基研シンポ, **Mar. 18, 1998**

重イオン反応と核物質の相

北海道大学　　大西　明

1. Introduction

- ⋆ 現在の”核反応”研究の課題
- ⋆ 核物質の相
- ⋆ 核物質の液相・気相相転移と多重破砕
- ⋆ 分子動力学の成功例と失敗例

2. 波束の統計力学

- ⋆ 波束基底による分配関数の評価
- ⋆ 原子核のカロリー曲線
- ⋆ 原子核の熱破砕

3. 重イオン反応への応用

- ⋆ 量子揺らぎを含む分子動力学
- ⋆ 重イオン反応での多重破砕の記述

4. まとめと今後の展望

現在の”核反応”研究の課題

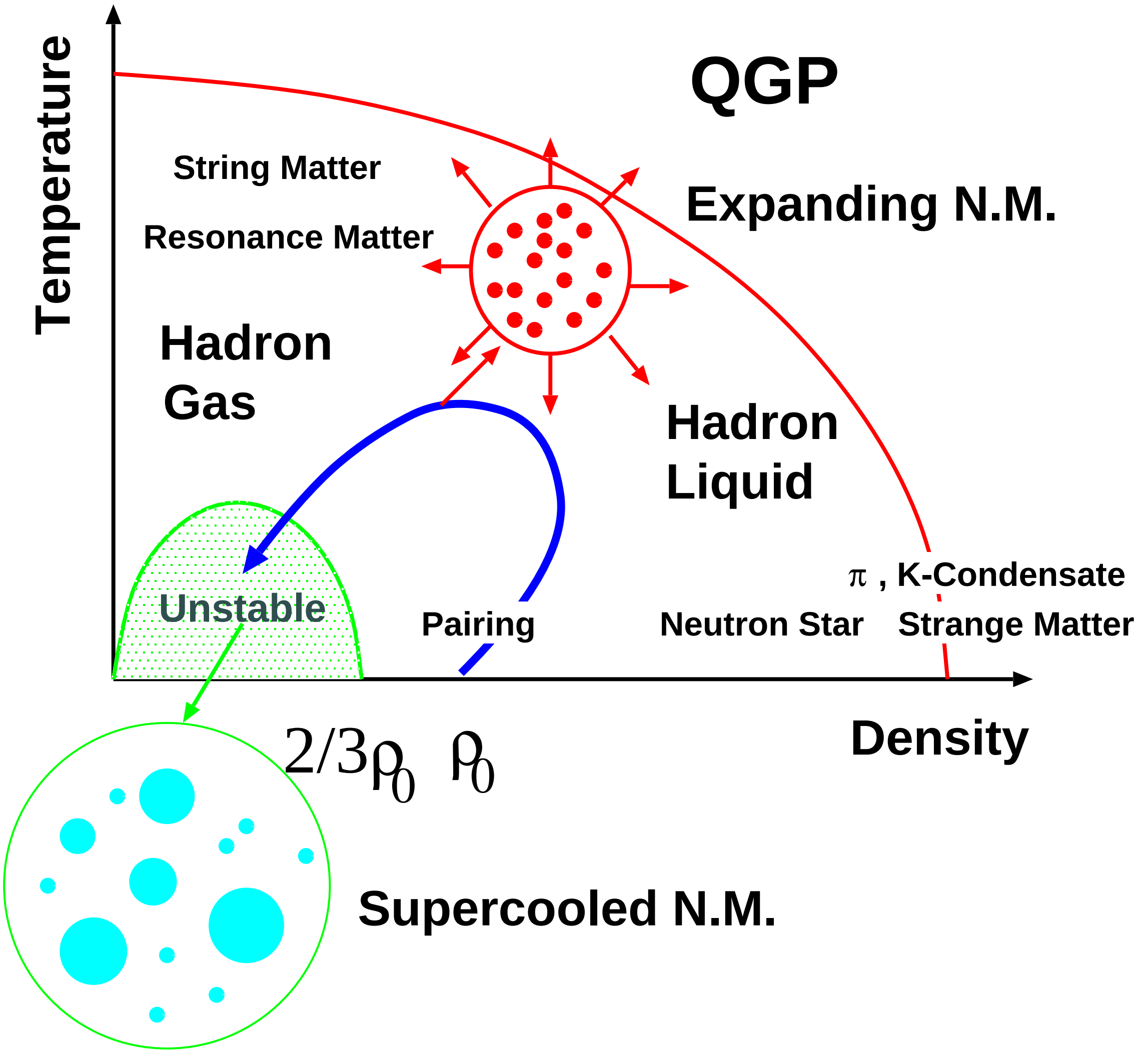
- ⋆ 新しい原子核を作る/大きさを測る/励起状態を調べる
  中性子過剰核、超重核、ハイパー核、ダブル・ハイパー核、...
- ⋆ 核構造を調べる
  原子核の電磁気的応答、スピン応答、アイソスピン応答、超変形、高速回転、バリア以下の核融合、...
- ⋆ 反応機構を調べる
  核分裂、多重破砕、...
- ⋆ 宇宙を調べる
  天体核反応、核物質の状態方程式、...
- ⋆ ハドロンを調べる
  ハドロン内部構造、核内でのハドロンの性質の変化、ハドロン間相互作用、...
- ⋆ 核物質を調べる
  核物質の状態方程式、粒子生成、多重破砕、...
- ⋆ ハドロン物質を調べる
  状態方程式、粒子生成、核内ハドロン、クォーク・グルーオン・プラズマ、パートンの動力学、...

- **私が目指す物理**

1. 様々なハドロンの”相”の研究 ＝ ”ハドロン物性物理学”
2. 相転移とその動的過程への影響

様々なハドロン物質の相

＝ 重イオン物理の最大の目標のひとつ



- **いかにして相の性質を引き出すか？**

  ⋆ QCD 相転移 (c.f. 森松)

  ⋆ Pairing 相転移 (c.f. 清水)

  ⋆ 共鳴ハドロン物質

  ⋆ ストレンジ物質

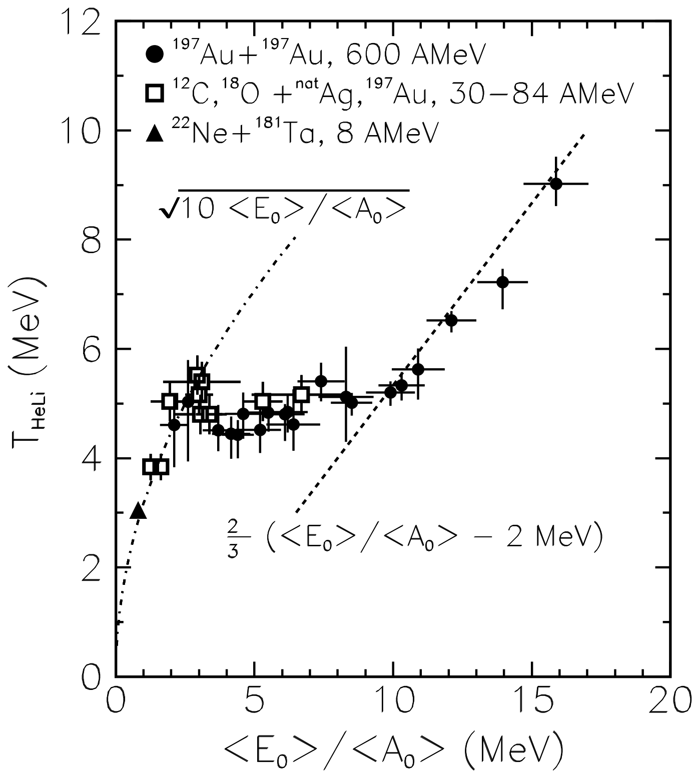
  ⋆ 液相・気相相転移

. . .

原子核のカロリー曲線と液相・気相相転移

● **Caloric Curve**

J.Pochadzalla et al.,PRL75('95),1040.



$$\textbf{Low-}T\textbf{:}\ E^*/A = aT^2 \leftrightarrow \textbf{High-}T\textbf{:}\ E^* = 1.5T + c$$

量子統計的相 ↔ 古典統計的相

⋆ 期待されているシナリオ

１次相転移 → 過冷却された核子気体相 → 多重破砕
(核子でも核分裂片でもない中間質量片 (IMF) の増加)

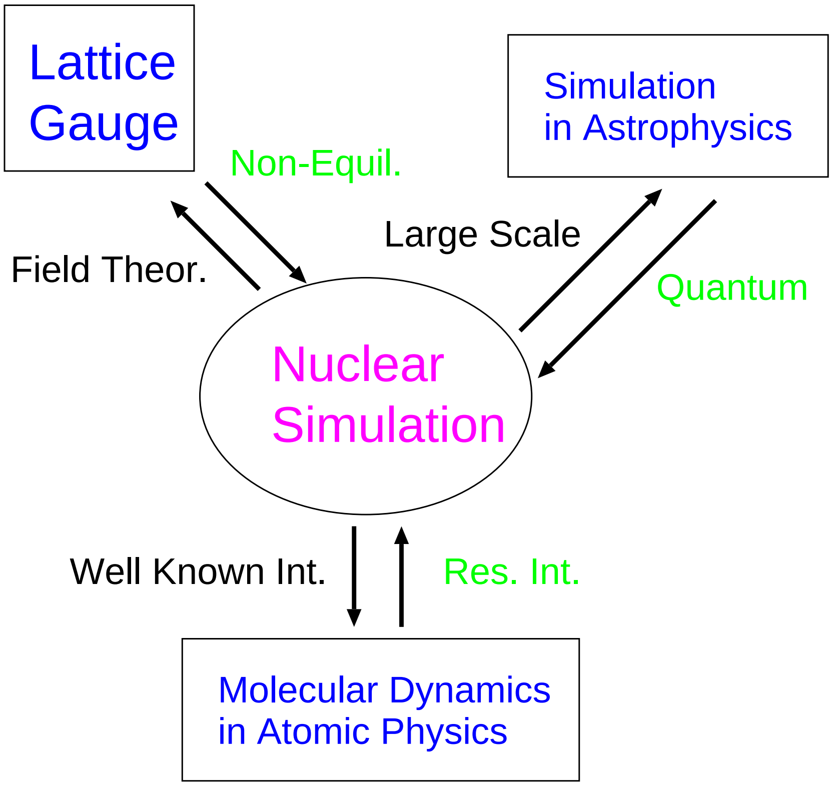
⋆ 問題点

⋆ 他のフラグメント生成機構との競合

⋆ 熱平衡に達しているか？

→ 反応過程を仮定しない微視的な模型による分析が必要。

原子核反応のシミュレーション



分子動力学＝(半) 古典的粒子シミュレーション

＝ (パラメータ化された) 積波動関数 (↔ 粒子描像)

$$|\Psi_Z\rangle = (\mathcal{A})\prod_i |\phi(\mathbf{r}_i;\mathbf{Z}_j)\rangle \quad (\mathbf{Z}_j;\ \text{パラメータ} \approx \text{位相空間})$$

＋ 時間依存変分原理から得られる運動方程式 (↔ 平均場)

$$\mathcal{L} = \frac{\langle\Psi_Z|i\hbar\partial/\partial t - \hat{H}|\Psi_Z\rangle}{\langle\Psi_Z|\Psi_Z\rangle}$$

$$\to \quad \dot{R}_i = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial P_i}, \quad \dot{P}_i = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial R_i} \quad \left(\mathcal{H} = \frac{\langle\Psi_Z|\hat{H}|\Psi_Z\rangle}{\langle\Psi_Z|\Psi_Z\rangle}\right)$$

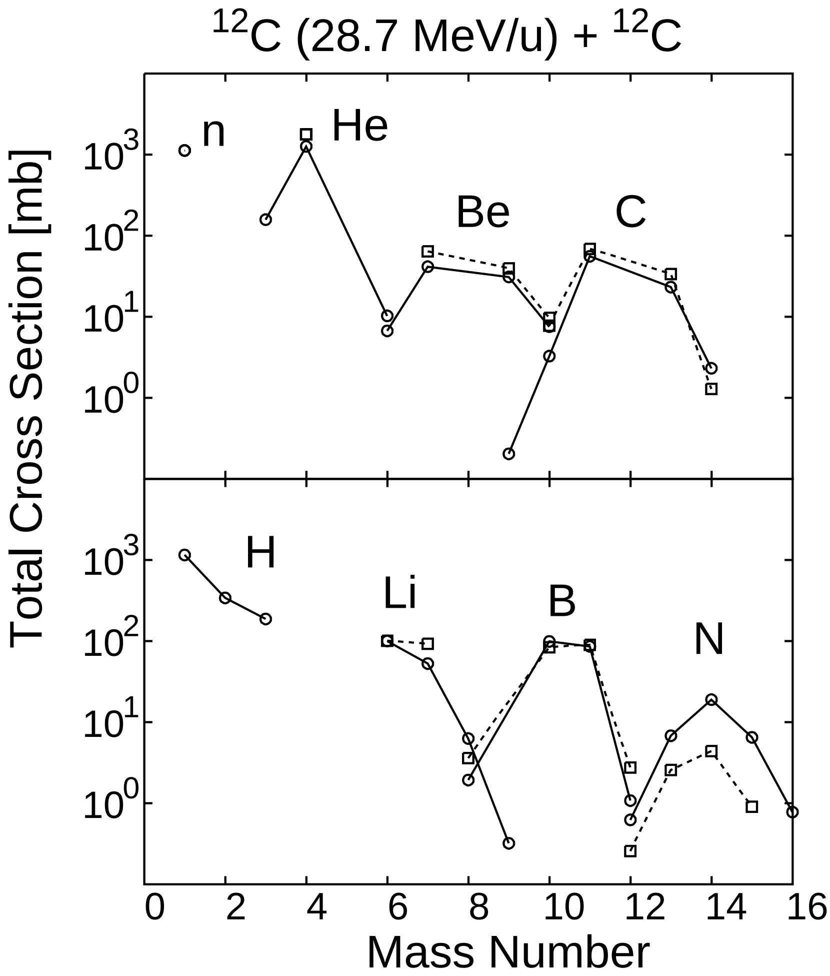
$$(R = R(\mathbf{Z}), P = P(\mathbf{Z})\ \text{は正準変数})$$

＋ 残留相互作用
(↔ 粒子衝突, 粒子生成, 粒子崩壊, 揺らぎ ...)

反対称化分子動力学 (AMD) の重イオン反応への適用例

Ono, et al., PRC47('93),2652.

- ^{12}**C(28.3 MeV/A)+**^{12}**C 反応からのフラグメント 生成確率**



Calc.; Solid lines, Exp.: Dashed lines

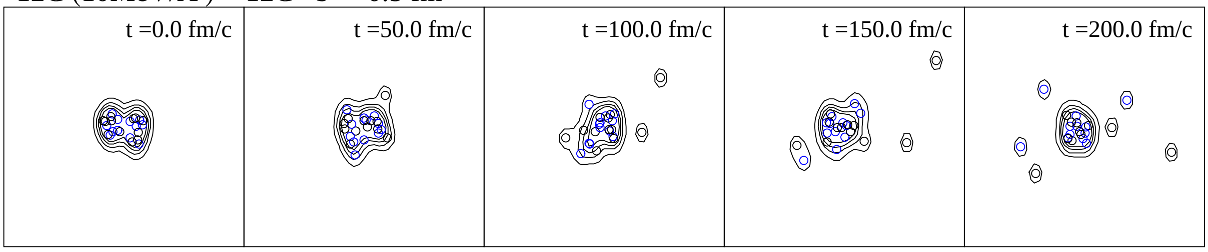
アイソトープ分布まで含めて実験を非常によく再現

原子核反応のエネルギー依存性

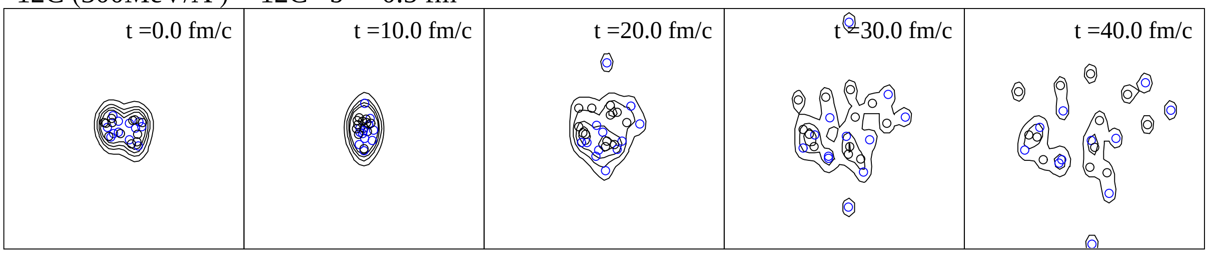
— 大きな残留相互作用と揺らぎ (破砕、粒子生成、. . .)

Y.Nara, Ph. D., March 1996.

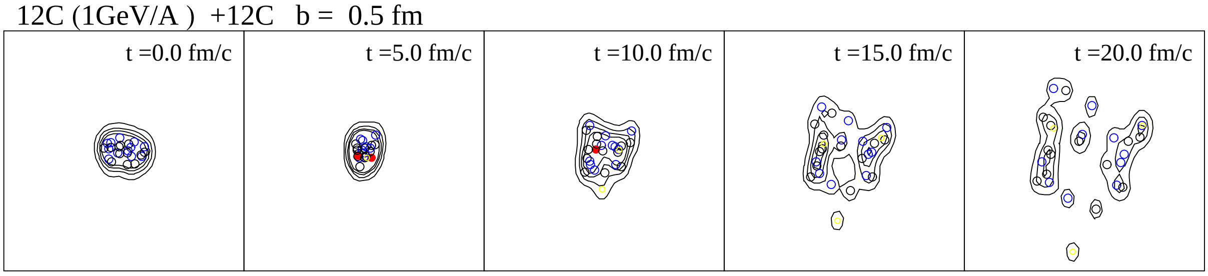
12C (10MeV/A) +12C b = 0.5 fm



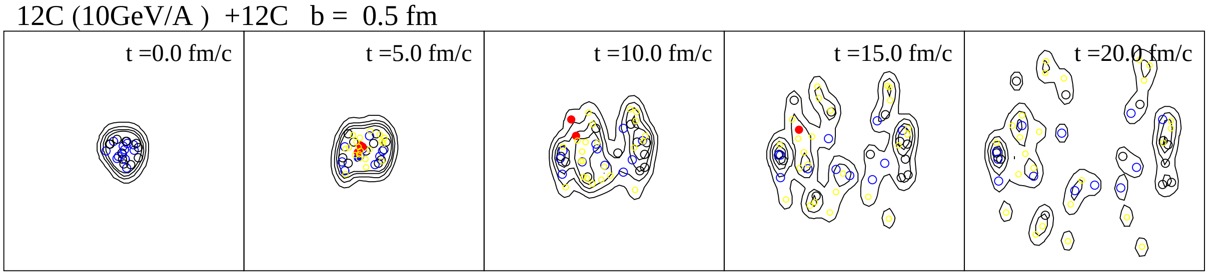
12C (300MeV/A) +12C b = 0.5 fm



12C (1GeV/A) +12C b = 0.5 fm



12C (10GeV/A) +12C b = 0.5 fm



分子動力学の問題点

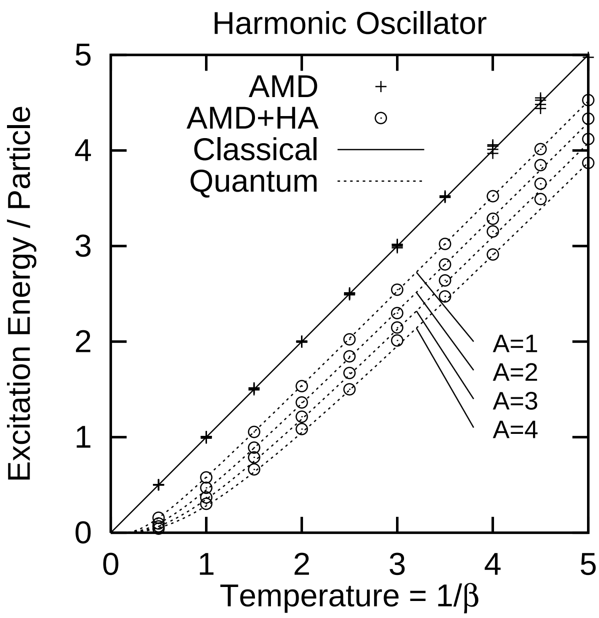
• 分子動力学の統計的性質

⋆ 運動方程式から期待される分配関数

$$\mathcal{Z} = \int d\Gamma \exp(-\beta \mathcal{H})$$

→ 低温でも $E^* \propto 1/\beta \equiv T$ ⋯ 古典的？

⋆ 基底状態 $\mathcal{H} = E_{g.s.}$ が担う分配関数 ≈ 0
(パラメータ空間では１点)



(A.O. and J.Randrup, NPA 565('93),474.)

• 解決方法

1. β の再解釈と波動関数自体の分析

Schnack-Feldmeier, NPA 601('96), 181, Ono-Horiuchi, PRC53 ('96), 2341.

パラメータ空間では古典統計となるが、波動関数で見れば量子統計性がみえる。しかし、フラグメント生成にはこの量子統計性は効果無し。

2. 量子揺らぎを含む分子動力学

Ohnishi-Randrup, 1993-; Ono-Horiuchi, PRC53 ('96)845, PRC53("96), 2958.)

波束基底の統計力学から
量子揺らぎを含む分子動力学へ

問題: 波束 $|\Psi_Z\rangle$ はハミルトニアンの固有状態ではない。
$=$ エネルギーに揺らぎがある

- **平衡状態:** 分配関数を求めればよい

$$
\begin{aligned}
\mathcal{Z}_\beta &\equiv \mathrm{Tr}\left(\exp(-\beta\hat{H})\right) = \int d\Gamma_Z \mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z}) \\
\mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z}) &= \langle\Psi_Z|\exp(-\beta\hat{H})|\Psi_Z\rangle = \exp(-\mathcal{F}(\mathbf{Z})) \\
&\neq \exp(-\beta\mathcal{H})
\end{aligned}
$$

- **非平衡状態:** 平衡状態に近付いて行く方程式を作る

$\star$ $\mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z})$ を平衡分布とするフォッカー・プランク方程式

$$
\frac{D\phi(\mathbf{Z};t)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{q}}\cdot\left(\mathbf{M}\cdot\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\mathbf{q}} + \mathbf{M}\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{q}}\right)\phi\ ,
$$

$$
\{\mathbf{q}\} = \{\mathbf{r},\mathbf{p}\}, \qquad \mathbf{M} = \mathbf{g}\cdot\mathbf{g} : \textbf{Mobility Tensor}
$$

$\star$ 同値なランジュバン方程式 (量子ランジュバン方程式)

$$
\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{p}}{dt} &= -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{r}} - \mathbf{M}^p\cdot\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\mathbf{p}} + \mathbf{g}^p\cdot\zeta^p\ , \\
\frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}} - \mathbf{M}^r\cdot\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\mathbf{r}} + \mathbf{g}^r\cdot\zeta^r\ ,
\end{aligned}
$$

正準方程式　　**Drift**　　**Diffusion**

$\rightarrow$ 時間についての常微分方程式 $=$ (数値的に) 解ける！

ボルツマン演算子による波束の歪曲

- **演算子の統計平均**

$$\prec \hat{O} \succ_\beta \equiv \frac{1}{\mathcal{Z}_\beta} \mathrm{Tr}\left(\hat{O}\exp(-\beta\hat{H})\right) = \frac{1}{\mathcal{Z}_\beta}\int d\Gamma\, \mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z})\ \mathcal{O}_\beta(\mathbf{Z})$$

$$\mathcal{O}_\beta(\mathbf{Z}) \equiv \frac{\langle\Psi_Z(\beta/2)|\hat{O}|\Psi_Z(\beta/2)\rangle}{\mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z})} \neq \langle\hat{O}\rangle$$

$$|\Psi_Z(\beta/2)\rangle = \exp(-\beta\hat{H}/2)|\Psi_Z\rangle$$

$\star$ ”冷やされた”状態 $|\Psi_Z(\beta/2)\rangle$ による
演算子期待値の **Weighted average**

$\star$ $\mathcal{H}_\beta < \mathcal{H}$:

$\rightarrow$ 量子統計的には波束はそれ自身の期待値より
低いエネルギーを運ぶ

- **ボルツマン演算子による歪曲の分子動力学による表現:**

虚時間推進 = 冷却方程式を $\tau = \beta\hbar/2$ まで解く

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = -\frac{2\Delta p^2}{\hbar}\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}\ , \qquad \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} = \frac{2\Delta r^2}{\hbar}\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}\ .$$

いかにして統計重率 $\langle\Psi_Z|\exp(-\beta\hat{H})|\Psi_Z\rangle$ を求めるか?

- **通常の高温展開**

$$\mathcal{F}(\mathbf{Z}) \equiv -\log\{\langle\Psi_Z|\exp(-\beta\hat{H})|\Psi_Z\rangle\} \approx \beta\mathcal{H} - \beta^2\sigma^2/2$$

$$\sigma^2 \equiv \langle\hat{H}^2\rangle - \langle\hat{H}\rangle^2$$

$\cdots T = 1/\beta < \sigma^2/\mathcal{H}$ で破綻 ($\beta \to \infty$ で発散)

- **調和近似**

$$\frac{d\mathcal{F}(\mathbf{Z})}{d\beta} = \mathcal{H}_\beta\ , \quad \frac{d\mathcal{H}_\beta}{d\beta} = -\sigma_\beta^2 < 0 \quad (\mathbf{Exact})$$

$\star$ $\mathcal{H}_\beta$ は β の減少関数

$\star$ 波束に少しでも基底状態が混じっていれば

$$\mathcal{H}_\beta \to E_{g.s.}(\beta \to \infty)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_\beta &\approx (\mathcal{H} - E_{g.s.})\ \exp(-\beta D) + E_{g.s.}\\ D &\equiv \sigma^2/(\mathcal{H} - E_{g.s.})\end{aligned}$$

- **分子動力学による波束のエネルギー揺らぎの表現**

$$\begin{aligned}\sigma^2(\mathbf{Z}) &= \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{Z}}\cdot\mathbf{C}\cdot\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\bar{\mathbf{Z}}}\\ &= \Delta p^2\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}}\cdot\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{p}} + \Delta r^2\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{r}}\cdot\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{r}}\\ \mathbf{C} &= \frac{\partial^2}{\partial\bar{\mathbf{Z}}\partial\mathbf{Z}}\log\left(\langle\Psi_Z|\Psi_Z\rangle\right)\end{aligned}$$

Soluble Example

- **One Particle in a Harmonic Oscillator**

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2\hat{r}^2}{2}$$

$$\mathcal{H} = \hbar\omega\bar{Z}Z = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 r^2}{2} \quad \left(Z = \sqrt{\nu}r + \frac{i\,p}{2\hbar\sqrt{\nu}} \right)$$

$$D(\mathbf{Z}) \equiv \langle \mathbf{Z}|\hat{H}^2 - \mathcal{H}^2|\mathbf{Z}\rangle/\mathcal{H} = \hbar\omega$$

$$\mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z}) \equiv \langle \mathbf{Z}|\exp(-\beta\hat{H})|\mathbf{Z}\rangle = \exp(-\alpha\beta\mathcal{H}) \quad \left(\alpha = \frac{1-e^{-\beta\hbar\omega}}{\beta\hbar\omega} < 1 \right)$$

$$\prec \hat{H} \succ_\beta^U \equiv \frac{1}{\mathcal{Z}_\beta}\int d\Gamma\, \mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z})\; \mathcal{H}(\mathbf{Z}) = \frac{T}{\alpha} > T$$

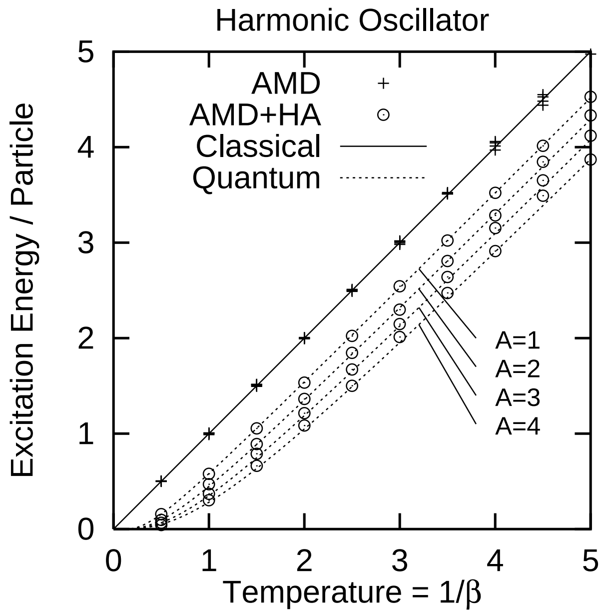
$\cdots$ **w.o Distortion = Wrong !**

$$\prec \hat{H} \succ_\beta = \frac{1}{\mathcal{Z}_\beta}\int d\Gamma\, \mathcal{W}_\beta(\mathbf{Z})\; \mathcal{H}_\beta(\mathbf{Z}) = \frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega}-1} \quad \cdots \textbf{Exact}$$

$\cdots$ **Larger Fluctuations + Intrinsic Distortion = Exact**

- **Fermions in a Harmonic Oscillator**

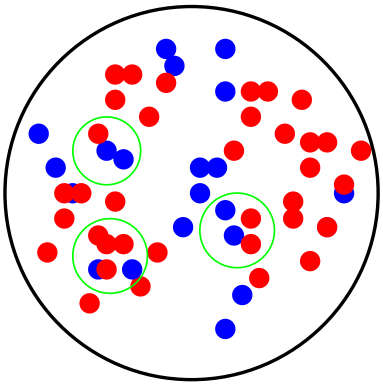
(A.O. and J.Randrup, NPA 565('93),474.)



Even with AntiSymm.,
$E^* = T = 1/\beta$
without σ_E^2 Effects
$\Downarrow$
Improved by H.A.
incl. A-dep.

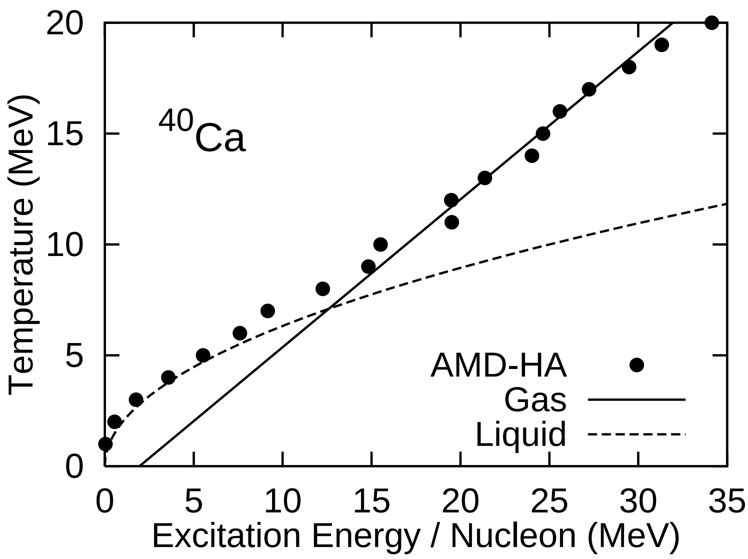
Statistical Properties of Nuclei

(A.O. and J.Randrup, PRL 75('95),596;AOP 253('97),279;
A.O. et al., Proc. NN97, NPA, in press.)



- ⋆ Equilibrium in a Sphere $R = r_0 A^{1/3}$ ($r_0 = 2.0$ fm)
- ⋆ AMD w.f. and $\mathcal{H}$ (Volkov)
- ⋆ Harmonic Approx.
- ⋆ Metropolis Sampling

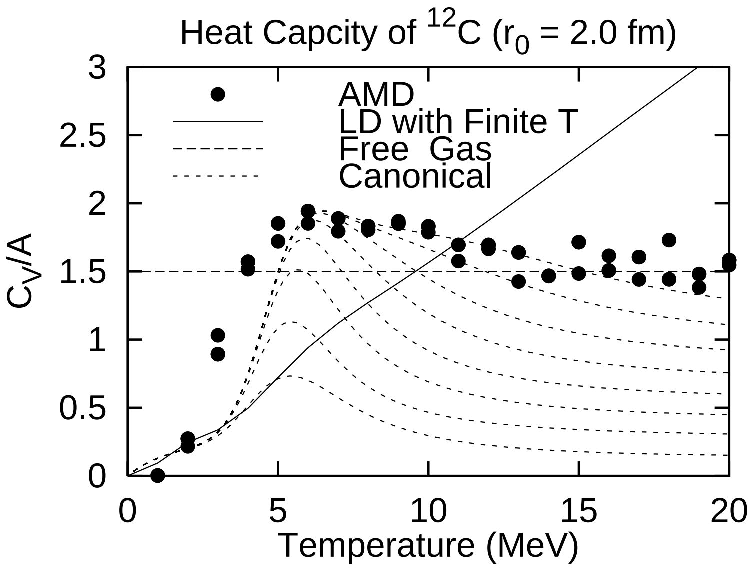
• Caloric Curve



G: $T = \frac{2}{3}(E/A - 2)$ MeV

L: $T = 2\sqrt{E/A}$ MeV

• Heat Capacity



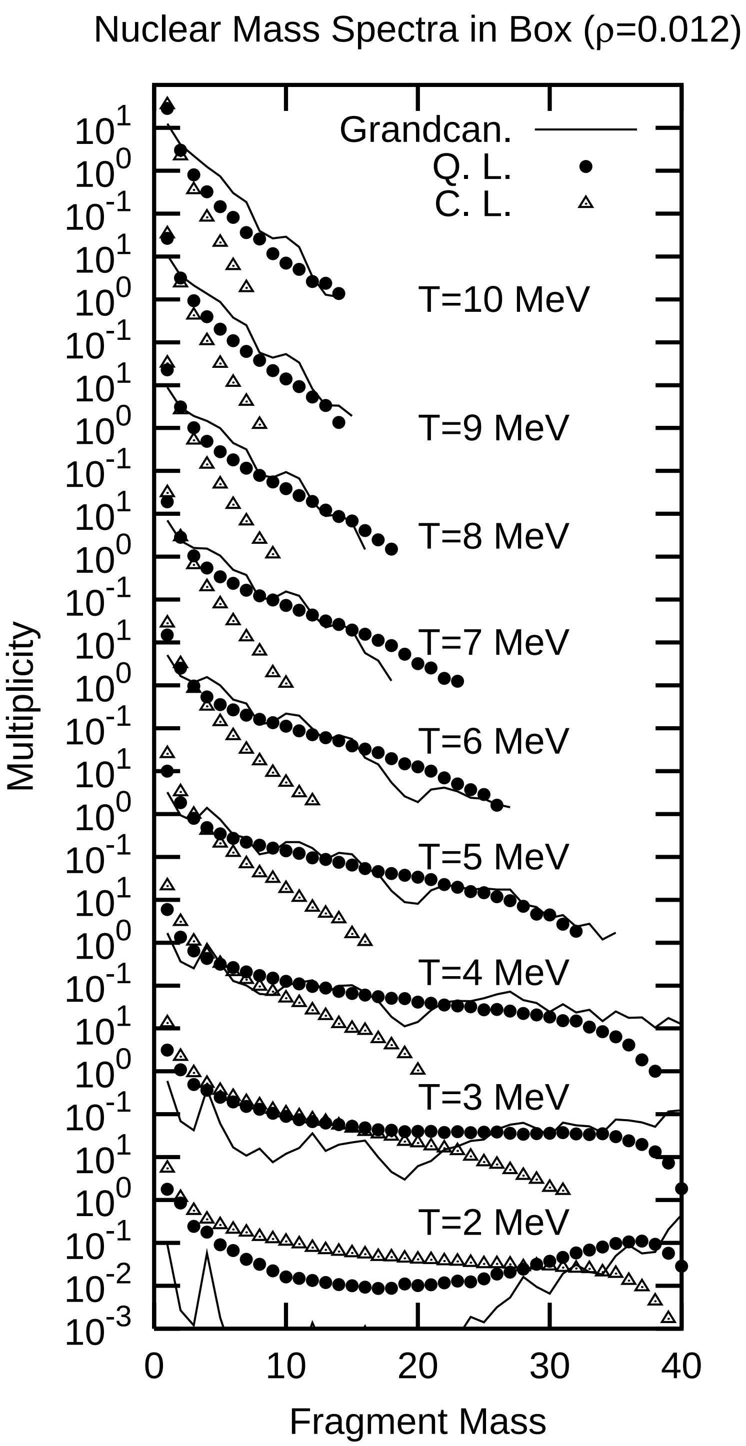
Multifragmentation ?
Canonical
→ upto 9-body

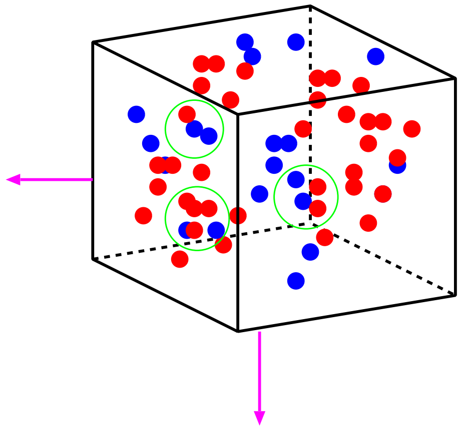
Thermal Fragmentation of Nuclei

(A.O. and J. Randrup, PL B394('97), 260)

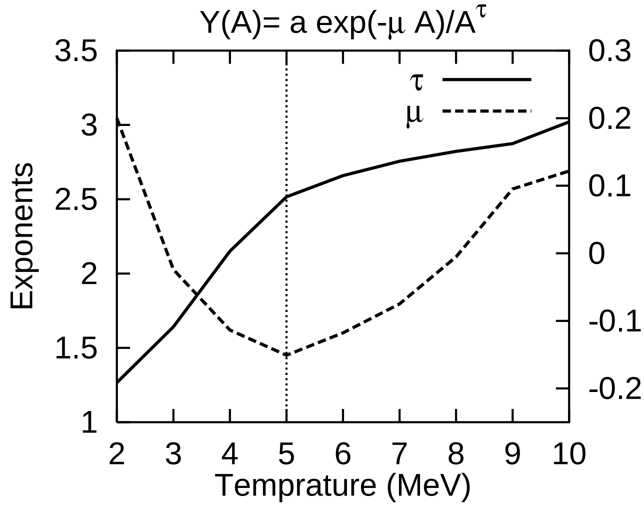
- ⋆ Equilibrium in a Box with Periodic B.C.
- ⋆ Time-Average by using QMD (Gogny) +Q.L.

- Mass Dist. at Fixed T





- Critical Properties



$$Y(A) \;\propto\; e^{-\mu A}/A^{\tau}(A \leq 15)$$

$$\tau \;\simeq\; 2.5$$

Quantal Langevin Equation at Given E

- **Equilibrium Distribution $\cdots$ Q. Microcan.**

$$\phi_{\rm eq}(\mathbf{Z}) \equiv \exp(-\mathcal{F}(\mathbf{Z})) = \langle \mathbf{Z}|\delta(E-\hat{H})|\mathbf{Z}\rangle \neq \delta(E-\mathcal{H})$$

- **Fokker-Planck Equation: $\phi_{\rm eq}$ = Static Solution**

$$\frac{D\phi(\mathbf{Z};t)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \cdot \left(\mathbf{M} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{M} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \right) \phi \ , \quad \{\mathbf{q}\} = \{\mathbf{r}, \mathbf{p}\}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{g}\cdot\mathbf{g} : \quad \textbf{Mobility Tensor}$$

- **Equivalent Langevin Equation at Fixed E**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}} &= \mathbf{f} - \beta_{\mathcal{H}} \mathbf{M}^p \cdot (\mathbf{v}-\mathbf{u}) &+ \mathbf{g}^p \cdot \zeta^p \ , \\ \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v} + \beta_{\mathcal{H}} \mathbf{M}^r \cdot \mathbf{f} &+ \mathbf{g}^r \cdot \zeta^r \ , \\ & \qquad \textbf{Drift} & \textbf{Diffusion} \end{aligned}$$

$\star$ **Effective Inverse Temperature:**

$$\beta_{\mathcal{H}} \equiv \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathcal{H}} \approx \frac{\mathcal{H}-E}{\sigma_E^2} \qquad (\textbf{Harm. Approx. to } \langle \mathbf{Z}|\delta(E-\hat{H})|\mathbf{Z}\rangle)$$

$\cdots$ **Drift Term Acts as a Energy Recovering Force**

$\star$ $\mathbf{u}$ **: Local Collective Velocity $\approx$ Classical**

$\star$ $\prec \zeta_i(t)\zeta_j(t') \succ = 2\delta(t-t')$ **: White Noise**

- **Intrinsic Distortion of Wave Packets** $\cdots \sqrt{\delta(E-\hat{H})}|\mathbf{Z}\rangle$

Canonical-type Distortion is used.

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = -\frac{2\Delta p^2}{\hbar}(\mathbf{v}-\mathbf{u}) \ , \quad \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} = \frac{2\Delta r^2}{\hbar}\mathbf{f}$$

until $\mathcal{H}=E$ before making an observation

Soluble Example

- **Distinguishable Particles in a Harmonic Oscillator (A.O. and J.Randrup, AOP 253('97),279.)**

$\star$ **Number of States = Phase Volume**

$$\Omega(E) = \frac{(E+N-1)!}{E!\,(N-1)!} = \frac{\Gamma(E+N)}{\Gamma(E+1)\Gamma(N)}$$

$$\frac{1}{T} \equiv \frac{\partial}{\partial E}\log(\Omega(E))$$

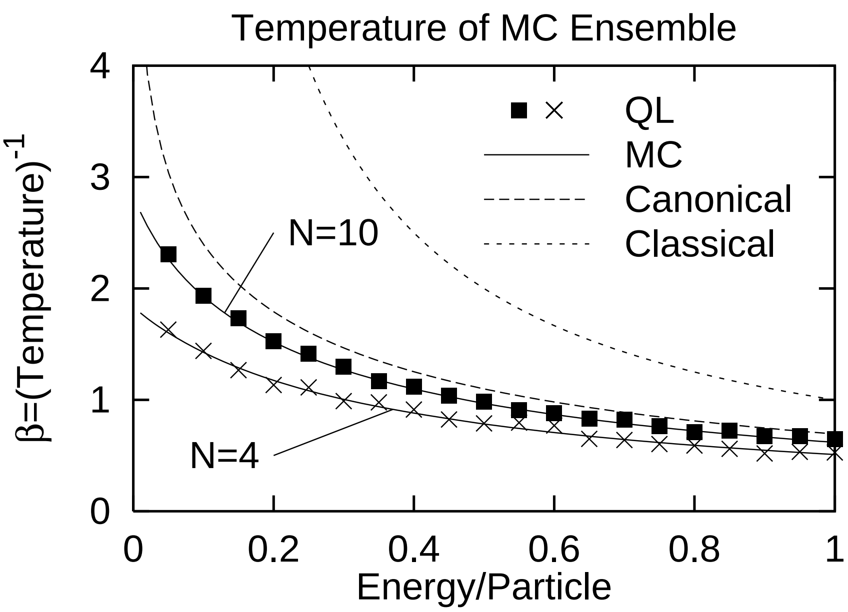
$\star$ **Harm. Approx. to** $\langle \mathbf{Z}|\delta(E-\hat{H})|\mathbf{Z}\rangle$

$$\rho_E(\mathbf{Z}) \equiv \langle \mathbf{Z}|\delta(E-\hat{H})|\mathbf{Z}\rangle \approx \; e^{-\mathcal{H}} \; \frac{\mathcal{H}^E}{\Gamma(E+1)}$$

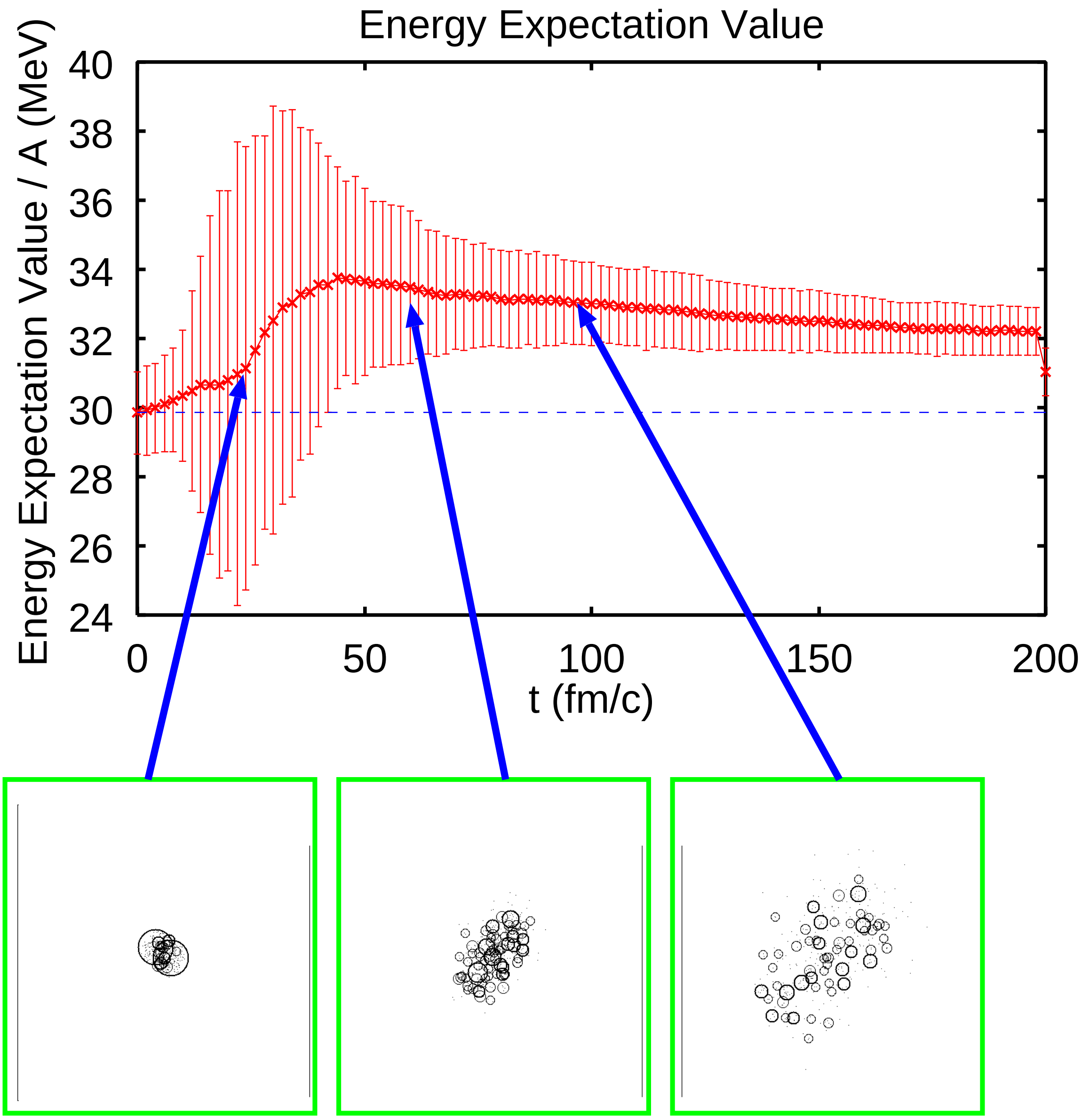
$\star$ **Quantal Langevin Model**

$$\frac{1}{T} \equiv \frac{1}{\Omega(E)}\int d\Gamma\,\rho_E(\mathbf{Z})\;\beta_E(\mathbf{Z}) \approx \prec \beta_E(\mathbf{Z}) \succ_{TimeAverage}$$

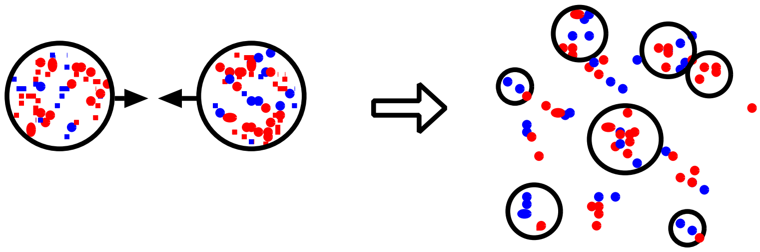
$$\beta_E(\mathbf{Z}) \equiv \frac{\partial \log(\rho_E(\mathbf{Z}))}{\partial E} \qquad > \beta_{\mathcal{H}}$$



- **Example of Energy Fluctuation**



Multifragmentation from Au+Au (I)
– IMF Multiplicity

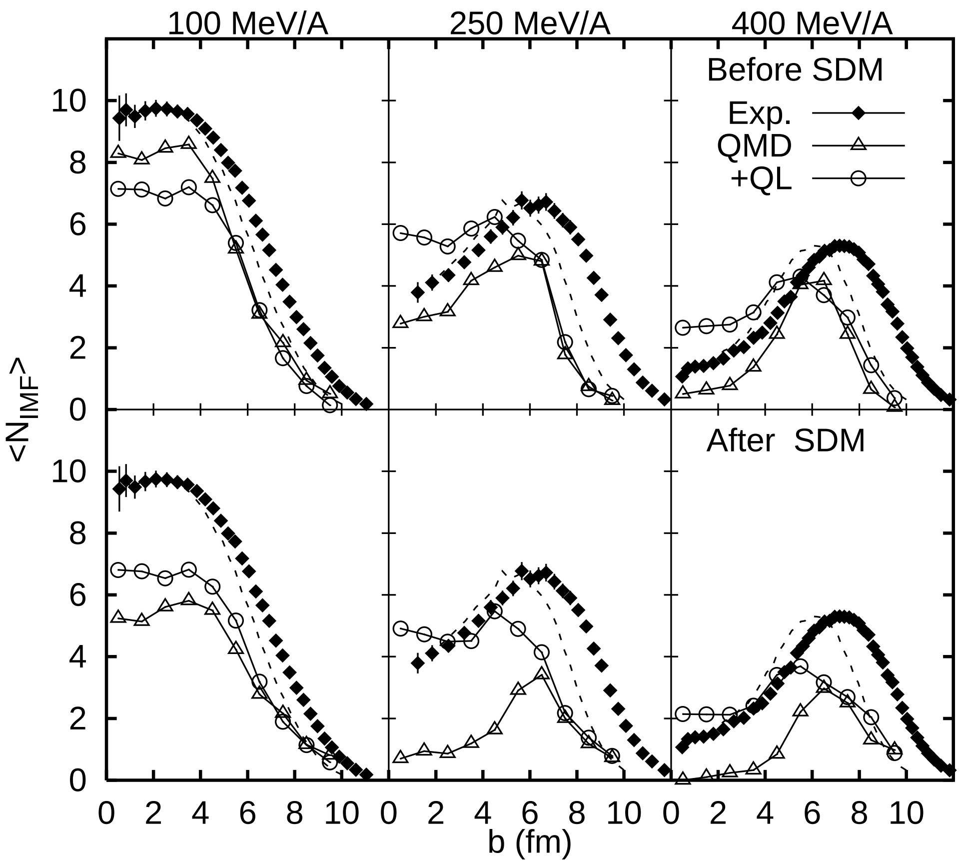


- **MSU/ALADIN Data — E_{inc} and b-dependence**

M.B.Tsang et al., PRL 71 ('93), 1502.

A.O. and J. Randrup, PL B394('97), 260.

c.f. Iwamoto et al. PTP 98('97),87, Barz et al. PLB 359('96),261.



⋆ Exp.: b_{imp} sort = PM, $3 \leq Z_{imf} \leq 30$

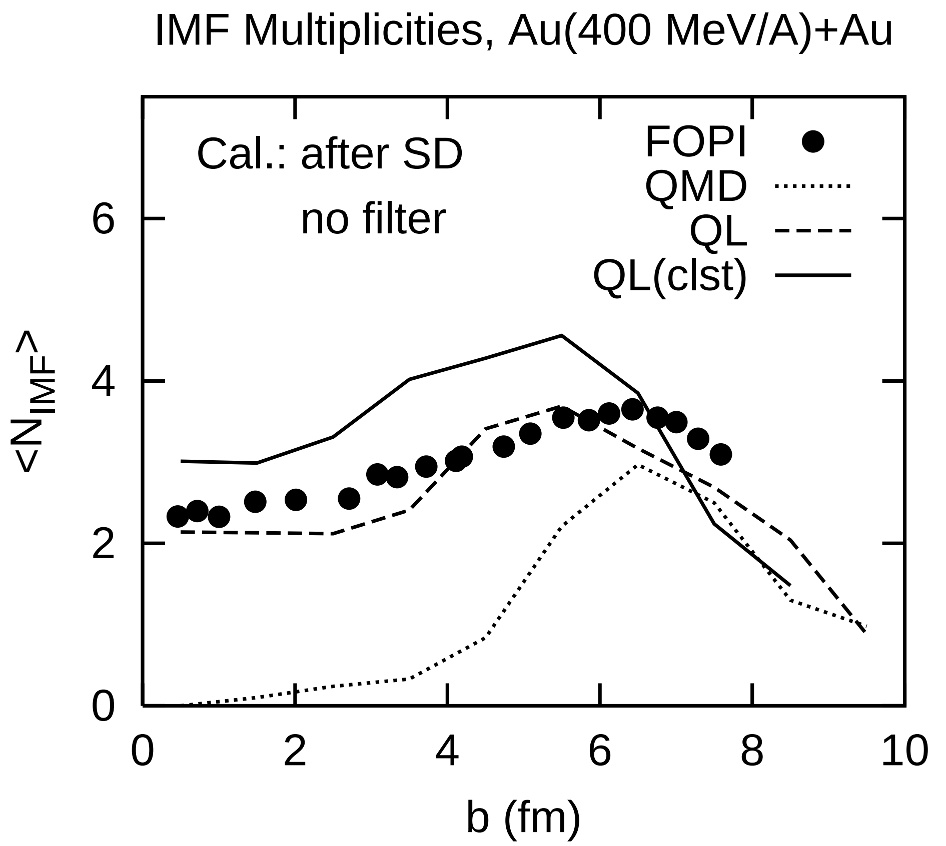
⋆ Calc.: QMD, Gogny+Pauli, No Det. Eff. is incl.

→ **Dynamically Produced Fragments are cool enough to Survive Statistical Decay in QMD-QL !**

Multifragmentation from Au+Au (II)
– Comparison with New Data

- **FOPI Data b-dependence at E_{inc}=400 MeV/A**

W. Reisdorf et al., NP A612 ('97), 493



$\star$ **Exp:** b_{imp} **sort = ERAT,** $3 \leq Z_{imf} \leq 15$

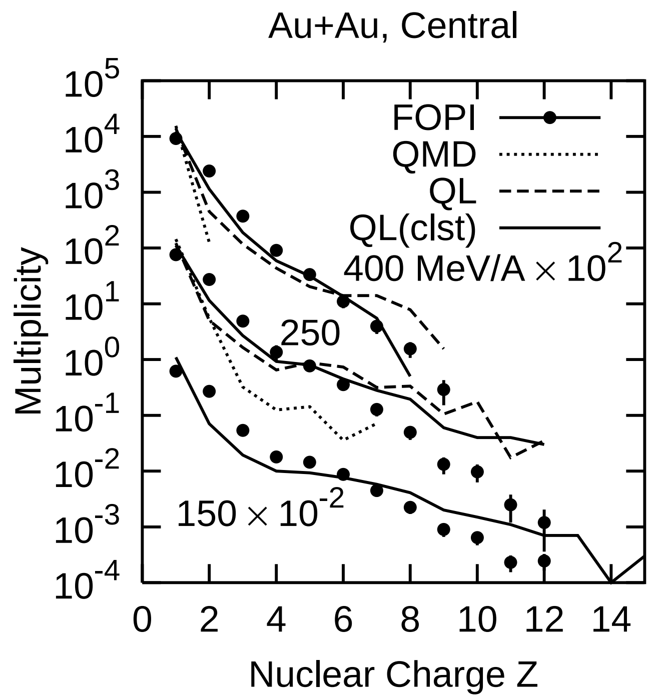
$\star$ **Calc.: QMD, Gogny+Pauli, No Det. Eff. is incl.**

$\star$ **QL(clst): with Cluster-Cluster coll.**

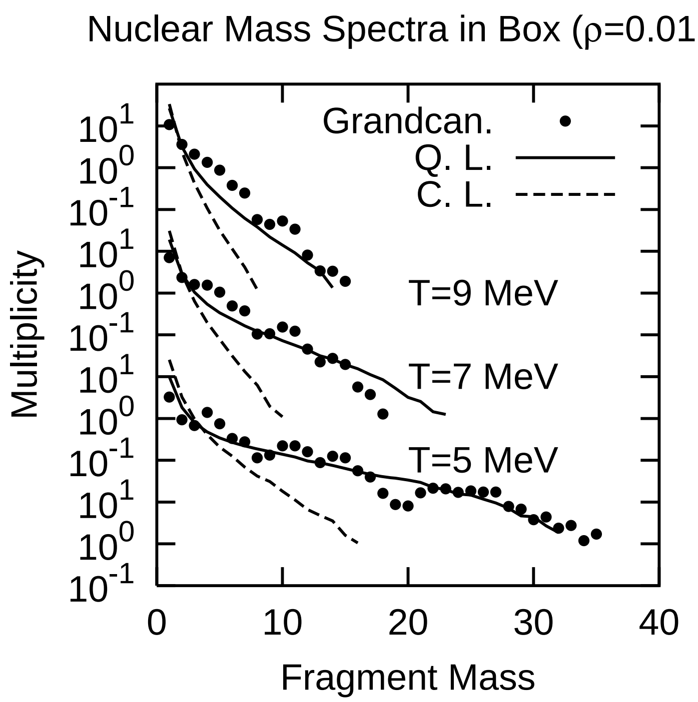
$\rightarrow$ **Flatter b dependence with ERAT sort**

Charge and Mass Distribution

- **Heavy-Ion Collision: Non-Equilibrium Formation**



- **Statistical Sampling: Formation at Equilibrium**



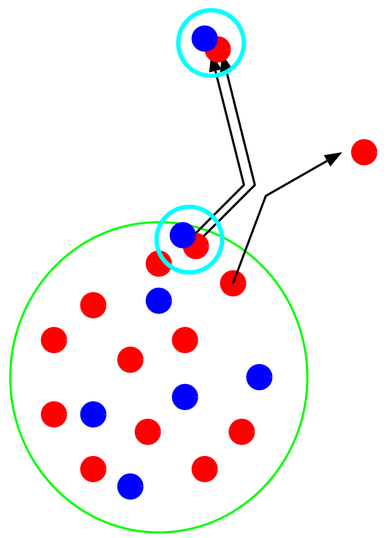
→ **Are fragments produced after equilibrium is reached ?**

- **Cluster-Cluster Scattering**

Danielewicz and Bertsch, NP A533 ('91), 712: (d, t, h)

Ono et al., PRC 47 ('91), 2652: (Nα)

Y. Nara et al. PL B346 ('95), 217: ($K^{-}\alpha \to \pi^{4}_{\Lambda}$H)



Cluster-Cluster (or N) Scattering

* Black Disc Ang. Dist. &σ are assumed
* Seed of IMFs
* Only 0s clusters are considered

- **Light Charged Particle Multiplicity**

$\cdots$ **Large underestimate for A=3**