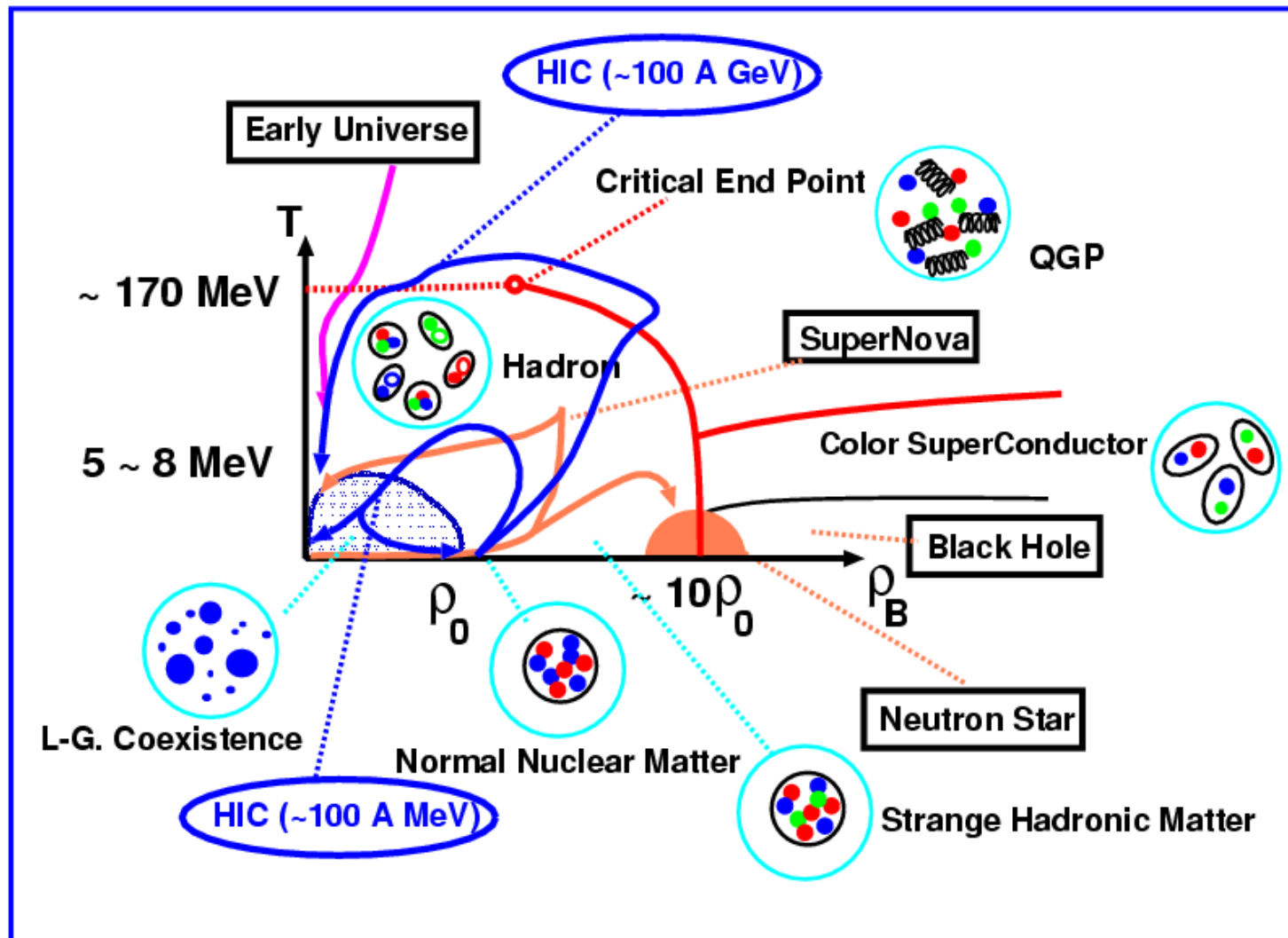

高密度物質の状態方程式と相図

京都大学基礎物理学研究所 大西 明

自己紹介

- 1982-1992 京都大学 (UG-M-D、玉垣研)
 - 重イオン反応のシミュレーション (with 堀内、(矢花)、和田、丸山(敏)、小野)
- 1992-1992 RCNP (PD)
 - 重イオン反応のシミュレーション、波束の統計力学 (with Randrup)
- 1993-2008 北海道大学(助手、講師、助(准)教授)
 - ハイパー核物理と高密度物質の状態方程式
(with 奈良、平田、一色、石塚、石川、Sahu、内藤、前川、椿原、松宮、安藤)
 - 高エネルギー重イオン反応
(with 奈良、大塚、奥田、福崎、Sahu、一瀬、吉野、水川、井坂)
 - AMD を用いた核構造研究 (with 板垣、加藤、一色、内藤、松宮)
 - 波束の統計力学と核破砕 (with 平田、山口、伊藤)
 - その他(内田、山下)
- 2008-present 京都大学基礎物理学研究所
(50年のうち15年間の間(30%)、staffとして在籍しました。)

核物質の多様性



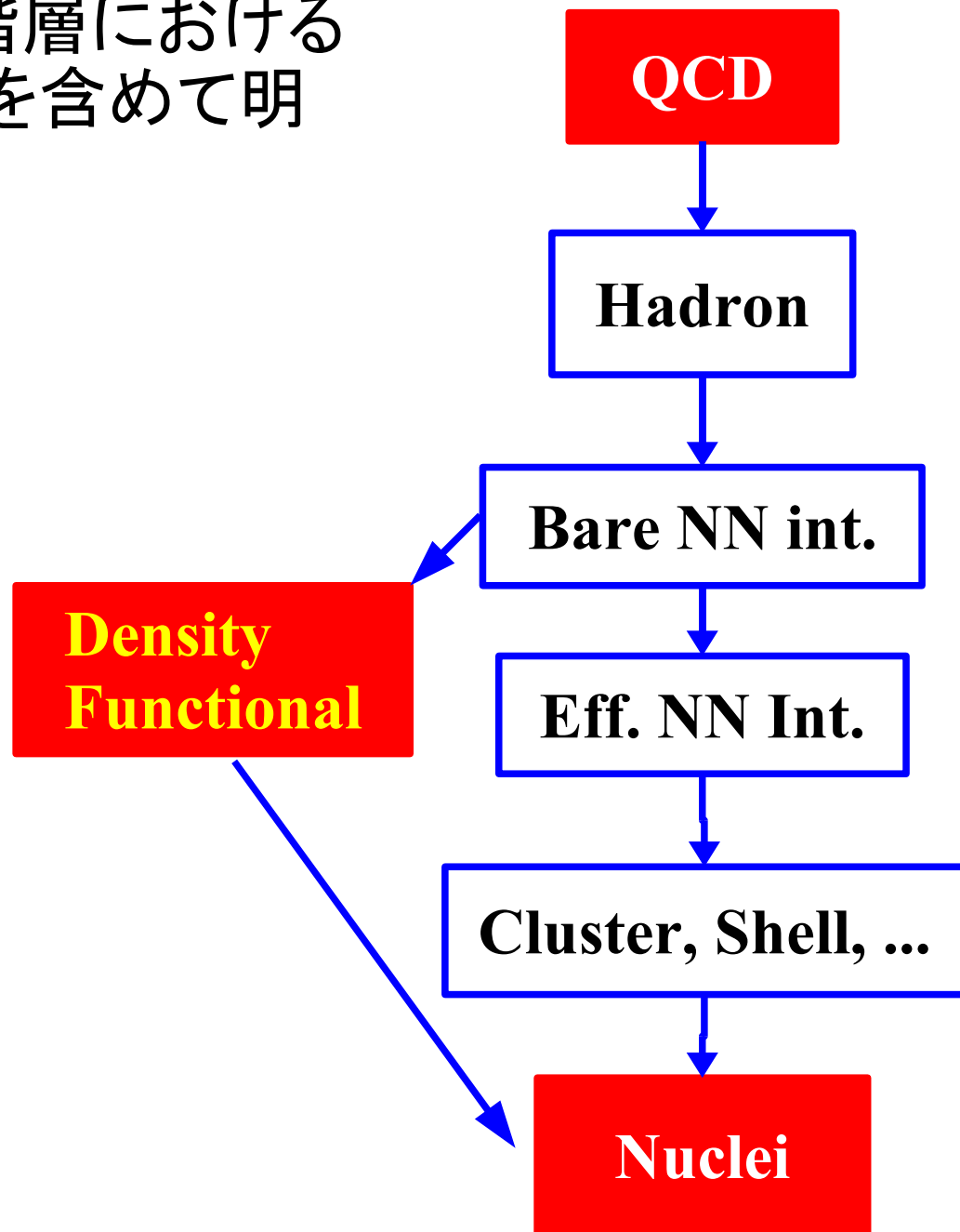
豊富な構造 / 天体現象との接点 / 重イオン衝突での探索

加藤さん：「いろいろやっている」では、だめ。

大西，50周年記念シンポ，2008/11/28-29

核物質の基本的課題

- QCD から原子核への全ての階層における対象を、前後の階層との関連を含めて明らかにすること。
 - QCD → QCD 真空とハドロン
 - ハドロン → 核力
 - 核力 → 有効相互作用
 - 有効相互作用 → 原子核
- 「密度汎関数法」
→ Short Cut となりうるか？



Relativistic Mean Field at High Densities

- 中間子により核子の平均場を表現した
相対論的密度汎関数法の一つ

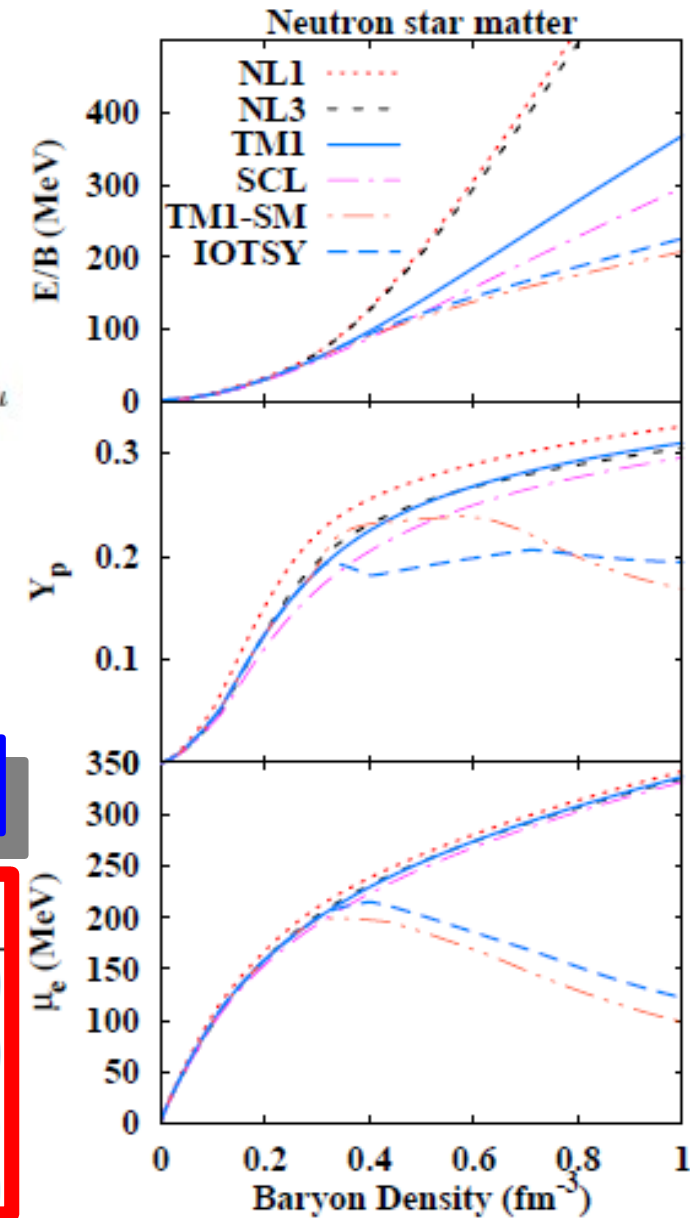
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\chi = & \bar{\psi}_N [i\partial - g_\sigma(\sigma + i\gamma_5\tau \cdot \pi) - g_\omega\psi - g_\rho\tau \cdot \rho] \psi_N \\ & + \frac{1}{2} (\partial^\mu\sigma\partial_\mu\sigma + \partial^\mu\pi \cdot \partial_\mu\pi) - V_\sigma(\sigma, \pi) \\ & - \frac{1}{4} W^{\mu\nu}W_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2\omega^\mu\omega_\mu + \frac{c_\omega}{4} (\omega^\mu\omega_\mu)^2 - \frac{1}{4} R^{\mu\nu} \cdot R_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2\rho^\mu \cdot \rho_\mu \end{aligned}$$

- 原子核の束縛エネルギーをうまく表現
- 核子 - 中間子の結合パラメータは比較的よく決まっているが、中間子の高次の結合定数には大きな違いがある

高密度での密度汎関数は決まっていない！

	$g_{\sigma N}$	$g_{\omega N}$	$g_{\rho N}$	$g_3(\text{MeV})$	g_4	c_ω
NL1[20]	10.138	13.285	4.976	2401.9	-36.265	0
NL3[21]	10.217	12.868	4.474	2058.35	-28.885	0
TM1[22]	10.0289	12.6139	4.6322	1426.466	0.6183	71.3075
SCL[23>(*1)	10.08	13.02	4.40	1255.88	13.504	200

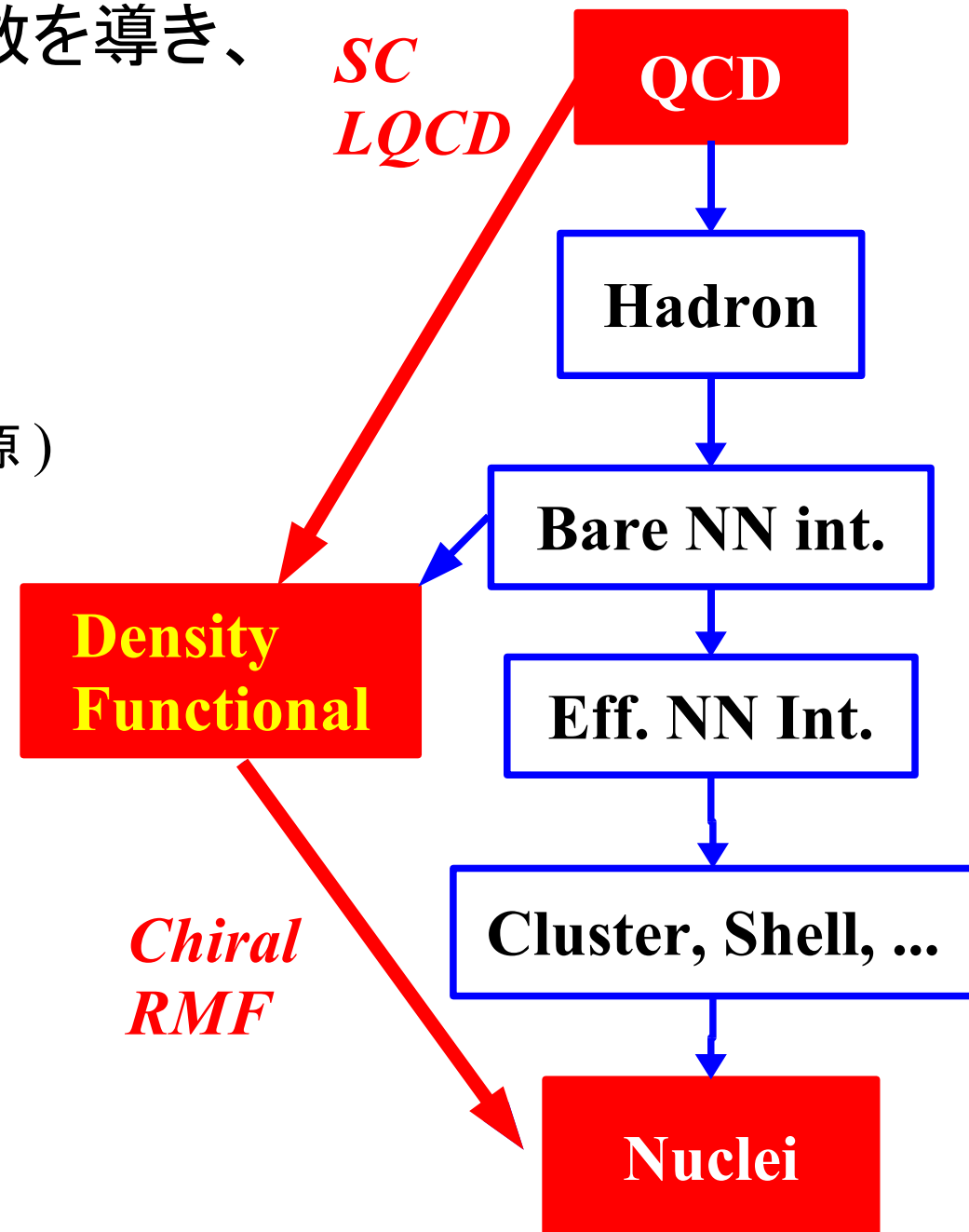
(*1): g_3 and g_4 are from the expansion of f_{SCL} .



QCD から原子核への戦略

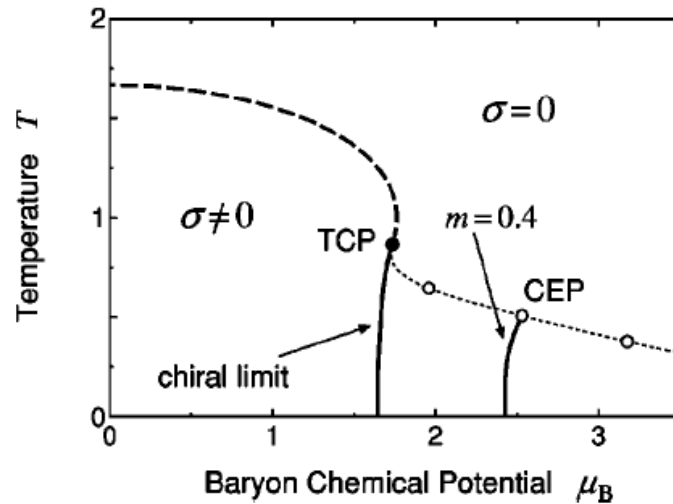
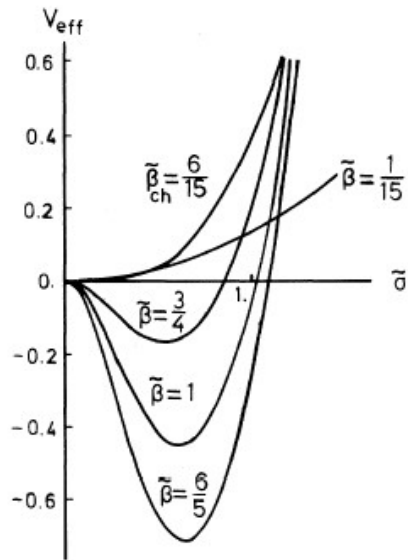
■ QCD から核物質の密度汎関数を導き、 様々な対象に適用

- 格子 QCD の強結合展開
QCD → 密度汎関数
(一様物質ではエネルギー密度)
- カイラル対称な相対論的平均場 (椿原)
密度汎関数 → 原子核

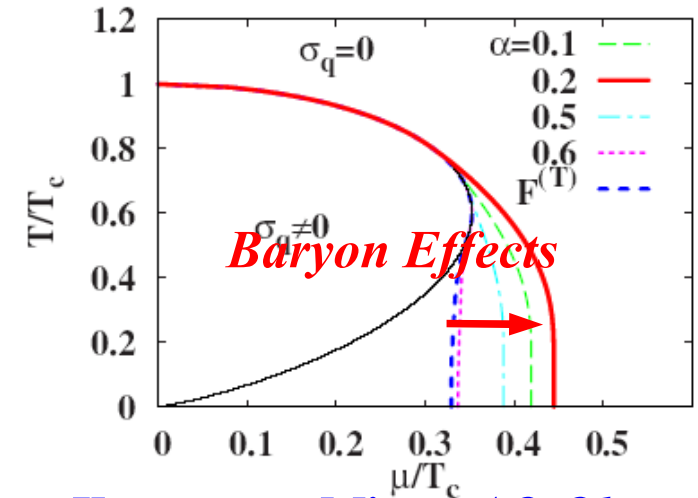


Strong Coupling Limit of Lattice QCD

- SCL-LQCD has been a powerful tool in “phase diagram” study !
 - Chiral restoration, Phase diagram, Baryon effects, Hadron masses, Finite coupling effects,



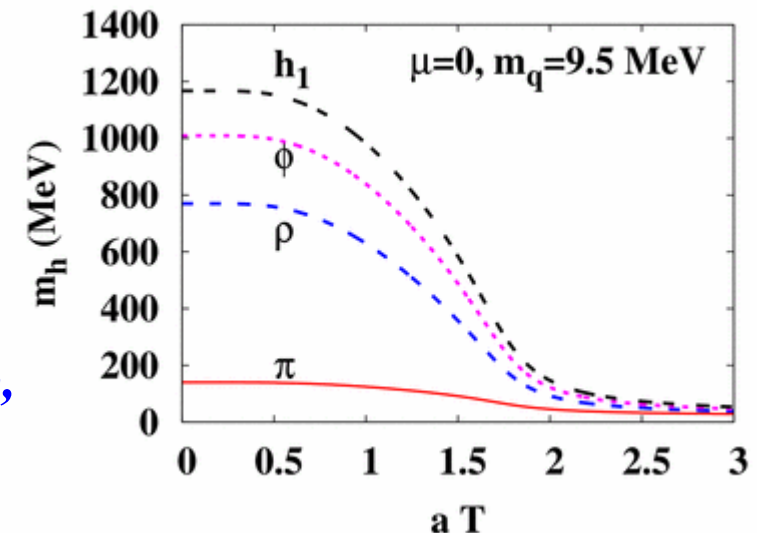
Nishida, PRD69, 094501 (2004)



Kawamoto, Miura, AO, Ohnuma, PRD75 (07), 014502.

Damgaard, Kawamoto, Shigemoto, PRL53('84), 2211

AO, Kawamoto, Miura, 2008



Lattice QCD

QCD Lagrangian

$$L = \bar{\psi} (i \gamma^\mu D_\mu - m_0) \psi - \frac{1}{4} \text{tr} (F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$$

ψ = Quark, F = Gluon tensor, m_0 = (small) quark mass

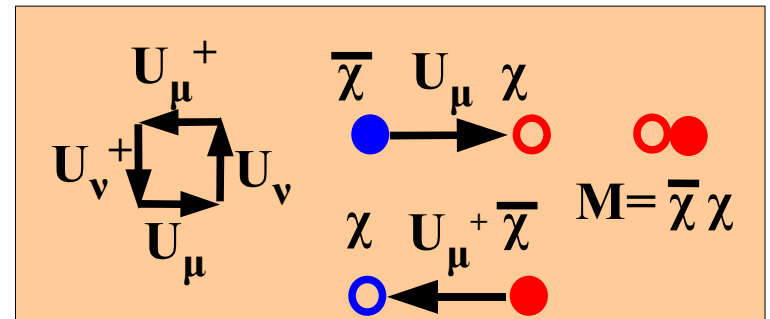
Lattice Action

$$S_{\text{QCD}} = S_G + S_F^{(s)} + S_F^{(t)} + m_0 \bar{\chi} \chi$$

$$S_G = -\frac{1}{2g^2} \sum_{\text{plaq.}} \text{Tr} U_{ij}(x) + c.c.$$

$$S_F^{(s)} = \frac{1}{2} \sum_{x, j > 0} \left(\bar{\chi}_x U_j(x) \chi_{x+\hat{j}} - \bar{\chi}_{x+\hat{j}} U_j^+(x) \chi_x \right)$$

$$S_F^{(t)} = \frac{1}{2} \sum_x \left(e^\mu \bar{\chi}_x U_0(x) \chi_{x+\hat{0}} - e^{-\mu} \bar{\chi}_{x+\hat{0}} U_0^+(x) \chi_x \right)$$



χ = staggered fermion (quark)

U = link variable $\in \text{SU}(N_c)$ (gluon),

μ = quark chemical potential

Effective Potential in SCL-LQCD (Zero T)

QCD Lattice Action (Zero T treatment)

Kawamoto, Smit, 1981

$$S = \cancel{S_G} + S_F + m_0 \bar{\chi} \chi$$

Strong Coupling Limit

$$\rightarrow -\frac{1}{2} (\bar{\chi} \chi) V_M (\bar{\chi} \chi) + m_0 \bar{\chi} \chi$$

**One-link integral
(1/d expansion*)**

$$\rightarrow \frac{1}{2} \sigma V_M^{-1} \sigma + \bar{\chi} (\sigma + m_0) \chi$$

Bosonization

$$\rightarrow \frac{1}{2} \sigma V_M^{-1} \sigma - N_c \sum_x \log(\sigma(x) + m_0)$$

**Fermion
Integral**

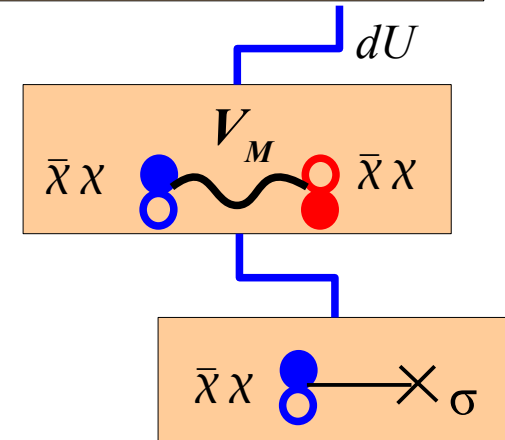
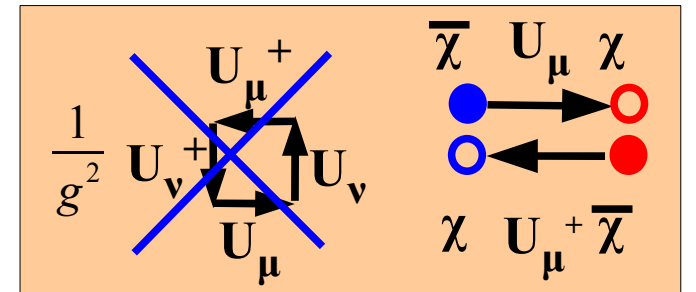
$$= L^d N_c \left[\frac{N_c}{d+1} \bar{\sigma}^2 - N_c \log(\bar{\sigma} + m_0) \right]$$

Effective Potential

Fermion Matrix = Just a number

→ Simple Logarithmic Effective Potential for σ

$$V_\sigma = \frac{1}{2} a_\sigma \sigma^2 - b_\sigma \log \sigma$$

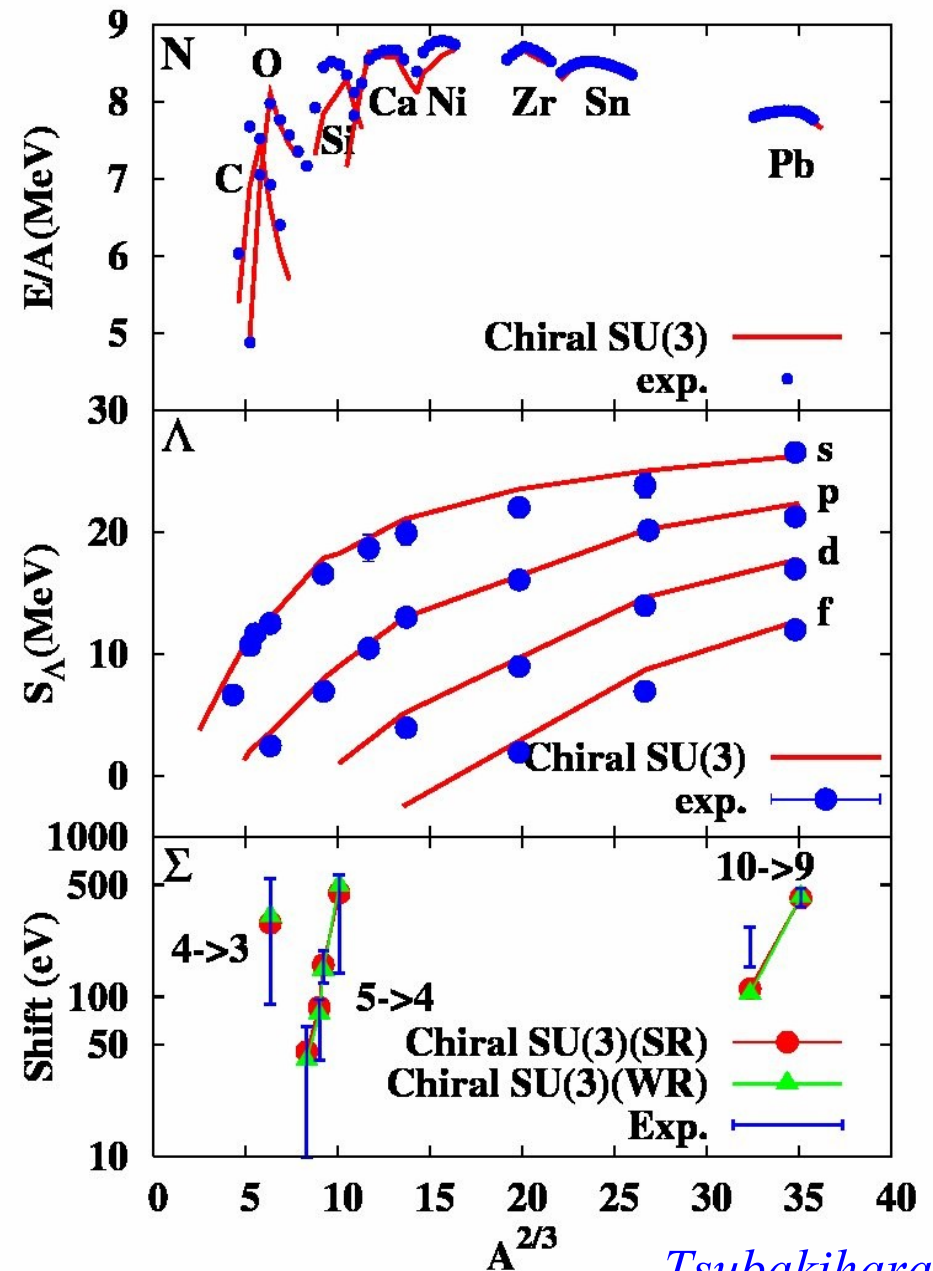
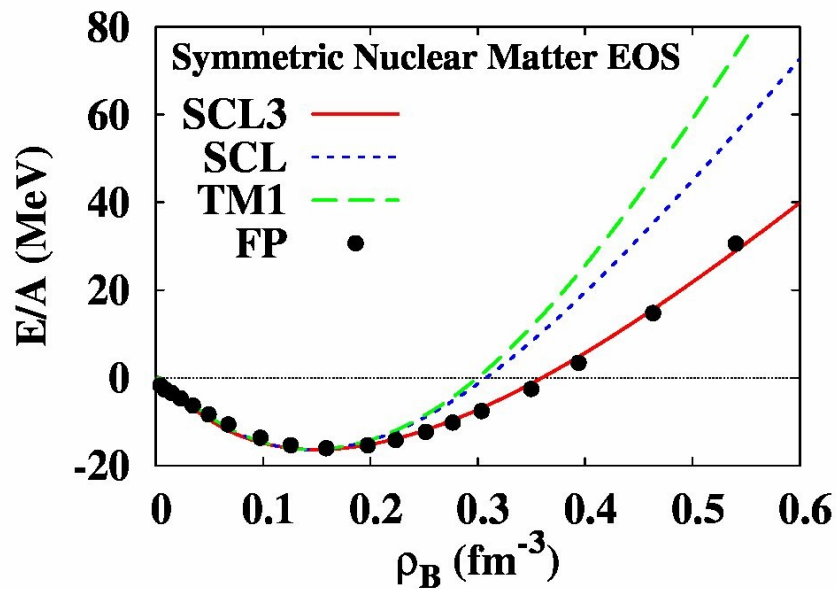


* **d = Spatial dim.**

Chiral Relativistic Mean Field

Chiral RMF study of hypernuclei (椿原)

- 強結合極限格子 QCD から得た Effective potential (自由エネルギー密度) を取り入れた RMF
- QCD から出発して、これまでの Chiral RMF の欠点を全て取り去る
- 中性子星に適用すると



Tsubakihara

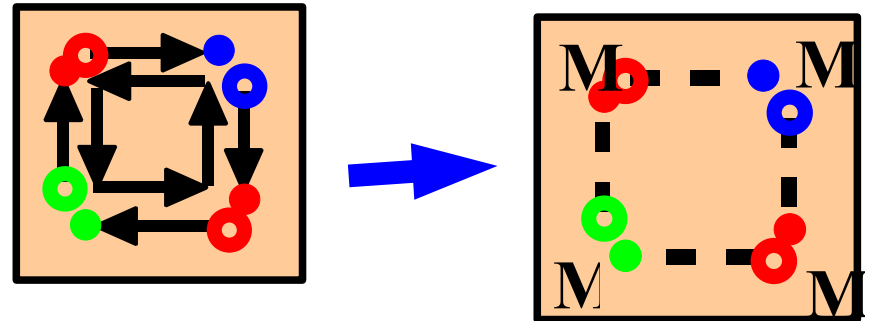
Effective Potential with $1/g^2$ (1)

- 1/d expansion of Plaquette action (Spatial One-Link Integral)

Falgt, Petersson (86); Bilic, Karsch, Redlich (92)

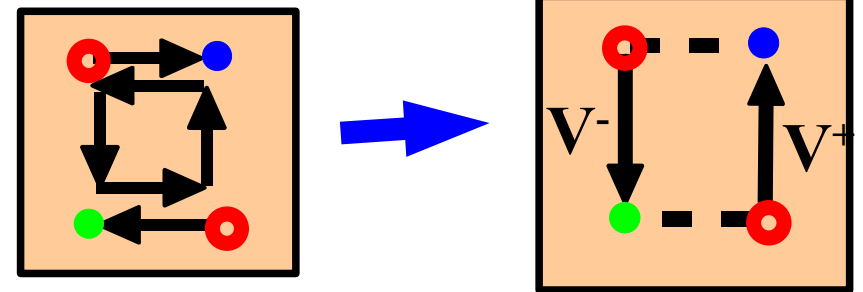
$$\int dU U_{ab} U_{cd}^+ = \frac{1}{N_c} \delta_{ad} \delta_{bc}$$

- Spatial plaquette \rightarrow MMMM
- Temporal Link \rightarrow V^+V^-



$$V_x^+ = e^\mu \bar{\chi}_x U_0(x) \chi_{x+\hat{0}}$$

$$V_x^- = e^{-\mu} \bar{\chi}_{x+\hat{0}} U_0^\dagger(x) \chi_x$$



- Effective Action

$$\Delta S_\beta^{(\tau)} = \frac{1}{4N_c^2 g^2} \sum_{x, j > 0} (V_x^+ V_{x+\hat{j}}^- + V_x^- V_{x-\hat{j}}^+)$$

$$\Delta S_\beta^{(s)} = -\frac{1}{8N_c^4 g^2} \sum_{x, k > j > 0} M_x M_{x+\hat{j}} M_{x+\hat{k}} M_{x+\hat{k}+\hat{j}}$$

Effective Potential with $1/g^2$ (2)

- Extended Hubbard-Stratonovich Transf.

$$e^{\alpha AB} = \int d\varphi d\phi e^{-\alpha\{\varphi^2 - (A+B)\varphi + \phi^2 - i(A-B)\phi\}}$$

$$\approx e^{-\alpha\{\varphi^2 - (A+B)\varphi - \phi^2 + (A-B)\phi\}}$$

- Mean field approx. φ , Saddle point approx. for ϕ
- E.g. Temporal Plaquette action becomes,

$$\Delta S_{\beta}^{(\tau)} \approx \frac{1}{4N_c^2 g^2} \sum_{x,j>0} \left[\varphi_{\tau}^2 + (V_x^+ - V_{x+\hat{j}}^-) \varphi_{\tau} - \phi_{\tau}^2 - (V_x^+ + V_{x+\hat{j}}^-) \phi_{\tau} \right] + (j \leftrightarrow -j)$$

- Effective Action becomes similar to the SCL action,

$$S_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (1 + \beta_{\tau} \varphi_{\tau}) \sum_x (e^{-\beta_{\tau} \phi_{\tau}} V_x^+ - e^{\beta_{\tau} \phi_{\tau}} V_x^-) + m_0 \sum_x M_x \quad 1/g^2$$

$$- \left(\frac{1}{4N_c} + \beta_s \varphi_s \right) \sum_{x,j>0} M_x M_{x+\hat{j}} + N_{\tau} L^d \left[\frac{\beta_{\tau}}{2} (\varphi_{\tau}^2 - \phi_{\tau}^2) + \frac{d\beta_s}{2} \varphi_s^2 \right]$$

Effective Potential with $1/g^2$ (2)

- Extended Hubbard-Stratonovich Transf.

$$e^{\alpha AB} = \int d\varphi d\phi e^{-\alpha\{\varphi^2 - (A+B)\varphi + \phi^2 - i(A-B)\phi\}}$$

$$\approx e^{-\alpha\{\varphi^2 - (A+B)\varphi - \phi^2 + (A-B)\phi\}}$$

- Mean field approx. φ , Saddle point approx. for ϕ
- E.g. Temporal Plaquette action becomes,

$$\Delta S_{\beta}^{(\tau)} \approx \frac{1}{4N_c^2 g^2} \sum_{x,j>0} \left[\varphi_{\tau}^2 + (V_x^+ - V_{x+\hat{j}}^-) \varphi_{\tau} - \phi_{\tau}^2 - (V_x^+ + V_{x+\hat{j}}^-) \phi_{\tau} \right] + (j \leftrightarrow -j)$$

WF Renormalization

μ mod.

- Effective Action becomes similar to the SCL action,

$$S_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (1 + \beta_{\tau} \varphi_{\tau}) \sum_x (e^{-\beta_{\tau} \phi_{\tau}} V_x^+ - e^{\beta_{\tau} \phi_{\tau}} V_x^-) + m_0 \sum_x M_x$$

$$- \left(\frac{1}{4N_c} + \beta_s \varphi_s \right) \sum_{x,j>0} M_x M_{x+\hat{j}} + N_{\tau} L^d \left[\frac{\beta_{\tau}}{2} (\varphi_{\tau}^2 - \phi_{\tau}^2) + \frac{d\beta_s}{2} \varphi_s^2 \right]$$

Aux. Terms

Effective Potential with $1/g^2$ (3)

- Effective Potential (after subst. equil. value for ϕ_τ and ϕ_s)

$$\mathcal{F}_{\text{eff}} = \mathcal{F}_X(\sigma, \phi_\tau) + \mathcal{V}_q(m_q(\sigma), \tilde{\mu}(\phi_\tau), T)$$

Same as SCL

$$\mathcal{V}_q = -T \log [X_{N_c}(E_q/T) + 2 \cosh(N_c \tilde{\mu}/T)]$$

$$\mathcal{F}_X = \frac{1}{2} b_\sigma \sigma^2 + \frac{\beta_\tau}{2} \sigma^2 (m_q^{\text{SCL}})^2 + \frac{3d\beta_s}{2} \sigma^4 - \frac{\beta_\tau}{2} \phi_\tau^2$$

$$m_q = m_q^{\text{SCL}} (1 - N_c \beta_\tau) + \beta_\tau \sigma (m_q^{\text{SCL}})^2 + 2d\beta_s \sigma^3$$

$$\tilde{\mu} = \mu - \beta_\tau \phi_\tau$$

from
Plaq.

- W.F. Renormalization factor $(1 + \beta_\tau \phi_\tau)$ in the Eff. Action
→ suppr. of quark mass m_q
- Higher order terms $M^4 \rightarrow \sigma^4$ (Self-energy of σ)
- Aux. Field $\phi_\tau = \rho_q$ (equil.) → μ is shifted by baryon density

Let us examine the phase diagram with this F_{eff} !

Evolution of T_c

- T_c ($\mu=0$) rapidly decreases with $\beta = 6/g^2$ increases.
 - WF Renormalization $\rightarrow T_c^{(2nd)} = T_c^{(2nd)}(\text{SCL}) \times (1 - N_c \beta_\tau)^2$
 - Higher order terms of $\sigma \rightarrow$ P.T. becomes the first order at $6/g^2 \sim 1$
 - Comparison with MC results (Critical behavior with $N_\tau = 2$)

Quench $\beta_c = 5.097(1)$

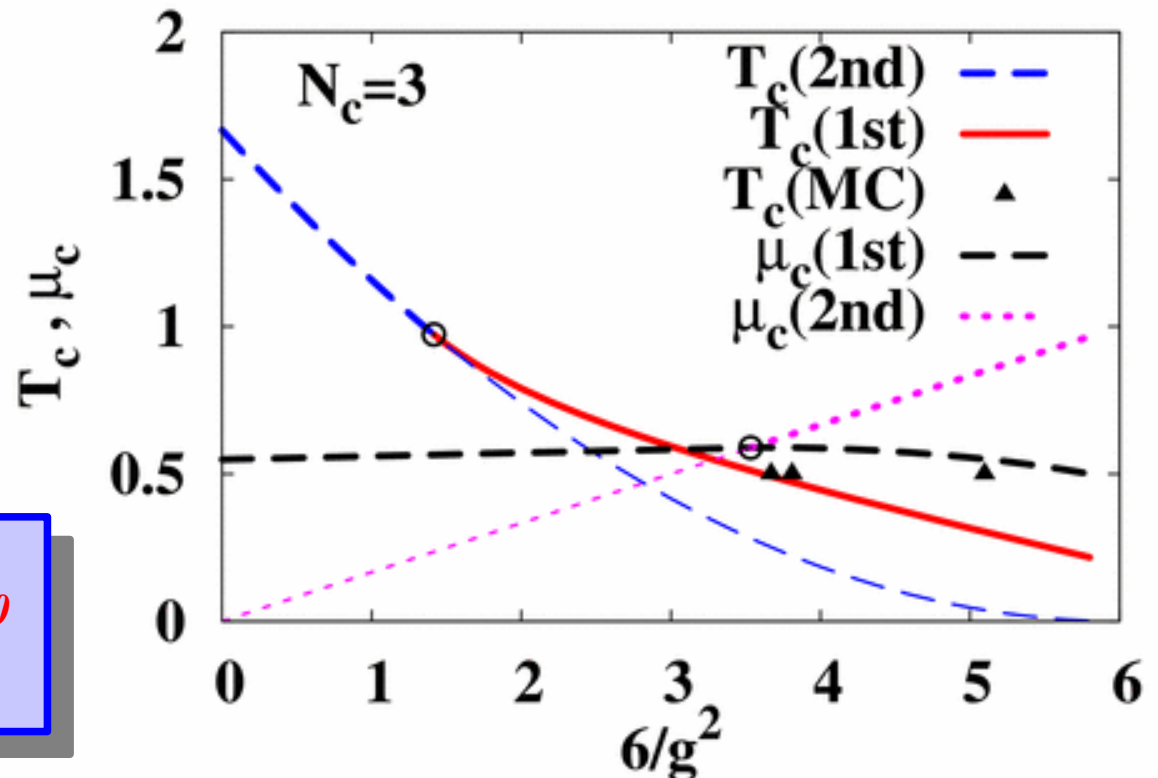
(Kennedy et al, 1985)

$m_0 = 0.05 \rightarrow \beta_c = 3.81(2)$

$m_0 = 0.025 \rightarrow \beta_c = 3.67(2)$

(de Forcrand,
private comm.)

*MC results with small m_0
agrees with SC-LQCD !*

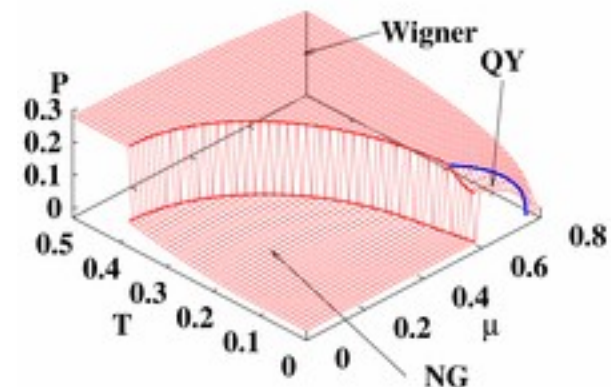
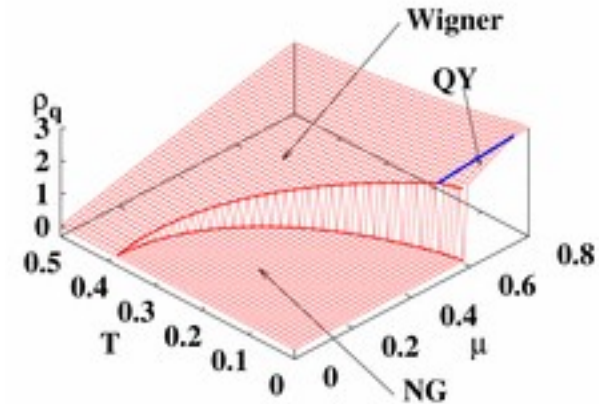
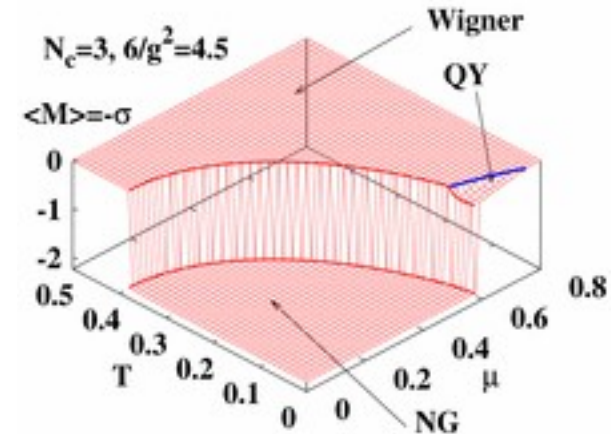


Baryon Density and Polyakov Loop in QY

- Example: $N_c=3$, $6/g^2=4.5$, $m_0=0$ (χ limit)
- Baryon Density ($= \rho_q/3$)
 - $\rho_q \sim 0$ in Nambu-Goldstone (NG) phase
 - $\rho_q > 0$ in Wigner phase
 - ρ_q in QY $\sim \rho_q$ in Wigner phase
- (Quark Driven) Polyakov Loop ($=P$)
 - Quark driven $P \sim O(N_c)$
 - $P(\text{QY}) < P(\text{Wig.})$

$$P \equiv \frac{1}{2N_c} \left\langle \text{tr} \left[\prod_{\tau} U_0 + \prod_{\tau} U_0^\dagger \right] \right\rangle$$

$$= \frac{X_{N_c-1} \cosh[\tilde{\mu}/T] + X_1 \cosh[(N_c-1)\tilde{\mu}/T]}{N_c (X_{N_c} + 2 \cosh[N_c \tilde{\mu}/T])}$$



Phase Diagram

- Three phases in SC-LQCD with $N_c=3$, $6/g^2 > 3.53$, $m_0=0$ (χ limit)

- Nambu-Goldstone (NG) phase: Large σ , Small ρ_q , Small P
- Wigner phase: $\sigma=0$, Large ρ_q , finite P

- **Quarkyonic phase:**

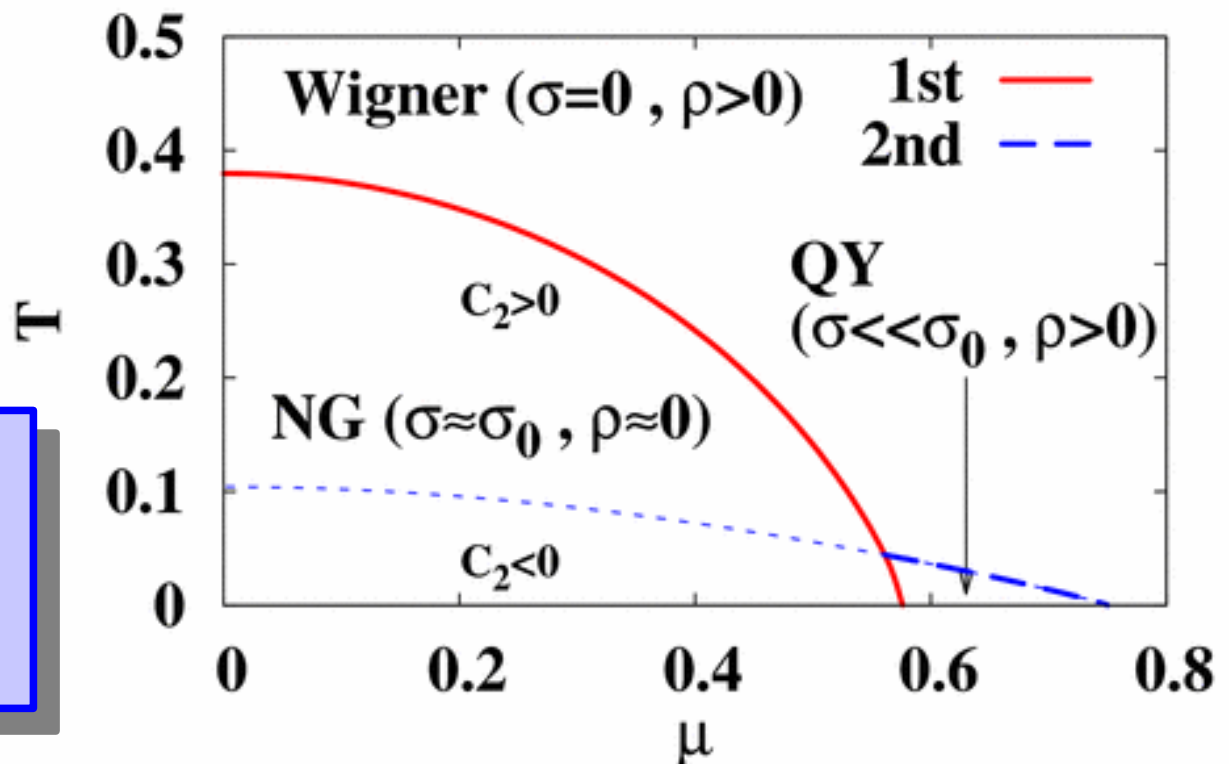
$$0 < \sigma \ll \sigma_{\text{vac}}$$

$$\rho_q(\text{QY}) \sim \rho_q(\text{Wig.})$$

$$P(\text{QY}) < P(\text{Wig.})$$

Quark driven P $\rightarrow 0$
at large N_c

$$N_c=3, 6/g^2=4.5$$



*QY in SC-LQCD
can be regarded
as QY at large N_c*

Summary

- 核物理の基本課題： 次の 50 年に向けて (?)
 - 「核力から核構造へ」、「核力から核反応へ」、
 - 「様々な原子核の構造・反応の系統的理解」、
 - 「QCD から核物質へ」、「QCD から核反応へ」、.....→ 格子 QCD の強結合展開 + Chiral RMF
- 問題点
 - 格子 QCD 側：
 - Staggered Fermion では $N_f=2+1$ は表せない
 - $1/g^2$ 展開は収束するか (連続極限まで届くか) ?
 - Relativistic Mean Field 側
 - “Covariant Density Functional” は RMF であらわせるか？
 - (非相対論的な場合の Kohn-Sham に RMF は対応するか？)
 - 現時点ではバリオン・中間子結合定数は Fit で求めている。
 - (核力からのアプローチとの融合)