{f}{\mu} \sum_a \tau_a^{(2)} \sigma_2 \cdot \nabla_2 \frac{f}{4\pi} \sigma_i \cdot \nabla_i \Upsilon(\mu|r_2-r_i|)$$

$$= - \frac{f^2}{4\pi\mu} (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) (\sigma_2 \cdot \nabla_2) (\sigma_i \cdot \nabla_i) \Upsilon(\mu|r_2-r_i|) = \nabla_{NN}$$

OPEP

$$V_{NN}^{\pi}(\mathbf{r}) = \frac{f^2}{4\pi\mu} (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla) (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \nabla) Y_{\lambda\mu}(r)$$

$$= -\frac{1}{3} \frac{\mu f^2}{4\pi} (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \left[(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) Y_{\lambda\mu}(r) + S_{12} Z_{\lambda\mu}(r) \right]$$

$$-\frac{1}{3} \mu f^2 (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \delta(r) \quad \left(\Delta \left(\frac{1}{r} \right) = -4\pi \delta(r) \right)$$

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) = \frac{\sigma_{1i} \sigma_{2j}}{r^2} (3r_i r_j - r^2 \delta_{ij})$$

traceless tensor

テンソル演算子.

OPEPの特徴

(1) 強いテンソル力

$$(例) \quad S_{12} = \frac{\sigma_{1z} \sigma_{2z}}{r^2} (3z^2 - r^2) + \dots$$

$$= \sigma_{1z} \sigma_{2z} (3\cos^2\theta - 1) + \dots$$

$P_2(\cos\theta) \leftarrow$ 軌道角運動量を2つかける.

(2) 状態依存性

中心力 $\cdot (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$

$$S = \begin{cases} 0 & \rightarrow \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 = -3 \\ 1 & \rightarrow \phantom{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2} = 1 \end{cases}$$

	$T=0$	$T=1$
$S=0$	9	-3 引力
$S=1$	-3	1

$$(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)^2 = 4SS$$

$$\boldsymbol{\sigma}_1^2 + \boldsymbol{\sigma}_2^2 + 2\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 = 4S(S+1)$$

$$= \begin{cases} 0 & (S=0) \\ 8 & (S=1) \end{cases}$$

(例)

$T=0 \quad S=1 \quad \dots \quad d = {}^2H$, 束縛状態

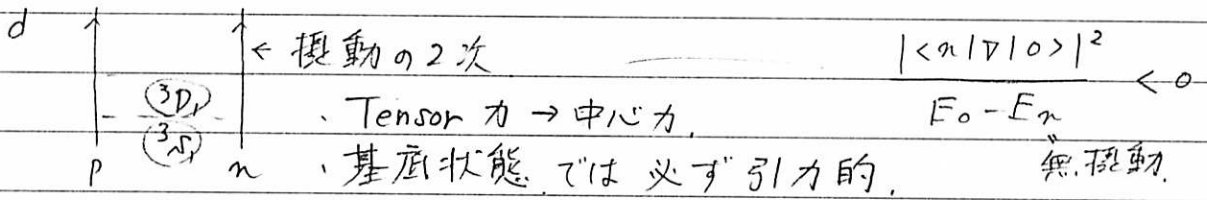
$$|4\rangle = |pn - np\rangle | \uparrow \uparrow \rangle$$

$T=1 \quad S=0 \quad \dots$ 核内での pairing 相互作用, pp, nn 束縛しない

$$|4\rangle = |pp\rangle | \uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow \rangle$$

$p \uparrow \downarrow p \quad n \uparrow \downarrow n$ 偶々核.

d ($S=1, L=0, J=1$) と ($S=1, L=2, J=1$) が混ざる.
 ${}^3S_1 \quad + \quad {}^3D_1$



→ より現実的な核力,

(1) OPEP. (外側)

(2) OBEP. ($\pi, \rho, \sigma, \omega, \eta$ の交換) $r \sim 1 \text{ fm}$

(3) Core 領域 (現象論的 オークモデル)

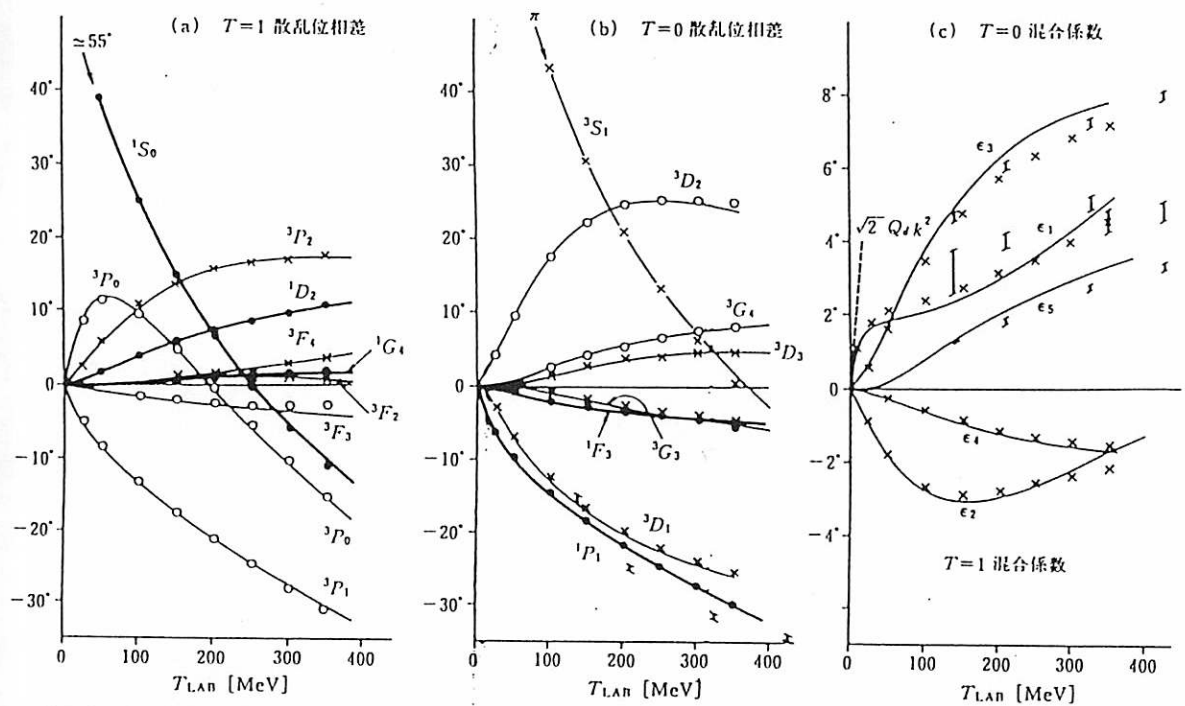


図4-12 核子-核子散乱位相差のエネルギー変化。位相差解析によって得られた散乱位相差の最新値(マーク)²⁰⁾と現実的核力による計算値(実線)¹⁴⁾。黒丸と太い線は $S=0$ 状態, 白丸と実線は $S=1$ の単独状態, クロスと実線はテンソル結合状態の諸量を表す。(a) $T=1$ 状態(pp散乱), (b) $T=0$ 状態, (c) 混合係数(上が $T=0$, 下が $T=1$)。位相差解析に不定性が見られる場合, 他の解析結果も縦線のマークで示した。

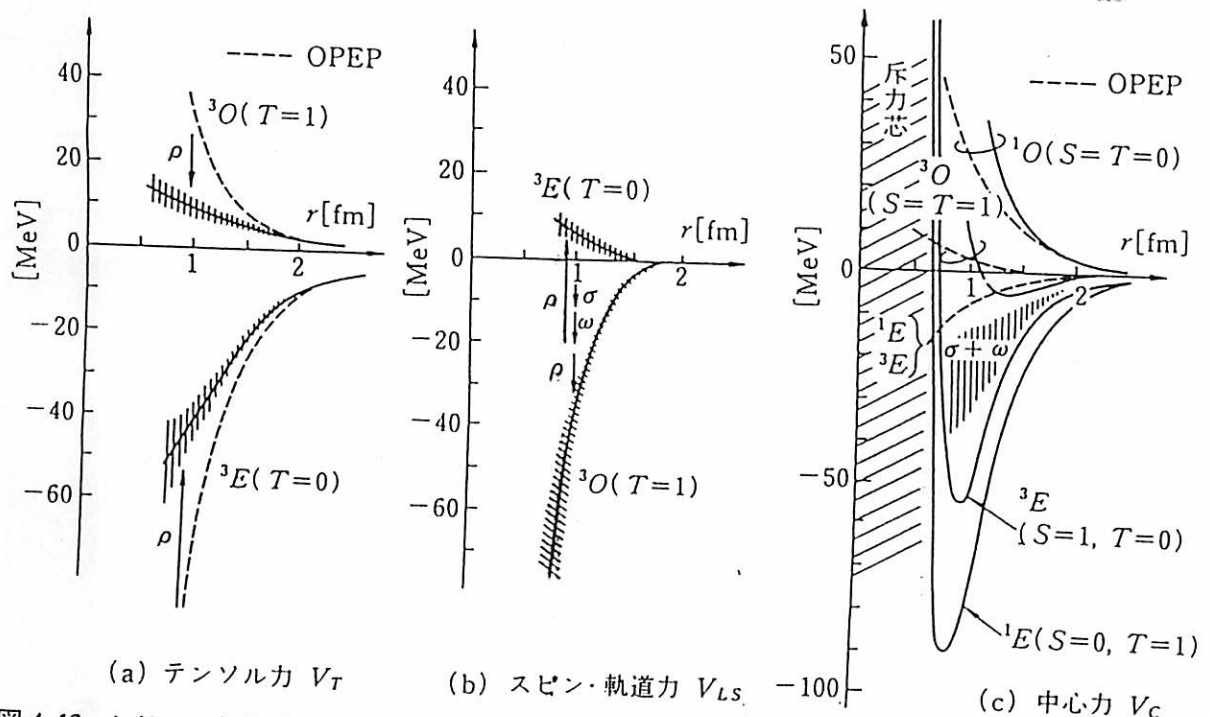


図4-13 1ボソン交換模型から見た核力。実験から得られるテンソル力(a), LS 力(b)の中間領域の特徴を斜線を引いて示す。OPEPは点線で示し, 重要な寄与をする重い中間子の寄与を矢印で示した。中心力(c)では, 複雑になるので, 典型的な1例を示すにとどめた。

4. 原子核の励起.

- 4.1 基底状態のスピン・パリティ
- 4.2 1 粒子励起. → 集団運動 (Z)
- 4.3 ~~表面運動~~ - 回転と振動
- (4.4 巨大共鳴)
- 4.5 リンスタ-励起.

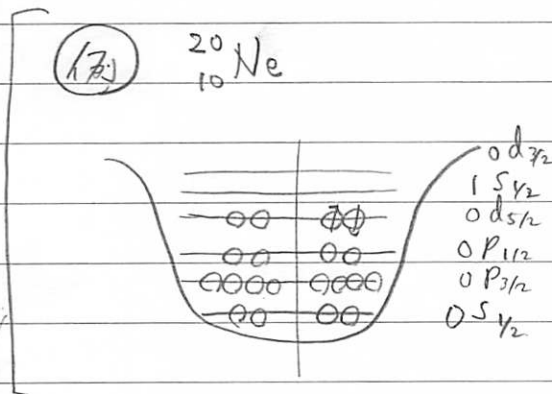
4.3 A

Shell 模型

原子核の基本的画像
不随

平均的なポテンシャル内の独立粒子運動
+ 残留相互作用

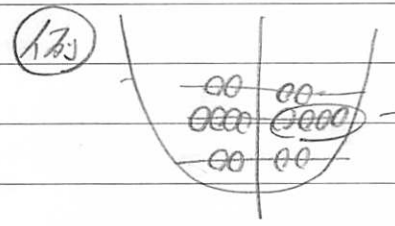
X 4.1 基底状態



$$(0s_{1/2})^2 \cdot (0p_{3/2})^4 \cdot (0p_{1/2})^2 \cdot (0d_{5/2})^4$$

- 陽子が: $(0d_{5/2})^2$
- • $11^{0+} T_{1/2} \oplus$
- $J = 0, 2, 4$
- 中性核も $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$

2重
(1) 閉核 → $J_{gs}^\pi = 0^+$



$16O$

$$(0p_{3/2})^4$$

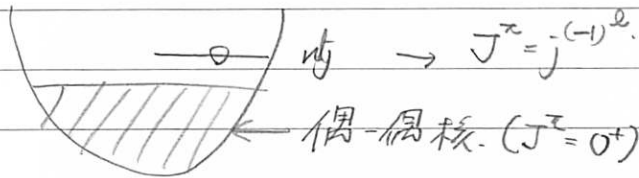
- $J_z = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2 \rightarrow \sum J_z = 0$
- J_x 及び J_y 消滅
- $J = 0$

(2) 偶々核 → $J_{gs}^\pi = 0^+$

対相互作用 $\Phi\Phi \rightarrow J^\pi = 0^+$
PP

(3) 奇数核 ($Z+N = \text{奇数}$)

... 対称な2粒子核の J である。



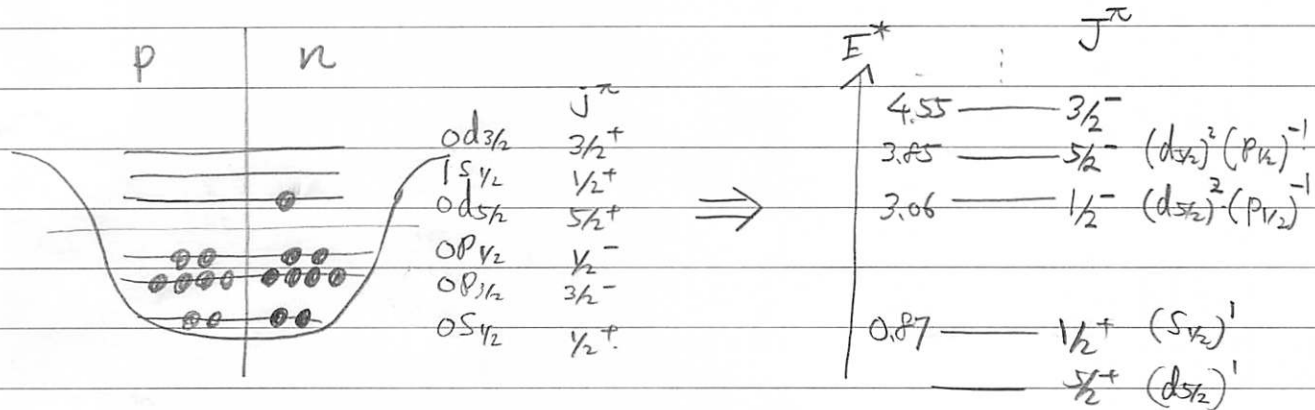
(4) 奇-奇核 ($Z = \text{奇}, N = \text{奇}$)

... ~~原核核の J は~~ 対称な2粒子核の

$$\left\{ \begin{array}{l} |j_p - j_n| \leq J \leq j_p + j_n \\ \pi = (-1)^{l_p + l_n} \end{array} \right.$$

4.1. 基底状態と一粒励起

(例) $^{17}_8\text{O}_9$



一粒状態

原子核の状態

Shell 模型の理解

* 基底状態の J^π = 空いている核の j^π で決まる。

原子核の

(核力の性質 ... 1E で引力)

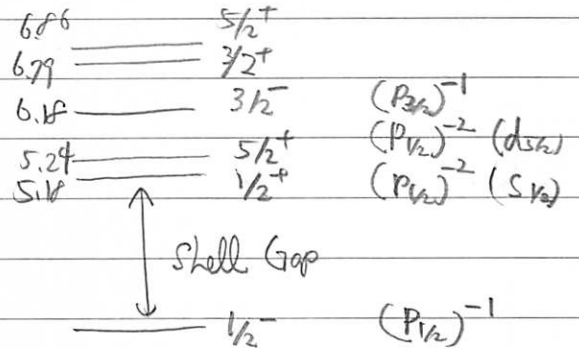
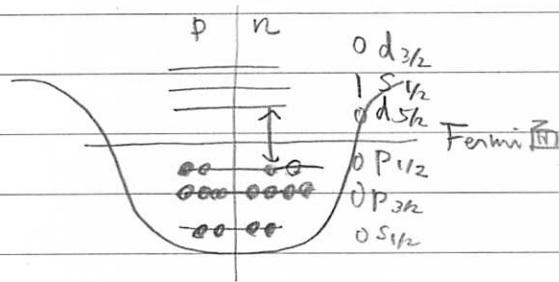
→ pp, nn は 0^+ の 1P_2 作用。

* 励起状態の J^π ... 粒子-空孔の J^π により決まる。

の組み合わせ

(例) 2.

$^{15}_8\text{O}_7$

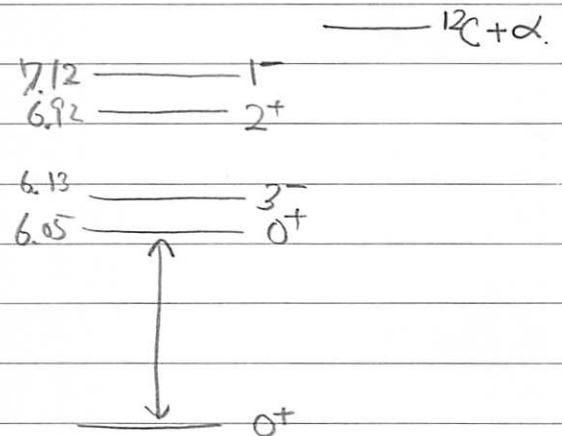
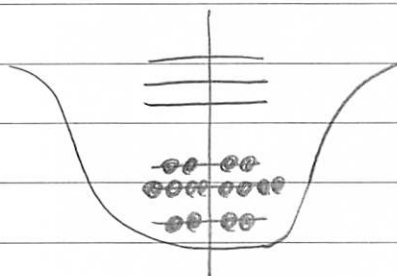


4.2 Cluster 励起.

小穴の層, 粒のあがり.

(例)

$^{16}_8\text{O}_8 \rightarrow 2$ 重閉核



第1 励起状態 = 0^+ (~ 6 MeV) ???

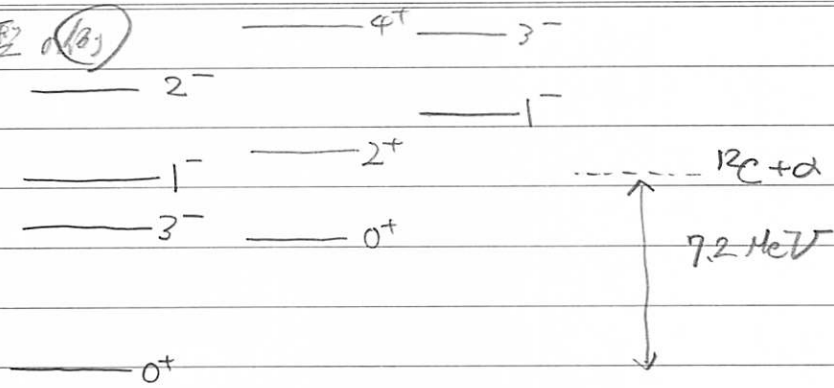
- 1 粒子 励起 \rightarrow パリティは -1 のはず。
- 2 粒子 \rightarrow 10 MeV 以上のはず。

現知.

\Rightarrow ^{16}O の低励起状態は クラスタ-励起が ~~主である~~ $(^{12}\text{C} + \alpha)$



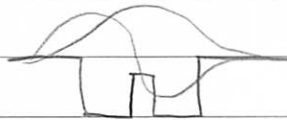
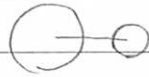
Cluster model (例)



Shell 的

$^{12}\text{C} + \alpha$

Parity Doublet!



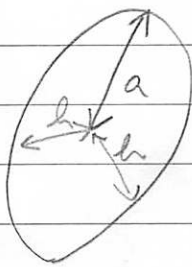
しきい値 (^{16}O が $^{12}\text{C} + \alpha$ に 3 分裂する最低エネルギー) 付近から α クラスターの励起状態が現れる。

4.3 菱形の回転

実験事実

原子核の 4 重極モーメントは、核におて大きな値である。

$$Q \equiv \int (3z^2 - r^2) \rho_p(r) d^3x$$



半軸が (a, b, b) の核

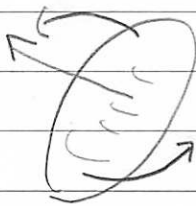
$$\rightarrow Q = \frac{2}{5} Ze (a^2 - b^2) = \frac{4}{5} Ze \langle R^2 \rangle \delta$$

($\langle R^2 \rangle \equiv (ab^2)^{2/3}$, $\Delta R = a - b$, $\delta \equiv \frac{\Delta R}{\langle R \rangle}$)

$$Q_{red} \equiv \frac{Q}{Ze \langle R^2 \rangle} \simeq 0.3 \text{ for } {}^{167}\text{Er}$$

⇒ いくつかの原子核は大きく菱形している!!

回転バンド



$$E_{Rot} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mathcal{J}}$$

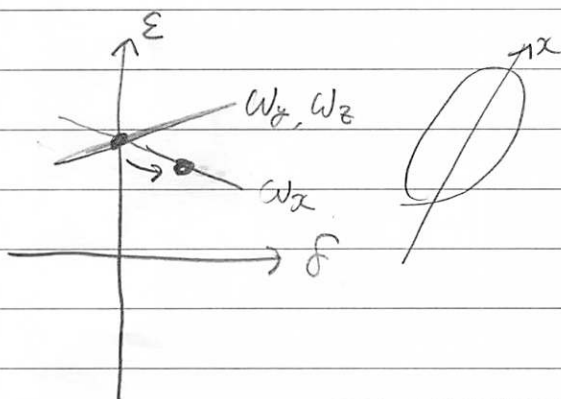
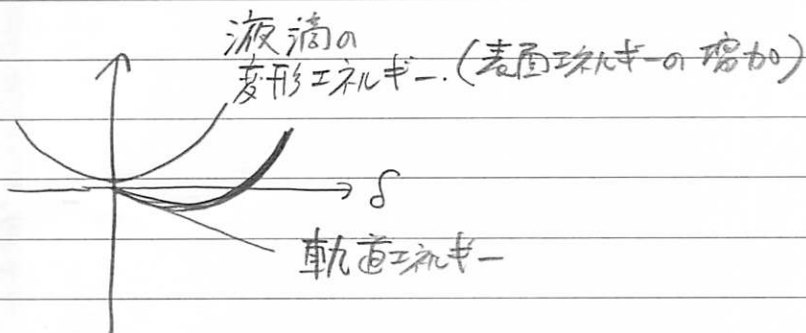
\mathcal{J} : 慣性モーメント

$$\mathcal{J}_{rig} = \frac{2}{5} MR_0^2$$

$$\mathcal{J}_{irrot} = \frac{45\delta^2}{16\pi} \mathcal{J}_{rig}$$

実験値は中間

なぜ変形がおか?



木核が x 軸方向に変形

$\rightarrow \omega_x < \omega_y, \omega_z$

\rightarrow 一方に核がつかぬ

$(\omega_x \sim \omega(\delta) (1 - \frac{2}{3}\delta))$

$\omega_{y,z} \sim \omega(\delta) (1 + \frac{2}{3}\delta)$

$(R_x \propto \omega^{-1/2})$

☆ Shell が半ばつぶれている原核では
変形がおか、エネルギーが下がる。

5. q_1-q_2 とハドロン.

5.1. 中間子 (メソン) とバリオン.

- 観測されている 軽い $J^P = 0^-$ 中間子.

	J^P	mass (MeV/c ²)
π^+, π^0, π^-	0^-	~ 140
K^+, K^0 \bar{K}^0, K^-	0^-	495
η	0^-	549
η'	0^-	958

- 観測されている 軽い $J^P = 1/2^+$ バリオン (フェルミオン).

	J^P	mass
$N(p, n)$	$1/2^+$	940
Λ	$1/2^+$	1116
$\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$	$1/2^+$	1194
Ξ^0, Ξ^-	$1/2^+$	1320

低エネルギー領域で 9つの 0^- ボソン と 9つの $1/2^+$ フェルミオン が現れる.

なぜ?

\Rightarrow ハドロンは 3種類のフェルミオン (u, d, s) からできている.
 (中間子 = $q\bar{q}$
 バリオン = qqq .)

$$M_{ij} = q_i \bar{q}_j, M = \begin{pmatrix} u\bar{u} & u\bar{d} & u\bar{s} \\ d\bar{u} & d\bar{d} & d\bar{s} \\ s\bar{u} & s\bar{d} & s\bar{s} \end{pmatrix} \rightarrow 9 \text{種類}$$

$$B_{ijk} = q_i \epsilon_{jkl} q_k q_l, B = \begin{pmatrix} u[d\bar{s}] & u[s\bar{u}] & u[\bar{u}d] \\ d[\bar{d}s] & d[s\bar{u}] & d[\bar{u}d] \\ s[\bar{d}s] & s[s\bar{u}] & s[\bar{u}d] \end{pmatrix} \rightarrow 9 \text{種類}$$

• クォークの種類 → 7L-1V- (番)

	T	T _z	Q	S	Mass	const ρ
u	1/2	+1/2	+2/3	0	300 MeV	5-10
d	1/2	-1/2	-1/3	0		
s	0	0	-1/3	-1	450 MeV	150.
\bar{u}	1/2	-1/2	-2/3	0		
\bar{d}	1/2	+1/2	+1/3	0		
\bar{s}	0	0	+1/3	1		

• 反クォークの性質

• $M_{\bar{q}} = M_q$ 内部
 • $J^{\pi}(\bar{q}) = J^{-\pi}(q)$ (バリオンは逆存在)

• 7L-1V-空間での回転

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \rightarrow q' = Uq \quad (U \in SU_3)$$

$$\bar{q} = (u d s) \rightarrow \bar{q}' = \bar{q} U^{\dagger}$$

$$M \rightarrow M' = U M U^{\dagger} = U \left\{ M - \frac{1}{3} T_3(M) E \right\} U^{\dagger} + \frac{1}{3} T_3(M) \cdot E$$

変化する成分: 変化しない成分
混じり合ふ 1成分

□ 擬スカラー(0)中間子) は 7L-1V-回転での (8重項 + 1重項) として
 バリオン ↑ の基底状態 (8重項) として現れる

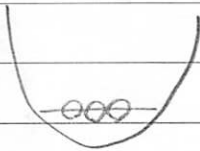
② なぜ、バリオンに 1重項は現れないか?

5.2

• ハリオン共鳴 ($J^P = 3/2^+$)

	m (MeV/c ²)
Δ ($\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$)	1230
Σ^* ($\Sigma^{*+}, \Sigma^{*0}, \Sigma^{*-}$)	1365
Ξ^* (Ξ^{*0}, Ξ^{*-})	1530
Ω	1672.5

$$|\Delta^{++}\rangle = |u^+u^+u^+\rangle$$



全てが s-state になっている!
7u-ボ-とス-ンが同じ状態が 3

→ 100% 原理を保障するには、新しい自由度 (カラー) を必要!

$$\Psi(\text{全体}) = \phi(\text{空間}) \times \chi^f(\text{7u-ボ-}) \times \chi^s(\text{ス-ン}) \times \chi^c(\text{カラー})$$

□ カラーは「カラー」という新しい量子数を持ち、
3成分 (r, g, b)

ハ-オンは、カラー回転で不変な状態として現れる。

Meson $q\bar{q}$.

$$(\bar{r} \bar{g} \bar{b}) \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \bar{r}r + \bar{g}g + \bar{b}b \quad \dots$$

$$\rightarrow \bar{r}_c U_c^+ U_c r_c = \bar{r}_c r_c \quad (\text{不変})$$

Baryon qqq

$$\epsilon_{ijk} \chi_i^c \chi_j^c \chi_k^c = \chi_i^c \cdot [\chi_j^c \times \chi_k^c] \rightarrow \text{不変}$$

7L-1A-1 重項ハリオン

$$B_{\text{singlet}} = u[ds-sd] + d[su-us] + s[ud-du]$$

$$= \sum_{ijk} \chi_{1i}^f \chi_{2j}^f \chi_{3k}^f \dots \text{完全反対称}$$

★ 7L-1A-1 ... 完全反対称

カラー ... "

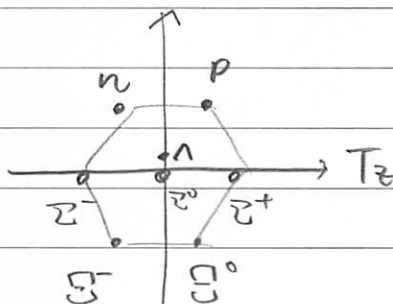
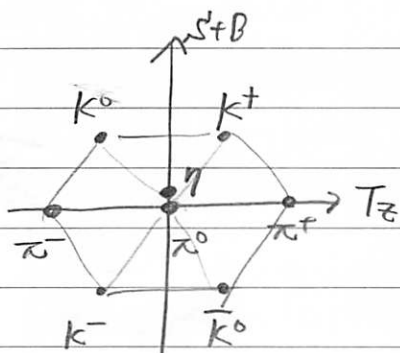
↑ スピン ...

↓ 空間 ... 完全対称

全体で完全反対称 → スピン ... 完全反対称

→ 存在!!

5.3



中間子の w.f.

5.3 ハドロン波函数

* 擬スカラー (PS) 中間子

$$|\pi^+\rangle = |u\bar{d}\rangle \quad (\text{短縮形})$$

$$\sum_{T_1 T_2} \langle T_1 T_2 | T=0, T_z=0 \rangle$$

$$\begin{array}{l} |u\rangle = |T=1/2, T_z=1/2\rangle \\ |d\rangle = |1/2, -1/2\rangle \end{array} \xrightarrow{\text{荷電反転}} \begin{array}{l} |\bar{u}\rangle = |T=1/2, T_z=-1/2\rangle \\ |\bar{d}\rangle = |T=1/2, T_z=1/2\rangle \end{array}$$

$$T_z \downarrow \quad |\pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{d}\rangle - |u\bar{d}\rangle) / \sqrt{2} = |u\bar{d}\rangle \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \right) \quad (S=0)$$

$$T_z |\pi^+\rangle = \frac{1}{2} (T_z^{(u)} + T_z^{(\bar{d})}) |\pi^+\rangle = \frac{1}{2} (|d\bar{d}\rangle - |d\bar{d}\rangle) - \frac{1}{2} (|u\bar{u}\rangle - |u\bar{u}\rangle)$$

$$= |d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

規格化
→

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$|\pi^-\rangle = |d\bar{u}\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

→ PS Meson

$$\pi^+, \pi^0, \pi^- \quad |u\bar{d}\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle), |d\bar{u}\rangle$$

$$K^+, K^0 \quad |u\bar{s}\rangle, |d\bar{s}\rangle$$

$$\bar{K}^0, K^- \quad |s\bar{d}\rangle, |s\bar{u}\rangle$$

$$\eta \quad \frac{1}{\sqrt{6}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle)$$

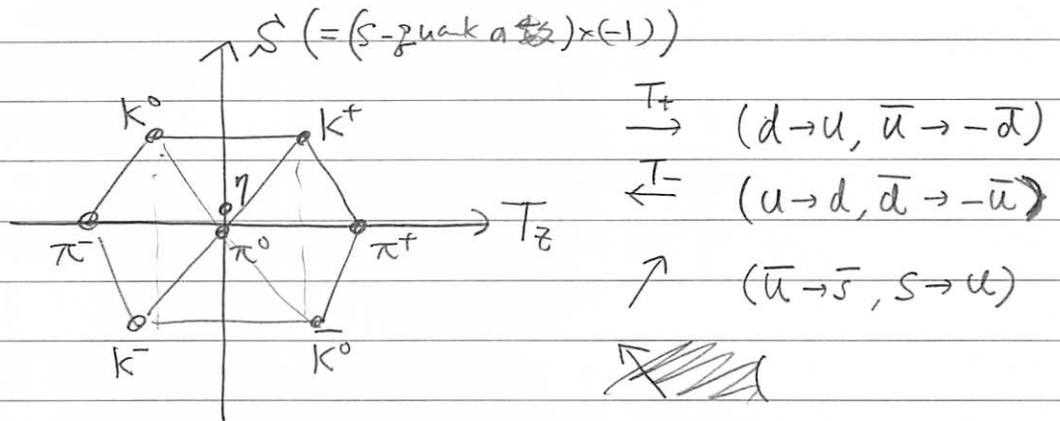
$$\eta' \quad \frac{1}{\sqrt{3}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle)$$

$$\eta + \sqrt{2}\eta' = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}}\right) (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) + \left(\frac{-1}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}}\right) |s\bar{s}\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle)$$

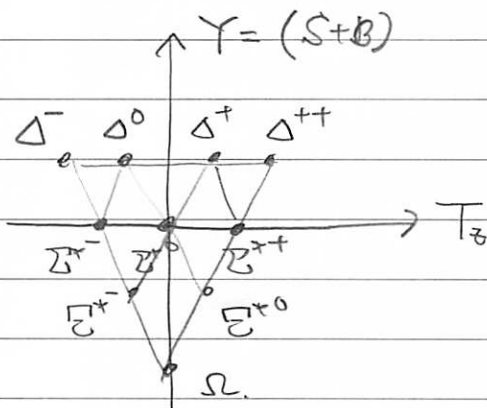
$$\pi^0 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\eta + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\eta'\right) = \begin{cases} \sqrt{2} |u\bar{u}\rangle \\ -\sqrt{2} |d\bar{d}\rangle \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{3}}\eta - \sqrt{\frac{2}{3}}\eta' = \frac{1}{3} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) \\ -\frac{1}{3} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \\ = -|s\bar{s}\rangle \end{cases}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} |u\bar{u}\rangle \\ |d\bar{d}\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \pi^0 \\ \eta \\ \eta' \end{pmatrix} \quad s\bar{s} = -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta'$$

$$M = \begin{pmatrix} u & \bar{u} & \bar{d} \\ \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\eta'}{\sqrt{3}} & \pi^+ & K^+ \\ d & \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\eta'}{\sqrt{3}} & K^0 \\ s & K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\eta'}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$



★ 共鳴ハリオニ



$$|\Delta^{++}\rangle = (uuu) \otimes |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$$

$$|\Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |uud + udu + duu\rangle$$

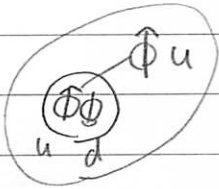
$$|\Delta^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |udd + dud + ddu\rangle$$

$$|\Delta^-\rangle = |ddd\rangle$$

$$|\Sigma^{*+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} |sdd + dsd + dds\rangle$$

* バリオン = 8 重項

$$|P\rangle = |u(\bar{u}\bar{d})\rangle$$



スピンも考慮

$$|P\rangle = |u\uparrow\rangle \otimes \frac{1}{2} |ud - du\rangle |u\downarrow - d\uparrow\rangle$$

$$= \frac{1}{2} |u\uparrow u\uparrow d\downarrow - u\uparrow u\downarrow d\uparrow - u\uparrow d\uparrow u\downarrow + u\uparrow d\downarrow u\uparrow\rangle$$

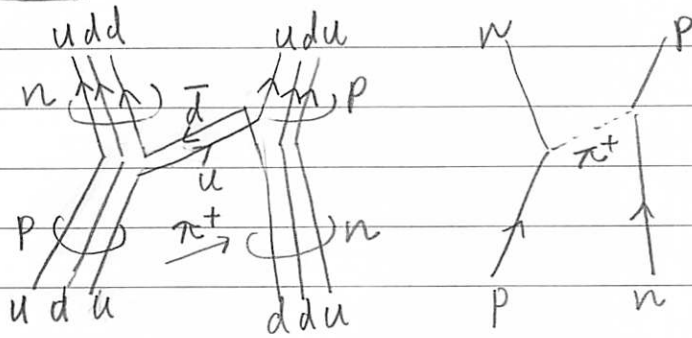
カラーは全反対称 → スピン・フレーバーは全対称

$$|P\rangle = \frac{1}{2} |u\uparrow u\uparrow d\downarrow + u\uparrow u\downarrow d\uparrow + \dots \quad \text{対称化} \quad \dots$$

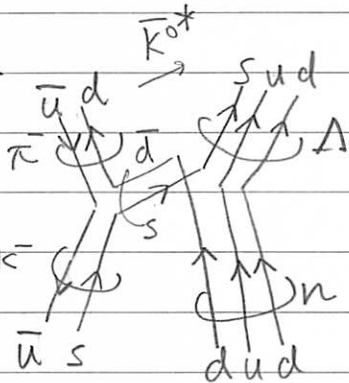
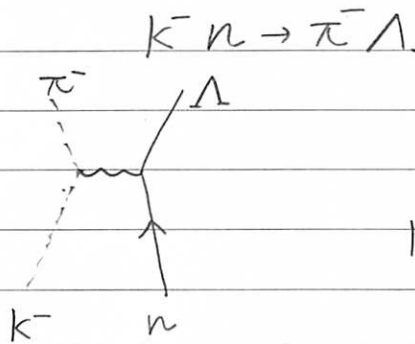
5.4 QCD (Quantum Chromodynamics, 量子色力学)

5.4.7 π - π 核力と中間子 - バリオン反発の記述

核力



ストレンジネス交換



$K^- p \rightarrow \pi^- \Sigma^+$



ストレンジネス生成

$\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$

