

重イオン衝突で有限密度 QCD 一次相転移は見たのか？

京大基研 大西 明

熱場の量子論研究会

2017年8月30日，京都大学基礎物理学研究所

Mainly based on

*Y. Nara, H. Niemi, A. Ohnishi, H. Stoecker,
PRC94 ('16), 034906.*

*Y. Nara, H. Niemi, A. Ohnishi, J. Steinheimer,
X. Luo, H. Stoecker, arXiv:1708.05617*



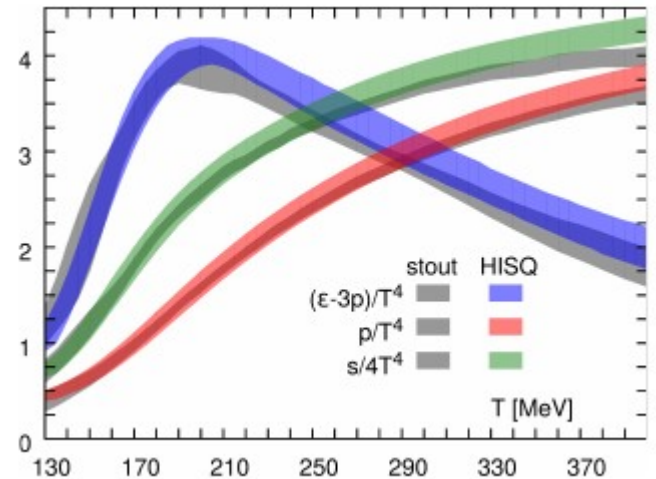
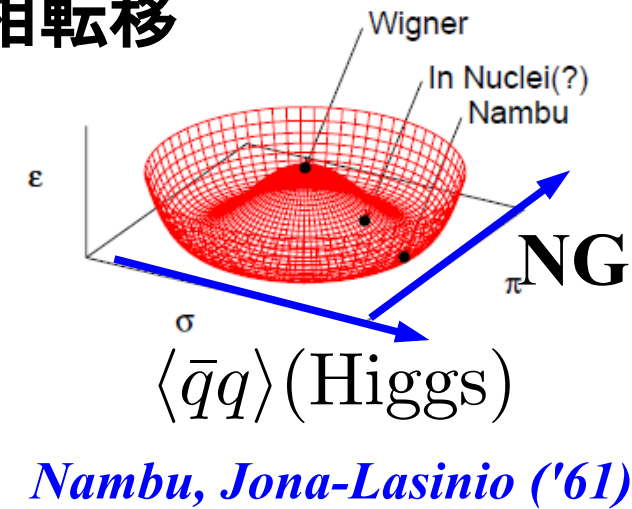
Contents

- Introduction
 - QCD 相図、QCD 相転移を見つけるには？
- QCD 臨界点は見つかったか？
 - 保存電荷 cumulant
- 集団フローは QCD 一次相転移を示しているか？
 - 負の directed flow、EOS softening
- まとめ

QCD 相転移

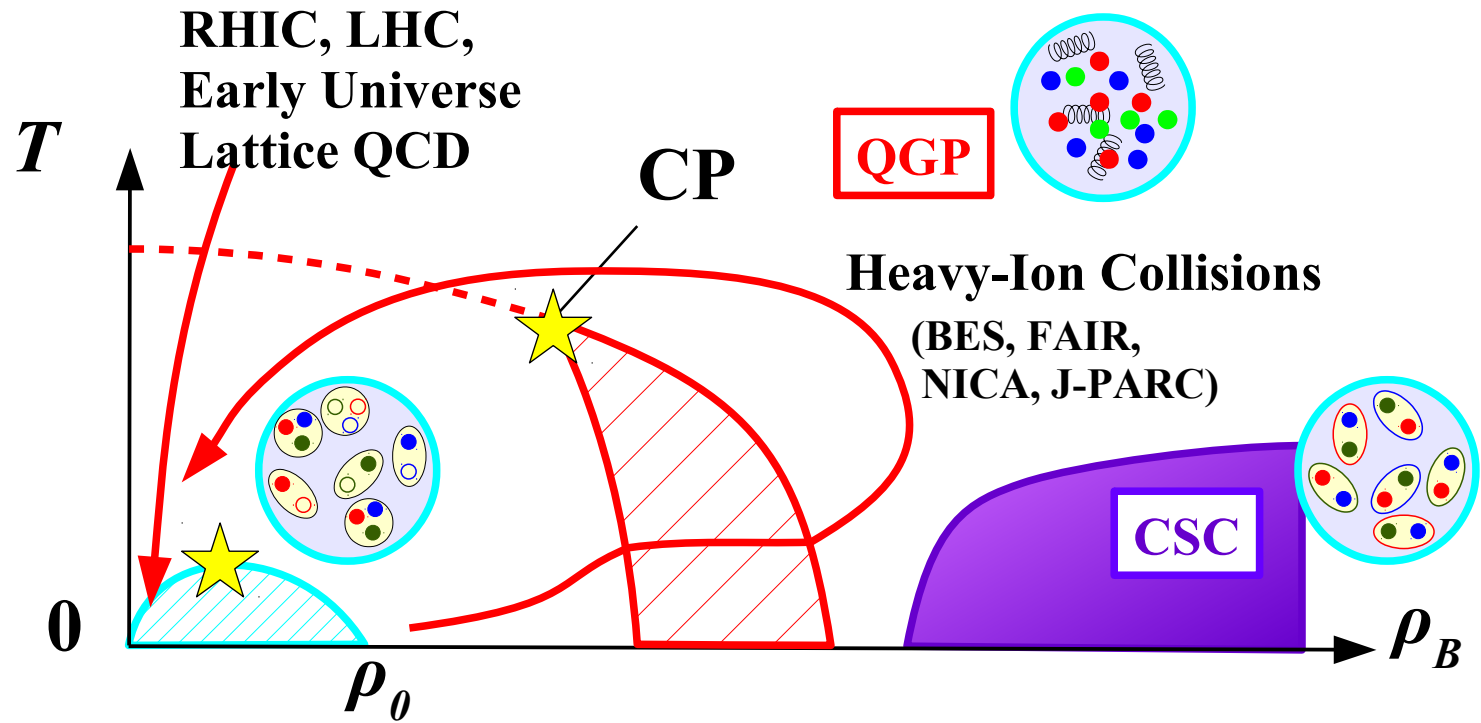
■ ハドロン相からクォーク・グルーオン物質への相転移

- **カイラル相転移**
自発的な破れ ($\langle \bar{q}q \rangle \neq 0$, ハドロン相) の回復 ($\langle \bar{q}q \rangle \sim 0$, QGP)
- **カラーの閉じ込め**
閉じ込め相 (ϕ (Polyakov loop) ~ 0 , ハドロン) から非閉じ込め相 ($\phi \sim 1$) へ
- **ゼロ密度では $T_c = 154 \pm 9$ MeV にてなめらかな転移 (crossover)**
Y. Aoki et al., Nature 443 ('06), 675;
A. Bazavov et al. (HotQCD), PRD90('14)094503.
- **有限密度では格子 QCD 計算が困難 (符号問題)**
有効モデルでは一次相転移の可能性あり
→ Crossover と一次相転移の間に
QCD 臨界点
Asakawa, Yazaki ('89)

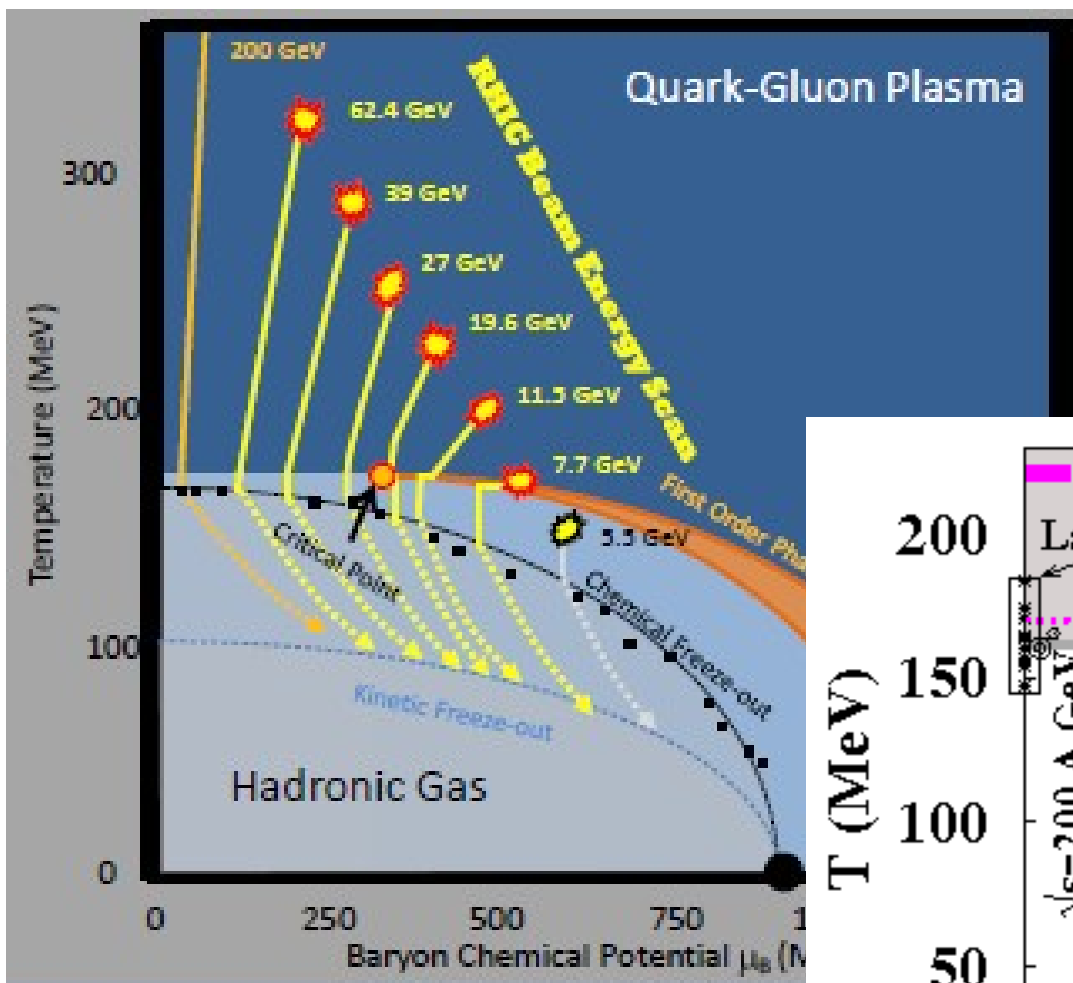


A. Bazavov et al. [HotQCD] ('14)

QCD Phase Diagram

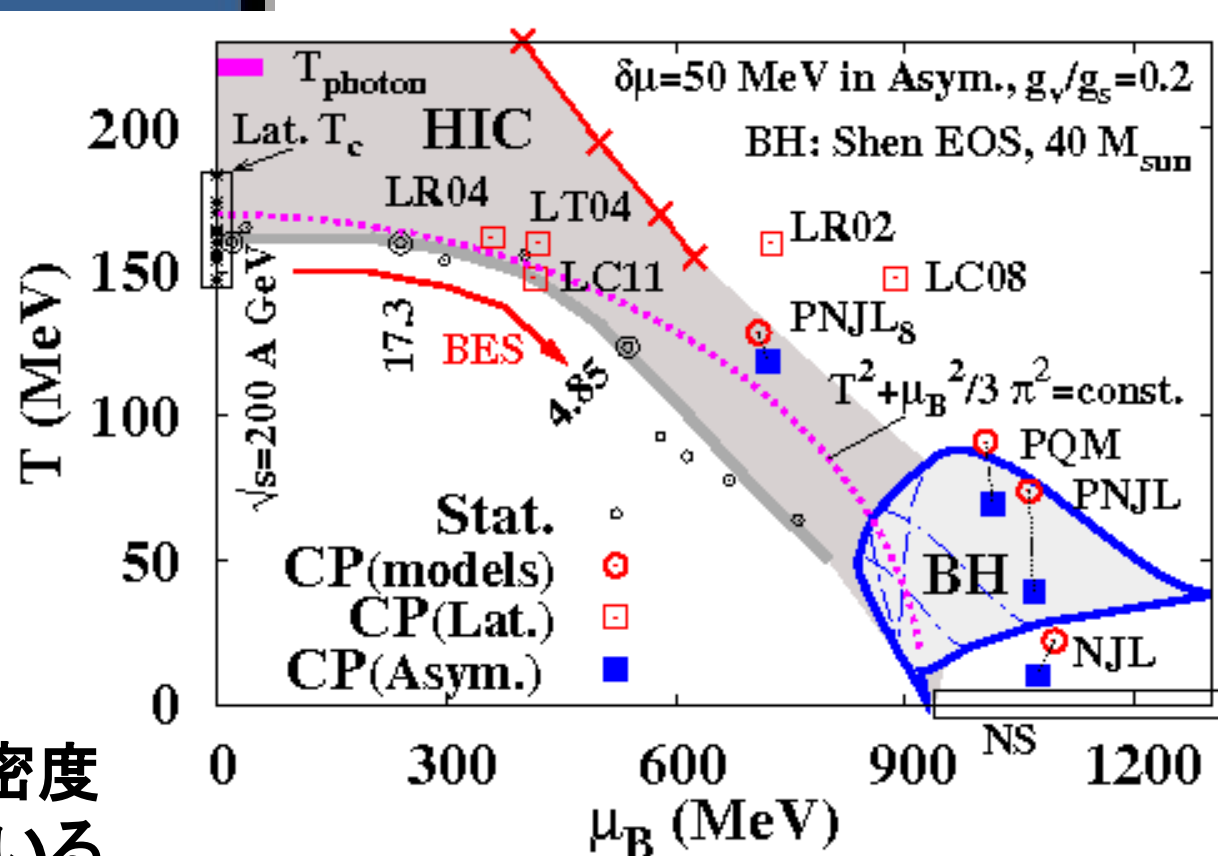


QCD phase diagram (Exp. & Theor. Studies)



E.g. Odyniec ('12)

衝突エネルギーの減少 → 高密度
Freeze-out (T, μ) で見えている

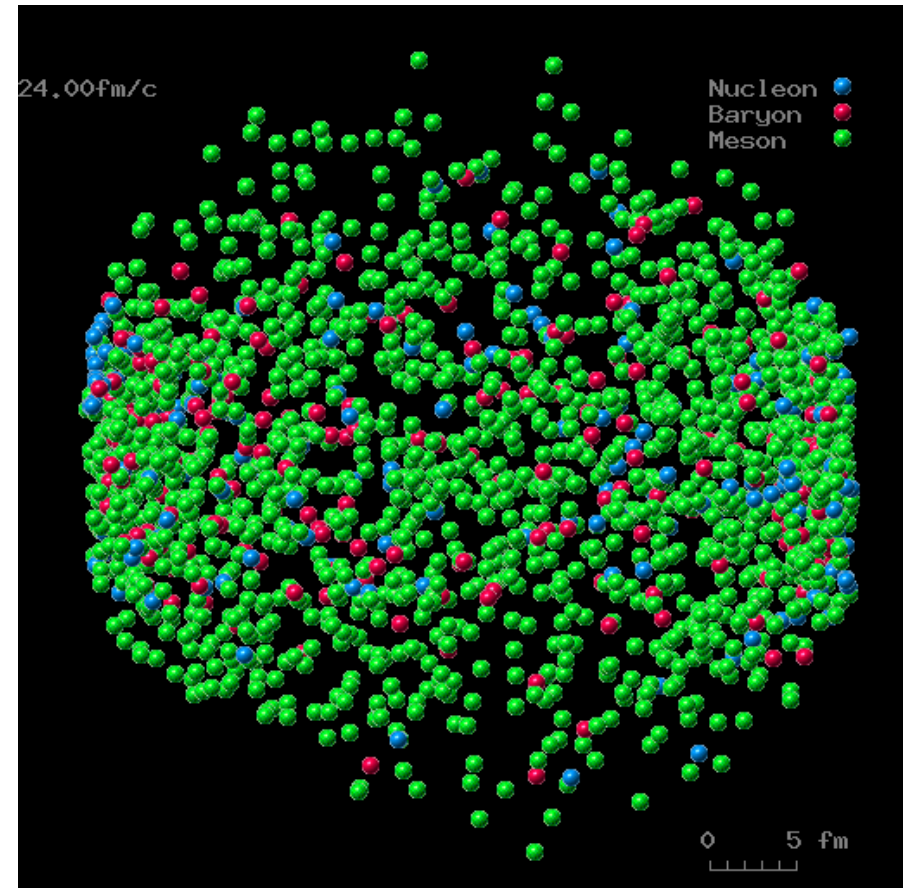
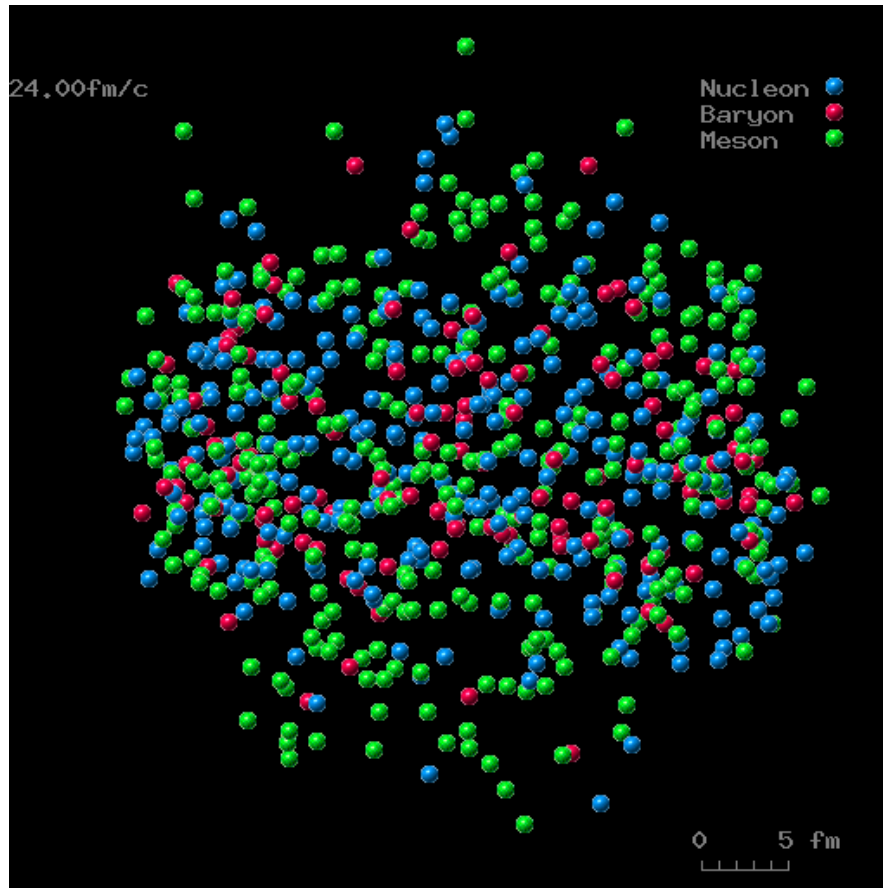


AO, PTPS 193('12)1

How do heavy-ion collisions look like ?

Au+Au, 10.6 A GeV

Pb+Pb, 158 A GeV



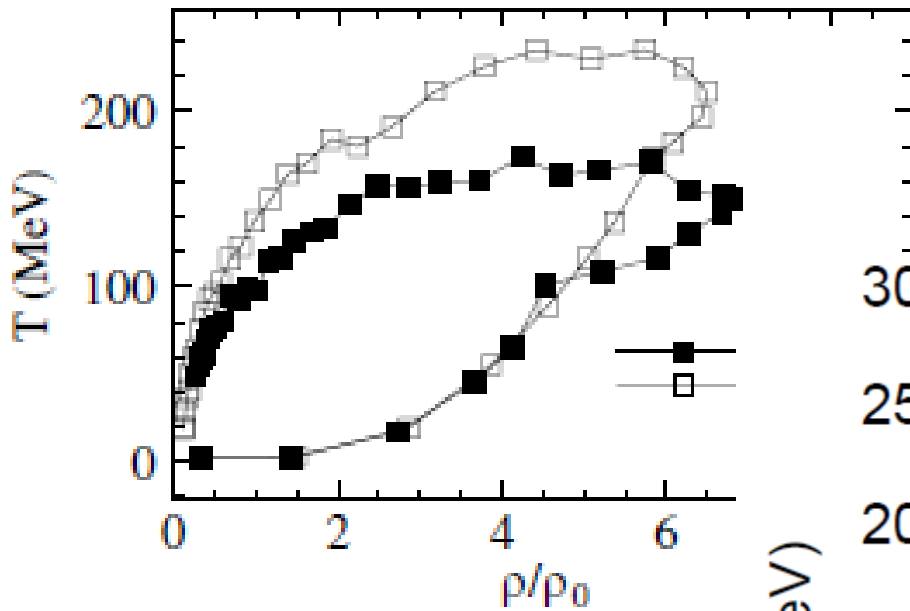
$$\sqrt{s_{NN}} \sim 5 \text{ GeV}$$

$$\sqrt{s_{NN}} \sim 20 \text{ GeV}$$

JAMming on the Web <http://www.jcprg.org/jow/>

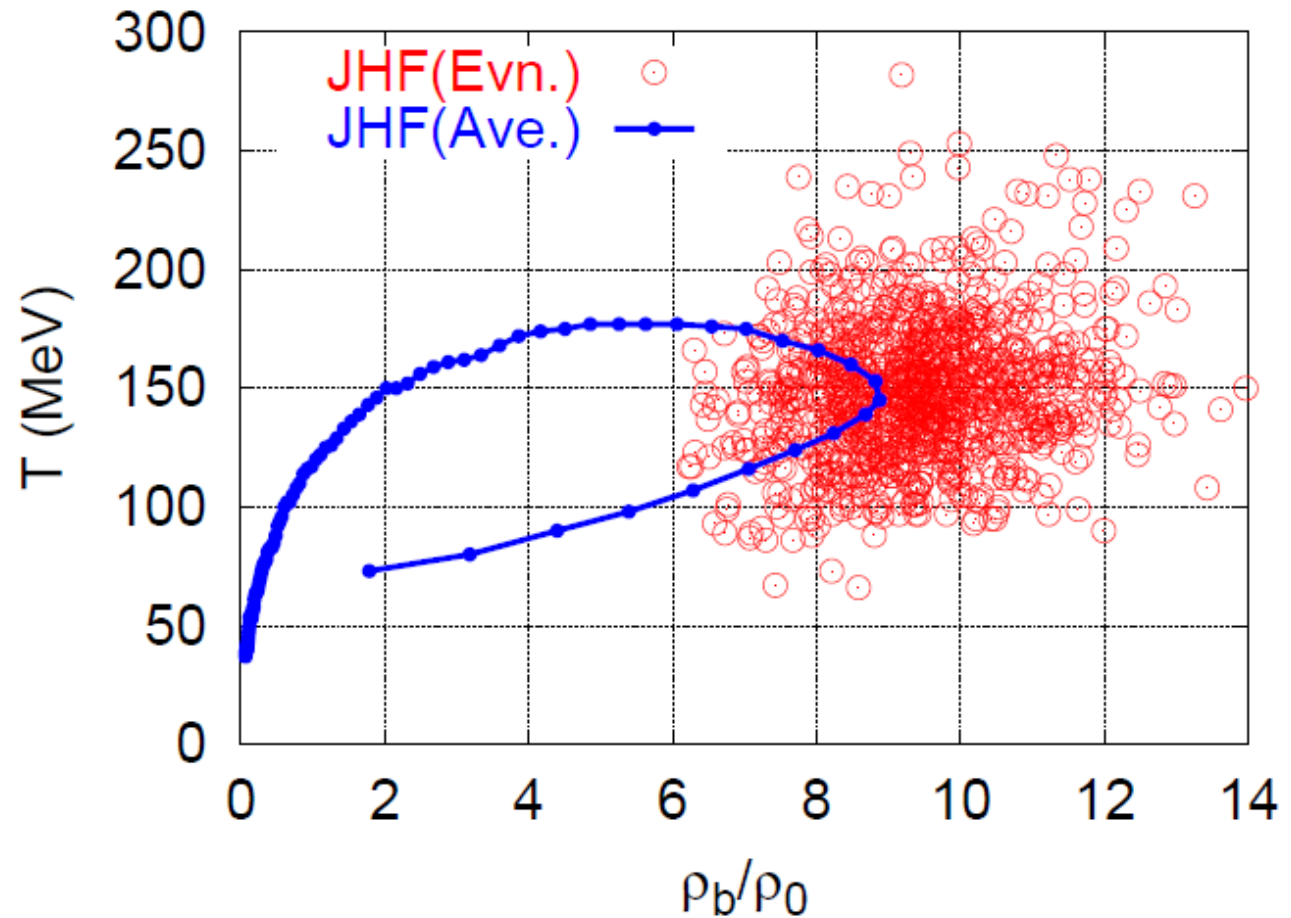
Ohnishi @ TQFT2017, Aug.30, 2017

Highest Density Matter at J-PARC ?



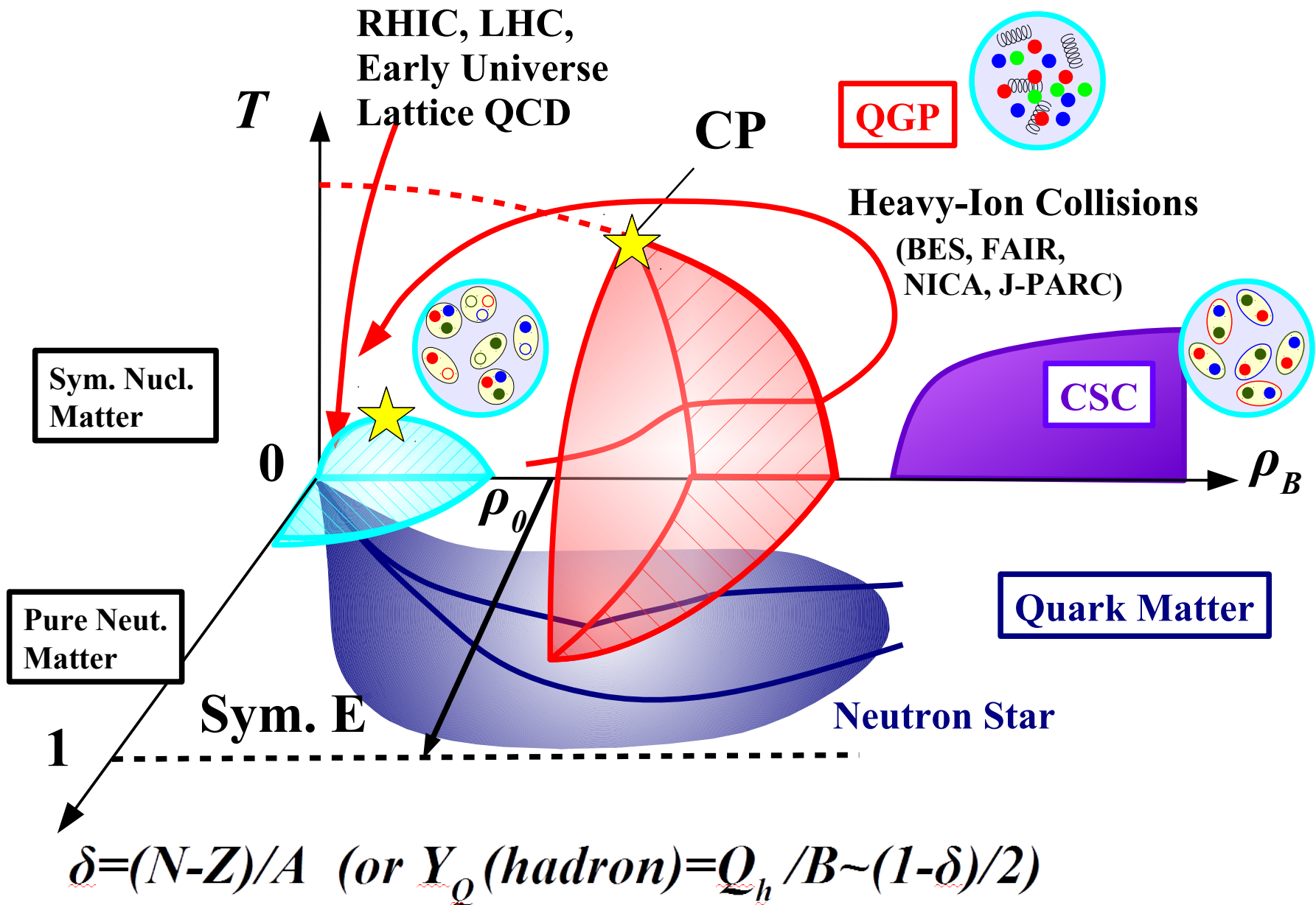
*Nara, Otuka, AO,
Maruyama ('97)*

*AO, JHF workshop ('02);
J. Phys. Conf. Ser. 668 ('16)012004*

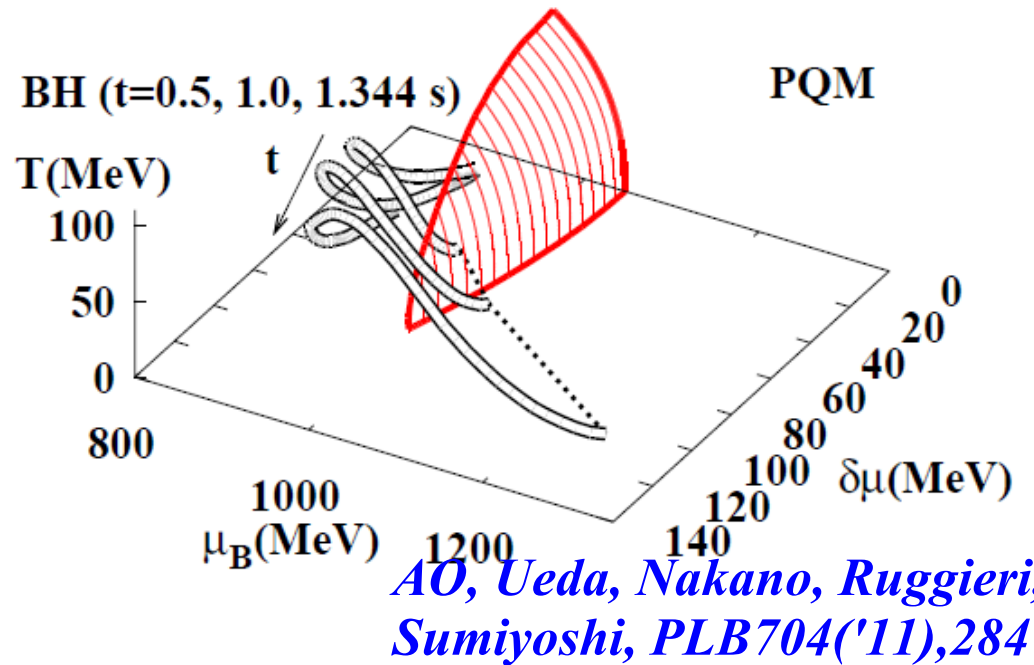
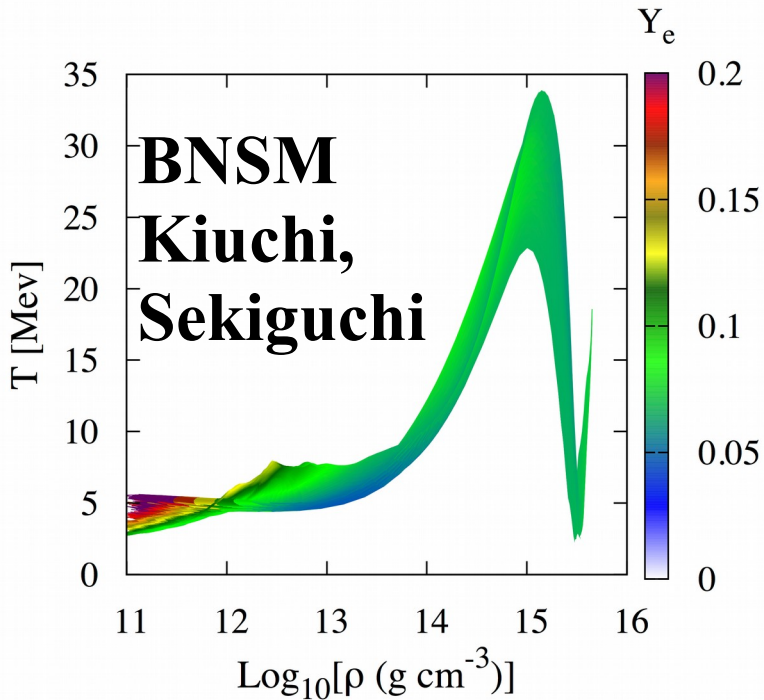
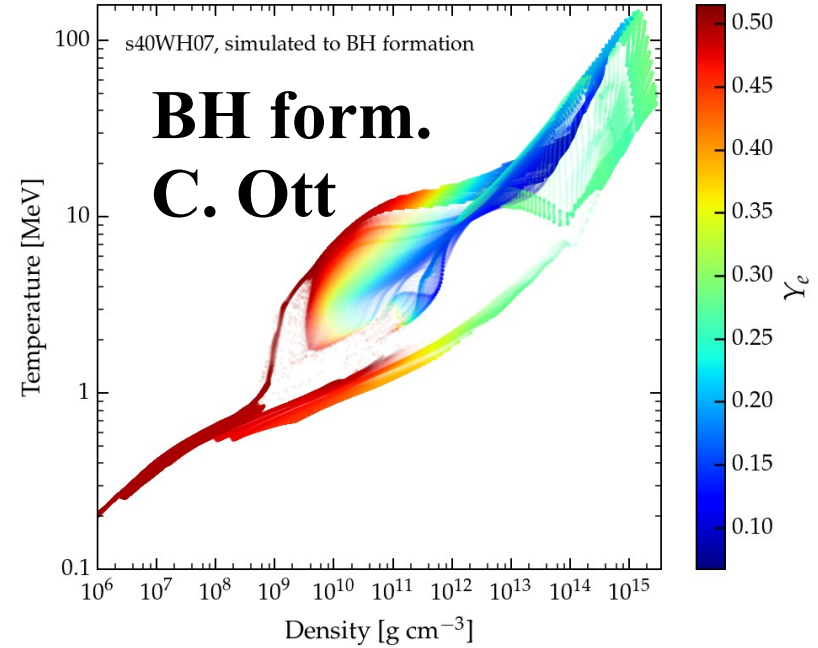
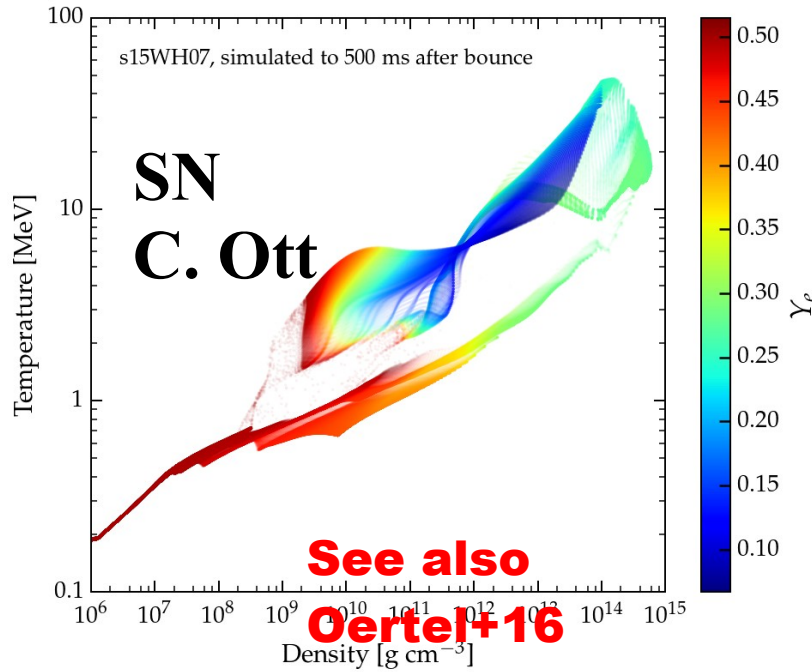


Central 1 fm³ cube.

QCD Phase Diagram



(ρ, T, Y_e) during SN, BH formation, BNSM



なぜ *QCD phase diagram* ?

■ QCD 相図研究

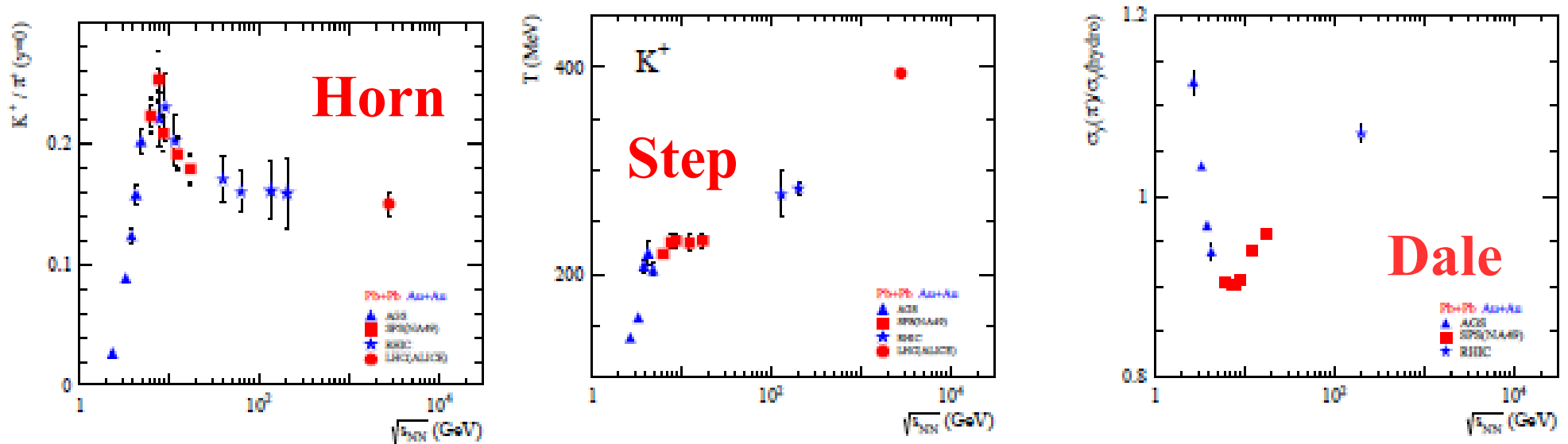
- 実験室で観測可能な「真空」の相転移
Chiral 対称性、閉じ込め (Z_3)、 $U(1)_A$ 、 $Z(2)$ 、...
- 高エネルギー重イオン衝突にて到達可能
- コンパクト天体現象の記述において相転移後の状態方程式も必要
- 有限密度領域では第一原理計算 (格子 QCD のモンテカルロ計算) が困難 → 実験データ・現象論的研究が不可欠

■ QCD 相転移を見つけるには？

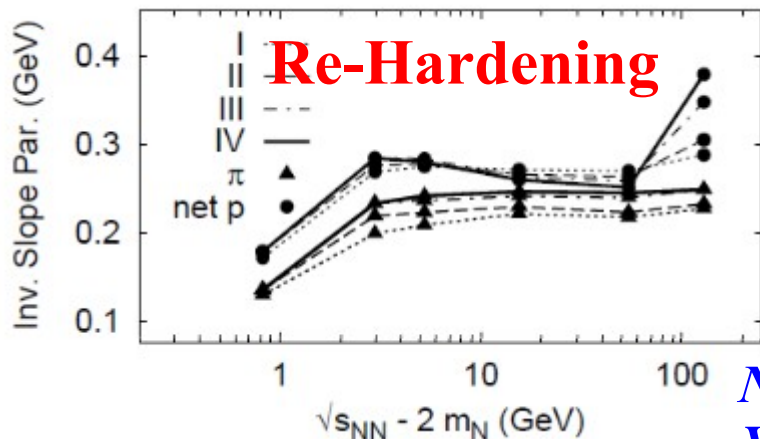
- 低密度領域ではなめらかな転移 (crossover)
→ 明確な相転移 (1 次、2 次) を見つけるとすれば有限密度

Horn, Step and Dale

- Non-monotonic behavior in K^+/π^+ ratio (Horn), m_T slope par. (Step or re-hardening), and rapidity dist. width of π (Dale)



E.g. A. Rustamov (2012)



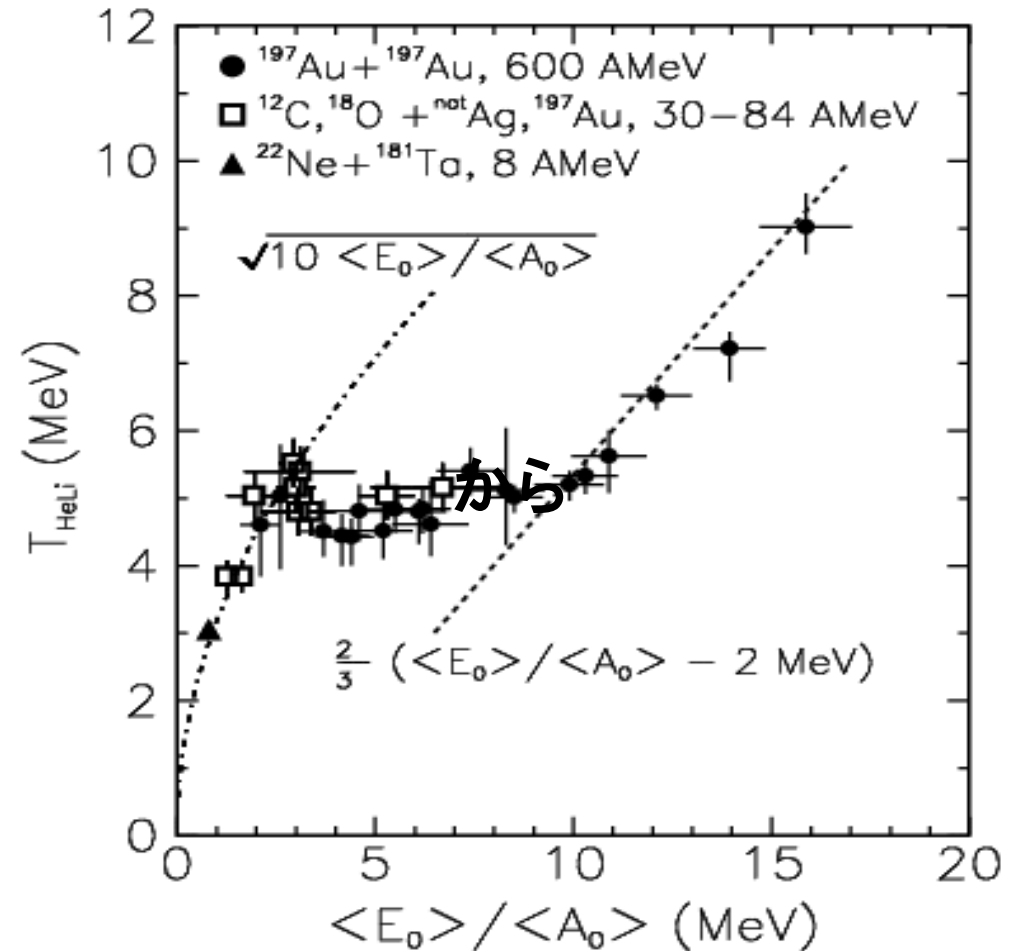
2012 以前のシグナル
 → 直接的に相転移を示しておらず、
 他の機構でも説明可

*N. Otuka, P.K.Sahu, M. Isse,
 Y. Nara, AO, nucl-th/010205*

Nuclear Liquid-Gas Phase Transition

■ Caloric curve → LG phase transition

- 放出される粒子を (できるだけ) 全て測定し、反応関与部のエネルギーを推定
- Double Ratio
 $({}^7\text{Li}/{}^6\text{Li})/({}^4\text{He}/{}^3\text{He}) \propto \exp(\Delta B/T)$
 から温度を測定
- 様々な反応・衝突エネルギーの結果を比較
 → 低温で Fermi gas ($E^* \propto T^2$)
 高温で Boltzmann 的
 中間で plateau
- Smoking gun



*J. Pochadzalla et al. (GSI-ALLADIN collab.),
 PRL 75 (1995) 1040.*

なぜ *QCD phase diagram* ?

■ QCD 相図研究

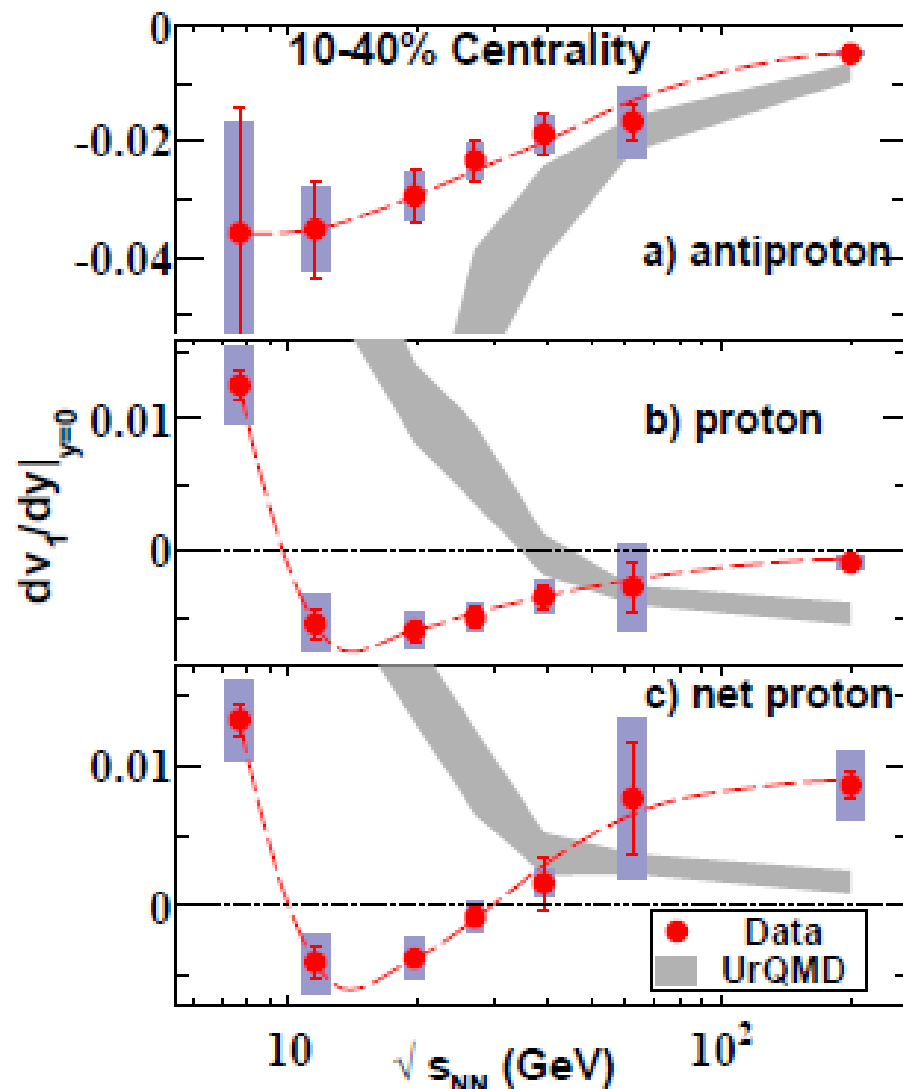
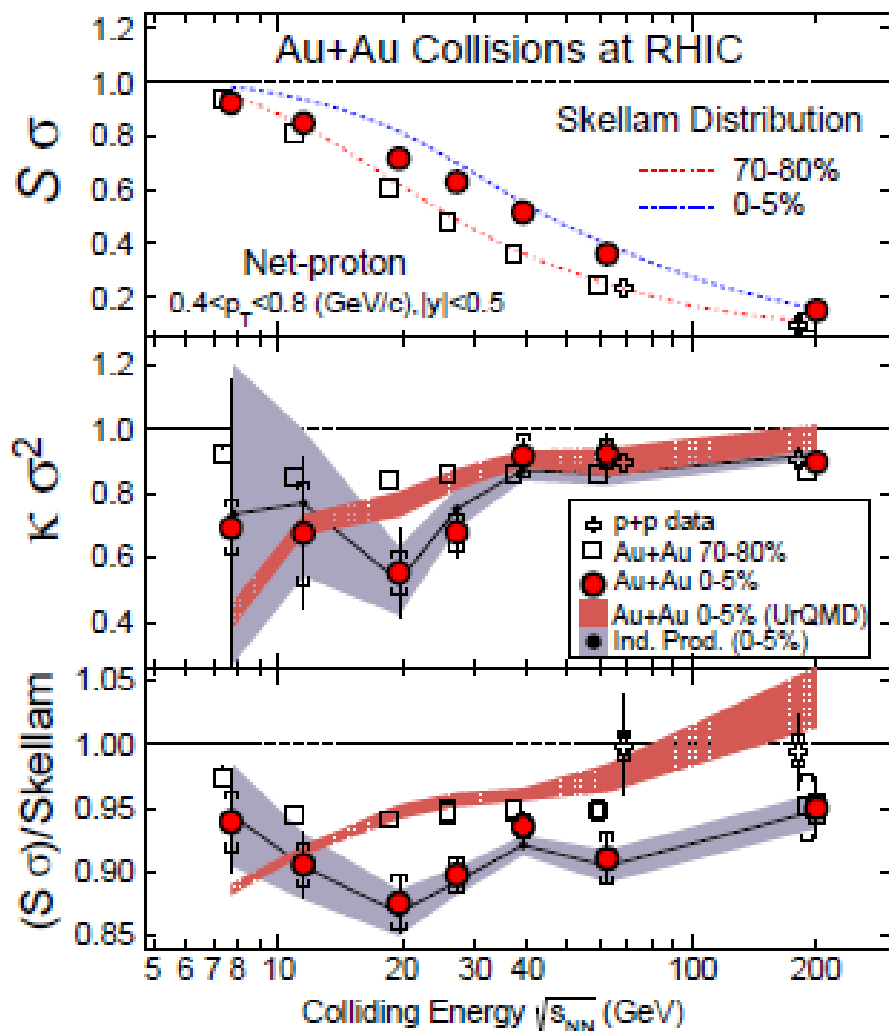
- 実験室で観測可能な「真空」の相転移
Chiral 対称性、閉じ込め (Z_3)、 $U(1)_A$ 、 $Z(2)$ 、...
- 高エネルギー重イオン衝突にて到達可能
- コンパクト天体現象の記述において相転移後の状態方程式も必要
- 有限密度領域では第一原理計算 (格子 QCD のモンテカルロ計算) が困難 → 実験データ・現象論的研究が不可欠

■ QCD 相転移を見つけるには？

- 低密度領域ではなめらかな転移 (crossover)
→ 明確な相転移 (1 次、2 次) を見つけるとすれば有限密度
- 2つのアプローチ
QCD 臨界点を見つける or 一次相転移の証拠を見つける
→ 保存電荷 cumulant、EOS の軟化

Net-Proton Number Moments & Directed Flow

- 衝突エネルギー関数として非単調性が見えている ($\kappa\sigma^2$, dv_1/dy)



STAR Collab., PRL 112('14)032302.

STAR Collab., PRL 112('14)162301.

さて、これらのシグナルは
QCD 一次相転移の証拠になっているのだろうか？

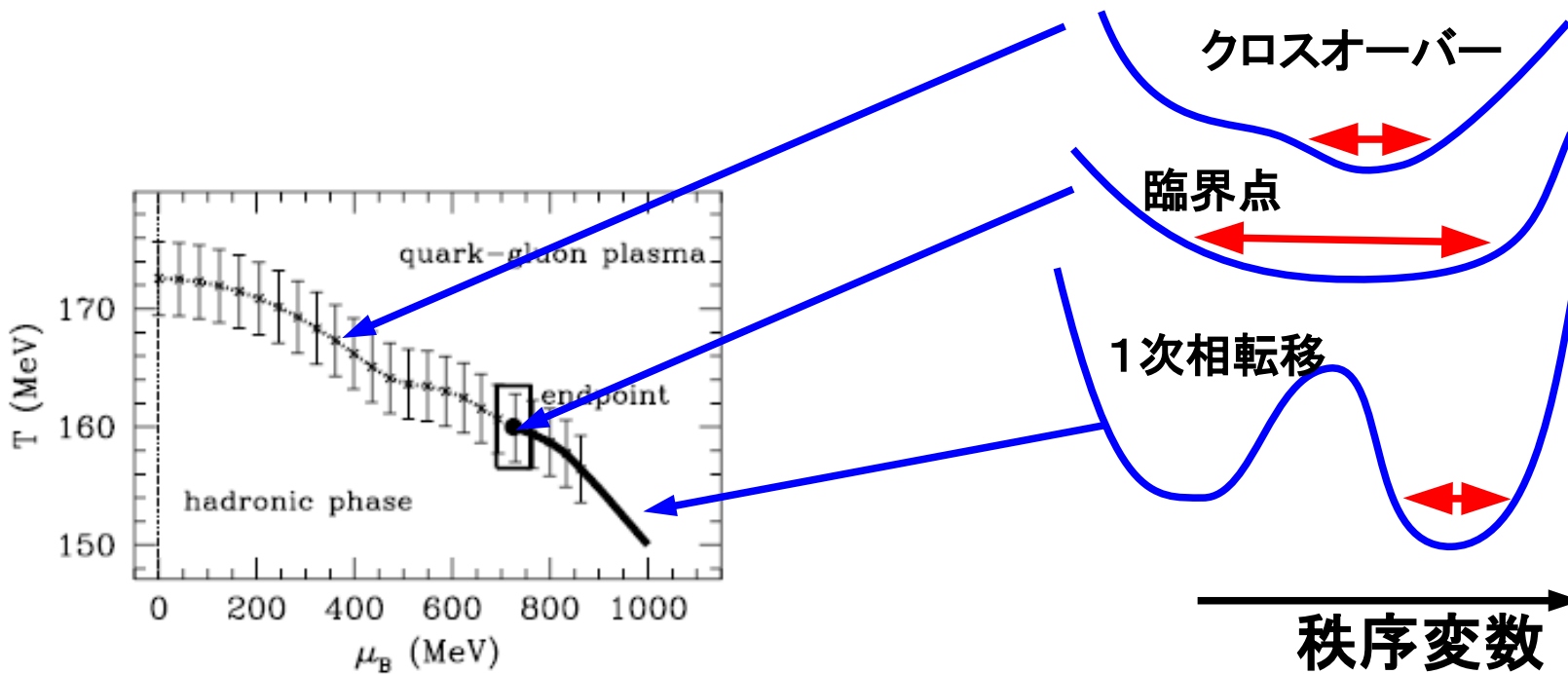
QCD Critical Point Search

QCD 臨界点 (Critical Point)

■ Crossover と一次相転移をつなぐ点

Asakawa, Yazaki ('89); Fodor, Katz ('02,'04); Ejiri et al. ('04, ...), ...

- CP 上では 2 次相転移 → 相関長・感受率が発散
- CP が存在 → 一次相転移線が存在 (十分条件)



LQCD: Fodor, Katz ('02)

Conserved Charge Moments

■ 臨界点の観測量: 保存チャージのモーメント (cumulant)

Son, Stephanov ('04); Fujii, Ohtani ('04); Hatta, Ikeda ('03); Stephanov ('11); Friman, Karsch, Redlich, Skokov ('11); Fukushima ('15)

$$c_n \equiv \frac{1}{VT^3} \frac{\partial^n \log Z}{\partial \hat{\mu}^n} \quad (\hat{\mu} = \frac{\mu}{T})$$

■ Scaling function analysis *Friman, Karsch, Redlich, Skokov ('11)* 臨界点近傍での自由エネルギー密度

$$f_{\text{singular}}/T^4 = h^{1+1/\delta} f(z), \quad \xi \propto |t|^{-\nu} (T > T_c)$$

$$z = th^{-1/\beta\delta}, \quad t = (T - T_c)/T_c, \quad h = m_q/T.$$

(β, δ, ν は臨界指数)

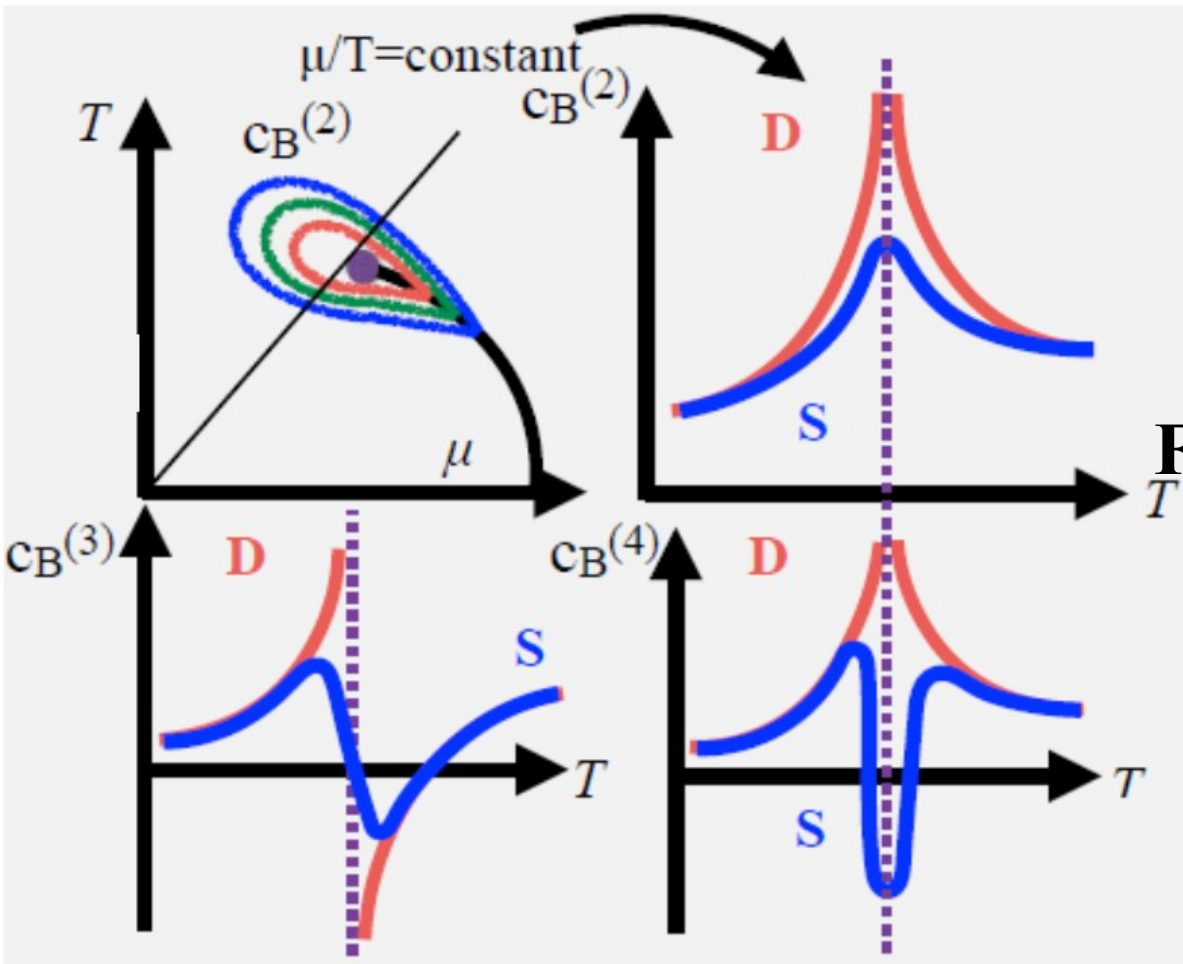
■ 臨界点では c_n ($n \geq 2$) は発散

- 平均 ($n=1$), 感受率 (χ , $n=2$), Skewness (S , $n=3$), Kurtosis (κ , $n=4$), ...

$$R_{12} \equiv c_1/c_2 = M/\sigma^2, \quad R_{32} \equiv c_3/c_2 = S\sigma^2, \quad R_{42} \equiv c_4/c_2 = \kappa\sigma^2$$

QCD 臨界点 (Critical Point)

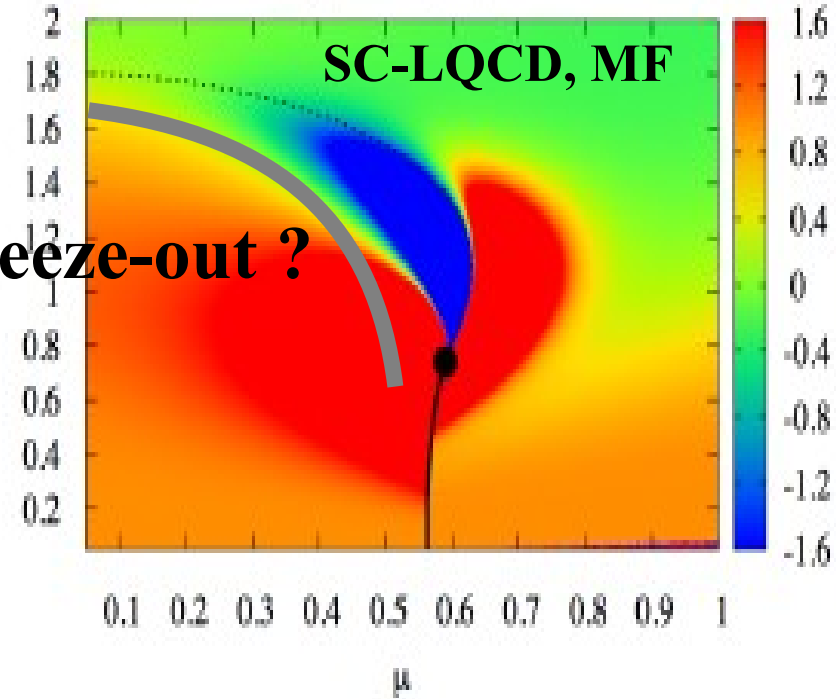
- 感受率 ($\chi \sim C_2$) は熱力学極限 ($L \rightarrow \infty$) では発散するが、有限体積では有限
 → 負の (or 小さな) 4 次モーメント (kurtosis) が相転移を示唆



$$\kappa\sigma^2 = c_4/c_2$$

$R_{4,2}^B$ in SCL (MF), BR

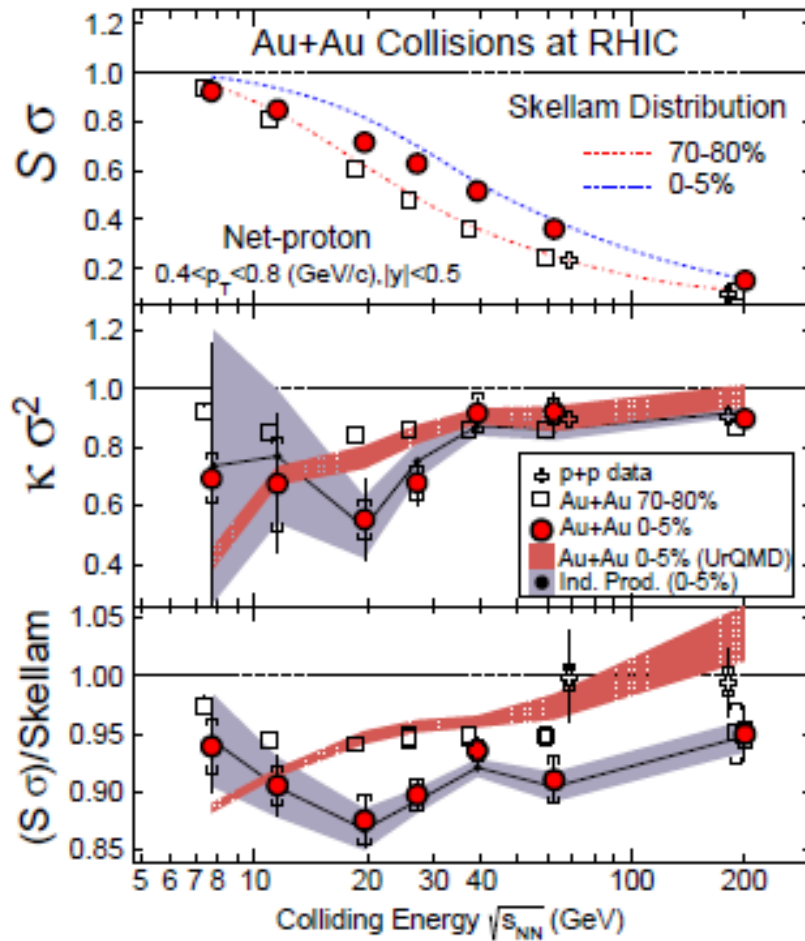
Freeze-out ?



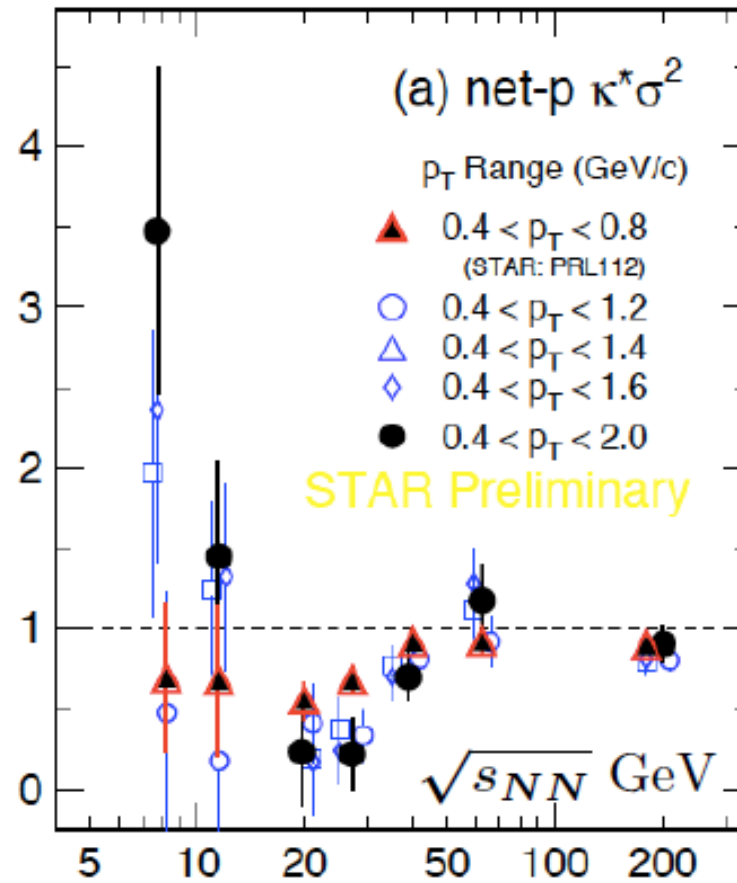
T. Ichihara, Thesis (2016)

実験データ

- net-proton $\kappa\sigma^2$ ($=c_4/c_2$) に非単調な衝突エネルギー依存性
 - Skellam 分布 (p, \bar{p} 数が Poisson 分布) $\rightarrow \kappa\sigma^2 = 1$

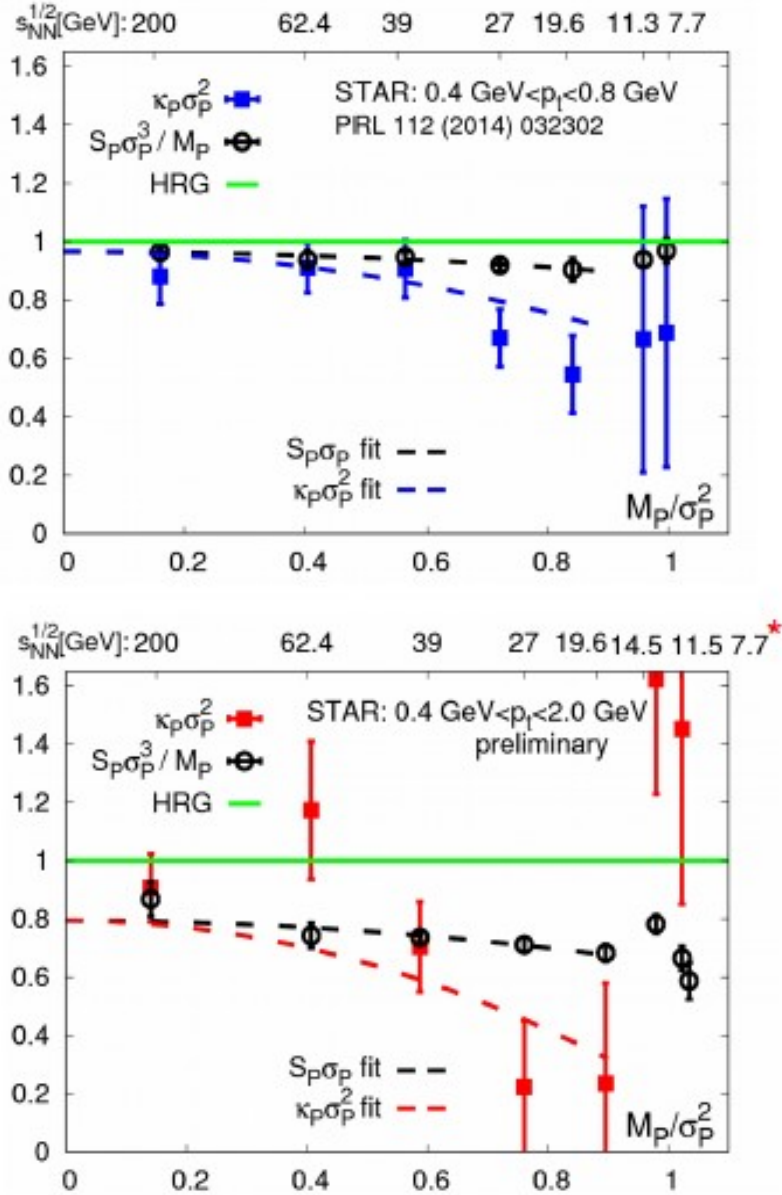


STAR ('14)

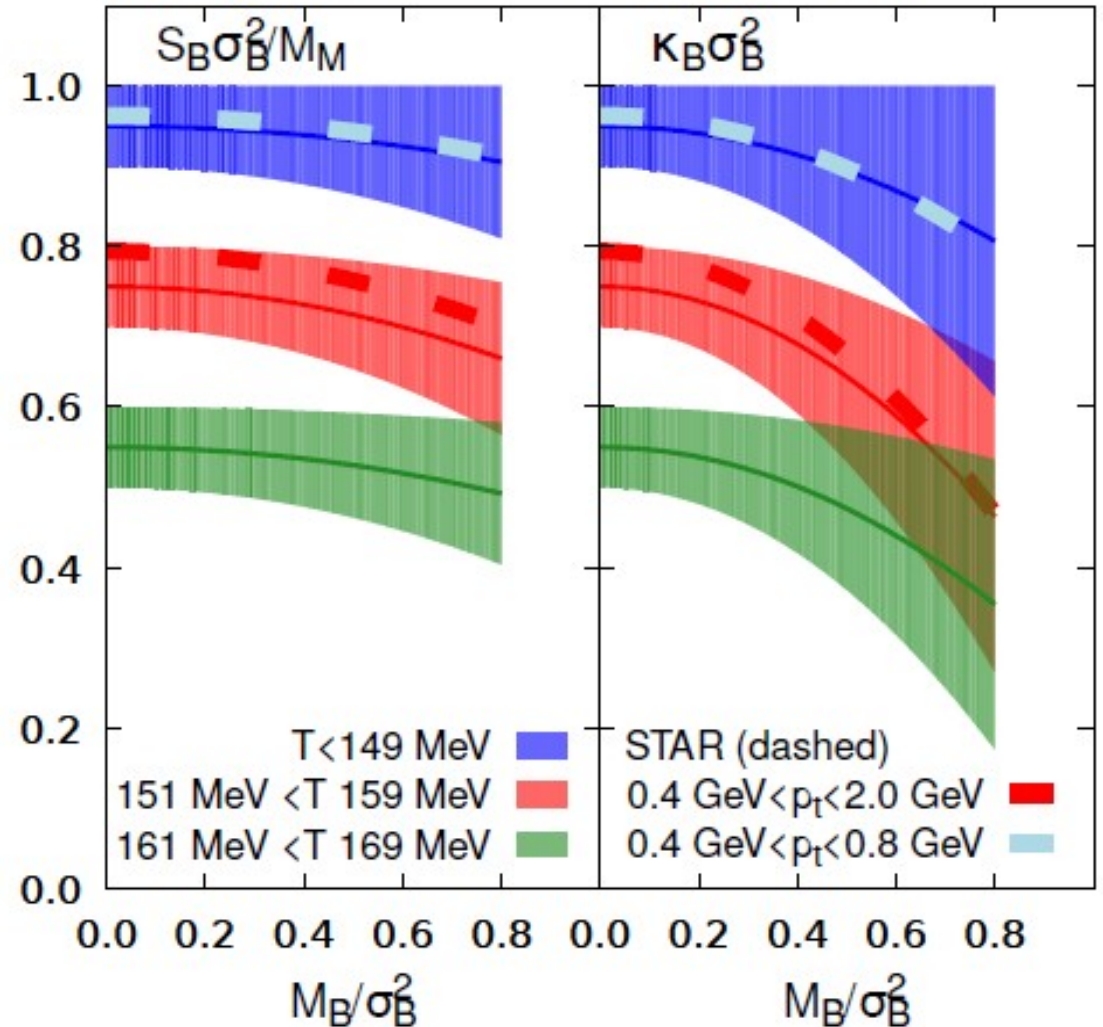


X. Luo, CPD'14
(STAR, preliminary)

Data vs Lattice QCD



(not yet continuum extrapolated!)



[Bazavov et al. (hotQCD), in preparation]

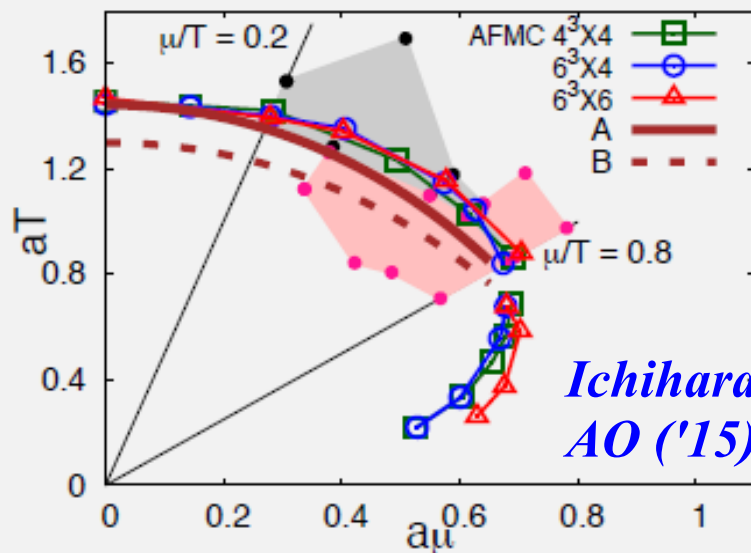
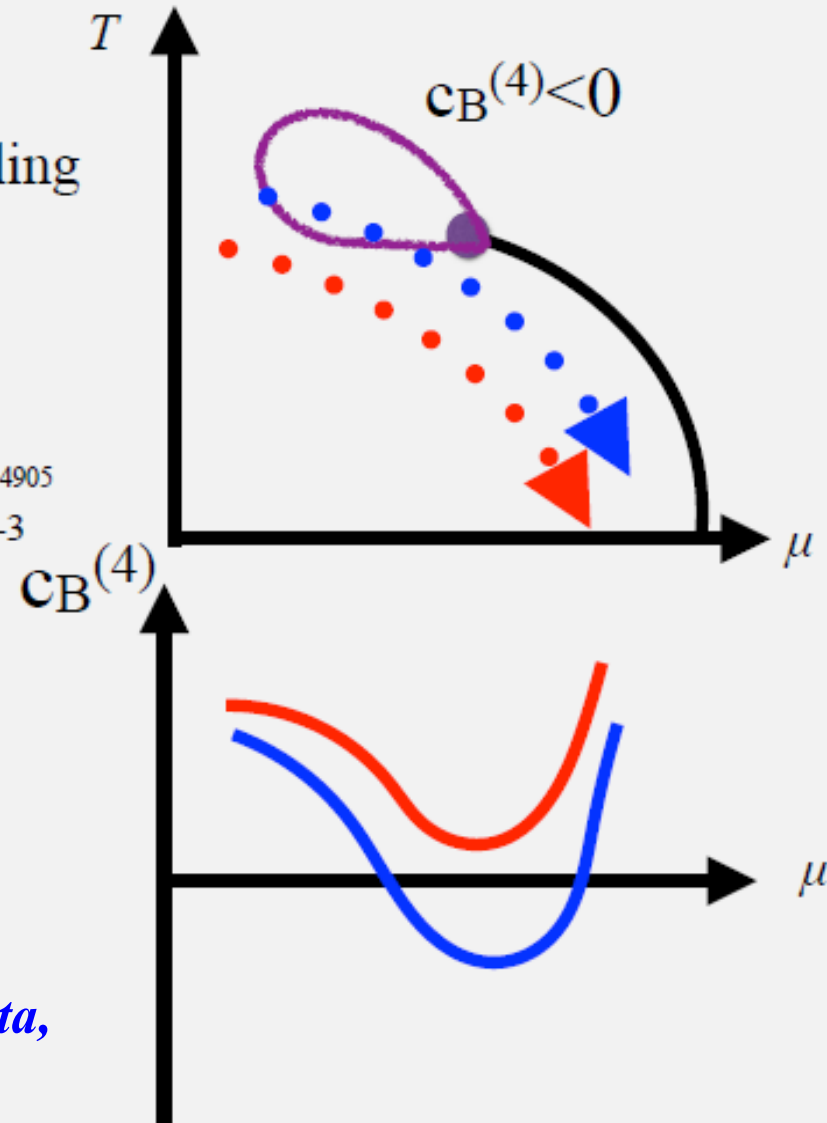
C. Schmidt, CPOD '17

As a game

- $c_B^{(4)}/c_B^{(2)}$ on a freeze out line?
 - ✓ Freeze-out line not identified at strong coupling
 - ✓ Simple assumption: **const.** $\times T(\mu_B)/T(0)$
 const. = 1.44 ($\sim aT(0)_{\text{SCL}}$) [A], 1.3 [B]

$$T(\mu_B) = a - b\mu_B^2 - c\mu_B^4 \quad \text{J. Cleymans et. al. Phys.Rev. C73 (2006) 034905}$$

$a \sim 0.166 \text{ GeV}, b \sim 0.139 \text{ GeV}^{-1}, c \sim 0.053 \text{ GeV}^{-3}$

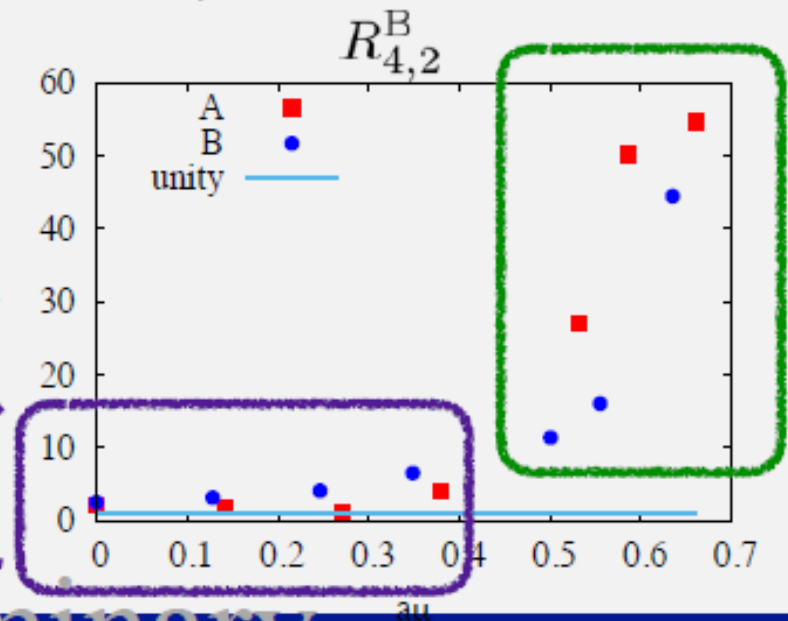
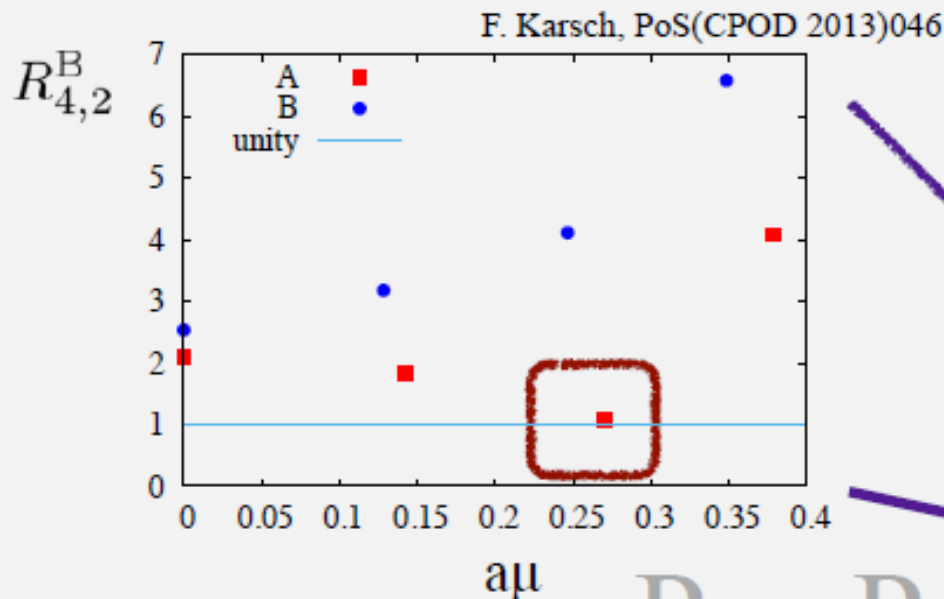
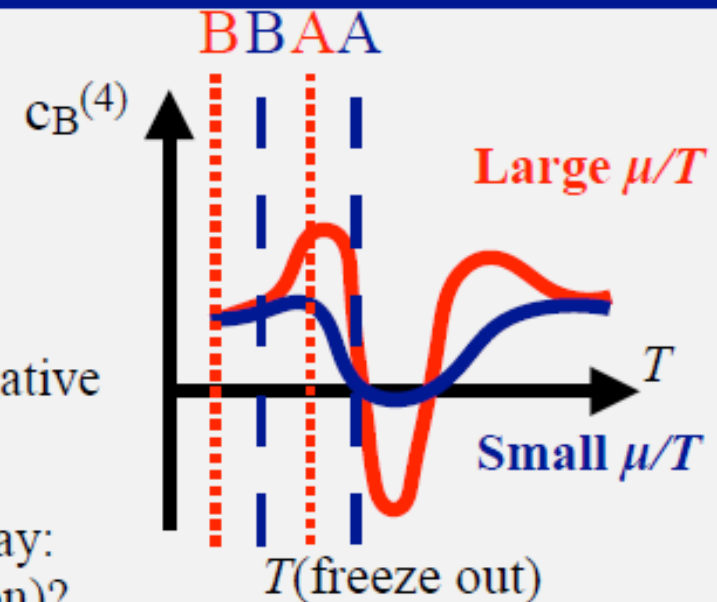


*Ichihara, Morita,
AO ('15)*

On a freeze-out line ?

Rough estimation
Simple fit for 4th cumu.
No error bars

- Small μ
 - ✓ $R_{4,2}^B$ decreases (but still above 1 here)
 - Large μ
 - ✓ $R_{4,2}^B$ increases due to large peak heights away from negative region (but not so far)
- Suggestive results? See also XU, Nu's talk on the first day:
consistent with V. Skokov's result (QM 2012 presentation)?



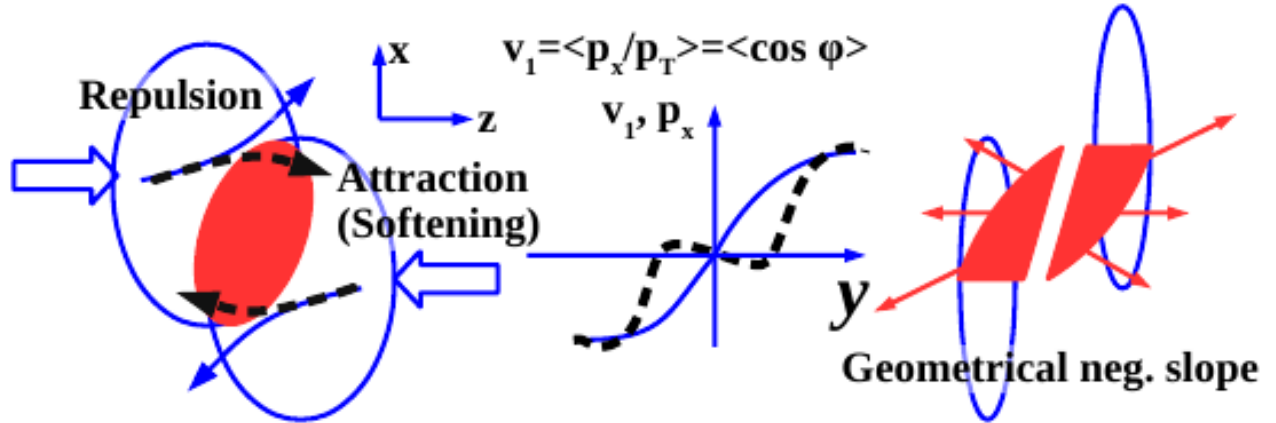
臨界点は見えたか？

- 有限密度では格子 QCD に符号問題あり。
 - テイラー展開 @ $\mu=0$
 $\kappa\sigma^2$ を有限密度で求めるには、少なくとも 6 次のモーメントが必要
Bazarov, et al. ('14); Bellwied et al. ('13); Gavai, Gupta ('05), Allton et al. ('05); Ejiri et al. ('04)
 - 有限 μ での計算: 現実的な計算は行われていない。
Jin, Kuramashi, Nakamura, Takeda, Ukawa ('15); Ichihara, Morita, AO ('16).
- Diffusion があるため、Freeze-out 点の情報のみでは決まらない
E.g. Sakaida et al. ('14)
- 実際の重イオン衝突ではサイズが有限
LT $\sim 2.4-3.6$ *Karsch, Morita, Redlich ('15)*
- 実験データの運動量カット依存性が理解できていない。

興味深いデータが得られているが、
臨界点決定には至っていない。

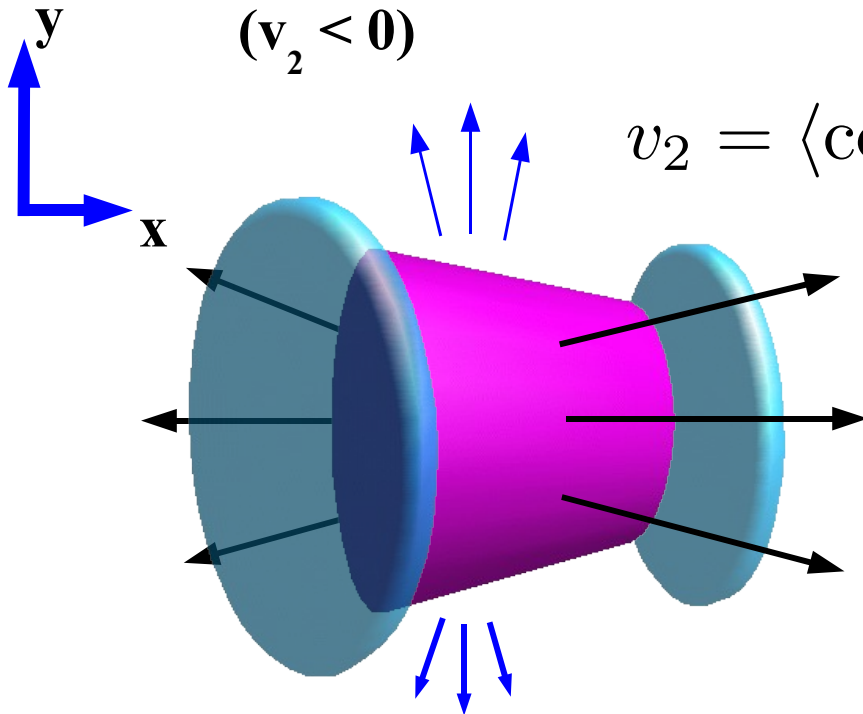
*EOS softening
probed by collective flows*

- Directed flow ($v_1, \langle p_x \rangle$), Elliptic flow (v_2)
 → 衝突初期に作られ、高密度の状態方程式 (EOS) に敏感



Out-of-Plane Flow
 ($v_2 < 0$)

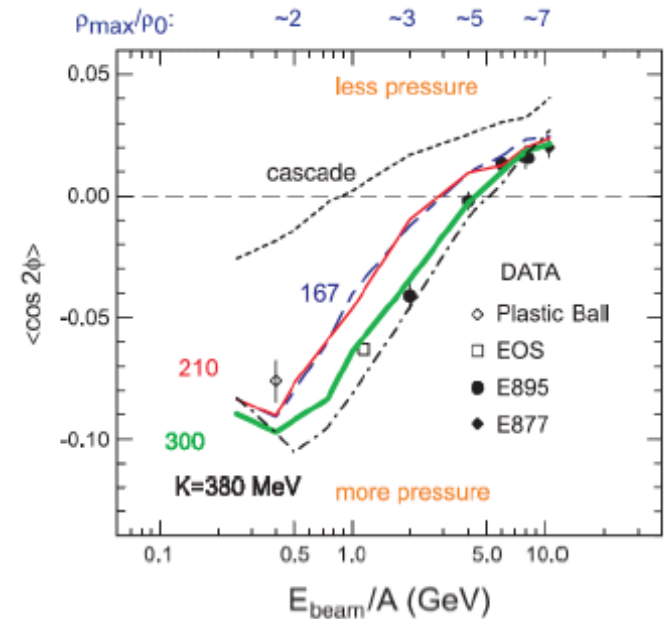
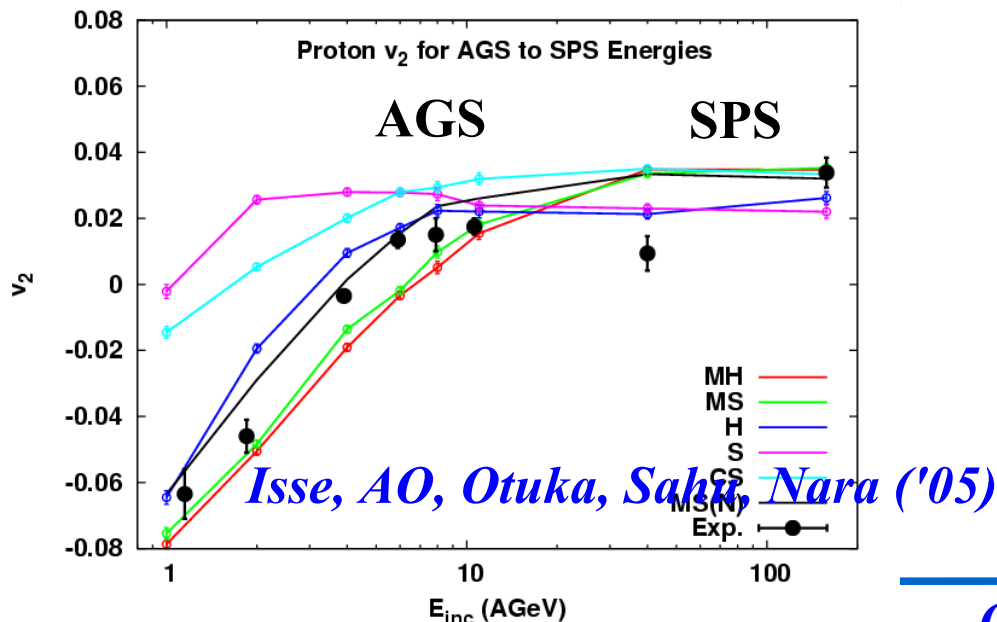
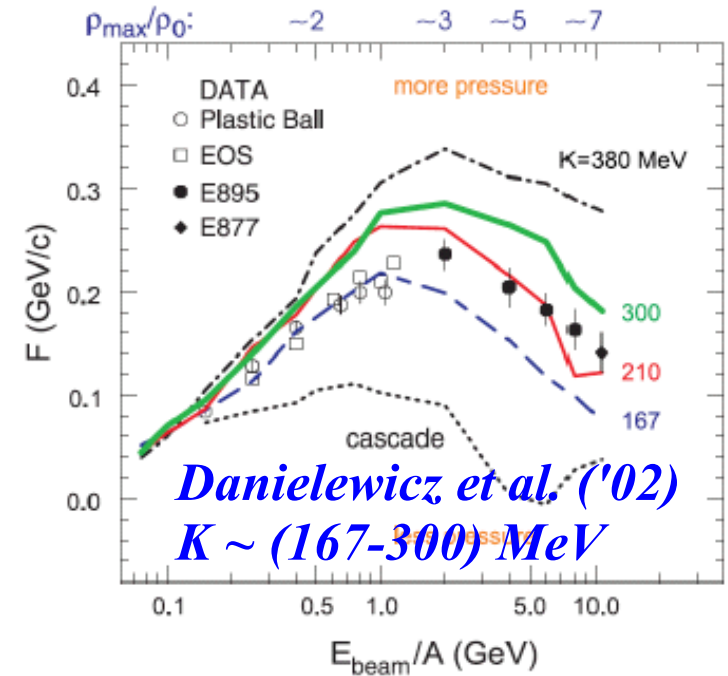
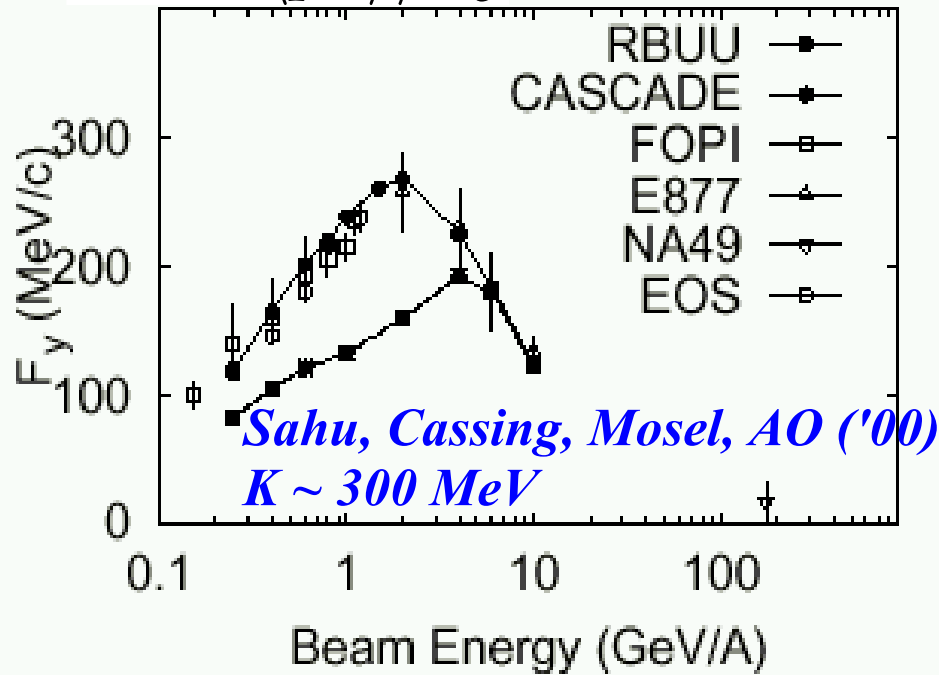
$$v_2 = \langle \cos 2\phi \rangle$$



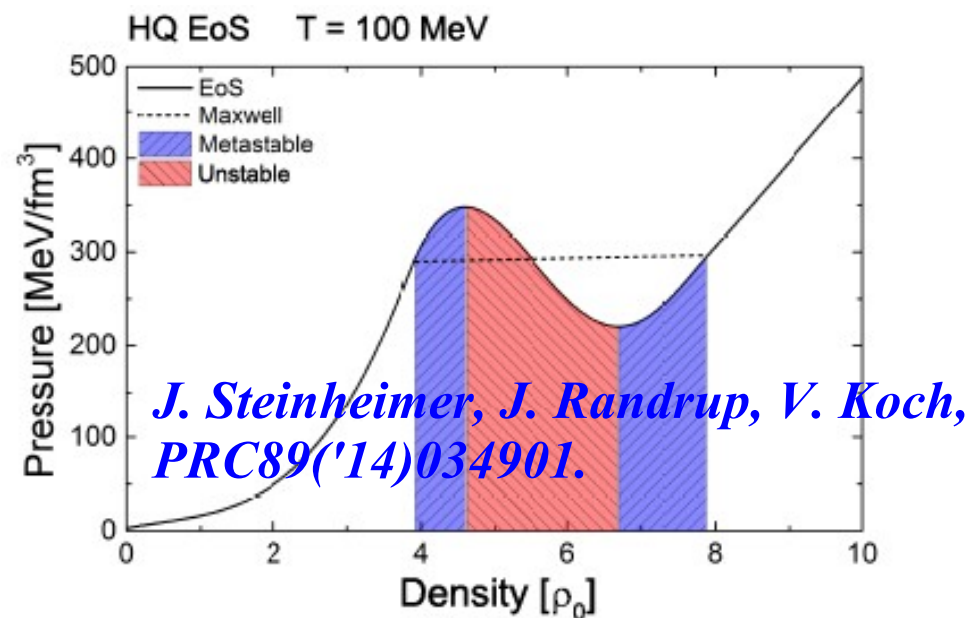
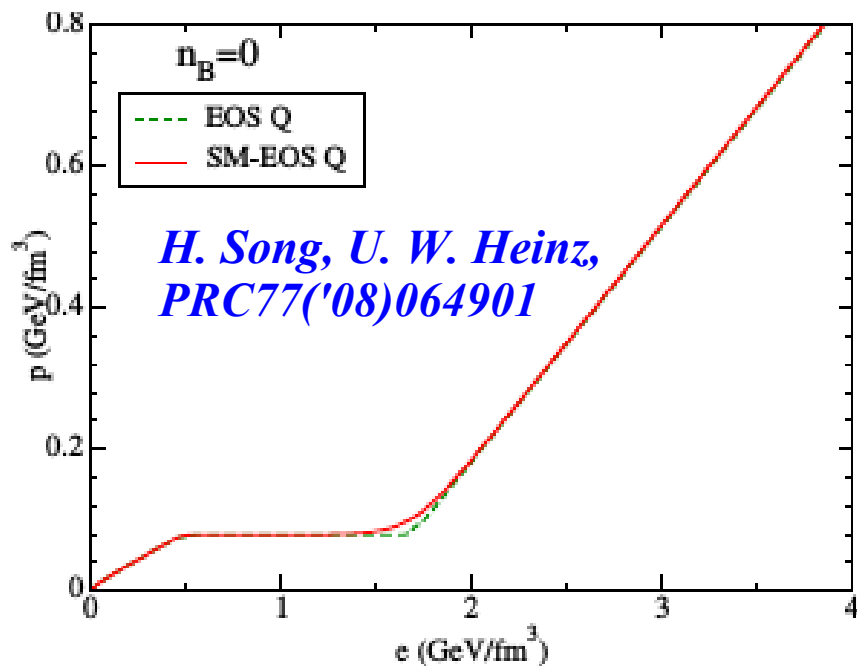
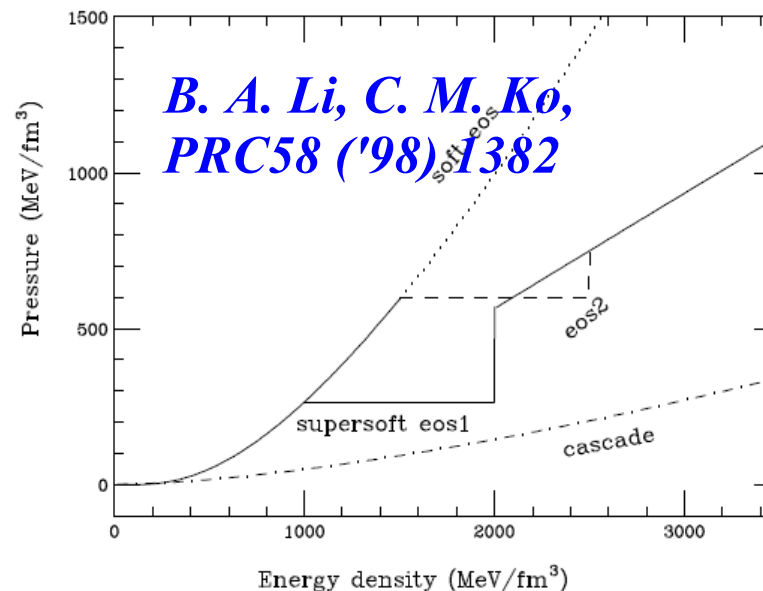
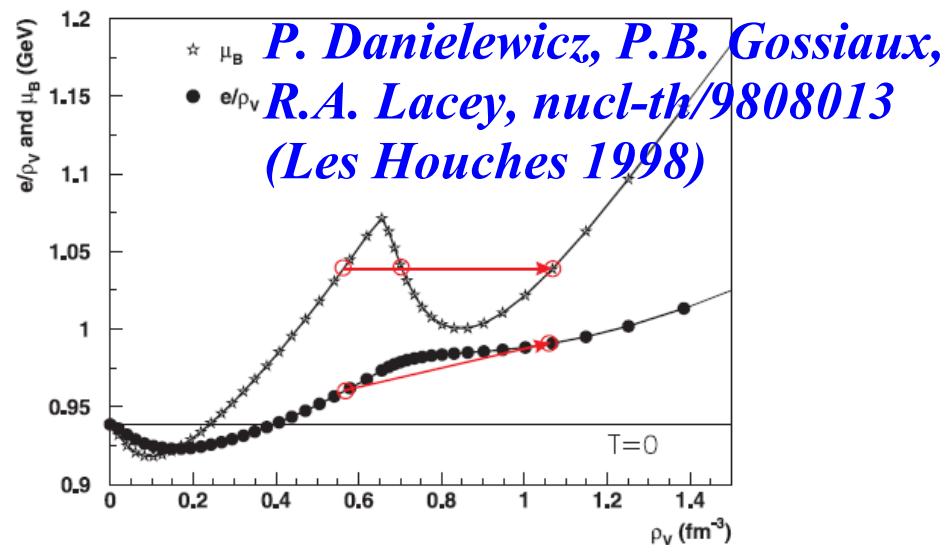
In-Plane Flow
 ($v_2 > 0$)

集団フローから状態方程式へ

$$F = d\langle p_x \rangle / dy$$



QCD 一次相転移に伴う EOS の softening



Previous analyses: $\rho_B = (3-10) \rho_0$, $P = (80-700) \text{ MeV/fm}^3$

Negative Directed Flow

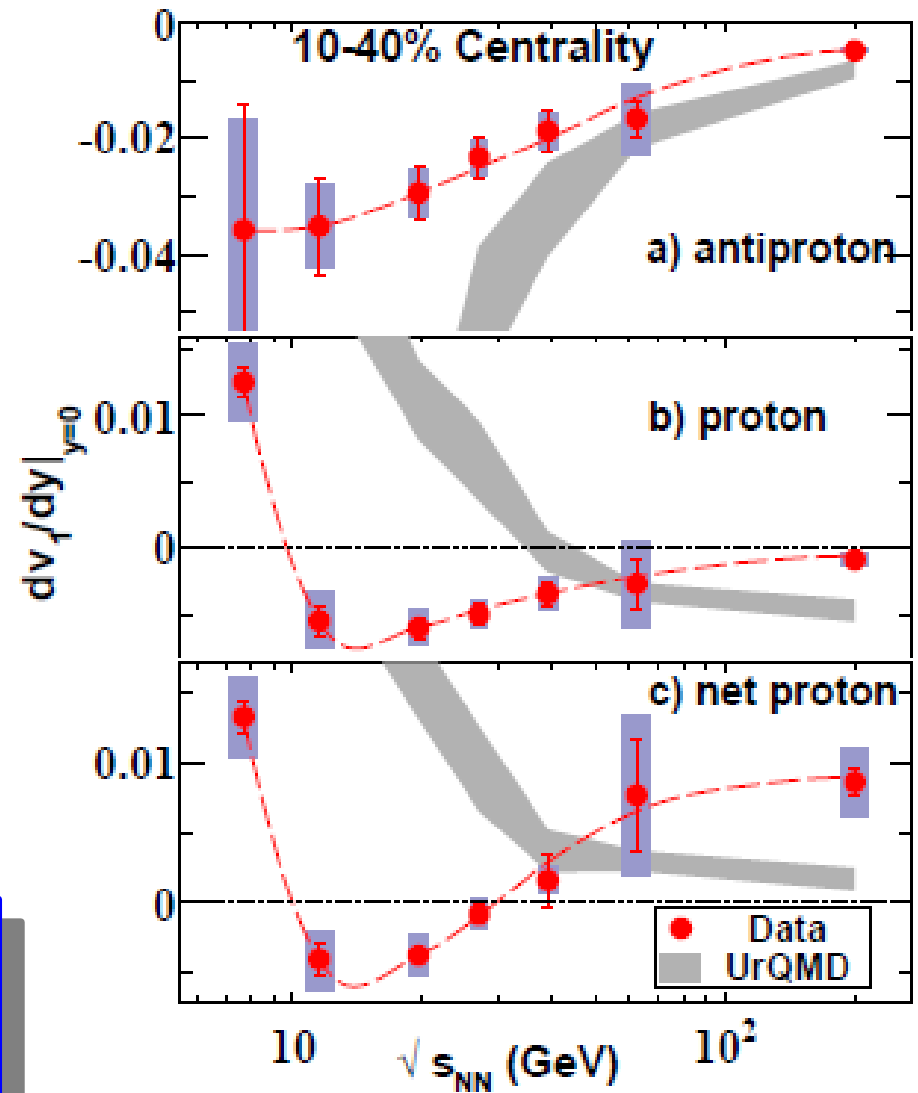
- $\sqrt{s_{NN}} > 10$ GeV において dv_1/dy (proton) < 0

- 流体模型 *Ivanov, Soldatov ('15)*

- Hadronic EOS では説明不可
- QCD 相転移を含む EOS では dv_1/dy (proton) < 0

- ハドロン輸送模型

- $\sqrt{s_{NN}} < 20$ GeV では説明不可
Konchakovski et al. ('14)



STAR Collab., PRL 112('14)162301.

EOS or 流体化 (平衡化) ?
 → *EOS softening* を含む
 ハドロン輸送模型では?

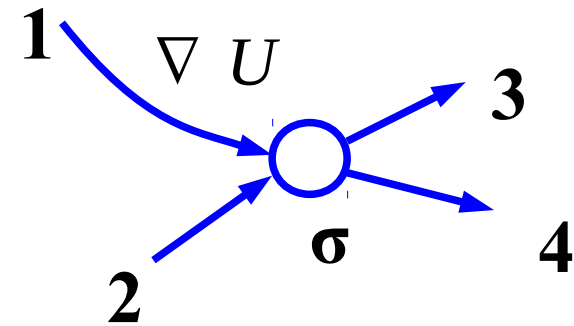
ハドロン輸送模型

■ Boltzmann 方程式 (+ ポテンシャル効果)

E.g. Bertsch, Das Gupta, Phys. Rept. 160(88), 190

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla U \cdot \nabla_p f = I_{\text{coll}}$$

$$I_{\text{coll}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} d\Omega v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} [f f_2 (1 - f_3)(1 - f_4) - (12 \leftrightarrow 34)]$$



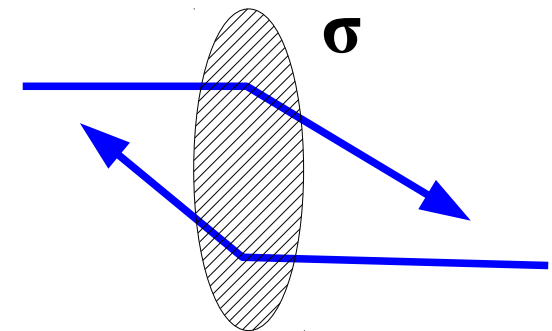
■ 追加の EOS softening 効果を Attractive Orbit で追加

Danielewicz, Pratt ('96); Sorge ('99); Nara, Niemi, AO, Stoecker ('16)

- 散乱後に2粒子が近づく方向への散乱角を選択 → 引力効果を simulate

(Virial theorem)

$$P = P_f + \frac{1}{3V\Delta t} \sum_{(i,j)} \mathbf{q}_{ij} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$$



■ 注意: EOS 変化以外のクォーク・グルーオン効果は入らない。

E.g. 粘性 (Hirano et al. ('06); Okamoto poster)

ビリアル定理

■ Virial

$$G = \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i$$

$$\rightarrow \frac{dG}{dt} = \underbrace{\sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{v}_i}_{\text{Kinetic}} - \underbrace{\sum_i \nabla_i U \cdot \mathbf{r}_i}_{\text{Potential}} + \underbrace{\frac{1}{\Delta t} \sum_{\text{collision}} \mathbf{q}_i \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}_{\text{Pressure from Collisions}} = 3VP$$

■ Attractive / Repulsive Orbit Scatterings

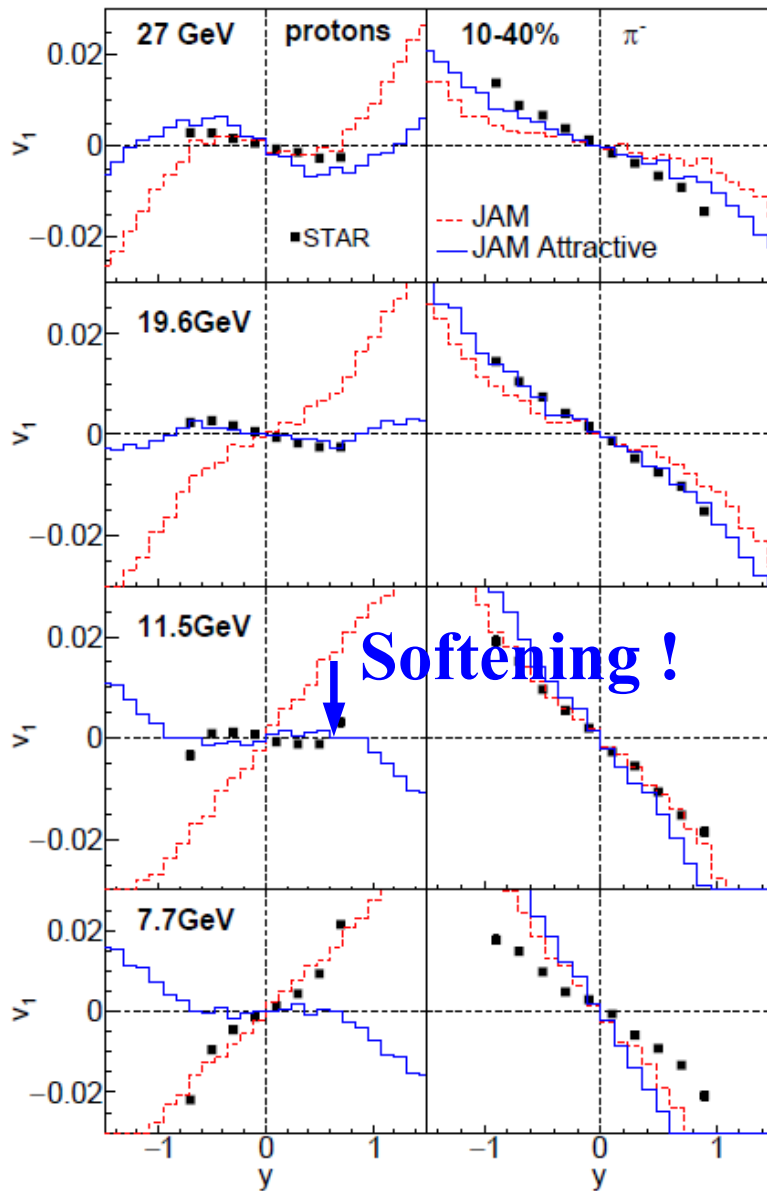
- 通常は散乱角はランダム → 衝突項の圧力への影響はゼロ
- Attractive orbits → $\Delta P < 0$ (softening)
- Repulsive orbits → $\Delta P > 0$ (hardening)

■ Boltzmann Eq. simulating a given EOS

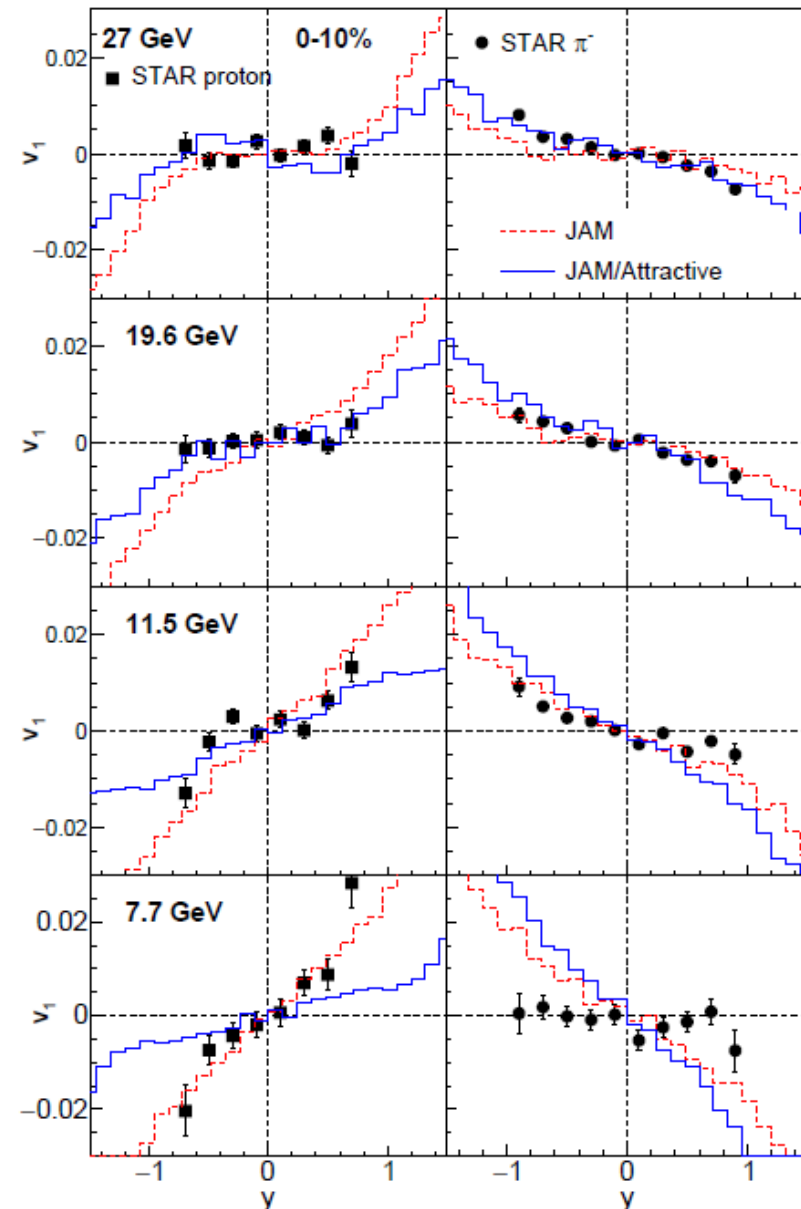
$P > P(\varepsilon) \rightarrow$ Attractive orbit, $P < P(\varepsilon) \rightarrow$ Repulsive orbit
衝突が十分に頻繁であれば、ボルツマン方程式だけでポテンシャル効果をシミュレートできる！

Directed Flow with Attractive Orbits

Nara, Niemi, AO, Stöcker ('16)



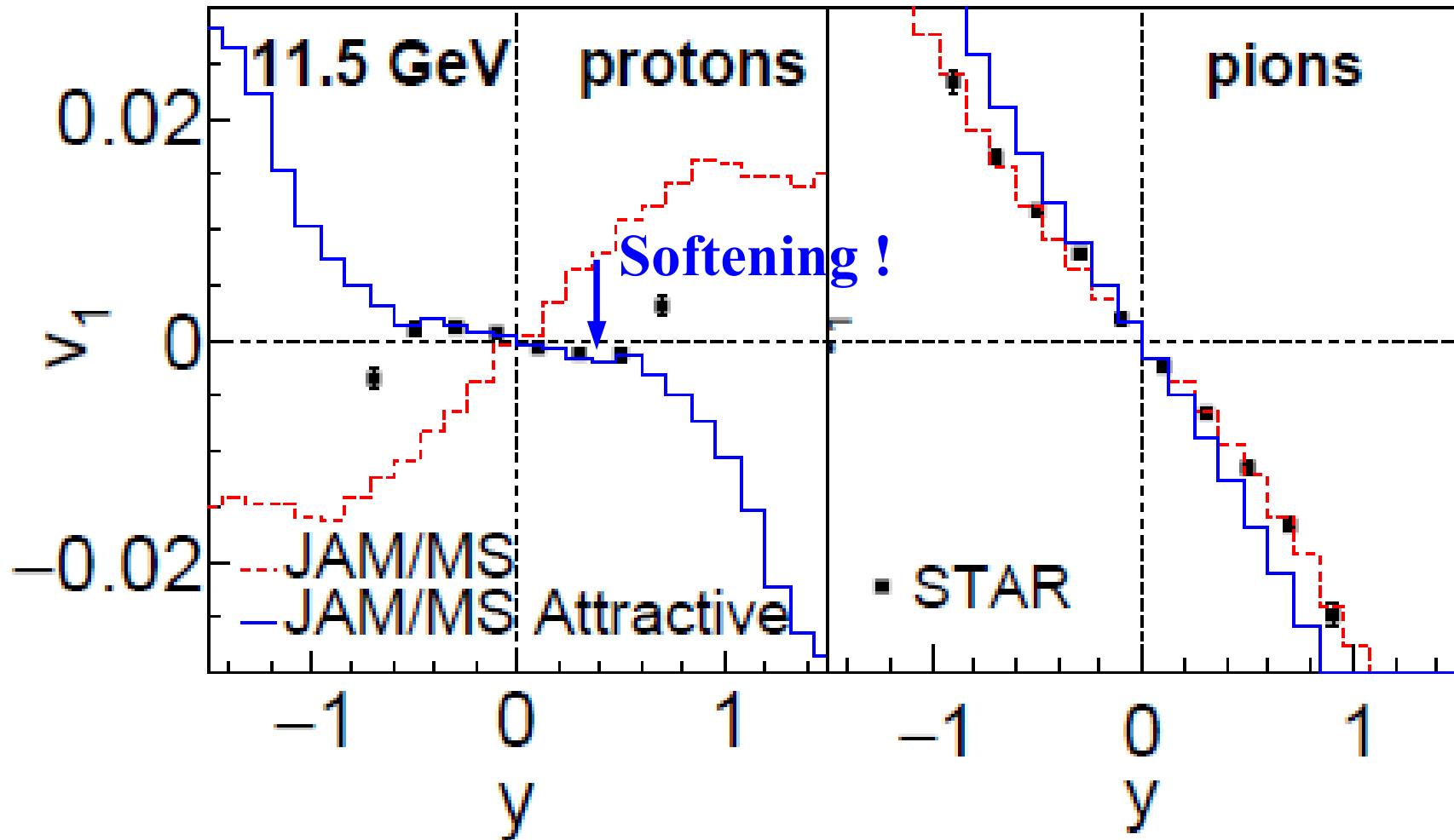
mid-central (10-40 %)



central (0-10 %)

Mean Field + Attractive Orbit

Nara, Niemi, AO, Stöcker ('16)

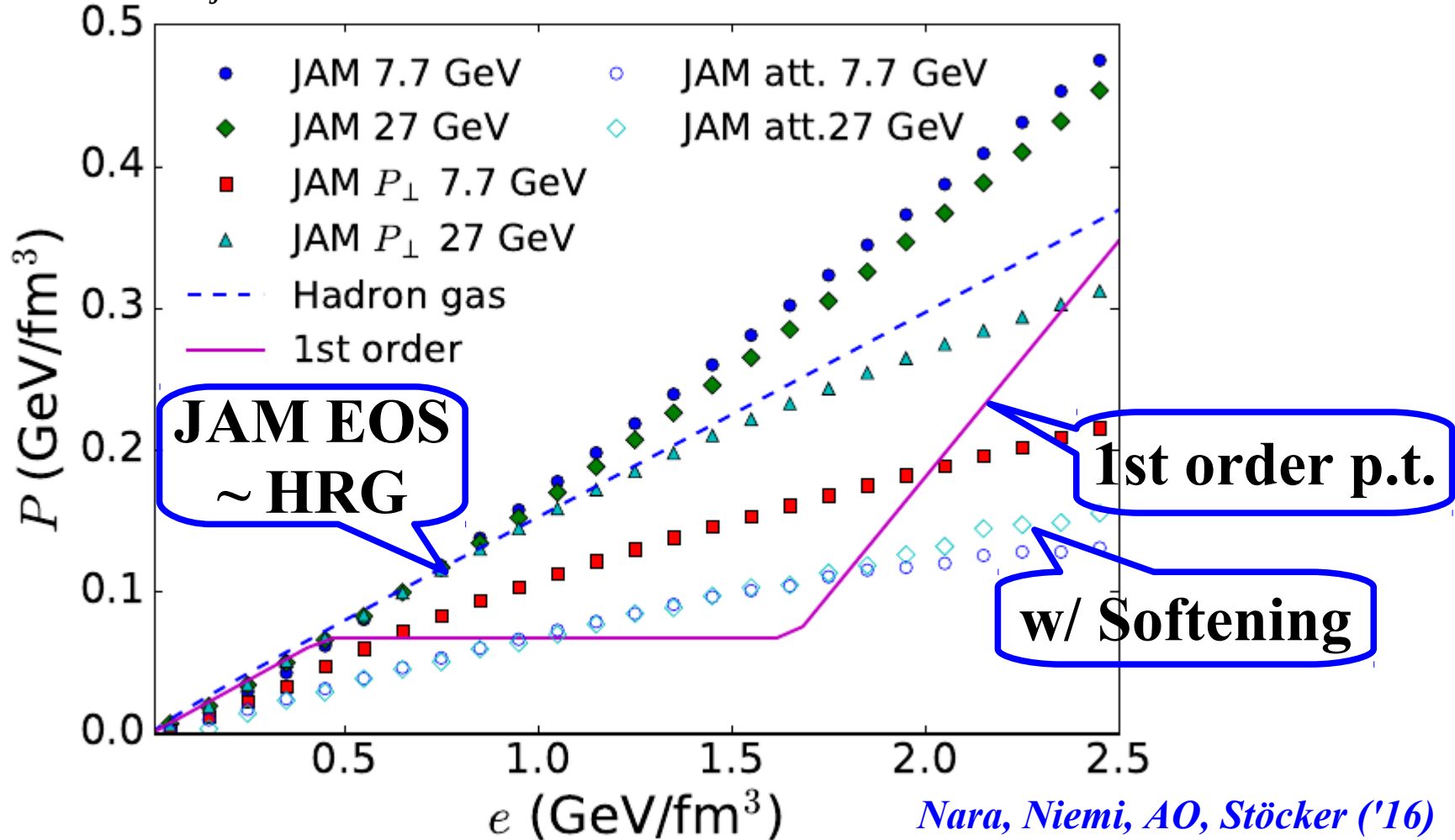


MF+Attractive Orbit make dv_T/dy negative at $\sqrt{s_{NN}} \sim 10$ GeV

Softening of EOS by Attractive Orbits

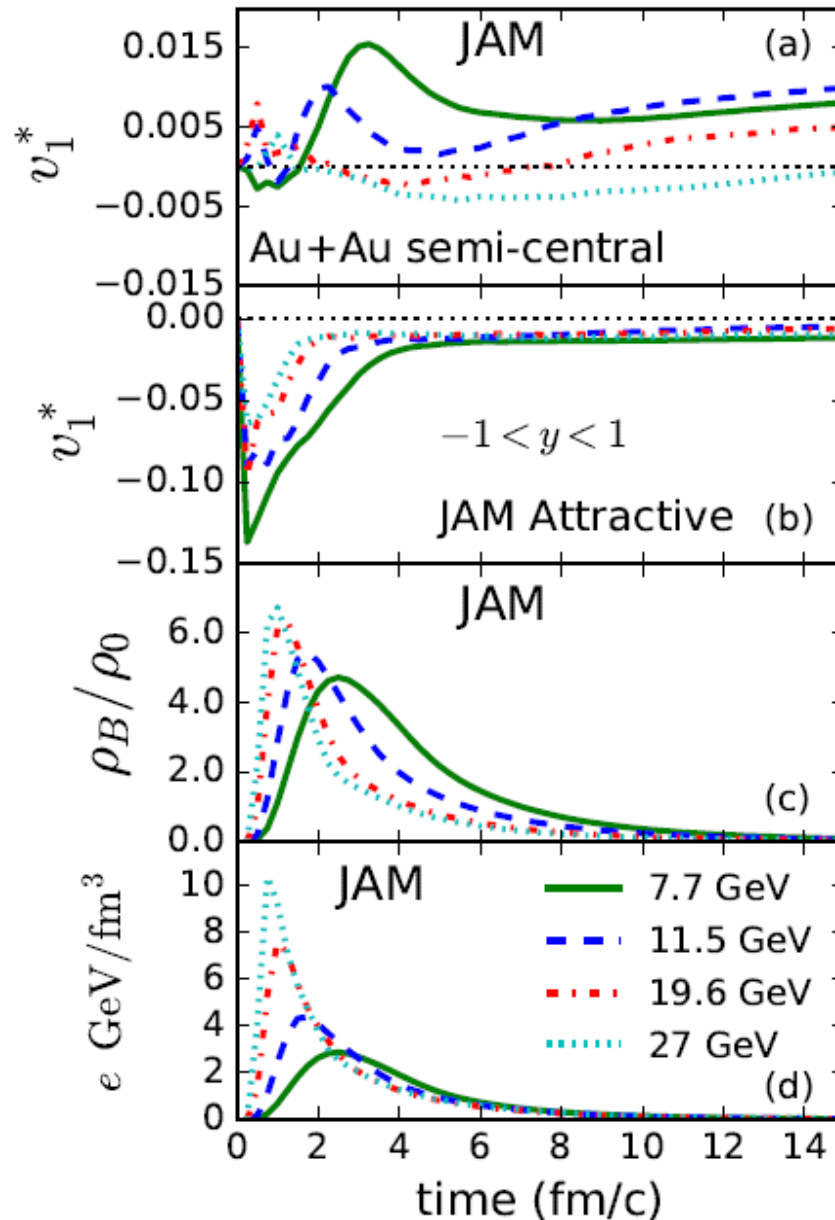
$$\Delta P = - \frac{\rho}{3(\delta\tau_i + \delta\tau_j)} (p_i' - p_i)^\mu (x_i - x_j)_\mu$$

H. Sorge, PRL82('99)2048.



Pressure in simulated EOS ~ EOS-Q (e.g. Song, Heinz ('08))

At which density is the softening required ?



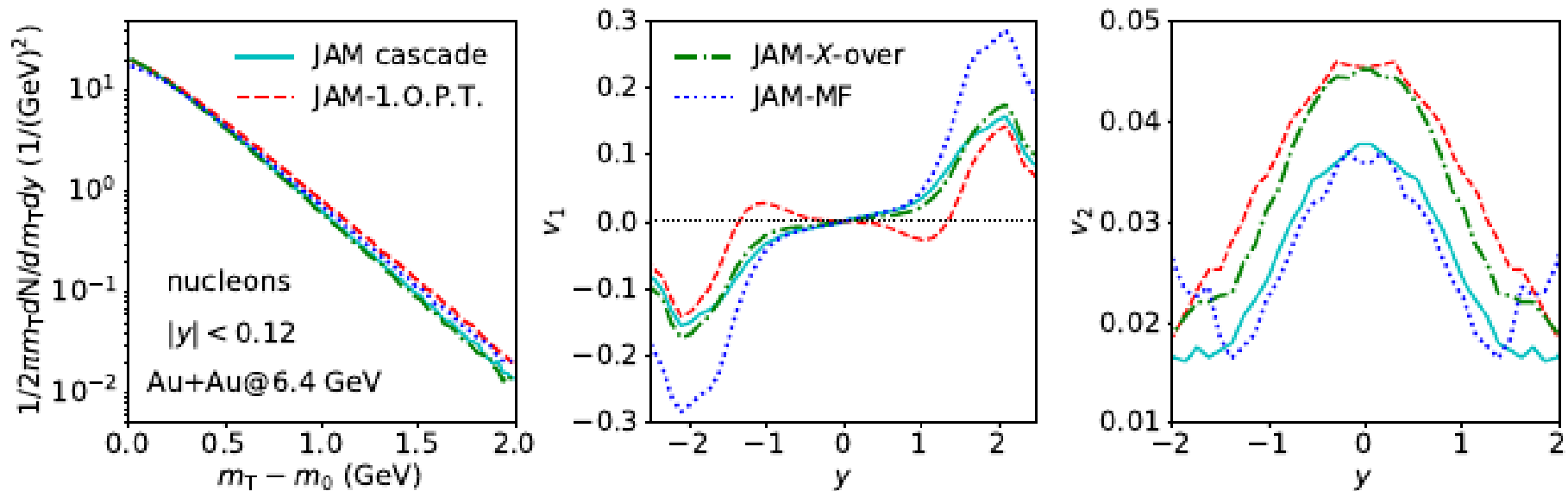
**Softening is
required at
 $\rho > 5\rho_0$**

まとめ

- 重イオン衝突で有限密度 QCD 一次相転移は見たのか？
- QCD 臨界点を見たか？ → Not yet.
 - Net-proton number cumulant は臨界の存在を匂わせるが、多くの不定性を含んでおり、確定できない。
 - cumulant の正確な評価、動力学的模型との組み合わせが必要
- 集団フローから一次相転移は見たか？
 - Negative directed flow から EOS の軟化が必要 ★★★
 - 高密度での EOS の軟化から $\sqrt{s_{NN}}=(5-20)\text{GeV}$ の重イオン衝突で QCD 相転移が起こっていることを強く示唆★★
 - 輸送模型の結果から EOS の軟化は $\rho/\rho_0 > 5$ で起こる★
 - 相転移の次数 (Crossover or 一次) 決定にはさらなる研究が必要
- 粘性流体・パートン (クォーク・グルーオン) 自由度・秩序変数の揺らぎを組み合わせた “Integrated” model 構築へ！

Crossover と一次相転移は判別できるか？

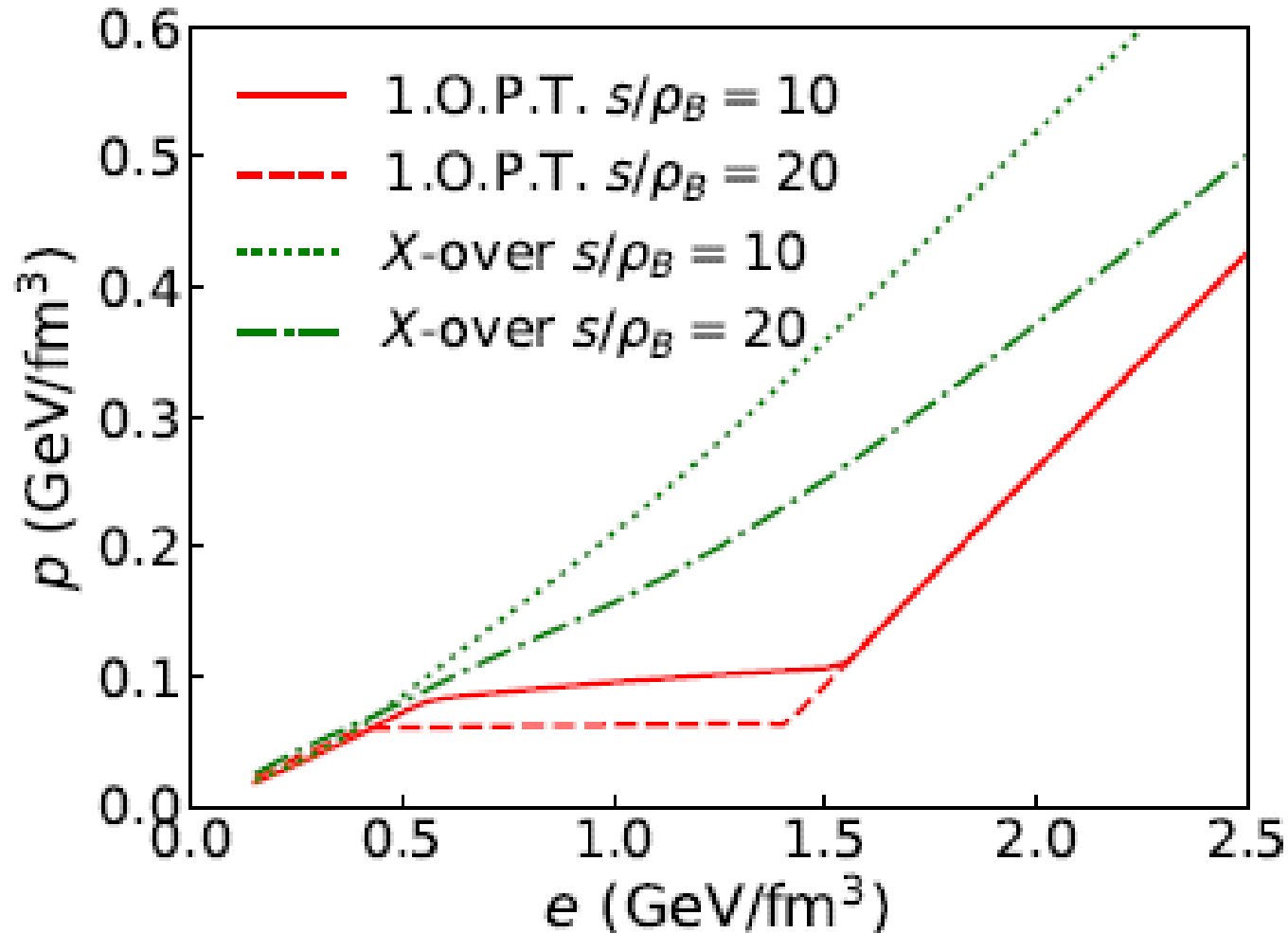
- 1次相転移 EOS: $T_{\text{eff}} \uparrow$, $dv_1/dy < 0$, $v_2 \uparrow$
- Crossover EOS: $T_{\text{eff}} \rightarrow$, $dv_1/dy > 0$, $v_2 \uparrow$
- Hadronic EOS: $T_{\text{eff}} \uparrow$, $dv_1/dy > 0$, $v_2 \rightarrow$



Nara, Niemi, AO, Steinheimer, Luo, Stoecker, arXiv:1708.05617

EOS-Q (1st order) and χ -over (crossover at $\mu=0$)

Nara, Niemi, AO, Steinheimer, Luo, Stoecker, arXiv:1708.05617
EOS-Q (Sollfrank et al.('97)), χ -over (Steinheimer et al. ('11))



核物質の飽和点を再現し、臨界点の位置を control できる
EOS が欲しい!